

УДК.62.50

**РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В СЛОЖНЫХ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ****ПАШАЕВ А.М., ЭФЕНДИЕВ О.З., МАМЕДОВ А.И.***Национальная Академия Авиации*

На базе развития теории операционного исчисления представлен новый простой, универсальный метод для численного моделирования переходных процессов в сложных электрических системах с сосредоточенными параметрами.

Получены новые простые рекуррентные соотношения, легко реализуемые на компьютере.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время тенденция интенсивного развития энергетических систем одновременно сопровождается усложнением конфигурации электрических систем с сосредоточенными параметрами, широко используемых в них.

При этом режимы сложных электрических систем с сосредоточенными параметрами в процессе их эксплуатации в основном являются переменными [1, 4 - 23].

Причинами возникновения переходных процессов в указанных системах являются внезапное включение или отключение отдельных участков, а также их элементов – сопротивлений, индуктивностей, емкостей для осуществления различного рода переключения, короткое замыкание участков и т.д.

Это может вызвать резкие и часто опасные колебания тока и напряжения, создающие в данной системе аварийные ситуации – выход из строя энергосистемы.

Умение рассчитать переходные процессы, возникающие в сложных электрических системах с сосредоточенными параметрами, необходимо как при их проектировании (выбор устройств релейной защиты, параметров участков и их отдельных элементов и системной автоматики, их быстродействия при учете влияния электромагнитных переходных процессов и т.п.), так и при их эксплуатации (моделирование различных технологических ситуаций для прогностического определения реакции энергосистемы на управляющие воздействия, имитация ее поведения в аварийных и предаварийных режимах) [1, 4 - 23].

Трудности практического использования классического метода для исследования переходных процессов, возникающих в сложных электрических системах с сосредоточенными параметрами, привело к широкому применению различных операторных методов, основанных на использовании преобразований Лапласа или Карсона (иногда так называемого преобразования Карсона-Хевисайда) с целью проведения инженерных расчетов [1, 4 -8, 10 -23, 33].

В настоящее время на базе теории операционного исчисления, хорошо развиты приближенные методы для аналитического решения задач динамики в сложных электрических системах с сосредоточенными параметрами, в частном случае, при включении их лишь под действие постоянной или изменяющейся по синусоидальному закону э.д.с. $e(t)$, т.е. $e(t)=E=const$, $e(t)=E_{m_0} \sin(\omega t + \psi)$ и т.п. [1, 4, 8, 10-23, 33].

Однако в реальных условиях при переходных процессах, э.д.с. приложенная в контур электрической цепи с сосредоточенными параметрами является переменной во

времени функцией произвольного в общем случае вида. Кроме того, переходные процессы, протекающие в сложных электрических цепях с сосредоточенными параметрами, описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями высокого порядка.

В силу этого использование теории операционного исчисления [4, 8, 10-23, 33] для аналитического решения задач динамики в сложных электрических цепях с сосредоточенными параметрами, во-первых, приводит к сложным выражениям, содержащим передаточные функции с характеристическими уравнениями высокого порядка. Во-вторых, оно вызывает большие математические трудности при переходе от изображений к оригиналам исходных функций (ток, напряжение), ввиду необходимости определения корней характеристического уравнения высокого порядка. В-третьих, произвольность изменения во времени э.д.с., приложенной в контур цепи существенно усложняет ход расчетов.

В связи с этим, в настоящее время, вопросам разработки новых эффективных методов для расчета переходных процессов, возникающих в указанных системах, уделяется пристальное внимание.

Актуальность такой проблемы особенно возросла за последние годы, это обусловлено повышающимися требованиями научно-исследовательских и проектных организаций к точности расчетов, в процессе проектирования и эксплуатации энергетических систем и электротехнических устройств.

В связи с широким внедрением компьютерной техники в практику инженерных расчетов в настоящее время становится особенно эффективным применение численных методов для расчета переходных процессов в сложных электрических системах с сосредоточенными параметрами.

Использование компьютерной техники обосновывается тем, что такой подход существенно расширяет возможности постановки многих практических задач в области решения проблемы динамики в сложных электрических системах с сосредоточенными параметрами.

Преимуществом численных методов перед аналитическими является то, что они успешно могут быть применены для решения широкого класса задач динамики в сложных электрических системах с сосредоточенными параметрами, с учетом произвольности их конфигурации, переменности параметров во времени, произвольности законов их изменения во времени, а также нелинейности их характеристик.

Расчеты переходных процессов в сложных электрических системах с сосредоточенными параметрами могут быть выполнены различными численными методами, среди которых к группе эффективных дискретных методов, основанных на базе дальнейшего развития теории операционного исчисления, приведении непрерывных сосредоточенных систем к эквивалентным импульсным системам, относятся численные методы, разработанные Я.З.Цыпкиным, Л.М.Гольденбергом [24], Я.З.Цыпкиным [25, 26], А.А.Красовским, Г.С.Поспеловой [30], Р.Изерманом [22], З.Р.Раггазини, А.В.Бергером [31], Р.Боксером, С.Талером [32]. При этом в качестве математического аппарата используется дискретное преобразование Лапласа [21].

Эта группа методов, а также частотные методы [27], не требуют знаний корней характеристических уравнений исследуемой системы, что значительно расширяет круг решаемых практических задач.

Вопросы дальнейшего развития и обобщения работ [24-26, 30-32] для разработки специализированных численных методов для компьютерного моделирования переходных процессов в системах с распределенными параметрами рассмотрены в работах [34-38].

Однако, общим недостатком указанных методов [24-26, 30-32, 34-38] является необходимость проведения большого объема математических выкладок для получения дискретных передаточных функций.

В работах [27, 28] на базе дальнейшего развития работ [24-26, 29-32], предложен численный метод для компьютерного моделирования переходных процессов в объектах с сосредоточенными параметрами, сущность которого основывается на использовании преобразования Лапласа, а также дискретного аналога интегрального уравнения свертки при замене операции непрерывного интегрирования суммированием, пользуясь формулами прямоугольников, трапеций.

Преимуществом указанного численного метода [27, 28] по сравнению с численными методами [24-26, 29-32] является то, что он позволяет найти динамические процессы в объекте с сосредоточенными параметрами, исключая из решения задачи процедуру получения сложных дискретных передаточных функций, что значительно упрощает математические выкладки.

Однако, общим недостатком указанного метода [27, 28] является то, что он разработан для случая численного моделирования переходных процессов в объектах с сосредоточенными параметрами, когда операция непрерывного интегрирования может быть заменена суммированием, пользуясь лишь только формулами прямоугольников, трапеций, лишив ее возможностей использования других формул – Симпсона, Уэддла [25, 26] и т.п.

Как показывает проведенный анализ, подобный подход в ряде случаев, в частности, при резких изменениях параметров электрических цепей с сосредоточенными параметрами [10-14] приводит к значительным погрешностям ввиду того, что в указанном случае применяемые формулы прямоугольников, трапеций при замене операций непрерывного интегрирования суммированием не позволяет охватить пиковую амплитуду переходного процесса, которые приводят в решении нашей задачи к недопустимым погрешностям.

Между тем, эффективность работы компьютера зависит от качества использования алгоритмов, а повышение этих качеств может идти по пути усовершенствования алгоритмов расчетов.

В работах [2, 3, 39-46] рассматриваются вопросы дальнейшего усовершенствования и развития численного метода [27,28] для разработки обобщенных численных методов компьютерного моделирования переходных процессов в системах с распределенными параметрами, описываемых уравнениями в частных производных гиперболического типа.

Преимуществом указанного нового подхода [2, 3, 39-46] является то, что он позволяет описать переходные процессы в системах с распределенными параметрами, без перехода в область дискретных изображений, а также осуществлять переход от Лапласовых изображений искомым функциям, в область оригиналов без нахождения корней характеристического уравнения, без разложения операторного коэффициента распространения волны и операторного волнового сопротивления в ряды, что значительно упрощает математические выкладки и повышает точность расчетов. Кроме того, предложенный новый подход [2, 3, 39-46] в отличие от существующих методов [24-32], в зависимости от заданной точности расчета, позволяет заменить операцию непрерывного интегрирования суммированием, пользуясь формулами не только прямоугольников, трапеций, но и Симпсона, Уэддла [25, 26] и др.

Указанные свойства нового подхода [2, 3, 39-46], существенно расширяют круг решаемых практических задач.

В работе [47] рассматриваются вопросы дальнейшего развития и обобщения работ [2, 3, 39-46] для разработки нового упрощенного численного метода для компьютерного моделирования переходных процессов в сложных разветвленных электрических цепях с сосредоточенными параметрами.

В данной статье, впервые в научной литературе рассматриваются вопросы, связанные с дальнейшим развитием и обобщением работ [2, 3, 39-47] для разработки нового упрощенного численного метода для компьютерного моделирования переходных процессов в сложных электрических системах, состоящих из двух последовательно включенных разных цепей с сосредоточенными параметрами (рис.1) при замене операции непрерывного интегрирования суммированием, в данном случае пользуясь формулой трапеций.

1. **Постановка задачи.** В общем случае рассмотрим переходные процессы, возникающие в данной системе (рис.1), при включении первичной цепи к источнику произвольной э.д.с. $e(t)$ в контур первичной и вторичной цепей данной системы отсутствовали токи и заряды.

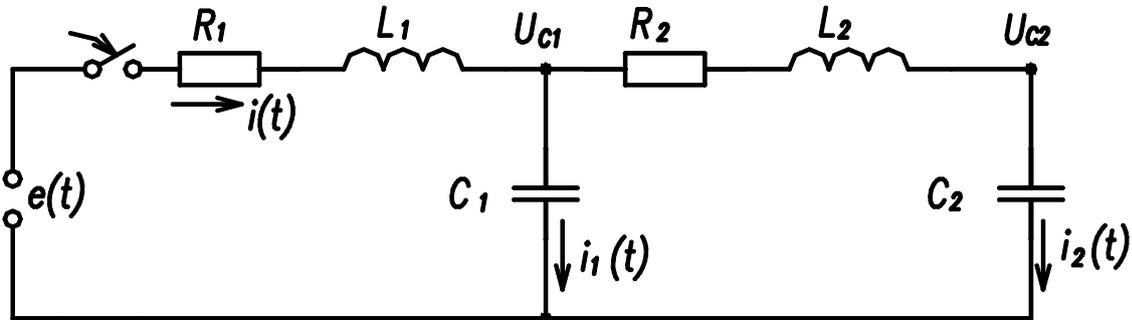


Рис.1

Переходные процессы, протекающие в данной системе (рис.1), описываются следующими дифференциальными уравнениями:

$$e(t) = R_1 i(t) + L_1 \frac{di(t)}{dt} + U_{c_1}(t), \quad (1)$$

$$U_{c_1}(t) = \frac{1}{C_1} \int_0^t i_1(t) dt \quad (2)$$

$$U_{c_1}(t) = R_2 i_2(t) + L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + \frac{1}{C_2} \int_0^t i_2(t) dt, \quad (3)$$

$$U_{c_2}(t) = \frac{1}{C_2} \int_0^t i_2(t) dt, \quad (4)$$

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t), \quad (5)$$

где $R_1, R_2, L_1, L_2, C_1, C_2$ – активные сопротивления, индуктивности и емкости первичной и вторичной цепей; $U_{c_1}(t), U_{c_2}(t)$ – изменение напряжения на концах первичной и вторичной цепей; $i(t), i_1(t), i_2(t)$ – изменение токов в ветвях первичной и вторичной цепей.

Согласно условию задачи, начальные условия нулевые (при $t = 0, i_1(0) = i_2(0) = 0, i(0) = 0, U_{c_1}(0) = U_{c_2}(0) = 0$).

2.Решение задачи. На базе предложенного нового подхода при решении поставленной задачи на первом этапе необходимо найти Лапласово изображение для функций $U_{c_1}(t), i(t), i_1(t), i_2(t), U_{c_2}(t)$.

Используя этот метод при принятых начальных условиях, исходные уравнения (1)÷(5) в области Лапласовых изображений можно представить в следующем виде:

$$e(P) = (R_1 + PL_1)I(P) + U_{C_1}(P), \quad (6)$$

$$U_{C_1}(P) = \frac{1}{PC_1}I_1(P), \quad (7)$$

$$U_{C_1}(P) = \left(R_2 + L_2P + \frac{1}{PC_2} \right) I_2(P), \quad (8)$$

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P), \quad (9)$$

$$U_{C_2}(P) = \frac{1}{PC_2}I_2(P), \quad (10)$$

где P – параметр преобразования Лапласа; $e(P)$, $I(P)$, $I_1(P)$, $I_2(P)$, $U_{C_1}(P)$, $U_{C_2}(P)$ – Лапласовы изображения функций $e(t)$, $i(t)$, $i_1(t)$, $i_2(t)$, $U_{C_1}(t)$, $U_{C_2}(t)$.

Для определения Лапласового изображения напряжения в конце первичной цепи $U_{C_1}(t)$, выражение (9) с учетом (7), (8) можно представить в виде:

$$U_{C_1}(P) = \frac{Z_1(P)Z_2(P)}{Z_1(P) + Z_2(P)} I(P), \quad (11)$$

где $Z_1(P) = \frac{1}{PC_1}$, $Z_2(P) = R_2 + L_2P + \frac{1}{PC_2}$,

$Z_1(P)$, $Z_2(P)$ – операторные сопротивления ветвей данной системы.

Для определения Лапласового изображения тока $i(t)$ (рис.1) выражение (6) с учетом (11) будет:

$$I(P) = \frac{1}{Z(P)} e(P), \quad (12)$$

где $Z(P) = Z_0(P) + \frac{Z_1(P)Z_2(P)}{Z_1(P) + Z_2(P)}$ – входное сопротивление сложной линии рассматриваемой сложной электрической системы, $Z_0(P) = R_1 + PL_1$.

Для определения Лапласового изображения напряжения в конце вторичной цепи $U_{C_2}(t)$, выражение (10) с учетом (8) будет:

$$U_{C_2}(t) = \frac{Z_3(P)}{Z_2(P)} U_{C_1}(P), \quad (13)$$

где $Z_3(P) = \frac{1}{PC_2}$.

При известных значениях напряжений $U_{C_1}(P)$, $U_{C_2}(P)$ значения токов $I_1(P)$ и $I_2(P)$ определяются из выражений (7), (10).

Второй этап решения данной задачи связан с осуществлением перехода от полученных изображений (11)÷(13) и (7), (10) в область оригиналов.

В связи с этим, подставляя значения операторных сопротивлений $Z_0(P)$, $Z_1(P)$, $Z_2(P)$ в (12) и значения операторных сопротивлений $Z_1(P)$, $Z_2(P)$ в (11), получаем следующие выражения для Лапласовых изображений тока $i(t)$ и напряжения $U_{C_1}(t)$:

$$I(P) = \frac{\frac{1+K}{PC_2} + R_2 + PL_2}{(R_1 + PL_1) \left(\frac{1+K}{PC_2} + R_2 + PL_2 \right) + \frac{1}{PC_1} \left(R_2 + PL_2 + \frac{1}{PC_2} \right)} e(P) \quad (14)$$

$$U_{C_1}(P) = \frac{\frac{1}{PC_1} \left(R_2 + L_2 P + \frac{1}{PC_2} \right)}{\frac{1+K}{PC_2} + R_2 + PL_2} I(P), \quad (15)$$

где $C_2 = KC_1$, K – постоянный коэффициент.

Выражение (11)÷(13) можно представить в виде:

$$I(P) = \frac{1}{L_1 L_2 C_2} \cdot \frac{b_3 P^3 + b_2 P + b_1 P}{a_4 P^4 + a_3 P^3 + a_2 P^2 + a_1 P + a_0} e(P), \quad (16)$$

где

$$a_4 = 1, \quad a_3 = \alpha_1 + \alpha_2, \quad a_2 = \alpha_1 \alpha_2 + (1+K)\omega_2^2 + \omega_1^2,$$

$$a_1 = (1+K)\alpha_1 \omega_2^2 + \alpha_2 \omega_1^2, \quad a_0 = \omega_1^2 \omega_2^2, \quad \alpha_1 = \frac{R_1}{L_1}, \quad \alpha_2 = \frac{R_2}{L_2}, \quad \omega_1^2 = \frac{1}{L_1 C_1},$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{L_2 C_2}, \quad b_3 = L_2 C_2, \quad b_2 = R_2 C_2, \quad b_1 = 1+K,$$

$$U_{\tilde{N}_1}(P) = \frac{b_2' P^2 + b_1' P + b_0'}{a_3' P^3 + a_2' P^2 + a_1' P} I(P), \quad (17)$$

где

$$b_2' = L_2 C_2, \quad b_1' = R_2 C_2, \quad b_0' = 1, \quad a_3' = C_1 C_2 L_2,$$

$$a_2' = C_1 C_2 R_2, \quad a_1' = (1+K)C_1.$$

Выражение (13) с учетом значений операторных сопротивлений $Z_2(P)$ и $Z_3(P)$ будет:

$$U_{C_2}(P) = \frac{1}{a_2'' P^2 + a_1'' P + a_0''} U_{C_1}(P), \quad (18)$$

где

$$a_2'' = L_2 C_2,$$

$$a_1'' = R_2 C_2, \quad a_0'' = 1$$

Выражение (16)÷(18) и (7), (10), согласно подходу [47], можно представить в виде:

$$a_4 K_1 I(P) + K_1 W_1(P) I(P) = W_2(P) e(P), \quad (19)$$

$$a_3' U_{C_1} I(P) + W_3(P) U_{C_1}(P) = W_4(P) I(P), \quad (20)$$

$$a_2'' U_{C_3}(P) + W_5(P) U_{C_2}(P) = W_6(P) U_{C_1}(P), \quad (21)$$

$$U_{C_1}(P) = \frac{1}{PC_1} I_1(P), \quad (22)$$

$$U_{C_2}(P) = \frac{1}{PC_2} I_2(P), \quad (23)$$

где $K_1 = L_1 L_2 C_2$,

$$W_1(P) = a_3 \frac{1}{P} + a_2 \frac{1}{P^2} + a_1 \frac{1}{P^3} + a_0 \frac{1}{P^4},$$

$$W_2(P) = b_3 \frac{1}{P} + b_2 \frac{1}{P^2} + b_1 \frac{1}{P^3},$$

$$W_3(P) = a_2' \frac{1}{P} + a_1' \frac{1}{P^2},$$

$$W_4(P) = b_2' \frac{1}{P} + b_1' \frac{1}{P^2} + b_0' \frac{1}{P^3},$$

$$W_5(P) = a_1'' \frac{1}{P} + a_0'' \frac{1}{P^2},$$

$$W_6(P) = \frac{1}{P^2}.$$

На основе теоремы свертки [2, 3, 40, 47], переходя от уравнений (19)–(23) относительно изображений к уравнениям относительно оригиналов, получим:

$$a_4 K_1 i(t) + K_1 \int_0^t i(t-\tau) W_1(\tau) d\tau = \int_0^t W_2(\tau) e(t-\tau) d\tau, \quad (24)$$

$$a_3' U_{C_1}(t) + \int_0^t W_3(\tau) U_{C_1}(t-\tau) d\tau = \int_0^t W_4(\tau) i(t-\tau) d\tau, \quad (25)$$

$$a_2'' U_{C_2}(t) + \int_0^t W_5(\tau) U_{C_2}(t-\tau) d\tau = \int_0^t W_6(\tau) U_{C_1}(t-\tau) d\tau, \quad (26)$$

$$U_{C_1}(t) = \frac{1}{C_1} \int_0^t 1(\tau) i_1(t-\tau) d\tau, \quad (27)$$

$$U_{C_2}(t) = \frac{1}{C_2} \int_0^t 1(\tau) i_2(t-\tau) d\tau, \quad (28)$$

где $W_1(t), \dots, W_6(t)$ – известные оригиналы передаточных функций $W_1(P), \dots, W_6(P)$;

$$W_1(t) = a_3 + a_2 t + a_1 \frac{t^2}{2} + a_0 \frac{t^3}{6},$$

$$W_2(t) = b_3 + b_2 t + b_1 \frac{t^2}{2},$$

$$W_3(t) = a_2' + a_1' t,$$

$$W_4(t) = b_0' + b_1' t + b_0' \frac{t^2}{2},$$

$$W_5(t) = a_1'' + a_0'' t,$$

$$W_6(t) = t.$$

Решить полученные интегральные уравнения (24)÷(28) в явном виде относительно искомых функций, $i(t)$, $U_{C_1}(t)$, $i_1(t)$, $i_2(t)$ не представляется возможным, так как их значения, в начале решения поставленной задачи являются неизвестными. Интегральные уравнения (24)÷(28) могут быть решены численно, если заменить интегралы суммами.

В связи с этим, используя связь между непрерывным временем t и дискретным n в виде $t = \Delta tn$, (где Δt - период повторения решетчатой функции $n=0, 1, 2, \dots$) согласно подходу, предложенному в [2, 3, 40, 47], производим дискретизацию интегральных уравнений (24)÷(28) при выбранном интервале Δt , заменяя операцию непрерывного интегрирования суммированием, в данном случае пользуясь формулой трапеций.

При этом относительно решетчатых функций $i[n]$, $U_{C_1}[n]$, $U_{C_2}[n]$, $i_1[n]$, $i_2[n]$ получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned} a_4 K_1 i[n] + \frac{K_1 \Delta t}{2} \sum_{m=0}^n (W_1[m] i[n-m] + W_1[n-m+1] i[m-1]) = \\ = \frac{\Delta t}{2} \sum_{m=0}^n (W_2[m] e[n-m] + W_2[n-m+1] e[m-1]) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} a_3' U_{C_1}[n] + \frac{\Delta t}{2} \sum_{m=0}^n (W_3[m] U_{C_1}[n-m] + W_3[n-m+1] U_{C_1}[m-1]) = \\ = \frac{\Delta t}{2} \sum_{m=0}^n (W_4[m] i[n-m] + W_4[n-m+1] i[m-1]) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} a_2'' U_{C_2}[n] + \frac{\Delta t}{2} \sum_{m=0}^n (W_5[m] U_{C_2}[n-m] + W_5[n-m+1] U_{C_2}[m-1]) = \\ = \frac{\Delta t}{2} \sum_{m=0}^n (W_6[m] U_{C_1}[n-m] + W_6[n-m+1] U_{C_1}[m-1]) \end{aligned} \quad (31)$$

$$U_{C_1}[n] = \frac{\Delta t}{2C_1} \sum_{m=0}^n (1[m] i_1[n-m] + 1[n-m+1] i_1[m-1]) \quad (32)$$

$$U_{C_2}[n] = \frac{\Delta t}{2C_2} \sum_{m=0}^n (1[m] i_2[n-m] + 1[n-m+1] i_2[m-1]), \quad (33)$$

где $W_1[n] = a_3 + a_2 \Delta tn + a_3 \frac{(\Delta tn)^2}{2} + a_4 \frac{(\Delta tn)^3}{6},$

$$W_2[n] = b_3 + b_2 \Delta tn + b_1 \frac{(\Delta tn)^2}{2},$$

$$W_3[n] = a_2' + a_1' \Delta tn,$$

$$W_4[n] = b_0' + b_1' \Delta tn + b_0' \frac{(\Delta tn)^2}{2},$$

$$W_5[n] = a_1'' + a_0'' \Delta tn,$$

$$W_6[n] = \Delta tn.$$

Здесь $\sum_{m=0}^n (W_1[m] i[n-m] + W_1[n-m+1] i[m-1]) =$

$$= W_1[0]i[n] + \sum_{m=1}^n (W_1[m]i[n-m] + W_1[n-m+1]i[m-1]) \quad (34)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^n (W_3[m]U_{C_1}[n-m] + W_3[n-m+1]U_{C_1}[m-1]) = \\ & = W_3[0]U_{C_1}[n] + \sum_{m=1}^n (W_3[m]U_{C_1}[n-m] + W_3[n-m+1]U_{C_1}[m-1]) \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^n (W_5[m]U_{C_2}[n-m] + W_5[n-m+1]U_{C_2}[m-1]) = \\ & = W_5[0]U_{C_2}[n] + \sum_{m=1}^n (W_5[m]U_{C_2}[n-m] + W_5[n-m+1]U_{C_2}[m-1]) \end{aligned} \quad (36)$$

$$\sum_{m=0}^n (1[m]i_1[n-m] + 1[n-m+1]i_1[m-1]) = i_1[n] + \sum_{m=1}^n (1[m]i_1[n-m] + 1[n-m+1]i_1[m-1]), \quad (37)$$

где при $m=0$ $i[m-1]=0$, $U_{C_1}[m-1]=0$, $U_{C_2}[m-1]=0$, $i_1[m-1]=0$, $i_2[m-1]=0$

Для определения значения решетчатой функции $i[n]$ выражение (29) с учетом (34) будет:

$$\begin{aligned} & \left(a_4 + \frac{K_1 \Delta t}{2} W_1[0] \right) i[n] + \frac{K_1 \Delta t}{2} \sum_{m=1}^n (W_1[m]i[n-m] + W_1[n-m+1]i[m-1]) = \\ & = \frac{\Delta t}{2} \sum_{m=0}^n (W_2[m]e[n-m] + W_2[n-m+1]e[m-1]) \end{aligned} \quad (39)$$

Решая уравнение (39) относительно решетчатой функции $i[n]$, получаем следующее рекуррентное соотношение, позволяющее последовательно вычислять функции $i[n]$:

$$\begin{aligned} i[n] = & \eta \left\{ \frac{\Delta t}{2} \sum_{m=0}^n (W_2[m]e[n-m] + W_2[n-m+1]e[m-1]) - \right. \\ & \left. - K_1 \frac{\Delta t}{2} \sum_{m=1}^n (W_1[m]i[n-m] + W_1[n-m+1]i[m-1]) \right\}, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\text{где } \eta = \frac{1}{a_4 + \frac{K_1 \Delta t}{2} W_1[0]}$$

В частном случае, если к контуру первичной цепи данной системы приложена постоянная э.д.с., тогда в рекуррентном соотношении (40) следует принимать $e[n]=E$, а если к контуру первичной цепи данной системы приложена синусоидальная э.д.с., тогда $e[n]=E_{m_0} \sin(\omega \Delta t n + \varphi)$ и т.п.

При известном значении решетчатой функции $U_{C_1}[n]$ выражение (30) с учетом (35) будет:

$$U_{C_1}[n] = \eta_2 \left\{ \frac{\Delta t}{2} \sum_{m=0}^n (W_4[m]i[n-m] + W_4[n-m+1]i[m-1]) - \right. \\ \left. - \frac{\Delta t}{2} \sum_{m=1}^n (W_3[m]U_{C_1}[n-m] + W_3[n-m+1]U_{C_1}[m-1]) \right\}, \quad (41)$$

$$\text{где } \eta_2 = \frac{1}{a_3' + \frac{\Delta t}{2} W_3[0]}$$

При известном значении решетчатой функции $U_{C_1}[n]$, на основе (31), (36) проводя аналогичные операции, получаем следующее рекуррентное соотношение для решетчатой функции $U_{C_2}[n]$:

$$U_{C_2}[n] = \eta_2 \left\{ \frac{\Delta t}{2} \sum_{m=0}^n (W_6[m]U_{C_1}[n-m] + W_6[n-m+1]U_{C_1}[m-1]) - \right. \\ \left. - \frac{\Delta t}{2} \sum_{m=1}^n (W_5[m]U_{C_2}[n-m] + W_5[n-m+1]U_{C_2}[m-1]) \right\}, \quad (42)$$

$$\text{где } \eta_3 = \frac{1}{a_2'' + \frac{\Delta t}{2} W_5[0]}$$

При известном значении $U_{C_1}[n]$ для определения значения решетчатой функции $i_1[n]$, выражение (32) с учетом (37) будет:

$$U_{C_1}[n] = \frac{\Delta t}{2C_1} i_1[n] + \frac{\Delta t}{2C_1} \sum_{m=1}^n (1[m]i_1[n-m] + 1[n-m+1]i_1[m-1]) \quad (43)$$

Отсюда получаем следующее рекуррентное соотношение для решетчатой функции $i_1[n]$:

$$i_1[n] = \eta_4 \left\{ U_{C_1}[n] - \frac{\Delta t}{2C_1} \sum_{m=1}^n (1[m]i_1[n-m] + 1[n-m+1]i_1[m-1]) \right\}, \quad (44)$$

где

$$\eta_4 = \frac{1}{\frac{\Delta t}{2C_1}}$$

Проводя аналогичные операции, получаем следующее рекуррентное соотношение для решетчатой функции $i_2[n]$:

$$i_2[n] = \eta_5 \left\{ U_{C_2}[n] - \frac{\Delta t}{2C_2} \sum_{m=1}^n (1[m]i_2[n-m] + 1[n-m+1]i_2[m-1]) \right\}, \quad (45)$$

где

$$\eta_5 = \frac{1}{\frac{\Delta t}{2C_2}}$$

Таким образом, получены между собой связанные рекуррентные соотношения (40), (41), (42), (44), (45). Такой подход позволяет последовательно определять значения решетчатых функций $i[n]$, $U_{C_1}[n]$, $U_{C_2}[n]$, $i_1[n]$, $i_2[n]$.

Таким образом, предложенный новый подход позволяет получить между собой связанные рекуррентные соотношения относительно искомым функций $i[n]$, $U_{C_1}[n]$, $U_{C_2}[n]$, $i_1[n]$, $i_2[n]$ для общего случая, когда к контуру первичной цепи данной сложной электрической системы приложена произвольная э.д.с.

Это позволяет существенно упростить математические выкладки, и при этом становится возможным с высокой точностью расчета весьма эффективным образом последовательно определять значения искомым решетчатых функций $i[n]$, $U_{C_1}[n]$, $U_{C_2}[n]$, $i_1[n]$, $i_2[n]$ с помощью простых рекуррентных соотношений (40), (41), (42), (44), (45) легко реализуемых на компьютере.

Погрешность расчета связана с величиной Δt . Чем меньше выбрано число Δt , тем в меньшей мере характеристики непрерывных функций отличаются от соответствующих характеристик решетчатых. Преимуществом на базе развития теории операционного исчисления нового численного метода, по сравнению с численными методами [24-26, 29-32], является то, что он позволяет описать переходные процессы, протекающие в сложных электрических системах с сосредоточенными параметрами, без перехода в область дискретных изображений, а также осуществлять переход от Лапласовых изображений искомым функций (ток, напряжение), в область оригиналов без нахождения корней характеристического уравнения произвольного порядка, что существенно упрощает математические выкладки и повышает точность расчетов. Кроме того, предложенный новый метод является весьма универсальным, в отличие от существующих методов [24-32] при компьютерном моделировании переходных процессов, возникающих в сложных электрических системах с сосредоточенными параметрами произвольной конфигурации. В зависимости от заданной точности расчета, метод позволяет заменить операцию непрерывного интегрирования суммированием, пользуясь не только прямоугольников, трапеций, но и Симпсона, Уэддла [25,26] и др.

Указанные свойства предложенного нового метода существенно расширяют круг решаемых задач в области динамики в сложных электрических системах с сосредоточенными параметрами. Предложенная методика позволяет свести решение задач динамики в сложных электрических системах с сосредоточенными параметрами к достаточно простым алгоритмам. Полученные рекуррентные формулы удобны для расчета на компьютере. Результаты данной работы могут быть использованы как при проектировании, так и эксплуатации сложных электрических систем с сосредоточенными параметрами.

-
1. Джуварлы Ч.М., Пашаев А.М., Гашимов А.М. Основы теории электрических цепей. Б.: Элм, 2000.
 2. Пашаев А.М., Бабаев М.А., Алиев Я.А., Мамедов А.И., Гусейнов В.С. Численное моделирование переходных процессов в электрических цепях с распределенными параметрами. // Ученые записки Национальной Академии Авиации, 2006, №2.
 3. Пашаев А.М., Мехтиева А.Ш., Алиев Я.А., Мамедов А.И. Компьютерное моделирование переходных процессов в электрических цепях с распределенными параметрами при учете потерь. // Изв. НАН Азербайджана, серия физико-технических и математических наук, 2006, №4.
 4. Каплянский А.Е., Лысенко А.П., Полотовский Л.С. Теоретические основы электротехники. М.: Высшая школа, 1972.
 5. Гарднер М.Ф., Бэрнс Дж.Л. Переходные процессы в линейных системах с сосредоточенными параметрами. М.: Физматгиз, 1961.
 6. Беляцкий А.Ф. Теория линейных электрических цепей. М.: Радио и связь, 1986.

7. Теоретические основы электротехники./ Под ред. Ионкина П.А., Т.1. М.: Высшая школа, 1979.
8. *Круг К.А.* Основы электротехники. Ч.1 и 2. Л.: Госэнергоиздат, 1946.
9. *Фрид Ю.В., Величко Ю.К., Козлов В.Д. и др.* Электросветосигнальное оборудование аэродромов. М.: Транспорт, 1988.
10. *Левинштейн М.Л.* Операционное исчисление в задачах электротехники. Л.: Энергия, 1972.
11. *Конторович М.И.* Операционное исчисление и процессы в электрических цепях. М.: Советское радио, 1975.
12. *Атабеков Г.И.* Теоретические основы электротехники. Ч.1. Линейные электрические цепи. М.: Энергия, 1978.
13. *Микусинский Я.* Операторное исчисление. М.: Издательство иностр. лит., 1956.
14. *Гинзбург С.Г.* Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. М.: Высшая школа, 1967.
15. *Толстов Ю.Г.* Теория линейных электрических цепей. М.: Высшая школа, 1978.
16. *Нейман Л.Р., Демирчян К.С.* Теоретические основы электротехники. Ч.1. Теория линейных электрических цепей. М.: Энергия, 1981.
17. *Бессонов Л.А.* Линейные электрические цепи. М.: Высшая школа, 1984.
18. *Лосев А.К.* Теория линейных электрических цепей. М.: Высшая школа, 1987.
19. *Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В.* Основы теории цепей. М.: Энергоиздат, 1989.
20. *Шимони К.* Теоретическая электротехника /пер. с нем. М.: Мир, 1964.
21. *Дмоховская Л.Ф.* Инженерные расчеты внутренних перенапряжений в электропередачах. М.: Энергия, 1972.
22. *Базуткин В.В., Дмоховская Л.Ф.* Расчеты переходных процессов и перенапряжений. М.: Энергоиздат, 1983.
23. *Матханов П.Н.* Основы анализа электрических цепей. М.: Высшая школа, 1990.
24. *Цыпкин Я.З., Гольденберг Л.М.* Построение переходного процесса в системах автоматического регулирования по характеристикам отдельных элементов. Труды Всесоюзного заочного энергетического института, вып.7 «Электротехника», ГЭИ, 1957.
25. *Цыпкин Я.З.* Теория линейных импульсных систем. М.: Физматгиз, 1963.
26. *Цыпкин Я.З.* Основы теории автоматических систем. М.: Физматгиз, 1977.
27. *Наумов Б.Н.* Переходные процессы в линейных системах автоматического регулирования. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1960.
28. *Наумов Б.Н.* Теория нелинейных автоматических систем. М.: Физматгиз, 1972.
29. *Изерман Р.* Цифровые системы управления. М., 1984.
30. *Красовский А.А., Поспелов Г.С.* Некоторые методы вычисления приближенных временных характеристик линейных систем автоматического регулирования. // Автоматика и телемеханика, 1953, №6.
31. *Ragazzini I.R., Bergen A.R.* A mathematical technique for the analysis of linear. Proc. IRE, vol.42, November, 1954.
32. *Boxer R., Thaler S.* A simplified method of solving linear and nonlinear systems. Prot. IRE, 1956, №1.
33. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Советское радио, 1966.
34. *Кадымов Я.Б.* Переходные процессы в системах с распределенными параметрами. М.: Физматгиз, 1968.
35. *Кадымов Я.Б., Кулиев З.Я., Мамедов А.И.* Расчет переходных процессов в электрической системе, содержащей цепь с распределенными постоянными с

- учетом потерь и нелинейный элемент. // Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1972, №4.
36. Алиев Н.Х., Кадымов Я.Б., Мамедов А.И. Численный метод расчета переходных процессов в сложных неоднородных системах с распределенными параметрами. // Автоматика и телемеханика, 1976, №8.
37. Кадымов Я.Б., Мамедов А.И., Алиев Н.Х. Метод расчета в m связанных распределенных системах. // Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1976, №3.
38. Кадымов Я.Б., Листенгартен Б.А., Мамедов А.И. Численный метод расчета переходных процессов в неоднородных системах с распределенными параметрами. // Изв. Вузов Электромеханика, 1979, №6.
39. Пашаев А.М., Мехтиева А.Ш., Алиев Я.А., Мамедов А.И. Новый метод определения расхода нефти, газа и нефтепродуктов для измерения диафрагменными расходомерами в магистральных газо, нефти и нефтепродуктопроводах с учетом реальных условий – динамических режимов их работы. // Изв. НАН Азербайджана, серия физико-технических и математических наук, 2005, №3.
40. Пашаев А.М., Мехтиева А.Ш., Алиев Я.А., Мамедов А.И. Развитие теории динамики в сложных трубопроводных системах авиа и жидкостных ракетных двигателей с учетом влияния трения жидкости о стенки трубы. // Доклады НАН Азербайджана, 2006, №3-4.
41. Пашаев А.М., Эфендиев О.З., Мамедов А.И., Азизов Р.Р. Численный метод расчета переходных процессов в магистральных нефтепродуктопроводах при последовательной перекачке разносортных нефтепродуктов. Изв. НАН Азербайджана, серия физико-технических и математических наук, 2007, №2.
42. Пашаев А.М., Эфендиев О.З., Мамедов А.И., Азизов Р.Р. Численное моделирование динамических процессов в магистральных нефтепродуктопроводах при последовательной перекачке разносортных нефтепродуктов. // Проблемы Энергетики, 2007, №2.
43. Пашаев А.М., Эфендиев О.З., Мамедов А.И., Азизов Р.Р. Численное определение динамических процессов в магистральном нефтепродуктопроводе, оборудованном центробежным насосным агрегатом при последовательной перекачке разносортных нефтепродуктов. // Проблемы Энергетики, 2007, №3.
44. Пашаев А.М., Эфендиев О.З., Мамедов А.И., Азизов Р.Р. Компьютерное моделирование динамических процессов в магистральных нефтепродуктопроводах при последовательной перекачке разносортных нефтепродуктов. // Доклады НАН Азербайджана, 2007, №1.
45. Пашаев А.М., Эфендиев О.З., Мамедов А.И., Азизов Р.Р. Численное моделирование динамических процессов в разветвленных магистральных нефтепродуктопроводах при последовательной перекачке разносортных нефтепродуктов. // Доклады НАН Азербайджана, 2007, №2.
46. Пашаев А.М., Эфендиев О.З., Мамедов А.И., Азизов Р.Р. Компьютерное моделирование переходных процессов в магистральных нефтепродуктопроводах. // Научные труды Национальной Академии Авиации, 2008, №1.
47. Пашаев А.М., Эфендиев О.З., Мамедов А.И. Развитие теории операционного исчисления для компьютерного моделирования переходных процессов в сложных разветвленных электрических цепях с сосредоточенными параметрами. Доклады НАН Азербайджана, 2008. №1.

**OPERASİON HESABLAMA NƏZƏRİYYƏSİNİN MÜRƏKKƏB TOPLU
PARAMETRLİ ELEKTRİK SİSTEMLƏRİNDƏ BAŞ VERƏN KEÇİD
PROSESLƏRİNİN RƏQƏMLİ MODELLEŞDİRİLMƏSİ ÜÇÜN
GENİŞLƏNDİRİLMƏSİ**

PAŞAYEV A.M., ƏFƏNDİYEV O.Z., MƏMMƏDOV A.İ.

Mədalədə əperasion hesablama nəzəriyyəsinin mürəkkəb torlu parametrli elektrik sistemlərində baş verən keçid proseslərinin rəqəmli modelləşdirilməsi üçün genişləndirilmişdir.

**THE DEVELOPMENT THEORY OF OPERATION CALCULUS FOR
NUMERICAL SIMULATION OF TRANSIENT PROCESSES IN COMPLEX
ELECTRICAL SYSTEMS WITH CONCENTRATED PARAMETERS**

PASHAYEV A.M., EFENDIEV O.Z., MAMEDOV A.I.

On the base development of operation calculus for the computer simulation of transient processes in complex electrical chains with concentrated parameters.