

УДК 681.586

## К ВОПРОСУ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ОДНОФАЗНОГО ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ТИПА

МАМЕДОВ Ф.И., ГУСЕЙНОВ Р.А., АХМЕДОВ А.Ш.

*Сумгаитский Государственный Университет*

На практике часто применяются однофазные вибровозбудители электромагнитного типа (ОВЭМ) для перемещения и разделения различных изделий в технологической линии. Здесь особую роль играет определение вынужденных колебаний, когда механическая система подвергается внешним воздействиям, имеющим определенный период колебаний [1]. Рассматриваемый ОВЭМ состоит из электромагнита, создающего внешнее воздействие на механическую систему. С использованием электромеханических аналогий была определена электромеханическая схема ОВЭМ с тремя степенями свободы (рис. 1).

На рис. 1.  $e$  – сила внешнего воздействия;  $L_1, L_2, L_3, L'_1, L'_2, L'_3$  – массы нагрузок, соответствующие воздействиям на пружины электромагнита.

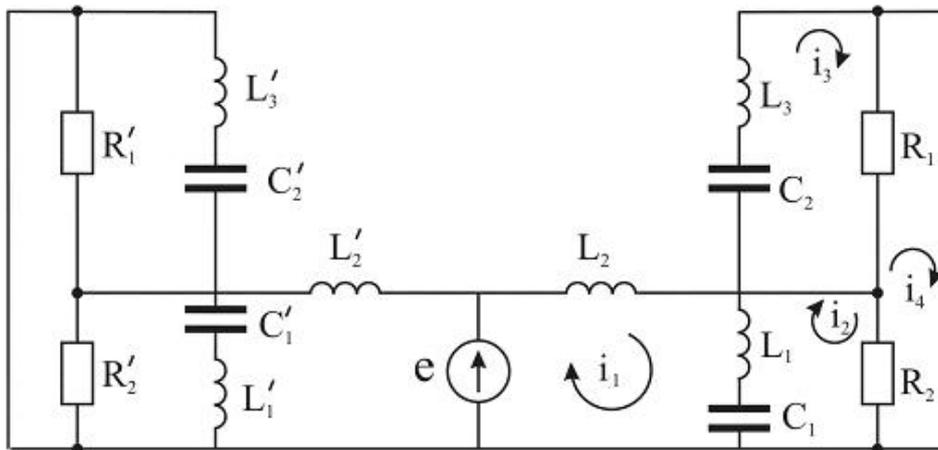


Рис. 1. Схема электромеханической аналогии системы ОВЭМ  
 $R_1, R_2, R'_1, R'_2$  – сопротивления трения,  $C_1, C_2, C'_1, C'_2$  – упругости пружин.

Исследуемый ОВЭМ состоит из двух симметричных механических частей и соответственно этому  $L_1 = L'_1; L_2 = L'_2; L_3 = L'_3; R_1 = R'_1; R_2 = R'_2$ .

Сила внешнего воздействия  $e$ , для обеих частей системы является идентичной. Поэтому для определения вынужденных колебаний достаточно рассмотреть одну из половин механической системы. С этой целью сначала напомним систему уравнений, соответствующую одной из половин приведенной на рис. 1 системы [2].

$$\begin{aligned}
 & (L_1 + L_2) \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt - L_1 \frac{di_2}{dt} - \frac{1}{C_1} \int i_2 dt = e \\
 & -L_1 \frac{di_1}{dt} - \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + L_1 \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_1} \int i_2 dt + R_2 i_2 - i_4 R_2 = 0 \\
 & L_3 \frac{di_3}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_3 dt + R_1 i_3 - R_1 i_4 = 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$-R_2 i_2 - R_1 i_3 + i_4 (R_1 + R_2) = 0$$

Проведя некоторые преобразования, будем иметь:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_1}{dt^2} + \frac{1}{C_1(L_1 + L_2)} i_1 - \frac{L_1}{L_1 + L_2} \frac{d^2 i_2}{dt^2} - \frac{1}{C_1(L_1 + L_2)} i_2 &= \frac{1}{L_1 + L_2} \frac{de}{dt} \\ -\frac{d^2 i_1}{dt^2} - \frac{1}{C_1 L_1} i_1 + \frac{d^2 i_2}{dt^2} + \frac{1}{C_1 L_1} i_2 + \frac{R_2}{L_1} \frac{di_2}{dt} - \frac{R_2}{L_1} \frac{di_4}{dt} &= 0 \\ \frac{d^2 i_3}{dt^2} + \frac{1}{C_2 L_3} i_3 + \frac{R_1}{L_3} \frac{di_3}{dt} - \frac{R_1}{L_3} \frac{di_4}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$i_4 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_3 + \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_2$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\omega_{10}^2 = \frac{1}{C_1(L_1 + L_2)}; \omega_{20}^2 = \frac{1}{L_1 C_1}; \gamma_1 = \frac{L_1}{L_1 + L_2}; \omega_{30}^2 = \frac{1}{C_2 L_3} \quad (3)$$

Подставив  $i_4$  в третье и второе уравнения системы (2), после некоторых преобразований и обозначений получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_1}{dt^2} + \omega_{10}^2 i_1 - \gamma_1 \frac{d^2 i_2}{dt^2} - \omega_{10}^2 i_2 &= \frac{de}{dt} \cdot \frac{1}{L_1 + L_2} \\ -\frac{d^2 i_1}{dt^2} - \omega_{20}^2 i_1 + \frac{d^2 i_2}{dt^2} + \omega_{20}^2 i_2 + \gamma_2 \frac{di_3}{dt} - \gamma_2 \frac{di_3}{dt} &= 0 \\ \frac{d^2 i_3}{dt^2} + \omega_{30}^2 i_3 + \gamma_2 \frac{di_3}{dt} - \gamma_3 \frac{di_2}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\gamma_2 = \frac{R_1^2}{L_1(R_1 + R_2)}; \quad \gamma_3 = \frac{R_1 R_2}{L_3(R_1 + R_2)}$$

Принимаем, что сила возбуждения меняется по косинусоидальному закону и записывается в виде:

$$e = E_m \cos(\omega t)$$

в соответствии с этим, имеем

$$\frac{de}{dt} = -\omega E_m \sin \omega t \quad (5)$$

Подставив (5) в (4), получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_1}{dt^2} + \omega_{10}^2 i_1 - \gamma_1 \frac{d^2 i_2}{dt^2} - \omega_{10}^2 i_2 &= -\frac{E_m \omega}{L_1 + L_2} \cdot \sin \omega t \\ -\frac{d^2 i_1}{dt^2} - \omega_{20}^2 i_1 + \frac{d^2 i_2}{dt^2} + \omega_{20}^2 i_2 + \gamma_2 \frac{di_3}{dt} - \gamma_2 \frac{di_3}{dt} &= 0 \\ \frac{d^2 i_3}{dt^2} + \omega_{30}^2 i_3 + \gamma_2 \frac{di_3}{dt} - \gamma_3 \frac{di_2}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Принимаем, что токи, входящие в (6) в соответствии с правой частью первого уравнения (6), также меняются по синусоидальному закону и записываются в виде:

$$\begin{aligned} i_1 &= I_{1m} \sin \omega t; \quad i_2 = I_{2m} \sin(\omega t - \varphi_2) \\ i_3 &= I_{3m} \sin(\omega t + \varphi_3) \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $\omega$  - угловая частота вынужденных колебаний механической системы. Взяв из (7) первую и вторую производные и подставив их в (6), после некоторых преобразований, получим [2]:

$$\begin{aligned}
& I_{1m}(\omega^2 - \omega_{10}^2) - I_{2m}(\gamma_1 \omega^2 - \omega_{10}^2) \cos \varphi_2 = a_0 \omega \\
& I_{1m}(\omega^2 - \omega_{20}^2) - I_{2m}((\omega^2 - \omega_{20}^2) \cos \varphi_2 + \gamma_2 \omega \sin \varphi_2) + \gamma_2 \omega I_{3m} \sin \varphi_3 = 0 \quad (8) \\
& - I_{3m}((\omega^2 - \omega_{30}^2) \cos \varphi_3 + \gamma_2 \omega \sin \varphi_3) - I_{2m} \gamma_3 \omega \sin \varphi_2 = 0
\end{aligned}$$

В этих уравнениях неизвестными параметрами являются  $I_{1m}, I_{2m}, I_{3m}, \varphi_2$  и  $\varphi_3$ . Требуется найти эти параметры. Для этого, приравняв нулю коэффициенты, полученные из первого уравнения системы (6), с учетом в нем (7)  $\cos \omega t$ , имеем:

$$(\gamma_1 \omega^2 - \omega_{10}^2) I_{2m} \sin \varphi_2 = 0 \quad (9)$$

Из этого уравнения находим:

$$(\gamma_1 \omega^2 - \omega_{10}^2) \neq 0$$

$$I_{2m} \neq 0 ; \quad \sin \varphi_2 = 0$$

Из последнего уравнения имеем:

$$\varphi_2 = \pi k$$

где  $k = 0, 1, 2, 3 \dots n$  натуральные числа. При  $\sin \varphi_2 = 0$  имеем  $\cos \varphi_2 = 1$ .

В этом случае система уравнений (8) запишется в виде:

$$\begin{aligned}
& I_{1m}(\omega^2 - \omega_{10}^2) - I_{2m}(\gamma_1 \omega^2 - \omega_{10}^2) = a_0 \omega \\
& I_{1m}(\omega^2 - \omega_{20}^2) - I_{2m}(\omega^2 - \omega_{20}^2) + \gamma_2 \omega I_{3m} \sin \varphi_3 = 0 \quad (10) \\
& I_{3m}((\omega^2 - \omega_{30}^2) \cos \varphi_3 + \gamma_2 \omega \sin \varphi_3) = 0 \\
& I_{2m} - I_{3m} \cos \varphi_3 = 0
\end{aligned}$$

Здесь четвертое уравнение системы (10) получено благодаря равенству коэффициентов  $\cos \omega t$  при получении второго уравнения системы (6). Подставив четвертое уравнение системы (10) в его второе уравнение, будем иметь:

$$I_{1m} = I_{2m} \left( 1 - \frac{\gamma_2 \omega}{\omega^2 - \omega_{20}^2} \operatorname{tg} \varphi_3 \right) \quad (11)$$

Определив из третьего уравнения системы (10)  $\operatorname{tg} \varphi_3$ , будем иметь:

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = - \frac{\omega^2 - \omega_{30}^2}{\gamma_2 \omega} \quad (12)$$

Подставив (12) в (11) и учитывая первое уравнение системы (10), для  $I_{2m}$  получим:

$$I_{2m} = \frac{a_0 \omega (\omega^2 - \omega_{20}^2)}{\omega^2 (1 - \gamma_1) (\omega^2 - \omega_{20}^2) + \frac{\gamma_2}{\gamma_3} (\omega^2 - \omega_{30}^2) (\omega^2 - \omega_{10}^2)}$$

Разделив каждый член числителя и знаменателя на  $\omega_{30}^2$ , после некоторых преобразований и обозначений, получим:

$$I_{2m} = \frac{a_0 n_3 (n_3^2 - k_1)}{(1 - \gamma_1) n_3^2 (n_3^2 - k_1) + \gamma (n_3^2 - 1) (n_3^2 - k^2)} \quad (13)$$

где

$$a_0 = \frac{a_0}{\omega_{30}} ; k_1 = \left( \frac{\omega_{20}}{\omega_{30}} \right)^2 ; k_2 = \left( \frac{\omega_{10}}{\omega_{30}} \right)^2$$

$$\gamma = \frac{\gamma_2}{\gamma_3}, \quad n_3 = \frac{\omega}{\omega_{30}}$$

Для реальной конструкции вибровозбудителя имеем  $k_1 = 0,36$ ,  $k_2 = 0,36$ ,  $\gamma_1 = 0,5$ ,  $\gamma = 0,25$ . График, построенный согласно (13), приведен на рис. 2 б.

Поставив (13) в (11) и с учетом (12), для  $I_{1m}$  получим:

$$I_{1m} = \frac{a'_0 n_3 (n_3^2 - k_1)}{(1 - \gamma_1) n_3^2 (n_3^2 - k_1) + \gamma (n_3^2 - 1) (n_3^2 - k_2)} \cdot \left( 1 + \gamma \frac{n_3^2 - 1}{n_3^2 - k_1} \right)$$

Производя некоторые преобразования, имеем:

$$I_{1m} = \frac{a'_0 n_3 ((1 + \gamma) n_3^2 - (k_1 + \gamma))}{(1 - \gamma_1) n_3^2 (n_3^2 - k_1) + \gamma (n_3^2 - 1) (n_3^2 - k_2)} \quad (14)$$

С учетом вышеуказанных данных построен график, который дан на рис. 2 а.

Используя четвертое уравнение системы (10), находим  $I_{3m}$ , который записывается в виде:

$$I_{3m} = \frac{I_{2m}}{\cos \varphi_3}$$

Из (12) находим  $\cos \varphi_3$ , и его отрицательное значение подставим в последнее равенство, с учетом (13), для  $I_{3m}$  получим:

$$I_{3m} = - \frac{a'_0 n_3 (n_3^2 - k_1) \sqrt{1 + \left( \frac{n_3^2 - 1}{\gamma'_3 n_3} \right)^2}}{(1 - \gamma_1) n_3^2 (n_3^2 - k_1) + \gamma (n_3^2 - 1) (n_3^2 - k_2)} \quad (15)$$

где

$$\gamma'_3 = \frac{\gamma_3}{\omega_{30}}$$

При  $n_3$ , равном нулю, в выражении для  $I_{3m}$  получаем неопределенность вида  $0 \times \infty$ . После раскрытия его находим  $I_{3m}$ , который получается равным близким к нулю.

График, построенный согласно (15), представлен на рис. 2в. Таким образом, на рис. 2, а, б, в даны зависимости  $I_{1m}$ ,  $I_{2m}$ ,  $I_{3m}$  соответственно от частоты колебаний и внешней силы.

Как было отмечено выше, на рис. 2,а приведено изменение амплитуды  $I_{1m}$  от  $\omega$ . Как видно из рис. 2,а, при изменении  $I_{1m}$  меняется от нуля до  $-\infty$ -го и скачком меняет свое направление, т.е. от  $-\infty$ -го к  $+\infty$ -ю. Затем, с ростом  $n_3$   $I_{1m}$  уменьшается. С изменением  $n_3$  от 0,42 и выше  $I_{1m}$  меняется в виде затухающего колебания.

На рис. 2 б дано изменение амплитуды  $I_{2m}$  от  $n_3$ . Как видно из рис. 2,б, с ростом  $n_3$  от нуля до 0,415 амплитуда  $I_{2m}$  меняется от нуля до  $-\infty$ -го и скачком меняет свое направление к  $+\infty$ , а затем уменьшается от  $+\infty$  до нуля. При  $n_3 = 0,6$ ,  $I_{2m}$  получается равным нулю. При изменении  $n_3$  от 0,6 до 0,695 амплитуда  $I_{2m}$  меняется от нуля до  $-\infty$ . При  $n_3=0,695$  амплитуда  $I_{2m}$  скачком меняется от  $-\infty$  до  $+\infty$ , а затем уменьшается и колебания  $I_{2m}$  прекращаются.

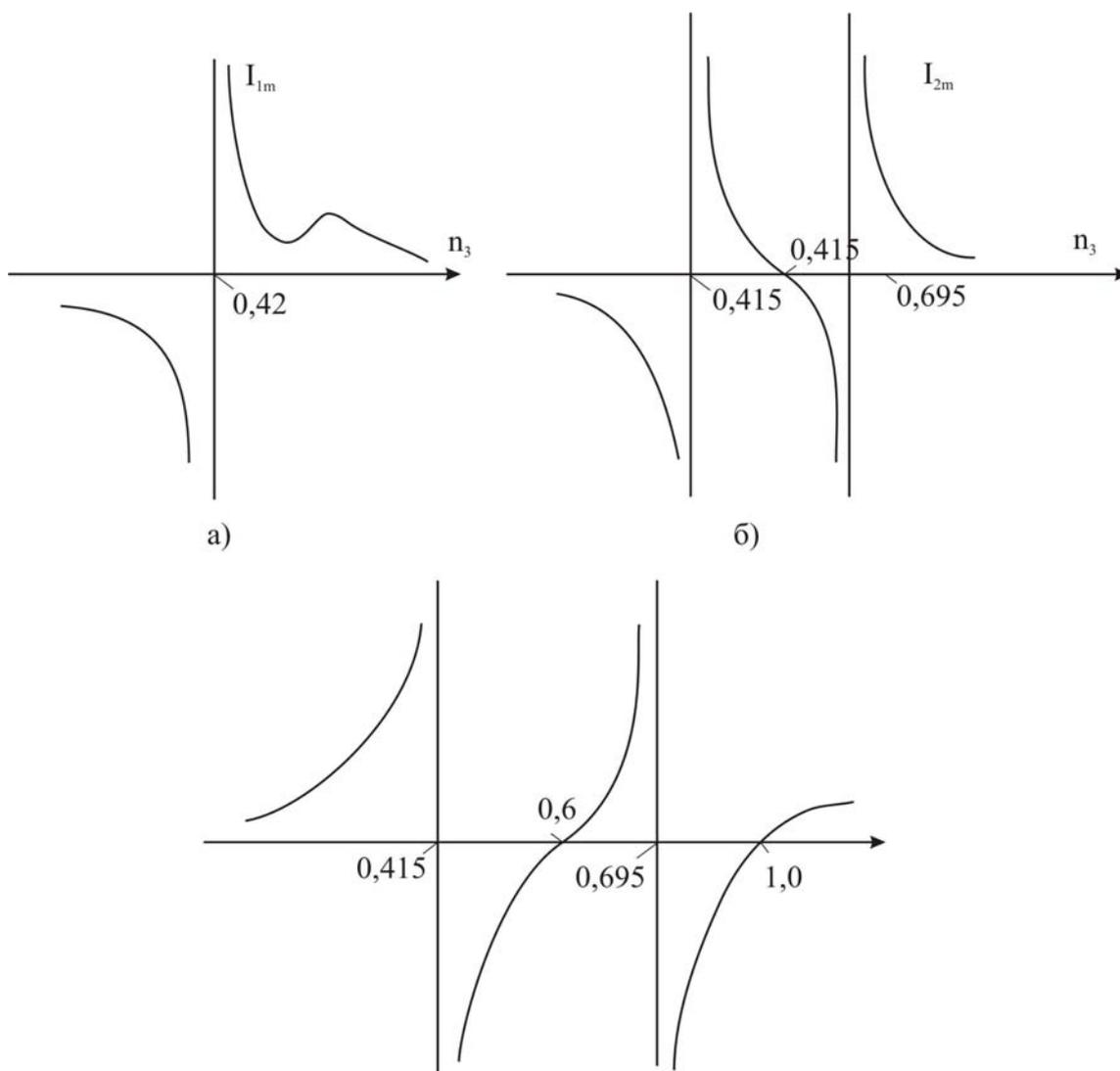


Рис. 2. Зависимости  $I_{1m} = F_1(n_3)$ ,  $I_{2m} = F_2(n_3)$ ,  $I_{3m} = F_3(n_3)$

Изменение амплитуды  $I_{2m}$  в зависимости от  $n_3$  приведено на рис. 2, в. Как видно из рис. 2, в, с ростом  $n_3$  от нуля до 0,415, амплитуда  $I_{3m}$  меняется от минимального положительного значения до  $+\infty$ . Когда  $n_3 = 0,415$   $I_{3m}$  от  $+\infty$  скачком меняется от  $+\infty$  к  $-\infty$ , а затем уменьшается. При  $n_3 = 0,6$ ,  $I_{3m}$  также получает значение, равное нулю. Затем с ростом  $n_3$  амплитуда  $I_{3m}$  увеличивается от нуля до  $+\infty$ . При  $n_3 = 0,7$ ,  $I_{3m}$  становится равным нулю, а затем увеличивается до  $+\infty$ . После этого при  $n_3 = 0,7$  скачком меняется от  $+\infty$  к  $-\infty$ ,  $I_{3m}$ , уменьшаясь, получает нулевое значение, а затем медленно увеличивается до определенного значения.

Как показано на рис. 2, б и рис. 2, в, в контуре второй и третий токи  $I_{2m}$  и  $I_{3m}$  меняются в противофазе, т.е. когда в контуре второй ток  $I_{2m}$  становится равным  $-\infty$ , тогда  $I_{3m}$  становится равным  $+\infty$ , или наоборот. Этот процесс также имеет место при значении  $n_3 = 0,415$  и  $n_3 \approx 0,7$ .

Рассмотренная система является системой с тремя степенями свободы, в которой увеличение амплитуды колебаний происходит на трех собственных частотах системы.

Полученные формулы (13), (14) и (15) позволяют исследовать устойчивости трех контурных механических систем ОБЭМ при различных связях между контурами.

1. Гусейнов Р.А., Мамедов Ф.И. Аналитическое исследование электромагнитных систем однофазных низкочастотных вибровозбудителей со сплошным магнитопроводом. Автоматизация и современные технологии. М.: 1997, №10, с. 3-5.

2. Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р., Парыгин В.Н. Основы теории колебаний. М.: Наука, 1988, 391 с.

## **ELEKTROMAQNİT TIPLİ BİRFAZLI VİBROTƏSİRLƏNDİRİCİNİN DİNAMİKASININ TƏDQIQI MƏSƏLƏLƏRİNƏ DAİR**

**MƏMMƏDOV F.İ., HÜSEYNOV R.A, ƏHMƏDOVA A.Ş.**

Məqalədə məcburi rəqslərə malik olan birfazlı elektromaqnit vibrotəsirləndiricinin üç sərbəstlik dərəcəsi mexaniki sistemlərinin tədqiqi məsələlərinə baxılır.

Tədqiqat zamanı elektromaqnit tipli birfazlı vibrotəsirləndiricinin mexaniki sisteminin mexaniki analogiyasından istifadə edilir, tezlikdən asılı qüvvənin analitik ifadələri alınmış, avtorəqslərin qrafiki qurulmuşdur.

Alınmış analitik ifadələr konturları arasında müxtəlif əlaqələrin olduğu üç konturlu mexaniki sistemin dəyanətliliyini tədqiq etməyə imkan verir.

## **ABOUT RESEARCH THE DUNAMICS OF SINGLE-PHASE VIBRATING ACTIVATOR OF ELECTROMAGNETIC TYPE**

**MAMMADOV F.I., GUSEYNOV R.A., AHMADOVA A.Sh.**

In article the question of research of mechanical systems with three degrees of freedom of the single-phase electromagnetic vibrating activator having compelled fluctuations is examined. At research the electromechanical analogy of mechanical system of the single-phase vibrating activator of electromagnetic type is used, analytical expressions are received is frequency dependent force, and also schedules of self-oscillations are constructed. The received analytical formulas allow investigating stability of three-planimetric mechanical systems at various connections between contours.