УДК 621.391

ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫХОДНЫХ СИГНАЛОВ В БАЗИСАХ ВЕЙВЛЕТОВ

МЕХТИЕВ А.Ш., МАМЕДОВ Е.Ф.

Азербайджанский Технический Университет

В работе определены характеристики выходных сигналов линейных непрерывных систем управления при детерминированных и случайных воздействиях в базисах вейвлетов.

Спектральными характеристиками комплексной функции x по нестационарному интервальному ортонормированному вейвлет-базису $\{g_{h,m}\}$ назовем функцию $X_m(h)$, ординатами которой, при фиксированном масштабирующем параметре m, являются коэффициенты Фурье функции x по базису:

$$\underset{g}{S_m}[x] = \underset{g}{X_m}(h,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_m^*(h,t,\theta)x(\theta)d\theta . \tag{1}$$

Это формула прямого интервального вейвлет-преобразования на n-ом уровне разрешения.

Спектральные характеристики удобно представлять матрицей-столбцом

$$X = X(t) = [\ldots, X_{-1}(t), X_0(t), X_1(t), \ldots]^T, \tag{2}$$

ординатами которого являются матрицы-столбцы

$$X_m = X_m(t) = [X_m(0,t), X_m(1,t), X_m(2,t), \ldots, X_m(h,t), \ldots]^T .$$

Характеристику $X_m(t)$ назовем интервальной спектральной характеристикой n-го уровня разрешения.

Тогда базисную систему на n-ом уровне разрешения можно представить матрицей-строкой

$$G(\tau) = G(\tau,t) = [\ldots, G_{-1}(\tau,t), G_0(\tau,t), G_1(\tau,t), \ldots], \tag{3}$$

ординатами которой являются матрицы-строки

$$G_m(\tau) = G_m(\tau,t) = [g_{0,m}(\tau,t), g_{1,m}(\tau,t), g_{2,m}(\tau,t), \ldots, g_{h,m}(\tau,t), \ldots], \tag{4}$$

т.е. интервальные базисные системы n-го уровня разрешения.

Эта характеристика представляется бесконечной квадратной клеточной матрицей,

$$X = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdot^{\cdot^{\cdot}} \\ \cdots & X_{-1,-1} & X_{-1,0} & X_{-1,1} & \cdots \\ \cdots & X_{0,-1} & X_{0,0} & X_{0,1} & \cdots \\ \cdots & X_{1,-1} & X_{1,0} & X_{1,1} & \cdots \\ \cdot^{\cdot^{\cdot}} & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \tag{5}$$

каждая клетка которой есть бесконечная квадратная матрица

$$X_{n,m} = \begin{bmatrix} X_{n,m}(0,0) & X_{n,m}(0,1) & \cdots & X_{n,m}(0,i) & \cdots \\ X_{n,m}(1,0) & X_{n,m}(1,1) & \cdots & X_{n,m}(1,i) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ X_{n,m}(h,0) & X_{n,m}(h,1) & \cdots & X_{n,m}(h,i) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \tag{6}$$

ординатами которой являются коэффициенты Фурье функции $x(\theta,\tau)$ в интервальном вейвлет-базисе $\{q_n(h)p_m^*(i)\}$.

Формула обращения для характеристики будет иметь вид

$$S^{-1}[\underset{qp^*}{X}] = x(\theta,\tau) = Q(\theta)\cdot \underset{qp^*}{X}\cdot P^T(\tau). \tag{7}$$

Теперь определим спектральные плотности, которые служат для описания в спектральной области случайного в общем случае нестационарного сигнала и являются аналогами моментных характеристик.

Первой спектральной плотностью ${}^1S_x^n(i)$ случайного в общем случае нестационарного сигнала x назовем математическое ожидание m_x:

$${}^1\underset{g}{S_x^n}(i) = \underset{g}{S_n}[m_x]. \tag{8}$$

Второй спектральной плотностью или просто $S_x^{n,k}(h,i)$ случайного в общем случае нестационарного сигнала x назовем его корреляционную функцию R_{xx}:

$$\underset{pp^*}{S_x^{m,k}}(h,i) = \underset{pp^*}{S_{m,k}}[R_{xx}]. \tag{9}$$

Под корреляционной функцией здесь можно понимать как центрированную моментную функцию случайного сигнала, так и начальную моментную функцию случайного сигнала. Далее везде изложение будет вестись применительно к корреляционной функции R_{xx} центрированного случайного сигнала $x_{сл} = x - m_x$.

Нестационарной взаимной спектральной плотностью $S_{xg}^{n,k}(h,i)$ случайных сигналов *x, g* назовем спектральные характеристики взаимной корреляционной функции этих сигналов R_{xg}:

$$\underset{qp^*}{S_x^{n,k}}(h,i) = \underset{pp^*}{S_{n,k}}[R_{xx}]. \tag{10}$$

Обратный переход от спектральной плотности (8)-(10) к исходным характеристикам случайного сигнала m_x, R_{xx}, R_{xg} осуществляются по формуле обращения (7):

$$m_x = S^{-1}[{}^1\underset{g}{S_x}];\quad R_{xx} = S^{-1}[\underset{pp^*}{S_x}];\quad R_{xg} = S^{-1}[\underset{qp^*}{S_{xg}}]. \tag{11}$$

Выведем основные спектральные алгоритмы количественного анализа линейных одномерных непрерывных систем управления при детерминированных и случайных воздействиях [4]. Для этого установим связи вход-выход. Затем определим связи между звеньями и их соединениями. В заключение укажем на общий порядок расчета непрерывных систем при детерминированных и случайных воздействиях.

Спектральные связи вход-выход при детерминированных и случайных воздействиях.

Получение этих связей базируется на известной связи вход-выход во временной области

$$x(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} k(\theta, \tau) g(\tau) d\tau \,, \tag{12}$$

где $k(\theta, \tau)$ - импульсная переходная функция непрерывной системы, определенная на R. Преобразуем интеграл из (12) и от полученного результата вычислим спектральные характеристики по формуле (1). Тогда получим:

$$X_n(h) = \sum_m \sum_i W_{n,m}(h,i) G_m(i) \,, \tag{13}$$

где

$$W_{n,m}(h,i) = \underset{p_n(h,\theta)}{S} \left[\underset{p_m(i,\tau)}{S} \left[k(\theta, \tau) \right] \right],$$

$G_m(i)$ и $X_n(h)$ - спектральные характеристики соответственно входного сигнала $g(\tau)$ и выходного $x(\tau)$.

Связь вход-выход (13) с использованием матричного представления характеристик (2), (3), (5), (6) удобно представить в виде

$$X_n = \sum_m W_{n,m} G_m$$

или в обобщенной символической матричной форме

$$X = W \cdot G \,. \tag{14}$$

Спектральные связи вход-выход при случайных воздействиях найдем следующим образом. Усредняя по множеству реализаций правую и левую части выражения (14) и учитывая свойство первой спектральной плотности, описываемое формулой

$$^1S_x = M[X],$$

где M – символ операции вычисления математического ожидания, получим алгоритм, устанавливающий связь между первой спектральной характеристикой входного и выходного сигнала:

$$^1S_x = W \cdot {}^1S_g \,. \tag{15}$$

Далее, находим:

$$X_{сл} = W \cdot G_{сл} \,.$$

Используя последнюю формулу, запишем:

$$X_{сл} \cdot X_{ck}^T = W \cdot G_{сл} \cdot X_{сл}^T \cdot W^T \,.$$

Усредняя по множеству реализаций правую и левую части полученного выражения и учитывая свойство спектральной характеристики, описываемое формулой $S_x = M\left[X_{сл} \cdot X_{сл}^T\right]$, получаем алгоритм, устанавливающий связь входного и выходного случайных сигналов через линейные непрерывные системы управления при детерминированных и случайных воздействиях системы:

$$S_x = W \cdot S_g \cdot W^T \ . \tag{16}$$

Аналогично, можно показать, что W и S_g позволяют найти взаимную спектральную характеристику входного и выходного случайных сигналов искомой системы по формуле

$$S_{xg} = W \cdot S_g \ . \tag{17}$$

Найденные связи (13), (15)-(17) решают задачу определения характеристик выходных сигналов линейных непрерывных систем управления при детерминированных и случайных воздействиях.

---

1. *Чуи К.* Введение в вэйвлеты: Пер. с англ. М.: Мир. 2001. 412 с.
2. *Mallat S.* Multiresolution approximation and wavelets. Trans. Amer. Math. Soc., 1989. pp. 69-88.
3. *Meyer Y.* Ondelettes sur l'intervalle. Rev. Math. Iberoamer., 1992.pp. 115-133.
4. *Е.Ф.Мамедов.* Wavelet-преобразование в интегральных локальных сетях. НПК «Современные информационные и электронные технологии». Одесса, 17—21 мая 2004.

VEYVLET BAZİSİNDƏ ÇIXIŞ SİQNALLARININ XARAKTERİSTİKALARININ TƏYİNİ

MEHDİYEV A.Ş., MƏMMƏDOV E.F.

Məqalədə Veyvlet bazisi əsasında determinə olunmuş və təsadüfi sistemlərdə çıxış siqnallarının xarakteristikalarını təyin edən spektral alqoritmlərə baxılmışdır.

THE DEFINITION OF CHARACTERISTICS OF TARGET SIGNALS IN WAVELETS BASES

MEKHTIYEV A.Sh., MAMEDOV E.F.

In the present article characteristics of the spectral device of the description of signals and systems are entered and algorithms of the description in bases Wavelets, taking place under influence both determined, and casual signals are deduced.