UOT 621.313

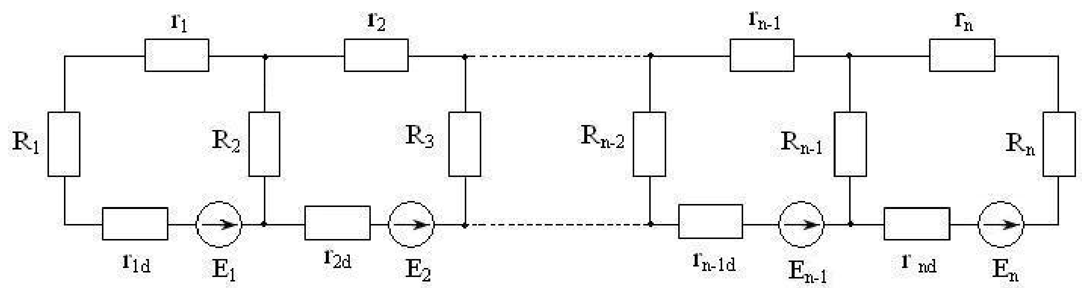
PAYLANMIŞ PARAMETRLİ ELEKTRİK DÖVRƏLƏRİNİN ANALAZİNƏ DAİR

MƏMMƏDOV F.İ., HÜSEYNOV R.A., ƏLİYEVA N.O.

Sumqayıt Dövlət Universiteti

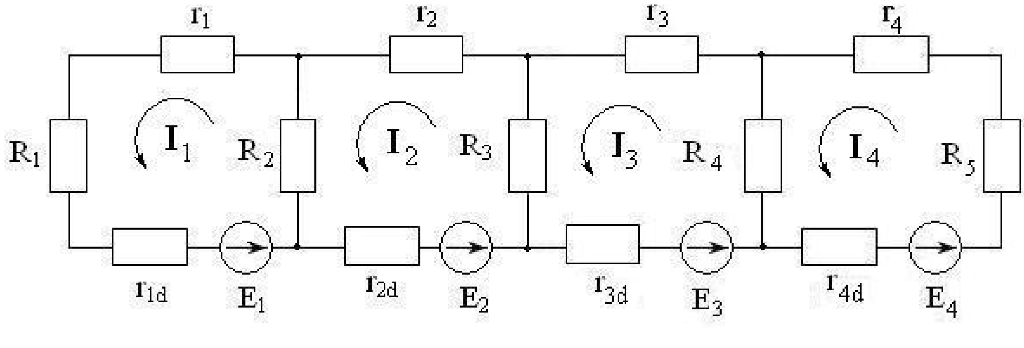
Paylanmış parametrli elektrik dövrələrinin analizinə baxılır. Dövrənin xüsusi halları nəzərdən keçirilir, bu hallar üçün teoremlər müəyyən edilir və onların isbatı verilir. Tədqiqat nəticəsində alınan analitik ifadələrin tətbiq sahələri göstərilir.

Xalq təsərrüfatının müxtəlif sahələrində istifidə olunan elektrotexniki və robototexniki komplekslərdə, informasiya-ölçmə və idarəetmə sistemlərində, qeyri-elektriki kəmiyyətlərin elektriki üsulla ölçülməsində və s. elektriki əvəz sxemi kimi aktiv və passiv elementli paylanmış parametrli elektrik dövrələrindən geniş istifadə olunur. Belə dövrələrdə, adətən, e.h.q. mənbələri, bu mənbələrin r_{1d}, r_{2d}, r_{3d}, … , r_{nd} daxili müqavimətləri və dövrənin paylanmış müqavimətləri $r_1, r_2, r_3, \ldots, r_n$ və R_1, R_2, R_3 ,..., R_n təsvir olunur (şək.1).



Şək.1. Paylanmış parametrli elektrik dövrəsi

Bu halda qarşıya qoyulan məsələ ayrı-ayrı qollardan axan cərəyanların ifadələrinin tapılmasıdır. Ümumi halda cərəyanların ifadələrinin alınması mürəkkəb hesablamalar tələb etməsi ilə bağlı çətinliklər yaradır. Bu çətinliyi aradan qaldırmaq üçün ümumi həllin tapılması hesablama prosesini çox asanlaşdıra bilər və nəzəri baxımdan aktuallıq kəsb edir. Məsələnin həllini ümumi şəkildə vermək üçün əvvəlcə dörd konturlu sabit cərəyan dövrəsinə baxaq (şək.2).



Şək.2. Dörd konturlu elektrik dövrəsi

Şəkil 2-də göstərilən dövrəyə kontur cərəyanları metodunu tətbiq etsək aşağıdakı tənliklər sistemini alarıq:

$$\begin{cases} I_1R_{11} - I_2R_2 = E_1 \\ -I_1R_2 + I_2R_{22} - I_3R_3 = E_2 \\ -I_2R_3 + I_3R_{33} - I_4R_4 = E_3 \\ -I_3R_4 + I_4R_{44} = E_4 \end{cases} \tag{1}$$

Tənliklər sistemini həll etmək üçün Qaus üsulundan istifadə edə bilərik. Məlum olduğu kimi bu üsulla tənliklər sistemi həll olunan zaman sistemdə olan məchullar yuxarıdan aşağıya doğru ardıcıl yox edilir. Həll etdiyimiz tənliklər sistemində sonuncu məchul I_4 cərəyanıdır və birinci olaraq onun qiyməti təyin edilir.

$$I_4 = \frac{E_1R_2R_3R_4 + E_2R_{11}R_3R_4 + E_3a_{11}R_4 + E_4a_{22}}{a_{22}R_{11}R_3R_4 - a_{11}R_4} \tag{2}$$

Burada

$$\begin{aligned} &R_{11} = R_2b; R_{22} = R_3b_1; a_{11} = R_2R_3b_{11}; R_{33} = R_4b_2; a_{22} = R_2R_3R_4b_{22}; \\ &R_{44} = R_5b_3; b_{11} = bb_1 - \frac{R_2}{R_3};\ b_{22} = b_2\left(bb_1 - \frac{R_2}{R_3}\right) - b_1\frac{R_3}{R_4}; \\ &b = 1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{r_1 + r_{1d}}{R_2}; b_1 = 1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{r_2 + r_{2d}}{R_3}; b_2 = 1 + \frac{R_3}{R_4} + \frac{r_3 + r_{3d}}{R_3}; \\ &b_3 = 1 + \frac{R_4}{R_5} + \frac{r_4 + r_{4d}}{R_4}. \end{aligned} \tag{3}$$

(3) ifadələrini (2)-də nəzərə alıb çevirmələr aparmış olsaq I_4 cərəyanı üçün aşağıdakı ifadəni alarıq:

$$I_4 = \frac{E_1 + bE_2 + b_{11}E_3 + b_{22}E_4}{(bb_{22} - b_{11})R}. \tag{4}$$

Əks gedişlə I_4 üçün alınmış ifadəni sistemin üçüncü tənliyində nəzərə alsaq I_3 üçün aşağıdakı ifadəni alarıq:

$$I_3 = I_4k_3 + k_4$$

Burada

$$k_3 = \frac{R_4}{R_{33} - k_1R_3}; k_4 = \frac{E_3 + k_2R_3}{R_{33} - k_1R_3}; k_1 = \frac{R_3}{R_{22} - \frac{R_2}{R_{11}}}; k_2 = \frac{E_1\frac{R_2}{R_{11}} + E_2}{R_{22} - \frac{R_2}{R_{11}}}.$$

I_3 tapıldıqdan sonra sistemin ikinci tənliyindən

$$I_2 = I_3k_1 + k_2$$

alırıq.

Nəhayət, sistemin birinci tənliyindən I_1-i aşağıdakı kimi tapa bilərik:

$$I_1 = \frac{b_{22}E_1 + b_{11}E_2 + bE_3 + E_4}{(bb_{22} - b_{11})R}. \tag{5}$$

(2) ifadəsinin əmsallarını araşdıraq. Bu məqsədlə qəbul edək ki, dövrəyə daxil olan müqavimətlər arasında

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R;\ r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r;\ r_{1d} = r_{2d} = r_{3d} = r_{4d} = r_d$$

münasibətlərı mövcuddur. Bu münasibətləri (3) ifadəsində nəzərə almış olsaq şəkil 2-də göstərilən dörd konturlu dövrə üçün

$$b = b_1 = b_2 = 2 + \frac{r + r_d}{R};\ b_{11} = bb_1 - 1;$$

$$b_{22}=\left(2+\frac{r+r_d}{R}\right)\left[\left(2+\frac{r+r_d}{R}\right)^2-2\right] \qquad (6)$$

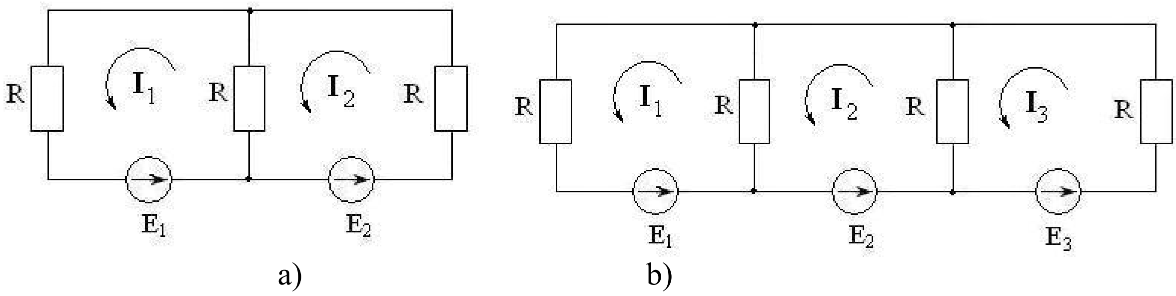
olduğunu alarıq. Burada xüsusi halları nəzərdən keçirək. Əvvəlcə qəbul edək ki, $r+r_d << R$ bərabərsizliyi doğrudur. Bu halda $r+r_d \approx 0$ qəbul edə bilərik. Onda $b=b_1=b_2=2$; $b_{11}=3$; $b_{22}=4$ alınar.

Bunları (4) ifadəsində nəzərə almış olsaq

$$I_4=\frac{E_1+2E_2+3E_3+4E_4}{5R} \qquad (7)$$

alarıq.

Belə ifadənin alınmasını daha iki sxemdə – iki və üç konturlu sxemlərdə nəzərdən keçirək. Bu sxemlərdə də $r+r_d \approx 0$ olduğunu qəbul edək.



Şək.3

Şəkil 3a-da göstərilən iki konturlu dövrə üçün tənliklər sistemini yazıb həll etmiş olsaq

$$I_2=\frac{E_1+2E_2}{3R}$$
$$I_1=\frac{2E_1+E_2}{3R} \qquad (8)$$

olduğunu alarıq. Eyni qayda üzrə şəkil 3b-də göstərilən üç konturlu dövrə üçün

$$I_3=\frac{E_1+2E_2+3E_3}{4R}$$
$$I_1=\frac{3E_1+2E_2+E_3}{4R} \qquad (9)$$

alınır.

Şəkil 2-də verilən dörd konturlu dövrə üçün uyğun olaraq birinci qoldan axan cərəyan üçün

$$I_1=\frac{4E_1+3E_2+2E_3+E_4}{5R} \qquad (10)$$

olduğunu alarıq. Beləliklə, (7) ifadəsinin doğru olduğu təsdiq olunur və ondan da ümumi hala keçmək imkanı yaranır. İfadələrdən görünür ki, analiz olunan dövrələrdə $r+r_d \approx 0$ şərti daxilində E_1, E_2, E_3, E_4 e.h.q-lərinin əmsalları arasında qanunauyğunluq alınır. Buradan aydın görünür ki, e.h.q. əmsalları birinci həddin əmsalı və hədlər fərqi vahid olan ədədi silsilə üzrə artır. (7) ifadəsinin məxrəcində R müqavimətinin qarşısında duran əmsal konturların sayından vahid qədər artıq olur. Şəkil 1-də göstərilən n konturlu paylanmış parametrli dövrədə $R_1=R_2=R_3=\ldots=R_n=R$; $r_1=r_2=r_3=\ldots=r_n=r$; $r_{1d}=r_{2d}=r_{3d}=\ldots r_{nd}=r_d$ olduğu nəzərə alındıqda (7) ifadəsini ümumi şəkildə aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$I_n=\frac{E_1+2E_2+3E_3+4E_4+5E_5+\ldots+(n-1)E_{n-1}+nE_n}{(n+1)R} \qquad (11)$$

Paylanmış parametrli dövrənin yeni xüsusiyyəti aşkar edilir. Bu xüsusiyyəti teorem şəklində aşağıdakı kimi ifadə etmək olar: n konturlu paylanmış parametrli dövrənin sağ tərəfinin son qolundan axan I_n cərəyanı $2R>>r+r_d$ şərti daxilində birinci hədd əmsalı və hədlər fərqi vahid olan ədədi silsilə üzrə artan əmsallı e.h.q-lərin cəminin (n+1)R nisbətinə bərabar alınır.

Eyni qayda ilə bu teoremin paylanmış parametrli dövrənin sol birinci qolunda yerləşən müqavimətdən axan I_1 cərəyanı üçün də ifadə etmək olar.

(7), (8) və (9) ifadələrindən görünür ki, ümumiləşmiş (11) ifadəsində e.h.q-lərin əmsalları E_n e.h.q-nə doğru artan olur.

Lakin (8), (9) və (10) ifadələrindən görünür ki, I_1 cərəyanının ifadələrində e.h.q-lərin əmsalları E_1-dən başlayaraq azalan olur, yəni I_1 cərəyanının ümumi şəkildə ifadəsi aşağıdakı kimi alınır:

$$I_1 = \frac{nE_1 + (n-1)E_2 + (n-2)E_3 + (n-4)E + ... + 2E_{n-1} + E_n}{(n-1)R} \tag{12}$$

Beləliklə, (12) ifadəsindən də yeni bir xüsusiyyət yaranır ki, bunu da teorem şəklində aşağıdakı kimi ifadə etmək olar: n konturlu paylanmış parametrli dövrənin sol tərəfinin birinci qolundan axan I_1 cərəyanı $2R>>r+r_d$ şərti daxilində birinci hədd əmsalı n və hədlər fərqi mənfi vahid olan ədədi silsilə üzrə azalan əmsallı e.h.q-lər cəminin (n+1)R nisbətinə bərabər alınır.

(4) və (5) ifadələrinə əsasən dövrənin son və ilk qollarından axan cərəyanlar ümumi şəkildə aşağıdakı kimi ifadə oluna bilər:

$$\begin{aligned} I_n &= \frac{E_1 + bE_2 + b_{11}E_3 + b_{22}E_4 + b_{33}E_5 + ... + b_{n-2,n-2}E_n}{(b_{n-2,n-2}b - b_{n-3,n-3})R} \\ I_1 &= \frac{b_{n-2,n-2}E_1 + b_{n-3,n-3}E_2 + b_{n-4,n-4}E_3 + ... + E_n}{(b_{n-2,n-2}b - b_{n-3,n-3})R} \end{aligned} \tag{13}$$

İndi isə şəkil 1-də göstərilən paylanmış parametrli dövrənin başqa bir xüsusi halını nəzərdən keçirək. Qəbul edək ki, $r + r_d = R$ və şəkil 1-də döstərilən sxemin parametrləri müntəzəm paylanmışdır, yəni $R_1=R_2=R_3=\ldots=R_n=R$; $r_1=r_2=r_3=\ldots=r_n=r$; $r_{1d}=r_{2d}=r_{3d}=\ldots r_{nd}=r_d$. Qəbul etdiyimiz şərti (6) ifadələrində nəzərə alıb ümumiləşmə aparsaq görərik ki, (13) ifadələrində olan e.h.q-lərin əmsalları arasında aşağıdakı bərabərliklər ödənilir.

$$a = \frac{b_{n-2,n-2}}{b_{n-3,n-3}} = \frac{b_{n-3,n-3}}{b_{n-4,n-4}} = ... = \frac{b_{22}}{b_{11}} = \frac{b_{11}}{b} \tag{14}$$

Bununla da, paylanmış parametrli dövrənin yeni bir xüsusiyyəti meydana çıxır. Bu xüsusiyyətə görə I_n cərəyanının ifadəsinə daxil olan e.h.q-lərin əmsallarının həndəsi silsilə üzrə dəyişir. Əmsalların artma dərəcəsi $\frac{r + r_d}{R}$ nisbətindən asılıdır. Qəbul etdiyimiz şərt daxilində $\frac{r + r_d}{R} = 1$ olduğundan $b = b_1 = 3$, $b_{11} = 8$, $b_{22} = 21$, $b_{33} = 55$, $a = 2.625$ alınır.

Burada E_1 e.h.q-sinin əmsalı vahiddir. Həndəsi silsilənin vuruğunu daha dəqiq təyin etmək üçün $\frac{b_{22}}{b_{11}}$ nisbətini bilmək kifayətdir. Misal üçün dörd konturlu dövrə üçün yazılmış (6) ifadələrindən görünür ki,

$$b_{11} = \left(2 + \frac{r + r_d}{R}\right)^2 - 1; \; b_{22} = \left(2 + \frac{r + r_d}{R}\right)\left(\left(2 + \frac{r + r_d}{R}\right)^2 - 2\right)^2 \tag{15}$$

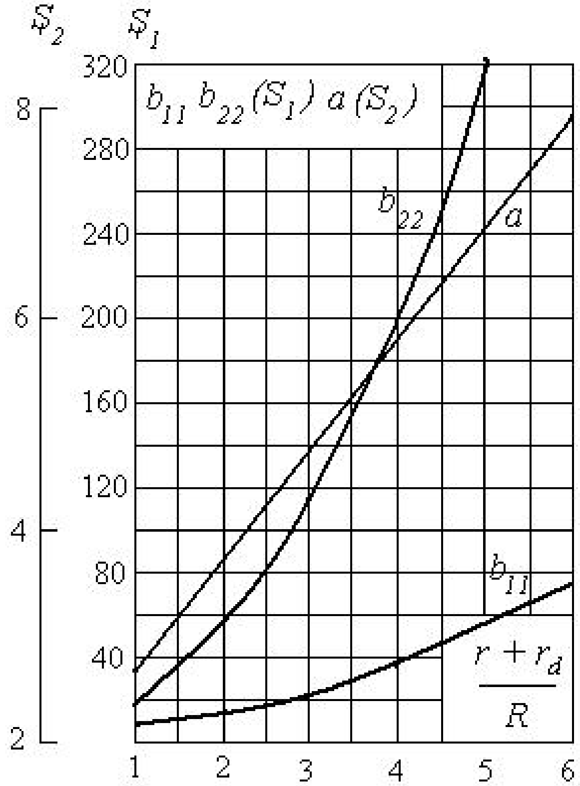
Bu iki əmsalı bildikdən sonra a vuruğu tapılır və qalan əmsallar bu vuruğun köməyi ilə təyin edilir.

Başqa bir xüsusi halda, misal üçün $r + r_d = 2R$ olduqda $\frac{r + r_d}{R} = 2$, $b_{11} = 15$, $b_{22} = 56$ olur. $a = \frac{56}{15} = 3.733$ alınır.

Konturların sayı artdıqda e.h.q. əmsallarının qiymətini $\frac{r+r_d}{R}$ nisbətindən asılı təyin etmək üçün şəkil 4-dən istifadə etmək olar. Burada həndəsi silsilənin vuruğunun $\frac{r+r_d}{R}$ asılılığı düz xətlidir.

Şəkil 4-də $b_{22} = f\left(\frac{r+r_d}{R}\right)$ və $b_{11} = f\left(\frac{r+r_d}{R}\right)$ asılılıqları da verilib.

Bu əyrilərdən görünür ki, $b_{22} = f\left(\frac{r+r_d}{R}\right)$ kəmiyyəti $\left(\frac{r+r_d}{R}\right)$ nisbətindən asılı olaraq qeyri-xətti xarakteristikaya malikdir. $\frac{r+r_d}{R}$ nisbətinin qiyməti artdıqca b_{22} qrafikinin dikliyi sürətlə artır və bu da ondan sonra gələn əmsalların daha böyük sürətlə artmasına səbəb olur. Beləliklə, yuxarıda göstərilən paylanmış parametrli elektrik dövrəsindən hesablama texnikasının funksional elementi kimi istifadə etmək olar.



Şək.4. $b_{22} = f\left(\frac{r+r_d}{R}\right)$, $b_{11} = f\left(\frac{r+r_d}{R}\right)$, $a = f\left(\frac{r+r_d}{R}\right)$ asılılıqları

----

1. *Толстов Ю.Г., Тевреков А.А.* Теория электрических цепей. М.: Высшая школа, 1971, 293 ст.

2. *Kazımzadə Z.İ.* Elektrotexnikanın nəzəri əsasları. Bakı, Azərneftnəşr, 1952, 647 s.

К ВОПРОСУ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

МАМЕДОВ Ф.И., ГУСЕЙНОВ Р.А., АЛИЕВА Н.О.

В статье рассматривается анализ электрических цепей с распределенными параметрами. В процессе исследования проведен анализ электрических цепей для различных частных случаев и определены теоремы и их доказательство. В результате проведенных исследований получены аналитические выражения и их применение.

TO THE QUESTION OF THE ANALYSIS OF ELECTRIC CIRCUITS WITH THE ALLOCATED PARAMETERS

MAMMADOV F.I., HUSEYNOV R.A., ALIEVA N.O.

In article the analysis of electric circuits with the allocated parameters is considered. During research the analysis of electric circuits for various special cases is lead and theorems and their proof are determined. As a result of the lead researches analytical expressions and their application are received.