AZƏRBAYCAN ELMLƏR AKADEMİYASININ XƏBƏRLƏRİ
FİZİKA-RİYAZİYYAT VƏ TEXNİKA ELMLƏRİ SERİYASI, 2000 №2

УДК.537.311.33

ТЕОРИЯ ПРОТЕКАНИЯ И ВОПРОС О СОХРАНЕНИИ ФАМИЛИИ

А.Г.КЯЗЫМ-ЗАДЕ

Бакинский Государственный Университет
370145, Баку, ул.З.Халилова, 23

Вопрос о сохранении фамилии анализирован на основе теории протекания. Показано, что фамилия сохраняется, если в каждой семье рождаются три и более детей.

С тех пор, как появились фамилии, человека стал интересовать естественный вопрос: что произойдет с его фамилией через несколько поколений - останется она или исчезнет? Ведь, как правило, фамилии передаются по мужской линии, а рождение мальчика - событие случайное, контролю пока не поддающееся. Ясно, что ответ на поставленный вопрос может быть получен на основе теории вероятностей. Подобными вопросами занимается теория так называемых ветвящихся случайных процессов [1]. Интересно отметить, что этот самостоятельный раздел теории вероятностей возник именно в связи с задачей о вырождении фамилии и поставленная задача решена Ф.Гальтоном и Х.Ватсоном еще в 1874 г. Краткое решение задачи приведено в [2], где вычислена зависимость вероятности вырождения фамилии $Q(n)$ от числа прошедших поколений n для случаев одного, двух, трех и более детей в семье. Показано, что при одном и двух детях в каждом поколении кривые асимптотически приближаются к единице, что означает вырождение этих фамилий в будущем со стопроцентной вероятностью. В семье с тремя и более детьми в каждом поколении предельное значение вероятности исчезновения мужской ветви $Q(n) \ll 1$, так что с достаточно высокой вероятностью $P(n)=1-Q(n)$ в этих семьях фамилия будет передаваться из поколения в поколение. В данной работе показано, что рассмотренная задача более легко может быть решена на основе теории протекания.

Основные идеи теории протекания были сформулированы в 1957 г. Бродбентом и Хаммерсли в связи с ими же введенным новым классом математических задач. В целом в этой теории рассматривается вопрос о связности очень большого числа элементов при условии, что связь каждого элемента со своими соседями носит случайный характер, но задается вполне определенным способом [3,4]. В различных задачах теории протекания вычисляются так называемые пороги протекания, т.е. относительные концентрации связанных элементов (например, узлов или связей), распределенных случайно в пространстве, при которых связанные элементы пронизывают все пространство, а также определяется характер зависимости вероятности образования макроскопически связанных систем в зависимости от концентрации связанных элементов вблизи порога протекания. Различные задачи теории протекания объединяются тем, что геометрия связанных элементов вблизи порога протекания у них одинакова. В настоящее время задачи теории протекания широко применяются в физике, биологии, теории цепных реакций, физике космоса и многих других областях науки и техники.

Рассмотрим одну из задач теории протекания - а именно, задачу узлов на решетке Бете. Решетка Бете - эта система из большого числа узлов, каждый из которых может быть связанным с определенными числами соседних узлов q. Число q (т.е. число линий, выходящих из каждого узла решетки) может быть произвольным, но одинаковым для всех узлов. Важно, что система напоминает дерево, бесконечно разветвляющееся во все стороны. Это означает, что в каждый узел входит только одна линия, но из каждого узла выходит q линия. Каждый узел считается основанием своего дерева, причем деревья, выросшие из каждого узла, в дальнейшем не имеют между собой ни одного общего узла. Число q при таком определении указывает размерность решетки Бете. Ясно, что при $q=1$ мы получим бесконечную одномерную цепочку из связанных узлов.

Допустим, что узлы решетки Бете разделяются на две категории: на светлые узлы С, из которых выходит q линия и на черные узлы Т, из которых не выходит ни одной линии. Далее допустим, что узлы - это люди, причем к категории С относятся люди, передающие полученную какую-то информацию своим q знакомым, а к категории Т - люди, которые не участвуют в распространении слухов. Ясно, что наличие черных узлов сильно влияет на продвижение слуха.

Допустим, что рассматриваемая система ничем не ограничена и имеет бесконечное число узлов. Тогда можно поставить следующий вопрос. Умрет после конечного числа передач вышедший из произвольного узла А какой-то слух или он уйдет на бесконечное расстояние от А и в бесконечной системе станет достоянием бесконечного числа лиц? Ясно, что это зависит от относительного количества светлых и черных узлов и от конфигураций, возникающих в окрестности узла. Фактически речь идет о задаче узлов теории протекания на решетке Бете. Пусть доля людей категории С равна x. Это значит, что выбранный наугад человек с вероятностью x окажется принадлежащим к категории С и с вероятностью $1-x$ - к категории Т. Вопрос, который нужно решить, состоит в следующем. Какова вероятность $P(x)$ того, что слух, сообщенный выбранному наугад человеку, станет достоянием бесконечного числа лиц? Ясно, что при малых значениях x эта вероятность равна нулю, но, однако, она становится отличной от нуля, начиная с некоторого критического значения $x=x_c$.

В рассматриваемой задаче каждый человек из категории С передает слух q своим знакомым. Среднее число людей категории С среди этих знакомых равно qx. Значит, после каждой передачи вместо одного источника информации в среднем возникает qx источников. Таким образом, величина qx является коэффициентом размножения. Для того, чтобы процесс не прекращался, необходимо, чтобы коэффициент размножения был больше единицы. Отсюда следует, что критическая концентрация x_c получается из условия $qx_c=1$, т.е. $x_c=1/q$. Это же значение для x_c получается и при более строгом анализе [3], который позволяет определить также вид функции $P(x)$ вблизи порога протекания.

Рассмотрим задачу о распространении фамилии. Как уже отмечалось, фамилии в основном передаются по мужской линии и в этом отношении вопрос о распространении фамилии практически не отличается от рассмотренной задачи узлов теории протекания на решетке Бете. Просто при этом следует принять, что узлы решетки Бете - это люди, причем к категории С относятся мальчики, а к категории Т - девочки. Как уже упоминалось выше, рождение мальчика - событие случайное. Поэтому при отсутствии всякой корреляции можно считать, что вероятность рождения мальчика в каждой семье равно 1/2. Это означает, что доля мальчиков в указанной решетке Бете $x=1/2$. Тогда ясно, что вероятность $P(x)$ того, что фамилия наугад выбранного человека распространяется на бесконечное число лиц, становится отличной от нуля, если $x>x_c=1/q$. Отсюда следует, что фамилия наугад выбранного человека будет передаваться из поколения в поколение при $q\geq3$, где q - число детей в каждой семье. Поскольку разность $x-x_c$ имеет достаточно большое значение при $q\geq3$, можно ожидать, что даже наличие небольшой корреляции в рождении мальчиков не будет заметно влиять на распространение фамилии, в случае трех и более детей в каждой семье. При $q=1$ и при $q=2$ $P(x)=0$. Это означает, что при одном и двух детях в каждом поколении фамилия наугад выбранного человека в будущем будет исчезать с вероятностью $Q(x)=1-P(x)=1$.

В заключение отметим, что рассмотренная задача - статистическая, и в ней не учитываются редкие нежелательные явления, например, случайное рождение только девочек в первом выбранном поколении.

1. Т.Харрис, *Теория ветвящихся случайных процессов, М., Наука,* (1966).
2. С.В.Путвинский, *Природа,* № 2 (1984) 127.
3. А.Л.Эфрос, *Физика и геометрия беспорядка. М., Наука,* (1982) 175.
4. Б.И.Шкловский, А.Л.Эфрос. *Электронные свойства легированных полупроводников. М., Наука* (1979) 126.

AXMA NƏZƏRİYYƏSİ VƏ SOYADIN SAXLANMA MƏSƏLƏSİ

A.H.KAZIMZADƏ

Axma nəzəriyyəsi əsasında soyadın saxlanma məsələsi analiz edilmişdir. Göstərilmişdir ki, soyadın saxlanılması üçün hər bir ailədə üç və daha çox uşaq doğulmalıdır.

PERCULATION THEORY AND PROBLEM OF FAMILY CONSERVATION

A.G.KYAZYM-ZADE

The Problem of family conservation is analysed on the basis of perculation theory. It was shown that family is conserved if three and more childrens borns in every family.