

УДК 612.1

РАСЧЁТ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ТОЛЩИНЫ

СЕЙДАЛИЕВ И.М.

Азербайджанский Государственный Экономический Университет

Для электромеханических преобразователей толщины с распределёнными подвижными обмотками и левитационными экранами получены аналитические выражения эпюр магнитных потоков и напряжений. С этой целью использованы и решены дифференциальные уравнения магнитных цепей. Решения даны в общем виде и для частных случаев.

1. Введение

Основным узлом электромеханического преобразователя толщины (ЭМПТ) является Ш-образная магнитная система с обмоткой возбуждения W_1 и измерительной обмоткой W_2 (рис.1).

Рис.1. Физические модели магнитных систем электромеханических преобразователей перемещений для измерения толщины изоляции оправ.
а- с подвижной измерительной обмоткой,
б- с левитационной короткозамкнутой обмоткой (или экраном).

Магнитный поток Φ , создаваемый обмоткой возбуждения распределён вдоль магнитопровода и частично сцепляется с измерительной обмоткой и проходит через

стальную оправу. Витки обмотки равномерно распределены по их высотам. С увеличением толщины изоляции оправы измерительная обмотка перемещается вверх и приближается к неподвижной обмотке возбуждения. Таким образом, магнитная система ЭМПТ содержит два типа распределённых параметров: электрические, т.е. магнитодвижущие силы (м.д.с.) обмоток и магнитные проводимости.

Расчёт напряжения измерительной обмотки должен быть произведён с учётом этих особенностей, что является достаточно непростой задачей. В известных работах [1,2,3], посвящённые расчёту характеристик измерительных преобразователей, эти особенности одновременно не учитываются. Кроме этого, в этих работах расчёт индуктивностей и электрических сопротивлений обмоток производится без учёта распределённого характера магнитных потоков и витков обмоток.

В настоящей работе законы распределения магнитных потоков и напряжений определены с учётом магнитных сопротивлений стальных участков в обобщённом виде, причём на основе единой физической модели ЭМПТ. При определении законов распределения магнитных потоков и напряжений хорошо зарекомендовало себя использование дифференциальных уравнений магнитной цепи [1,2,3]. Здесь эти уравнения использованы в качестве математической модели.

2.Обобщённые физические модели магнитной системы ЭМПТ

Поскольку в качестве подвижной части ЭМПТ могут быть использованы короткозамкнутая обмотка, измерительная обмотка и левитационный экран, которые располагаются на среднем стержне удлинённого Ш-образного магнитопровода, то в качестве используемого объекта могут быть использованы единые физические модели, которые имеют одинаковые конструктивные элементы (рис.1): трехстержневой магнитопровод 1 с длиной стержней l_c , толщиной пакета стали b , шириной центрального стержня a с расстоянием между стержнями c , обмотка возбуждения 2 с числом витков W_1 и высотой h_1 (рис.1,а) или левитационный экран 3 с высотой h_2 и числом витков $W_2=1$ (рис.1,б).

Наличие распределённых обмоток, удалённых друг от друга на конечное расстояние y , приводит к возникновению значительных потоков рассеяния в магнитной системе и созданию переменной нелинейной электромагнитной связи между обмотками. Такая магнитная цепь представляет собой цепь с распределёнными параметрами магнитных сопротивлений стали Z_μ , проводимости воздушного промежутка между стержнями λ и намагничивающей силы f обмотки возбуждения, приходящихся на единицу длины магнитопровода и обмотки. Здесь принимаем, что магнитное сопротивление стержней магнитопровода равномерно распределено вдоль его длины, проводимость воздушного промежутка между стержнями магнитопровода постоянна и так же равномерно распределена, а обмотки намотаны равномерно витков к витку. Таким образом, имеет место условие: $Z_\mu = \text{const}$, $\lambda = \text{const}$ и $f = \text{const}$.

Как следует из описаний единых физических моделей магнитных систем ЭМПТ, их подвижные элементы и обмотки возбуждения содержат распределённые витки. Подвижные элементы в процессе работы могут находиться в начале, середине и конце магнитопровода. Таким образом, при расчёте токораспределения необходимо принять обобщённый случай, т.е. когда распределённая обмотка возбуждения длиной h расположена на произвольном участке магнитной цепи. Исходя из этого, в качестве расчётной модели магнитной системы ЭМПТ принимаем однообмоточную систему с распределённой и подвижной обмоткой (рис.2). Расчёт и анализ токораспределений проведём, исходя из допущений, что рабочему диапазону изменения магнитного потока

Рис.2. Схема распределения и эпюра потоков при произвольно-расположенной распределённой обмотки возбуждения (а) и схема замещения магнитной цепи в месте расположения обмотки возбуждения (б).

$\dot{\Phi}_y$ и магнитного напряжения \dot{F}_y соответствует линейная зависимость между магнитной индукцией и напряжённостью на любом участке магнитной цепи. Здесь $\dot{\Phi}_y$ магнитный поток в сечении центрального стержня магнитопровода, а \dot{F}_y – магнитное напряжение между центральным и боковым стержням магнитопровода.

На рис.2, б показана расчётная схема замещения участка dy магнитной цепи в месте расположения обмотки. На основании закона Ома и первого закона Кирхгофа для точки включения ответвления после сокращения на dy дифференциальные уравнения магнитных потоков и напряжений в установившемся режиме записывается как

$$\frac{d \dot{\Phi}_y}{dy} = - \dot{F}_y \lambda, \quad (1)$$

$$\frac{d \dot{F}_y}{dy} = \dot{f} - 2 \dot{Z}_\mu \dot{\Phi}_y.$$

Здесь удельное сопротивление $2 \dot{Z}_\mu$ учитывает магнитное сопротивление стали стержней магнитопровода, $\dot{f} = \dot{I}W/h$ – удельная магнитодвижущая сила обмотки.

3.Определение законов распределение магнитных потоков и напряжений в общем виде

После несложных преобразований (1) уравнение, описывающее закон изменения магнитного потока, будет записываться как

$$\frac{d^2 \dot{\Phi}_y}{dy^2} - 2 \dot{Z}_\mu \lambda \dot{\Phi}_y = \begin{cases} 0, & 0 \leq y \leq \Delta \\ \dot{f} \lambda, & \Delta \leq y \leq \Delta + h \\ 0, & \Delta + h \leq y \leq l_c \end{cases} \quad (2)$$

Уравнение (2) является неоднородным линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами и определяет закон изменения $\dot{\Phi}_y$ вдоль всей длины стержней магнитопровода. Для случая, описываемого в этой работе, с целью упрощения расчётов и анализа частных случаев поместим начало координат только в точку О, как это показано на рис.2. Тогда решение дифференциального уравнения для трёх областей магнитной линии рисунка 2 запишется в виде:

I. $0 \leq y \leq \Delta$

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{y1} &= \dot{A}_1 \exp(\dot{\gamma} y) + \dot{B}_1 \exp(-\dot{\gamma} y), \\ \dot{F}_{y1} &= -\frac{\dot{\gamma}}{\lambda} \left[\dot{A}_1 \exp(\dot{\gamma} y) - \dot{B}_1 \exp(-\dot{\gamma} y) \right]; \end{aligned} \quad (3)$$

II. $\Delta \leq y \leq \Delta + h$

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_{y_2} &= \frac{f}{2\dot{Z}_\mu} + A_2 \exp(\dot{\gamma} y) + B_2 \exp(-\dot{\gamma} y), \\ \dot{F}_{y_2} &= -\frac{\dot{\gamma}}{\lambda} \left[A_2 \exp(\dot{\gamma} y) - B_2 \exp(-\dot{\gamma} y) \right];\end{aligned}\tag{4}$$

III. $\Delta + h \leq y \leq l_c$

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_{y_3} &= A_3 \exp(\dot{\gamma} y) + B_3 \exp(-\dot{\gamma} y), \\ \dot{F}_{y_3} &= -\frac{\dot{\gamma}}{\lambda} \left[A_3 \exp(\dot{\gamma} y) - B_3 \exp(-\dot{\gamma} y) \right].\end{aligned}\tag{5}$$

Здесь $\dot{\gamma} = \sqrt{2\dot{Z}_\mu \lambda}$ - коэффициент распространения магнитных сопротивлений и проводимостей. Граничные условия для определения постоянных коэффициентов $A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$, определим из условия непрерывности магнитных потоков и напряжений:

$$\left. \begin{aligned}\dot{F}_{y_1=0} &= -\dot{\Phi}_{y_1=0} \dot{Z}_0 \\ \dot{F}_{y_1=\Delta} &= \dot{F}_{y_2=\Delta}, \dot{\Phi}_{y_1=\Delta} = \dot{\Phi}_{y_2=\Delta} \\ \dot{F}_{y_2=\Delta+h} &= \dot{F}_{y_3=\Delta+h}, \dot{\Phi}_{y_2=\Delta+h} = \dot{\Phi}_{y_3=\Delta+h} \\ \dot{F}_{y_3=l_c} &= \dot{\Phi}_{y_3=l_c} \cdot \dot{Z}_T\end{aligned}\right\}\tag{6}$$

где \dot{Z}_0 - магнитное сопротивление основания магнитопровода, \dot{Z}_T - магнитное сопротивление верхней части магнитопровода, которое в общем случае складывается из магнитных сопротивлений ярма и воздушного зазора между ярмом и торцевыми поверхностями стержней магнитопровода.

Решая совместно уравнения (3)-(6) и проводя несложные преобразования, находим постоянные коэффициенты $A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$. Далее, учитывая их значения в (3)-(5), в общем случае определяем законы распределения магнитных потоков обмотки возбуждения для отдельных участков магнитной цепи:

$$\dot{\Phi}_{y_1} = \frac{f \cdot K_{12}}{4\dot{Z}_\mu} B_1,\tag{7}$$

$$\dot{\Phi}_{y_2} = \frac{f}{2\dot{Z}_\mu} + \frac{f \cdot K_{12}}{4\dot{Z}_\mu} B_1 + 2sh\dot{\gamma} y \cdot \left(sh\dot{\gamma} \Delta - ch\dot{\gamma} \Delta \right),\tag{8}$$

$$\Phi_{y3} = \frac{f \cdot K_{12}}{4Z_{\mu}} \cdot B_1 + 2sh\dot{\gamma} y \cdot \left[-sh\dot{\gamma} \Delta - sh\dot{\gamma}(\Delta + h) \right] - 2ch\dot{\gamma} y \left[ch\dot{\gamma} \Delta - ch\dot{\gamma}(\Delta + h) \right], \quad (9)$$

где обозначены:

$$B_1 = \exp\left(\dot{\gamma} y\right) + \frac{1}{k_0} \exp\left(-\dot{\gamma} y\right),$$

$$k_1 = \left(k_T - 1\right) \left[ch\dot{\gamma} x - ch\dot{\gamma}(l_c - \Delta) \right], \quad k_2 = \left(k_T + 1\right) \cdot \left[sh\dot{\gamma} x - sh\dot{\gamma}(l_c - \Delta) \right],$$

$$k_0 = \frac{\dot{\gamma} + Z_0 \lambda}{\dot{\gamma} - Z_0 \lambda}, \quad k_T = \frac{\dot{\gamma} - Z_T \lambda}{\dot{\gamma} + Z_T \lambda}, \quad k_{12} = \frac{k_1 - k_2}{a_1 + a_2}, \quad (10)$$

$$a_1 = \left(1 - \frac{k_T}{k_0}\right) ch\dot{\gamma} l_c, \quad a_2 = \left(1 + \frac{k_T}{k_0}\right) sh\dot{\gamma} l_c.$$

На основе полученных выражений (3)-(5) и (7)-(10) можно найти законы распределения потоков и напряжений для случаев: подвижной распределённой измерительной обмотки, подвижного левитационного экрана, неподвижной распределённой обмотки возбуждения.

4. Определение законов распределения магнитных потоков и напряжений подвижной измерительной обмотки и левитационного экрана

Левитационный сплошной экран имеет число витков $W_2 = 1$, и м.д.с. $I_2 W_2 = I_2$, а подвижная измерительная обмотка W_2 содержит достаточно большое количество витков и м.д.с. $F_2 = I_2 W_2$. Поэтому, в общем случае определим законы распределения названных параметров для подвижной измерительной обмотки.

Сравнивая обозначения рисунок 1 и 2, можно принять

$$\Delta = h_1 + y, \quad h = h_2, \quad \Delta + h = h_1 + y + h_2, \quad f_2 = f_1 = \frac{I_2 W_2}{h_2} \quad (11)$$

и на основе общих выражений (3)-(5) и (7)-(10) выводим аналитические выражения для эюр потоков $\Phi_y(l)$ и $F_y(l)$. С этой целью введём относительные величины:

$$\bar{y} = \frac{y}{l_c}, \quad \bar{h}_1 = \frac{h_1}{l_c}, \quad \bar{h}_2 = \frac{h_2}{l_c}, \quad \bar{\varepsilon} = \dot{\gamma} l_c. \quad (12)$$

Здесь $\bar{y}, \bar{h}_1, \bar{h}_2$ - относительные значения текущей координаты, высоты обмотки возбуждения и подвижной обмотки; $\bar{\varepsilon}$ - коэффициент, характеризующий потери магнитного напряжения в магнитной цепи.

Тогда

$$x = l_c \left(1 - \bar{h}_1 - \bar{y} - \bar{h}_2\right) = l_c \cdot \bar{x}, \quad \bar{x} = 1 - \bar{h}_1 - \bar{y} - \bar{h}_2 \quad (13)$$

В этом случае выражения магнитных потоков (7)-(9) с учётом (11) - (13) будут записываться как

$$\dot{\Phi}_{y1} = \frac{\dot{f}_2 \cdot \dot{K}_{12}}{4 \dot{Z}_\mu} \dot{B}_2, \quad (14)$$

$$\dot{\Phi}_{y2} = \frac{\dot{f}_2}{2 \dot{Z}_\mu} + \frac{\dot{f}_2 \cdot \dot{K}_{12}}{4 \dot{Z}_\mu} \dot{B}_2 + 2sh\varepsilon \bar{y} \cdot \left[sh\varepsilon \left(\bar{h}_1 + \bar{y} \right) - ch\varepsilon \left(\bar{h}_1 + \bar{y} \right) \right], \quad (15)$$

$$\dot{\Phi}_{y3} = \frac{\dot{f}_2 \cdot \dot{K}_{12}}{4 \dot{Z}_\mu} \cdot \dot{B}_2 + 2sh\varepsilon \bar{y} \cdot \left[sh\varepsilon \left(\bar{h}_1 + \bar{y} \right) - sh\varepsilon \left(1 - \bar{x} \right) \right] - 2ch\varepsilon \bar{y} \cdot \left[ch\varepsilon \left(\bar{h}_1 + \bar{y} \right) - ch\varepsilon \left(1 - \bar{x} \right) \right], \quad (16)$$

где обозначены:

$$\begin{aligned} \dot{B}_2 &= \exp\left(\varepsilon \bar{y}\right) + \frac{1}{k_0} \exp\left(-\varepsilon \bar{y}\right), \\ \dot{k}_1 &= \left(\dot{k}_T - 1\right) \cdot \left[ch\varepsilon \bar{x} - ch\left(\bar{x} - \bar{h}_2\right) \right], \\ \dot{k}_2 &= \left(\dot{k}_T + 1\right) \cdot \left[sh\varepsilon \bar{x} - sh\varepsilon \left(\bar{x} - \bar{h}_2\right) \right], \\ \dot{\gamma} \bar{x} &= \varepsilon \bar{x}, \quad \dot{\gamma} \left(l_c - \Delta\right) = \varepsilon \left(\bar{x} - \bar{h}_2\right). \end{aligned} \quad (17)$$

Выражения (14)-(16) позволяют определить значения магнитных потоков и напряжений, которые создаёт подвижная распределённая измерительная обмотка или левитационный экран.

5. Определение законов распределения магнитных потоков и напряжений распределённой неподвижной обмотки возбуждения

Аналогичным путём, т.е. сравнивая обозначения рисунков 1 и 2 для неподвижной распределённой обмотки при условии

$$h = h_1, \Delta = 0, \dot{f} = \dot{f}_1 = \frac{\dot{I}_1 W_1}{h_1}, \quad (18)$$

несложно определить законы распределения магнитных потоков и напряжений. Учитывая, что при $\Delta = 0$ система (3) не принимается во внимание, а граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{F}_{y2=0} &= -\dot{\Phi}_{y2=0} \cdot \dot{Z}_0; \quad \dot{F}_{y2=h1} = \dot{F}_{y3=h1}; \quad \dot{\Phi}_{y2=h1} = \dot{\Phi}_{y3=h1}; \\ \dot{F}_{y3=l_c} &= \dot{\Phi}_{y3=l_c} \cdot \dot{Z}_{0T}, \end{aligned} \quad (19)$$

то не трудно определить постоянные коэффициенты решения дифференциального уравнения. Подставляя значение этих коэффициентов в выражения (4) и (5), можно

определить распределения магнитных потоков и напряжений, создаваемых обмоткой возбуждения:

$$\dot{\Phi}_{y2} = \frac{\dot{f}_1}{\dot{Z}_\mu} + \frac{\dot{f}_1 \dot{B}_3}{4\dot{Z}_\mu} \left(\dot{k}_{12}^1 - 1 \right), \quad (20)$$

$$\dot{\Phi}_{y3} = \frac{\dot{f}_1 \dot{B}_3}{4\dot{Z}_\mu} \left(\dot{k}_{12}^1 + ch \dot{\varepsilon} - 1 \right) - \frac{\dot{f}_1 \dot{B}_3}{4\dot{Z}_\mu} \cdot sh \dot{\varepsilon}, \quad (21)$$

где обозначены:

$$\dot{B}_3 = \exp\left(\dot{\varepsilon} \bar{y}\right) + \frac{1}{\dot{k}_0} \exp\left(-\dot{\varepsilon} \bar{y}\right), \quad \dot{B}_3^1 = \exp\left(\dot{\varepsilon} \bar{y}\right) - \frac{1}{\dot{k}_0} \exp\left(-\dot{\varepsilon} \bar{y}\right),$$

$$\dot{k}_1^1 = \left(\dot{k}_T - 1 \right) \left[ch \dot{\varepsilon} \left(1 - \bar{h}_1 \right) - ch \dot{\varepsilon} \right], \quad \dot{k}_2^1 = \left(\dot{k}_T - 1 \right) \left[sh \dot{\varepsilon} \left(1 - \bar{h}_1 \right) - sh \dot{\varepsilon} \right], \quad (22)$$

$$\dot{a}_1^1 = \left(1 - \frac{\dot{k}_T}{\dot{k}_0} \right) ch \dot{\varepsilon}, \quad \dot{a}_2^1 = \left(1 + \frac{\dot{k}_T}{\dot{k}_0} \right) sh \dot{\varepsilon}, \quad \dot{k}_{12}^1 = \frac{\dot{k}_1^1 - \dot{k}_2^1}{\dot{a}_1^1 + \dot{a}_2^1}.$$

Компьютерные исследования выражений магнитных потоков и их анализ показали, что погрешности расчёта потоков составляют (7-12)% по сравнению с экспериментальными данными для эпюр $\Phi_y(l)$. Наибольшая погрешность (10-12)% соответствует участку II, где расположена подвижная измерительная обмотка или левитационный экран.

Найденные решения уравнения (2) и полученные значения коэффициентов позволяют рассчитать магнитные потоки и на их основании определить индуктивности обмоток.

6. Выводы

1. На основе разработанных единых физических моделей магнитных систем ЭМПТ в обобщённом виде определены законы распределения магнитных потоков и напряжений распределённой обмотки, которые в дальнейшем позволили получать аналитические выражения эпюр потоков и напряжений для ЭМПТ с подвижной измерительной обмоткой и левитационным экраном.
2. Полученные аналитические выражения позволяют установить функциональные зависимости индуктивности и электрических сопротивлений распределённых обмоток от толщины изоляции контролируемой стальной оправы.
3. На основе проведённых серий экспериментальных исследований эпюр потоков и математической оценки результатов измерений выявлены погрешности расчёта аналитических выражений потоков, которые составляют (7-12) %.

-
1. *Абдуллаев Я.Р.* Теория магнитных систем с электромагнитными экранами. М.: Наука, 2002, -288с.
 2. *Буль Б.К.* Основы теории и расчёта магнитных цепей. М.: Энергия, 1964, -464 с.
 3. *Зарипов М.Ф.* Преобразователи с распределёнными параметрами. М.: Энергия, 1969, -176 с.

ELEKTROMAQNİT QALINLIQ ÇEVİRİCİSİNİN MAQNİT DÖVRƏSİNİN HESABLANMASI

SEYDƏLİYEV İ.M.

Hərəkətli paylanmış dolaqlı və levitasion ekranlı elektromaqnit qalınlıq çeviriciləri üçün maqnit seli və gərginliyi epyurunun analitik ifadələri hesablanmışdır. Bu məqsədlə maqnit dövrələrinin differensial tənliklərindən istifadə edilmişdir. Hesablamalar həm ümumi şəkildə, həm də xüsusi hallar üçün verilir.

THE CALCULATION OF MAGNET CIRCUIT OF ELECTROMECHANICAL THICKNESS CONVERTER

SEIDALIYEV I.M.

The analytic expression of expiration of magnetic stream and strain has been obtained for electromechanical thickness converter with the distributed motional winding and levitation screen. For that purpose the differential equation of magnet circuit was used and solved. The solution was given in general form and for the particular cases.