

УДК 620.98

МОЩНОСТЬ И ЭНЕРГИЯ ИСКАЖЕНИЯ В ОДНОФАЗНЫХ ЦЕПЯХ С ЛИНЕЙНОЙ НАГРУЗКОЙ

ФАРХАДЗАДЕ Э.М., ГУЛИЕВ Г.Б.

АзНИИ Энергетики и Энергетического проектирования

Анализ несинусоидальных режимов привлекает все большее внимание специалистов в связи с известными последствиями воздействия высших гармоник. Одним из основных показателей, определяющих степень такого воздействия, является мощность (энергия) искажения. В работе приводятся результаты, позволяющие рассчитать мощность и энергию искажения в симметричной цепи с линейной нагрузкой.

Проблема оценки мощности и энергии искажения в электрических цепях электростанций, электрических сетей и систем электроснабжения привлекает все большее внимание, поскольку современные технологии становятся все более чувствительными к несинусоидальным режимам.

Ниже приводятся некоторые результаты исследований, позволяющие рассчитать мощность и энергию одноименных высших гармоник (ОВГ) напряжения и тока генераторов электростанций.

Пусть напряжение на выводах линейной нагрузки

$$u(t) = \sum_{n=1}^{n_m} U_{n,m} \sin(n\omega t + \psi_n^u), \quad (1)$$

а в цепи протекает ток

$$i(t) = \sum_{n=1}^{n_m} I_{n,m} \sin(n\omega t + \psi_n^i) \quad (2)$$

где n_m - максимальный номер гармоник. Согласно ГОСТ 13109-97 величина $n_m=40$ [1].

Мгновенное значение мощности при $u(t)=u_n(t)$ и $i(t)=i_n(t)$ с $n \neq 1$ равно

$$S_n(t) = U_n(t) \cdot i_n(t) = P_n(1 - \cos 2n\omega t) + Q_n \sin 2n\omega t = P_n - [P_n(t) - Q_n(t)] = P_n + S_{n,n}(t) \quad (3)$$

где :

$$P_n = U_n I_n \cos n\varphi_n = P_{m,n} \quad (4)$$

$$Q_n = U_n I_n \sin n\varphi_n = Q_{m,n} \quad (5)$$

$$\varphi_n = (\psi_n^i - \psi_n^u) n^{-1} \quad (6)$$

индекс «m» обозначает max;

ψ_n^i и ψ_n^u - углы сдвига, вычисляемые при Фурье анализе кривых $i(t)$ и $u(t)$.

$S_n(t)$ включает постоянную (P_n) и переменные $P_n(t)$ и $Q_n(t)$ составляющие. Переменные составляющие мощности $S_n(t)$ по сути есть обменная мощность (ОМ) и именно между ее полной (S_n), активной (P_n) и реактивной (Q_n) составляющими имеет место квадратичная зависимость, т.е.

$$P_{n,m}^2 + Q_{n,m}^2 = S_{n,m}^2 \quad (7)$$

Чтобы различать ОМ основной гармоники от ОМ высших гармоник, принято называть последнюю – мощностью искажения (МИ), а соответствующую ей энергию – энергией искажения (ЭИ).

Рассмотрим существующие способы расчета суммарной МИ и ЭИ при начальных условиях [(1) и (2)]. Наибольшее распространение [2] получили ниже следующие формулы для определения МИ.

$$D_{\Sigma} = \sqrt{S_{\Sigma}^2 - P_{\Sigma, \text{cp}}^2 - Q_{\Sigma}^2} \quad (8)$$

где S_{Σ} - полная (кажущаяся) мощность

$$S_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{n=1}^{n_m} U_n^2 \cdot \sum_{n=1}^{n_m} I_n^2} \quad (9)$$

$P_{\Sigma, \text{cp}}$ - среднее значение активной мощности

$$P_{\Sigma, \text{cp}} = \sum_{n=1}^{n_m} P_n \quad (9)$$

Здесь негласно предполагается, что

$$P_{\Sigma, \text{cp}} = \sum_{n=1}^{n_m} P_{n, m} \quad (10)$$

Q_{Σ} - Реактивная мощность

$$Q_{\Sigma} = \sum_{n=1}^{n_m} Q_n \quad (11)$$

Ряд авторов, например [3,4], предупреждает о недопустимости суммирования реактивных мощностей для разных гармоник, т.е. о ошибочности формулы (11). Так, в [3] отмечается: «... суммирование значений полной или реактивной мощности для разных гармоник лишено физического смысла...».

Нельзя не отметить предложение [5]: за МИ принимать величину

$$D_{\Sigma} = \sqrt{S_{\Sigma}^2 - P_1^2 - Q_1^2} \quad (12)$$

где P_1 и Q_1 - активная и реактивная мощности основной гармоники. Суммарная активная энергия за период T_1 вычисляется по формуле

$$W_{\Sigma, p} = P_{\Sigma, \text{cp}} \cdot T_1 \quad (13)$$

Формула (10) определяет сумму постоянных составляющих активной мощности (основной и ОВГ), которые положительны для каждой гармоники и вычисляются по формуле (4). Соответствующая им энергия объективно рассчитывается по формуле (13).

Поскольку в цепи переменного тока процесс изменения мощности (активной и реактивной) определяется ОМ, а в несинусоидальном режиме и МИ, немаловажное значение имеет возможность количественной оценки закономерностей изменения ОМ, амплитуды МИ, величины ЭИ.

Мгновенное значение суммарной активной $P_{\Sigma}(t)$ и реактивной $Q_{\Sigma}(t)$ составляющих ОМ

$$P_{\Sigma}(t) = \sum_{n=1}^{n_m} P_{n, m} \cos 2n\omega t = \sum_{n=1}^{n_m} P_n(t) \quad (14)$$

$$Q_{\Sigma}(t) = \sum_{n=1}^{n_m} Q_{n, m} \sin 2n\omega t = \sum_{n=1}^{n_m} Q_n(t) \quad (15)$$

Чтобы найти моменты $t_{n,m}$, при которых функции $P_n(t)$ и $Q_n(t)$ для $n = \overline{1, n_m}$ достигают своего максимального значения достаточно продифференцировать их и приравнять нулю. При определении суммарной ЭИ (W_{\bullet}) в цепи с ОВГ будем исходить из следующих положений:

1. Положительная (отрицательная) энергия синусоидально изменяющихся $P_n(t)$ и $Q_n(t)$ за период T_n с амплитудой P_n и Q_n с $n = \overline{1, n_m}$ равна:

$$W_{P_n, T_n}^{(+)} = |W_{P_n, T_n}^{(-)}| = \frac{P_n T_n}{\pi} \quad (16)$$

$$W_{Q_n, T_n}^{(+)} = |W_{Q_n, T_n}^{(-)}| = \frac{Q_n T_n}{\pi} \quad (17)$$

2. На интервале $\left[t_0; t_0 + \frac{T_1}{4} \right]$ основной гармонике T_1 для нечетных гармоник

$$W_{P_n, T_4}^{(+)} - W_{P_n, T_4}^{(-)} = \left| \frac{P_n T_1}{n\pi} \right| \quad (18)$$

при $t_0 = \frac{T_1}{8} + r \frac{T_1}{2}$ и $r=0,1,2,\dots$

$$W_{Q_n, T_4}^{(+)} - W_{Q_n, T_4}^{(-)} = \left| \frac{Q_n T_1}{n\pi} \right| \quad (19)$$

при $t_0 = r \frac{T_1}{2}$ и $r=0,1,2,\dots$

Для четных гармоник

$$W_{P_1, T_4}^{(+)} = |W_{P_1, T_4}^{(-)}| \quad (20)$$

при $t_0 = \frac{T_1}{8} + r \frac{T_1}{2}$

$$W_{Q_1, T_4}^{(+)} = |W_{Q_1, T_4}^{(-)}| \quad (21)$$

при $t_0 = r \frac{T_1}{2}$.

Графическая иллюстрация этих соотношений приведена на рис.1 а,б.

Таким образом, нечетные гармоники приводят как к изменению суммарной величины обменной энергии (ОЭ), так и к ее частичной пульсации, а четные гармоники, не изменяя величины ОЭ, вызывают лишь ее частичную пульсацию. Степень пульсации определяется значимостью гармоник тока и напряжения. В последующем изложении знак ОЭ в целях упрощения будет указываться лишь при необходимости.

3. Суммарная положительная (отрицательная) ОЭ, как результат совместного воздействия основной и ОВГ на интервале $\left[t_0; t_0 + \frac{T_1}{4} \right]$ будет равна: активная составляющая

$$W_{\Sigma, P, T_1}^{(+)} = |W_{\Sigma, P, T_1}^{(-)}| = \sum_{n=1}^{n_m} (W_{P_n, T_1}^{(+)} - W_{P_n, T_1}^{(-)}) \quad (22)$$

при $t_0 = \frac{T_1}{8} + r \frac{T_1}{2}$ и $r=0,1,2,\dots$

реактивная составляющая:

$$W_{\Sigma, Q, T_1}^{(+)} = |W_{\Sigma, Q, T_1}^{(-)}| = \sum_{n=1}^{n_m} (W_{Q_n, T_1}^{(+)} - W_{Q_n, T_1}^{(-)}) \quad (23)$$

при $t_0 = r \frac{T_1}{2}$ и $r=0,1,2,\dots$

Графическая иллюстрация (22) и (23) изображена на рис.1а,б.

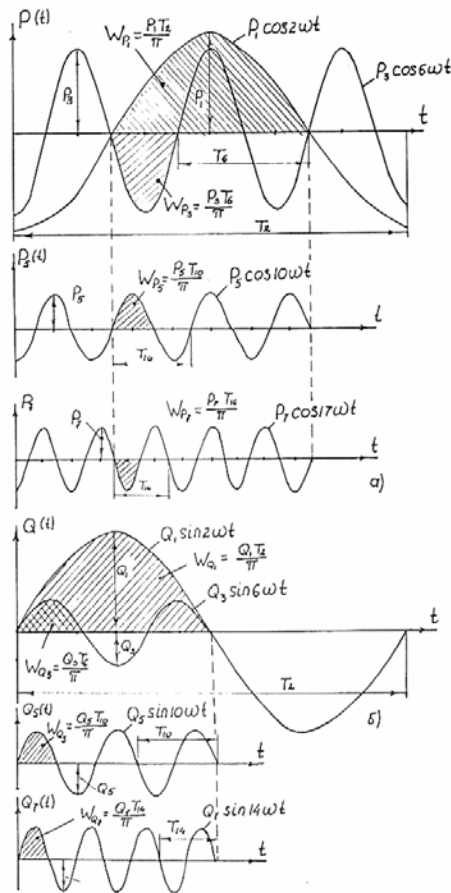


Рис.1(а,б) Закономерности изменения переменных составляющих активной (а) и реактивной (б) мощности и энергии в цепи с ВГС

Анализ закономерностей изменений $P_{\Sigma}(t)$ и $Q_{\Sigma}(t)$ позволил установить, что

1. Для нечетных гармоник максимумы всех $P_n(t)$ с $n = (2r - 1)$ и $r=1,2,3,\dots$ в моменты $t_{1,m} = r \frac{T}{4}$ с $r = 0,1,2,3,\dots$ совпадают по знаку, т.е

$$P_{\Sigma,m} = \sum_{r=1}^{0,5n_m} P_{(2r-1),m} = P_{\Sigma,cp} \quad (24)$$

Для четных гармоник

$$P_{\Sigma,m} < P_{\Sigma,cp} \quad \text{при} \quad n \leq 6 \quad (25)$$

и

$$P_{\Sigma,m} = P_{\Sigma,cp} \quad \text{при} \quad n \geq 8 \quad (26)$$

погрешностью не более 2,5 %.

Таким образом, максимальное значение активной составляющей МИ ($D_{\bullet,m,p}$) равно сумме $P_{n,m}$ с $n=2,n_m$ и совпадает по знаку с P_1 при условии, что начальные ($n=2,4,6$) четные гармоники незначимы, т.е. $P_{\bullet,cp} \nabla D_{\bullet,m,p}$ (см. замечание к формуле (10)).

2. Для нечетных гармоник максимальное значение $Q_{\bullet}(t)$ вычисляется по формуле

$$Q_{\Sigma,m} = \sum_{r=0}^{(0,25n_m-1)} Q_{(4r+1),m} - \sum_{r=1}^{(0,25n_m)} Q_{(4r-1),m} \quad (27)$$

Иначе говоря, все максимальные значения $Q_{n,m}$ совпадают по углу сдвига, но $Q_{n,m}$ гармоник, номер которых вычисляется как $(4r+1)$ с $r = 0, (0,25n_m - 1)$, противоположны по знаку с $Q_{n,m}$ гармоник, номер которых рассчитывается, как $(4r-1)$ с $r = 1, (n_m : 4)$.

Для четных гармоник

$$Q_{\Sigma,m} < \sum_{r=1}^{n_m/2} Q_{2r,m} \quad \text{при} \quad n \leq 6 \quad (28)$$

$$\text{и} \quad Q_{\Sigma,m} = \sum_{r=1}^{n_m/2} Q_{2r,m} \quad \text{при} \quad n \geq 8 \quad (29)$$

с погрешностью, не более 2,5 %.

Таким образом, максимальное значение реактивной составляющей МИ ($D_{\bullet,m,Q}$) равно сумме $Q_{n,m}$ лишь для четных гармоник с $n \geq 8$ (см. формулу 11). Для нечетных гармоник и начальных четных гармоник это равенство неприемлемо и приводит к существенному увеличению $D_{\bullet,m,Q}$.

3. Мгновенное значение полной мощности в цепи с ОГ может быть вычислено по формуле

$$S_{\Sigma}(t) = \sum_{n=1}^{n_m} P_n + \sum_{n=1}^{n_m} S_{n,n}(t) \quad (30)$$

Расчет S_{\bullet} по формуле (8) приводит к завышенным значениям полной мощности. В этом нетрудно убедиться, если представить подкоренное выражение произведением суммы квадратов напряжения и тока гармоник. Наряду с реальной полной мощностью ОГ, в формуле (математической модели) присутствуют произведения разноименных гармоник. Некоторые из них лишены физического смысла. Чтобы уточнить этот факт, рассмотрим цепь с ОБГ, порядковые номера, которых в целях упрощения равны $n=1;5$.

$$S_{\Sigma} = \sqrt{U_1^2 I_1^2 + U_1^2 I_5^2 + U_5^2 I_1^2 + U_5^2 I_5^2} \quad (30a)$$

Второе и третье слагаемые подкоренного выражения в формуле (30a) отсутствуют, к тому же третье слагаемое (пятая гармоника приложенного напряжения не может вызвать первую гармонику тока) лишена смысла. S_{\bullet} может быть вычислена лишь по следующей формуле

$$S_{\Sigma} = \sum_{n=1}^{n_m} U_n I_n = \sum_{n=1}^{n_m} S_n$$

которая полностью соответствует (30). Заметим также, что в формуле (12) в МИ включена постоянная величина $\sum_{n=2}^{n_m} P_n$, которая не является ОМ.

Имея ввиду, что последнее слагаемое в формуле (30) есть мгновенное значение ОМ, имеем

$$D_{\Sigma,s}(t) = S_{\Sigma}(t) - S_{1,1}(t) - \sum_{n=1}^{n_m} P_n = \sum_{n=2}^{n_m} P_n(t) + \sum_{n=2}^{n_m} Q_n(t) = D_{\Sigma,p}(t) + D_{\Sigma,q}(t) \quad (31)$$

Мгновенное значение полной ОМ

$$G_{\Sigma,s} = \sum_{n=1}^{n_m} P_n(t) + \sum_{n=2}^{n_m} Q_n(t) = G_{\Sigma,p}(t) + G_{\Sigma,q}(t) \quad (32)$$

ЭИ на интервале основной гармоники

$$W_{\Sigma,D_s} = 2 \int_0^{T_1/4} W_{\Sigma,s}(t) dt \quad (33)$$

а полная ОЭ

$$W_{\Sigma, T_s} = 2 \int_0^{T/4} G_{\Sigma, S}(t) dt \quad (34)$$

Формулы (31-34) физически обоснованы и находятся в основе разработанного алгоритма численной оценки МИ и ЭИ в цепи с ОБГ по данным измерения мгновенных значений несинусоидальных кривых $u(t)$ и $i(t)$. Последовательность расчета МИ и ЭИ включает следующие блоки:

1. Ввод $2(n_m+1)$ дискретных значений кривых $u(t)$ и $i(t)$.
2. По формулам Фурье рассчитываются амплитуды ($U_{n,m}$ и $I_{n,m}$) и углы сдвига (ψ_n^U и ψ_n^I) гармоник для $n=1, n_m$.
3. Вычисляются коэффициенты: искажения синусоидальности K_U , n -ной гармонической составляющей по напряжению ($K_{U(n)}$) и току ($K_{I(n)}$) с $n=1, n_m$.
4. Выделяются гармоники напряжения, превышающие нормативное значение.
5. По формулам (14) и (15) и условию $S_{n,n}(t) = P_n(t) + Q_n(t)$ вычисляются мгновенные значения $S_{n,n}(t_j)$, $P_n(t_j)$ и $Q_n(t_j)$ с $j=1, M$, где $M = dn_{m,n}$, d -число сечений, при которых площадь синусоиды, вычисленной методом трапеций на интервале $T/4$ практически не отличается от действительной величины ($d=5$); $n_{m,n}$ - наибольший номер гармоник, превышающих нормативное значений.
6. Вычисляются абсолютные и относительные значения полной ($W_{D,S}$), активной ($W_{D,P}$) и реактивной ($W_{D,Q}$) составляющих ЭИ заданного спектра высших гармонических составляющих (ВГС) по формулам

$$\delta W_{D,S} = \frac{W_{D,S}}{W_{1,S}} = \frac{25\pi \sum_{j=1}^{M-1} [|D_{\Sigma,S}(t_j)| + |D_{\Sigma,S}(t_{j+1})|]}{MS_1} \quad (35)$$

$$\delta W_{D,P} = \frac{W_{D,P}}{W_{1,P}} = \frac{25\pi \sum_{j=1}^{M-1} [|D_{\Sigma,P}(t_j)| + |D_{\Sigma,P}(t_{j+1})|]}{MP_1} \quad (36)$$

$$\delta W_{D,Q} = \frac{W_{D,Q}}{W_{1,Q}} = \frac{25\pi \sum_{j=1}^{M-1} [|D_{\Sigma,Q}(t_j)| + |D_{\Sigma,Q}(t_{j+1})|]}{MQ_1} \quad (37)$$

7. Вычисляется полная ($W_{\bullet,S}$), активная ($W_{\bullet,P}$) и реактивная ($W_{\bullet,Q}$) составляющая ОЭ в цепи по формулам

$$W_{\Sigma,S} = 5 \cdot 10^{-3} M^{-1} \sum_{j=1}^{M-1} [|G_{\Sigma,S}(t_j)| + |G_{\Sigma,S}(t_{j+1})|] \quad (38)$$

$$W_{\Sigma,P} = 5 \cdot 10^{-3} M^{-1} \sum_{j=1}^{M-1} [|G_{\Sigma,P}(t_j)| + |G_{\Sigma,P}(t_{j+1})|] \quad (39)$$

$$W_{\Sigma,Q} = 5 \cdot 10^{-3} M^{-1} \sum_{j=1}^{M-1} [|G_{\Sigma,Q}(t_j)| + |G_{\Sigma,Q}(t_{j+1})|] \quad (40)$$

В частности, показано, что

$$W_{D,S} \ll W_{D,S}^* = \sum_{n=2}^{n_m} W_{n,S} = \frac{T_1}{\pi} \sum_{n=2}^{n_m} S_n \quad (41)$$

$$W_{D,P} \ll W_{D,P}^* = \sum_{n=2}^{n_m} W_{n,P} = \frac{T_1}{\pi} \sum_{n=2}^{n_m} P_n \quad (42)$$

$$W_{D,Q} \ll W_{D,Q}^* = \sum_{n=2}^{n_m} W_{n,Q} = \frac{T_1}{\pi} \sum_{n=2}^{n_m} Q_n \quad (43)$$

Результаты проведенных расчетов, подтверждая закономерности изменения МИ и ЭИ, позволили получить количественные показатели при различных спектрах ВГС.

ВЫВОДЫ

1. Максимальное значение активной составляющей МИ ОБГ $W_{\Sigma,P,m} \leq \sum_{n=2}^{n_m} P_{n,m} = P_{\Sigma,CP}$ (см. формулу (10));
2. Максимальное значение реактивной составляющей МИ ОБГ равно сумме максимумов реактивной мощности гармоник лишь для четных гармоник с $n \neq 8$. Во всех остальных случаях применение формулы (11) может привести (при определенном спектре ВГС) к существенному увеличению расчетного значения $D_{\bullet,Q,m}$, т.е. $W_{\Sigma,Q,m} \ll \sum_{n=2}^{n_m} Q_{n,m}$. К уменьшению $D_{\bullet,Q,m}$ ведут ОБГ с порядковыми номерами $(4r-1)$, где $r=1,2,3 \dots$
3. П.1 и 2 свидетельствуют о том, что $D_{\Sigma,S,m}^2 \neq D_{\Sigma,P,m}^2 + D_{\Sigma,Q,m}^2$.
4. Применение формулы (8) для оценки МИ в цепи с несинусоидальными $u(t)$ и $i(t)$ даже при правильно рассчитанных $P_{\bullet,CP}$ и Q_{\bullet} приводит к завышенным значениям МИ.
5. ЭИ ведет как к изменению (увеличению или уменьшению) величины суммарной ОЭ, так и к искажению синусоидального характера изменения ОМ основной гармоники. Разработан алгоритм расчета суммарной ЭИ и ОЭ в цепи с ОБГ.
6. В соотношениях (41-43) находит свое отражение эффект взаимной компенсации токов высших гармоник, а искусственное (например, с помощью фильтров) снижение значимости одной из гармоник может привести к росту значимости других гармоник.

-
1. ГОСТ 13109-97. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения.
 2. Основы электротехники. Под ред. Круга К.А. М., Госэнергоиздат, 1952, 432 с.
 3. Мельников Н.А. Реактивная мощность в электрических сетях. М., Энергия, 1975, 112 с.
 4. Теоретические основы электротехники. Под ред. Ионкина П.А. М., Высшая школа, 1965, 734 с.
 5. Супронович Г. Улучшение коэффициента мощности преобразовательных установок. М., Энергоатомиздат, 1985, 136 с.

XƏTTİ YÜKLÜ BİRFAZLI DÖVRƏLƏRDƏ TƏHRİF GÜCÜ VƏ ENERJİSİ

FƏRHADZADƏ E.M., QULİYEV H.B.

Yüksək harmonikaların məlum təsiri nəticələri ilə əlaqədar qeyri-sinusoidal rejimlərin analizi getdikcə daha çox diqqəti cəlb edir. Belə təsirin əsas göstəricilərindən biri təhrif gücüdür (enerjisi). İşdə xətti yüklü simmetrik dövrlərdə təhrif gücü və enerjisini hesablamağa imkan verən nəticələr verilir.

CAPACITY AND ENERGY OF DISTORTION IN SINGLE-PHASE CIRCUITS WITH LINEAR LOADING

FARXADZADE E.M., GULIYEV G.B.

The analysis of sine not wave modes involves the increasing attention of the experts in connection with known consequences of influence of maximum harmonics. One of the basic parameters determining a degree of such influence is the capacity (energy) of distortion. In work the results allowing to calculate capacity and energy of distortion in a symmetric circuit with linear loading are resulted.

