УДК.62.50

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЕ КОЛОННЫ БУРИЛЬНЫХ ТРУБ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

АЛИЕВ И.Я.

Азербайджанский Технический Университет

Представлен численный метод расчета переходных процессов в неоднородной системе колонны бурильных труб с распределенными параметрами. Получены алгоритмы, удобные для реализации их на компьютере.

В процессе роторного бурения механическая часть бурового электропривода – колонна бурильных труб является объектом с распределенными параметрами [1-3, 5, 6].

Исследование особенностей переходных процессов в колонне бурильных труб необходимо для решения многочисленных технико-экономических задач, возникающих в практике эксплуатации буровых установок при роторном способе бурения нефтяных скважин.

В настоящее время, в связи с широким внедрением компьютерной техники в инженерной практике, появилась возможность имитации переходных режимов работ колонны бурильных труб на основе эффективных численных методов.

В работах [2, 3] представлен численный метод расчета переходных процессов в колонне бурильных труб, при представлении ее как однородное звено с распределенными параметрами.

Сущность предложенного численного метода основывается на использовании дискретного аналога интегрального уравнения свертки [4].

Преимуществом упомянутого численного метода является то, что он позволяет найти переходные процессы, возникающие в объекте с распределенными параметрами без перехода в область дискретных изображений, а также осуществлять переход от Лапласовых изображений искомых функций в область характеристического уравнения, что значительно упрощает математические выкладки и повышает точность расчетов.

Однако, в ряде случаев, в частности, при бурении глубоких и сверхглубоких скважин, при учете особенностей, связанных с неодинаковым характером взаимодействия колонны бурильных труб со стенками скважины, ее необходимо рассматривать как неоднородную систему с распределенными параметрами, состоящую из разных последовательно соединенных участков с различными волновыми сопротивлениями [5, 6].

При этом особенность рассматриваемых волновых процессов состоит в том, что прямая волна претерпевает частичное отражение в некотором сечении колонны бурильных труб, в котором происходит нарушение ее неоднородности [5, 6].

В данной работе дается дальнейшее развитие и обобщение численного метода [2, 3] для расчета переходных процессов в нагруженной неоднородной системе колонны бурильных труб, состоящей из двух последовательно включенных разных участков (звеньев) с распределенными параметрами без учета потерь между колонной труб и раствором.

Требуется найти переходные процессы, протекающие в данной системе, при произвольном изменении угловой скорости в начале ее.

Переходные процессы, протекающие в кусочно-однородной системе колонны бурильных труб с распределенными параметрами, описываются дифференциальными уравнениями в частных производных гиперболического типа:

$$-\frac{\partial\omega_i}{\partial x} = \kappa_1^i \frac{\partial M_i}{\partial t} \qquad -\frac{\partial M_i}{\partial x} = k_2^i \frac{\partial\omega_i}{\partial t}, \qquad l_{i-1} \le x \le l_{i-1} + l_i \tag{1}$$

где i=1,2 l_i,– длина i-го звена; $\omega_i=\omega_i(x,t)$, $M_i=M_i(x,t)$, - угловая скорость и крутящий момент для i-го звена; k_1^i, k_2^i, - соответственно коэффициенты упругости и моменты инерции для i-го звена; при i=1 $l_{i-1}=0$.

Начальные условия:

$$\omega_i(x,0) = 0, \qquad M_i(x,0) = 0$$

Граничные условия имеют вид:

$$\omega_1(0,t) = \omega_{1H}(t), \quad M_1(l_1,t) = M_{1k}(t),$$
$$\omega_2(l_1,t) = \omega_{2H}(t), \quad \omega_2(l_1 + l_2,t) = \mu_2 M_2(l_1 + l_2,t),$$

где $\omega_1(x,t)$ – произвольный заданный закон изменения угловой скорости в начале первого участка; μ_2- коэффициент, определяющий связь между угловой скоростью $\omega_2(x,t)$ и крутящим моментом $M_2(x,t)$ в конечной точке второго участка с распределенными параметрами.

Запишем условия сопряжения участков в точке $x=l_1$:

$$\omega_1(l_1,t) = \omega_2(l_1,t), \quad M_1(l_1,t) = M_2(l_1,t)$$

При данной постановке задачи особенностью расчета переходных процессов в исходной неоднородной системе колонны бурильных труб с распределенными параметрами является то, что в граничных условиях значения функции $M_{1k}(t)$, $\omega_{2H}(t)$ в начале решения поставленной задачи являются неизвестными. Их значения определяются по ходу решения данной задачи.

При решении поставленной задачи на первом этапе необходимо получить Лапласово изображения для функций $\omega_i(x, t)$, $M_i(x,t)$.

Используя этот метод, при принятых начальных и граничных условиях из решения систем дифференциальных уравнений (1) получаем следующие выражения в операторной форме:

$$M_1(x,s) = \frac{1}{\rho_i} \cdot \frac{sh\gamma_i(L_i - x)}{ch\gamma_i l_i}\omega_{iH}(s) + M_{1k}(s)\frac{ch\gamma_1 x}{ch\gamma_1 l_1}, \tag{2}$$

$$\omega_1(x,s) = \frac{ch\gamma_1(L_1 - x)}{ch\gamma_1 l_1}\omega_{1H}(s) - \rho_1 M_{1k}(s)\frac{sh\gamma_1 x}{ch\gamma_1 l_1}, \tag{3}$$

$$M_2(x,s) = \frac{1}{\rho_2} \cdot \frac{ch\gamma_2(L_2 - x) + \frac{\mu_2}{\rho_2} sh\gamma_2(L_2 - x)}{sh\gamma_2 l_2 + \frac{\mu_2}{\rho_2} ch\gamma_2 l_2}\omega_{2H}(s), \tag{4}$$

$$\omega_2(x,s) = \frac{sh\gamma_2(L_2 - x) - \frac{\mu_2}{\rho_2} ch\gamma_2(L_2 - x)}{sh\gamma_2 l_2 + \frac{\mu_2}{\rho_2} ch\gamma_2 l_2}\omega_{2H}(s), \tag{5}$$

где $\rho_i = \sqrt{k_1^i / k_2^i}$ - волновое сопротивление i-го участка; $\gamma_i l_i = s\tau_i$ $\tau_i = \dfrac{l_i}{\vartheta_i}$ –время пробега волны в один конец i–го участка; $\vartheta_i = 1 \Big/ \sqrt{k_1^i\ k_2^i}$ - скорость распространения волны на i–ом участке; γ_i-коэффициент распространения волны для i–го участка; $\omega_{iH}(t), M_{1k}(t)$- Лапласовы изображения функций $\omega_{iH}(t), M_{1k}(t)$; $L_2 = \sum\limits_{i=1}^{2} l_i$.

Выражения (2)÷(5) можно представить в виде:

$$M_1(\delta_1, s)\left[\frac{1}{s} + k_1^1(s)\right] = \frac{1}{\rho_1}\left[k_2^1(s) - k_3^1(s)\right]\omega_{1н}(s) + M_{1k}(s)\left[k_4^1(s) + k_5^1(s)\right], \quad (6)$$

$$\omega_1(\delta_1, s)\left[\frac{1}{s} + k_1^1(s)\right] = \left[k_2^1(s) + k_3^1(s)\right]\omega_{1н}(s) - \rho_1 M_{1k}(s)\left[k_4^1(s) - k_5^1(s)\right], \quad (7)$$

$$M_2(\delta_2, s)\left[\frac{1}{s} - e^{\varphi_2} k_1^2(s)\right] = \frac{1}{\rho_2}\left[k_2^2(s) + e^{\varphi_2} k_3^2(s)\right]\omega_{2н}(s), \quad (8)$$

$$\omega_2(\delta_2, s)\left[\frac{1}{s} - e^{\varphi_2} k_1^2(s)\right] = \left[k_2^2(s) - e^{\varphi_2} k_3^2(s)\right]\omega_{2н}(s), \quad (9)$$

где $k_1^1(s) = \dfrac{e^{-s\tau_1}}{s}$, $k_2^1(s) = \dfrac{e^{-s\tau_1\delta_1}}{s}$, $k_3^1(s) = \dfrac{e^{-s\tau_1(1-\delta_1)}}{s}$. $k_4^1(s) = \dfrac{e^{-s\tau_1(1-2\delta_1)}}{s}$,

$k_5^1(s) = \dfrac{e^{-s\tau_1(1+2\delta_1)}}{s}$, $\delta_1 = \dfrac{x}{2l_1}$, $k_1^2(s) = \dfrac{e^{-s\tau_2}}{s}$, $k_2^2(s) = \dfrac{e^{-s\tau_2\delta_2'}}{s}$, $k_3^2(s) = \dfrac{e^{-s\tau_2\delta_2^2}}{s}$,

$\delta_2^1 = 1 - L_2' + \overline{\delta}_2$, $\delta_2^2 = 1 + L_2' - \overline{\delta}_2$, $\overline{\delta_2} = \dfrac{x}{l_2}$; $L_2' = \dfrac{L_2}{l_2}$, $e^{\varphi_2} = \dfrac{\rho_2 - \mu_2}{\rho_2 + \mu_2}$.

В рассматриваемом случае звено-долото представляется в виде активной нагрузки вала с сопротивлением μ_2.

При свободном конце колонны труб e^{φ}=-1. Для защемленного на конце колонны труб $\mu=\infty$, $e^{\varphi} = 1$.

Второй этап решения данной задачи связан с осуществлением перехода от изображений (6)÷(9) в область оригиналов.

В связи с этим, на основе теоремы свертки [2,3,4], переходя от уравнений (6)÷(9) относительно изображений к уравнениям относительно оригиналов, получим:

$$\int_0^t M_1(t-\theta, \delta_1) 1(\theta) d\theta + \int_{\frac{2\ell_1}{v_1}}^t M_1(t-\theta, \delta_1) k_1^1(\theta) d\theta = \frac{1}{\rho_1} \cdot \left(\int_{\frac{2\ell_1\delta_1}{v_1}}^t k_2^1(\theta) \varpi_{1H}(t-\theta) d\theta - \right.$$

$$\left. - \int_{\frac{2\ell_1(1-\delta_1)}{v_1}}^t k_3^1(\theta) \varpi_{1H}(t-\theta) d\theta \right) + \int_{\frac{\ell_1(1-2\delta_1)}{v_1}}^t k_4^1(\theta) M_{1k}(t-\theta) d\theta + \int_{\frac{\ell_1(1+2\delta_1)}{v_1}}^t k_5^1(\theta) M_{1k}(t-\theta) d\theta \quad (10)$$

$$\int_0^t \omega_1(t-\theta, \delta_1) 1(\theta) d\theta + \int_{\frac{2\ell_1}{v_1}}^t \omega(t-\theta, \delta_1) k_1^1(\theta) d\theta = \int_{\frac{2\ell_1\delta_1}{v_1}}^t k_2^1(\theta) \varpi_{1H}(t-\theta) d\theta +$$

$$+\int\limits_{\frac{2\ell_1(1-\delta_1)}{v_1}}^{t} k_3^1(\theta)\varpi_{1H}(t-\theta)d\theta-\rho_1\left[\int\limits_{\frac{\ell_1(1-2\delta_1)}{v_1}}^{t} k_4^1(\theta)M_{1k}(t-\theta)d\theta-\int\limits_{\frac{\ell_1(1-2\delta_1)}{v_1}}^{t} k_5^1(\theta)M_{1k}(t-\theta)d\theta\right] \quad (11)$$

$$\int\limits_0^t M_2(t-\theta,\delta_2)1(\theta)d\theta-e^{\varphi_2}\int\limits_{\frac{2\ell_2}{v_2}}^{t} M_2(t-\theta,\delta_2)k_1^2(\theta)d\theta=\frac{1}{\rho_2}\cdot\left(\int\limits_{\frac{2\ell_2\delta_2^1}{v_2}}^{t} k_2^2(\theta)\varpi_{2H}(t-\theta)d\theta+\right.$$

$$\left.+e^{\varphi_2}\int\limits_{\frac{2\ell_2\delta_2^2}{v_2}}^{t} k_3^2(\theta)\varpi_{2H}(t-\theta)d\theta\right) \quad (12)$$

$$\int\limits_0^t \omega_2(t-\theta,\delta_2)1(\theta)d\theta-e^{\varphi_2}\int\limits_{\frac{2\ell_2}{v_2}}^{t} \omega_2(t-\theta,\delta_2)k_1^2(\theta)d\theta=\int\limits_{\frac{\ell_2\delta_2^1}{v_2}}^{t} k_2^2(\theta)\,\omega_{2H}(t-\theta)d\theta-$$

$$-e^{\varphi_2}\int\limits_{\frac{\ell_2\delta_2^2}{v_2}}^{t} k_3^2(\theta)\,\varpi_{2H}(t-\theta)d\theta \quad (13)$$

Интегральные уравнения (10)÷(13) могут быть решены численно, если заменить интегралы суммами.

В связи с этим, используя связь между непрерывным временем t и дискретным n (n=0,1,2, …) в виде $t=nT/\lambda$ [1-3], где $T=2\tau,\ \tau=\sum\limits_{i=1}^{2}\tau_i$ -время пробега волны в один конец данной системы; λ-любое целое число, производим дискретизацию уравнений (10)÷ (13), при выбранном интервале T/λ, заменяя операцию непрерывного интегрирования суммированием пользуясь формулой прямоугольников.

При этом вместо (10)÷(13) получаем следующие рекуррентные соотношения для определения значения решетчатых функций: $M_i[n,\delta_i]$, $\omega_i[n,\delta_i]$:

$$M_1[n,\delta_1]=\frac{1}{\rho_1}\left(\sum_{m=r_1\lambda\delta_1}^{n}1[m-r_1\lambda\delta_1]-\sum_{m=r_1\lambda(1-\delta_1)}^{n}1[m-r_1\lambda(1-\delta\ )]\right)\varpi_{1H}[n-m]+$$

$$+\left(\sum_{m=0,5r_1\lambda(1-2\delta_1)}^{n}1[m-0,5r_1\lambda(1-\delta)]+\sum_{m=0,5r_1\lambda(1+2\delta_1)}^{n}1[m-0,5r_1\lambda(1+2\delta_1)]\right)M_{1k}[n-m]-$$
$$-\sum_{m=r_1\lambda}^{n}1[m-\lambda]M_1[n-m,\delta_1]-\sum_{m=0}^{n-1}M_1[m,\delta_1] \quad (14)$$

где $r_1=\dfrac{\tau_1}{\tau}$

$$\omega_1[n,\delta_1]=\left(\sum_{m=r_1\lambda\delta_1}^{n}1[m-r_1\lambda\delta_1]+\sum_{m=r_1\lambda(1-\delta_1)}^{n}1[m-r_1\lambda(1-\delta_1)]\right)\varpi_{1H}[n-m]-$$

$$-\rho_1\left[\sum_{m=0,5r_1\lambda(1-2\delta_1)}^{n}1[m-0,5r_1\lambda(1-2\delta_1)]-\sum_{m=0,5r_1\lambda(1+2\delta_1)}^{n}1[m-0,5r_1\lambda(1+2\delta_1)]\right]M_{1k}[n-m]- \quad (15)$$

$$-\sum_{m=0}^{n-1}\omega_1[m,\delta_1]-\sum_{m=r_1\lambda}^{n}1(m-r_1\lambda)\omega_1[n-m\delta_1]$$

$$M_2[n,\delta_2]=\frac{1}{\rho_2}\left(\sum_{m=0,5r_2\lambda\delta_2^1}^{n}1[m-0,5r_2\lambda\delta_2^1)]+e^{\varphi_2}\sum_{m=0,5r_2\lambda\delta_2^2}^{n}1[m-0,5r_2\lambda\delta_2^2)]\right)\omega_{2H}[n-m]+$$

$$+e^{\varphi_2}\sum_{m=r_2\lambda}^{n}1[m-r_2\lambda]M_2[n-m,\delta_2]-\sum_{m=0}^{n-1}M_2[m,\delta_2], \tag{16}$$

где $r_2=\dfrac{\tau_2}{\tau}$.

$$\omega_2[n,\delta_2]=\left(\sum_{m=0,5r_2\lambda\delta_2^1}^{n}1\left[m-0,5r_2\lambda\delta_2^1)\right]-e^{\varphi_2}\sum_{m=0,5r_2\lambda\delta_2^2}^{n}1\left[m-0,5r_2\lambda\delta_2^2)\right]\right)\omega_{2H}[n-m]+$$

$$+e^{\varphi_2}\sum_{m=r_2\lambda}^{n}1\left[m-r_2\lambda\right]\omega_2[n-m,\delta_2]-\sum_{m=0}^{n-1}\omega_2[m,\delta_2] \tag{17}$$

В рекуррентные соотношения (14)÷(17) входят неизвестные функции $M_{1k}[n]$, $\omega_{2н}[n]$. Определение их значений осуществляется следующим образом.

Подставляя в рекуррентные соотношения (15), (17) x=l_1, получим:

$$\omega_{1k}[n]=A_1[n]-\rho_1\sum_{m=0}^{n}1\left[m\right]M_{1k}[n-m], \tag{18}$$

$$M_{2H}[n]=\frac{1}{\rho_2}\sum_{m=0}^{n}1\left[m\right]\omega_{2H}[n-m]+A_2[n], \tag{19}$$

где

$$A_1[n]=2\sum_{m=0,5r_1\lambda}^{n}1\left[m-0,5r_1\lambda\right]\omega_{1H}[n-m]+\rho_1\sum_{m=r_1\lambda}^{n}1\left[m-r_1\lambda\right]M_{1k}[n-m]-$$

$$-\sum_{m=r_1\lambda}^{n}1\left[m-r_1\lambda\right]\omega_{1k}[n-m]-\sum_{m=0}^{n-1}\omega_{1k}[m],$$

$$A_2[n]=\frac{1}{\rho_2}e^{\varphi_2}\sum_{m=r_2\lambda}^{n}1\left[m-r_2\lambda\right]\omega_{2H}[n-m]+$$

$$+e^{\varphi_2}\sum_{m=r_2\lambda}^{n}1\left[m-r_2\lambda\right]M_{2H}[n-m]-\sum_{m=0}^{n-1}M_{2H}[n],$$

Здесь

$$\sum_{m=0}^{n}1\left[m\right]M_{1k}[n-m]=M_{1k}[n]+\sum_{m=1}^{n}1[m]M_{1k}[n-m] \tag{20}$$

$$\sum_{m=0}^{n}1\left[m\right]\omega_{2H}[n-m]=\omega_{2H}[n]+\sum_{m=1}^{n}1[m]\omega_{2H}[n-m] \tag{21}$$

Выражение (19) с учетом условий сопряжений и (20), (21), а также выражение для $\omega_{1k}[n]$ из (18) можно представить в виде:

$$M_{1k}[n]=\eta_1\left\{\frac{1}{\rho_2}A_1[n]+A_2^{'}[n]-Э_1\sum_{\mathrm{m}=1}^{n}1[m]\mathrm{M}_{1k}\left[n-m\right]\right\}, \tag{22}$$

где $\eta_1=\dfrac{1}{1+Э_1}$, $\quad Э_1=\dfrac{\rho_1}{\rho_2}$.

$$A_2^{'}[n]=\frac{1}{\rho_2}\sum_{\mathrm{m}=1}^{n}1[m]\omega_{2H}\left[n-m\right]+A_2^{'}[n]$$

При известном значении крутящего момента $M_{1k}[n]$ осуществляется переход к нахождению угловой скорости $\omega_{1k}[n]$= $\omega_{2н}[n]$ с помощью рекуррентного соотношения (18).

Таким образом, при заданном произвольном законе изменения угловой скорости $\omega_{1H}[n]$, определив значения решетчатых функций $M_{1k}[n]$, $\omega_{2н}[n]$, осуществляется переход к нахождению изменения крутящего момента и угловой скорости в любой точке исходной системы с помощью рекуррентных соотношений (14)÷(17).

Представленный численный метод может быть использован при проектировании и эксплуатации буровых систем при роторном бурении нефтяных скважин.

---

1. *Кадымов Я.Б.* Переходные процессы в системах с распределенными параметрами.- М.: Физматгиз, 1968.
2. *Алиев Я.А.* Численное определение переходных процессов в колонне бурильных труб как объекта с распределенными параметрами. - Проблемы энергетики,2004, №1.
3. *Mamedov A.I., Aliyev Y.A.* New numerical method of calculation of transmission processes into drilling electric drive which includes the section with distributed parameters. - Materials of Second International Symposium on electrical, electronic and computer and engineering 11-13 March, Nicosia, North Cyprus, 2004.
4. *Наумов Б.Н.* Теория нелинейных автоматических систем.-М.: Физматгиз.-1971.
5. *Кадымов Я.Б., Листенгартен Б.А., Мамедов А.И., Омаров А.А.* Расчет переходных процессов в электроприводе, питаемом от системы с распределенными параметрами. - Известия АН СССР, Энергетика и транспорт,1977, №2.
6. *Козловский А.В., Питерский В.М., Мурашов С.Ф.* Автоматизация управления геологоразведочным бурением, М.:Недра, 1991.

PAYLANMIŞ PARAMETRLİ BİRCİNSLİ OLMAYAN QAZIMA KOLONNASI SİSTEMİNDƏ BAŞ VERƏN KEÇİD PROSESLƏRİNİN HESABLANMASI ÜÇÜN ƏDƏDİ ÜSUL

ƏLİYEV İ.Y.

Məqalədə paylanmış parametrli birjinsli olmayan qazıma kolonnası sistemində baş verən keçid proseslərinin hesablanması üçün ədədi üsul təklif edilmişdir.

NUMERICAL METHOD CALCULATION OF TRANSIENT PROCESSES IN THE INHOMOGENEOUS SYSTEM OF DRIL PAPESTRIDU WITH DISTRIBUTED PARAMETERS

ALIYEV I.Y.

A numerical method in given for calculation of transient processes in the inhomogeneous system of drill pape string with distributed parameters.