

УДК 621.372.8

**РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНОГО (СВЧ)  
ВОЛНОВОДА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С ВОЗДУШНЫМ  
ЗАПОЛНЕНИЕМ, РАБОТАЮЩЕГО НА ЧАСТОТАХ 4,9÷7,05 ГГц**

**И.Дж.ИСЛАМОВ**

*Азербайджанский Технический Университет  
370073, Баку, пр.Г.Джавида, 25*

В работе рассмотрены вопросы построения математических моделей магнитного поля СВЧ прямоугольного волновода с воздушным заполнением, работающего на частотах 4,9÷7,05 ГГц. Модель представлена в виде дифференциальных уравнений в частных производных. Описаны численный метод конечных разностей, а также алгоритмы и программные средства расчета. Даны численные расчеты магнитного поля прямоугольного волновода, в результате которого определены действующие значения напряженности для Е-тип и Н-тип волны на элементарных участках данного устройства. Проведено сравнение полученных численных результатов с экспериментальными данными, которые являются вполне удовлетворительными, и погрешность не превышает 6%.

**ВВЕДЕНИЕ**

Для проектирования и совершенствования современных радиотехнических, особенно СВЧ устройств большой мощности, необходимы новые задачи по разработке методов расчета электромагнитных полей. Эти методы базируются на математических моделях и учитывают реальные электрофизические свойства сред - неоднородность, нелинейность, анизотропию, сложность конфигурации границ конструктивных элементов.

Стремление учесть возможно большее число факторов, существенно влияющих на результаты расчета электромагнитного поля в СВЧ устройствах, обуславливает необходимость выбора наиболее рациональных подходов к реализации моделей на основе применения эффективных численных методов решения краевых задач с помощью современных средств вычислительной техники.

Электромагнитные процессы, происходящие в СВЧ устройствах, протекают в исключительно сложных и многообразных условиях. До настоящего времени среды, в которых проводился расчет электромагнитного поля внутри СВЧ прямоугольного волновода, рассматривались как линейные. Однако, при сильных полях, в реально используемых прямоугольных волноводах (в реальных конструкциях) имеют место среды, которые являются нелинейными, т.е. электрофизические параметры среды, заполняющие систему, зависят от напряженности электрического или магнитного поля.

Поэтому, учитывая нелинейность среды, построение алгоритма расчета и расчет электромагнитного поля внутри СВЧ прямоугольного волновода с воздушным заполнением и его эффективная программная реализация являются весьма актуальной задачей электродинамики.

Известно, что для магнитного поля уравнения Максвелла в дифференциальной форме имеют следующий вид [1]:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (2)$$

где  $\vec{j}$  - вектор плотности полного тока проводимости.

Для того чтобы облегчить расчет поля внутри СВЧ прямоугольного волновода с воздушным заполнением, обтекаемого токами, вводим векторный магнитный потенциал  $\vec{A}$ , который определяется из условия, чтобы его интеграл по любому замкнутому пути был равен полному току, охватываемому этим путем.

Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  можно связать с векторным магнитным потенциалом  $\vec{A}$  соотношением [1]

$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}. \quad (3)$$

Теперь с помощью  $\vec{A}$  введем уравнения, описывающие магнитное поле распределенных токов. Из уравнений [1]

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad (4)$$

и (1)

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{j}, \quad (5)$$

отсюда в соответствии с определением  $\vec{A}$  по (3)

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{A}) = \mu \mu_0 \vec{j}. \quad (6)$$

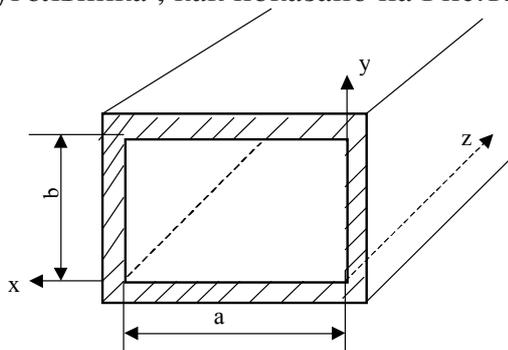
Зная, что [2,3]

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{A}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{A}) - \operatorname{div}(\operatorname{grad} A)$$

и согласно  $\operatorname{div} \vec{A} = 0$  будем иметь

$$\nabla^2 \vec{A} = \operatorname{div}(\operatorname{grad} A) = -\mu \mu_0 \vec{j}. \quad (7)$$

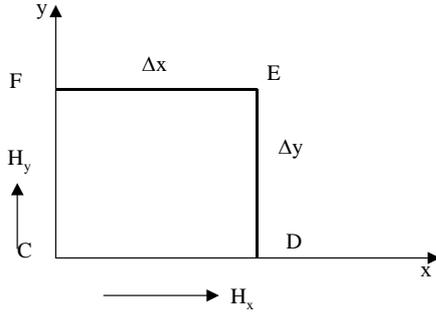
Для расчета магнитного поля внутри прямоугольного волновода с воздушным заполнением начало декартовой системы координат поместим в одну из вершин прямоугольника, а оси системы совместим со сторонами прямоугольника, как показано на Рис.1.



**Рис.1.**

Прямоугольный волновод с воздушным заполнением в декартовой системе координат.

В декартовых координатах (7) для двухмерного случая можно получить при рассмотрении поля внутри бесконечно малого прямоугольника со сторонами  $\Delta x$  и  $\Delta y$ ) (Рис.2.).



**Рис.2.**

Поле внутри бесконечно малого прямоугольника со сторонами  $\Delta x$  и  $\Delta y$ .

Если  $H_x$  - составляющая напряженности поля по оси  $x$  в углу  $C$ , то составляющие напряженности в других углах будут:

$$\begin{aligned} H_x + \frac{\partial H_x}{\partial x} \Delta x & \text{ в углу } D, \\ H_x + \frac{\partial H_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial H_x}{\partial y} \Delta y & \text{ в углу } E, \\ H_x + \frac{\partial H_x}{\partial y} \Delta y & \text{ в углу } F. \end{aligned}$$

Аналогичные выражения можно получить для составляющих напряженности поля по оси  $y$ , исходя из значения составляющей  $H_y$  в углу  $C$ . Среднее значение составляющей напряженности поля в пределах одной стороны находим как среднее из ее значений на концах этой стороны. Для составляющей  $H_x$  среднее значение в пределах стороны  $DE$  равно:

$$H_x + \frac{\partial H_x}{\partial x} \Delta x + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial y} \Delta y . \quad (8)$$

Работа, совершаемая при перемещении полюса с единичной магнитной массой по замкнутому контуру  $CDEF$ , определяется как алгебраическая сумма каждой стороны и ее длины. Эта работа равна полному току, охватываемому контуром, в связи с чем:

$$\begin{aligned} & \left( H_x + \frac{1}{2} \frac{\partial H_x}{\partial x} \Delta x \right) \Delta x + \left( H_y + \frac{\partial H_y}{\partial x} \Delta x + \frac{1}{2} \frac{\partial H_y}{\partial y} \Delta y \right) \Delta y - \\ & - \left( H_x + \frac{\partial H_x}{\partial y} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\partial H_x}{\partial x} \Delta x \right) \Delta x - \left( H_y + \frac{1}{2} \frac{\partial H_y}{\partial y} \Delta y \right) \Delta y = j_z \Delta x \Delta y , \end{aligned} \quad (9)$$

где  $j_z$  - плотность тока в направлении оси  $Z$ . Это уравнение приводится к виду :

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j_z . \quad (10)$$

Выражение в левой части уравнения (10) представляет собой линейный интеграл  $H_i dl$  по замкнутому контуру, отнесенный к единице охватываемой им площади, т.е. является ротором  $\vec{H}$  в декартовых координатах. Аналогичным образом согласно (3) могут быть определены составляющие магнитной индукции:

$$B_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} , \quad (11)$$

и

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}, \quad (12)$$

Учитывая, что поле не изменяется в направлении оси Z и члены  $\frac{\partial A_x}{\partial z}$  и  $\frac{\partial A_y}{\partial z}$  равны нулю, получим

$$B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x}, \quad (13)$$

и

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y}. \quad (14)$$

Зная, что [1]  $\vec{B} = \mu\mu_0 \cdot \vec{H}$ , после подстановки (13) и (14) в (10) получим:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = \mu\mu_0 j_z,$$

отсюда

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = -\mu\mu_0 j_z. \quad (15)$$

Это уравнение является уравнением эллиптического типа и оно описывает двумерное магнитное поле тока, протекающего в направлении оси Z, с помощью векторного потенциала. Поскольку A обладает свойствами функции тока, то (15) можно представить в виде:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = -\mu\mu_0 j_z. \quad (16)$$

С другой стороны [1,2]

$$j_z = \sigma E. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (16), получим:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = -\mu\mu_0 \sigma E. \quad (18)$$

В нелинейной среде (при  $\varepsilon = \varepsilon(E)$ ) зависимость между относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  и напряженностью электрического поля E определяется соотношением [7]:

$$\varepsilon = 1,8 + 1,066 \cdot 10^{-5} E. \quad (19)$$

Итак, преобразуя уравнения (19) и подставляя в (18), получим:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \mu\mu_0 \sigma (1,68 - 0,93\varepsilon) \cdot 10^5 = 0 \quad (20)$$

В уравнении (20) искомая функция U зависит от двух переменных.

### МЕТОД РАСЧЕТА

Необходимо отметить, что полученное дифференциальное уравнение в частных производных (20), являющееся математической моделью магнитного поля СВЧ прямоугольного волновода с воздушным заполнением, оказывается нелинейным и сложная математическая модель достаточно полно и точно

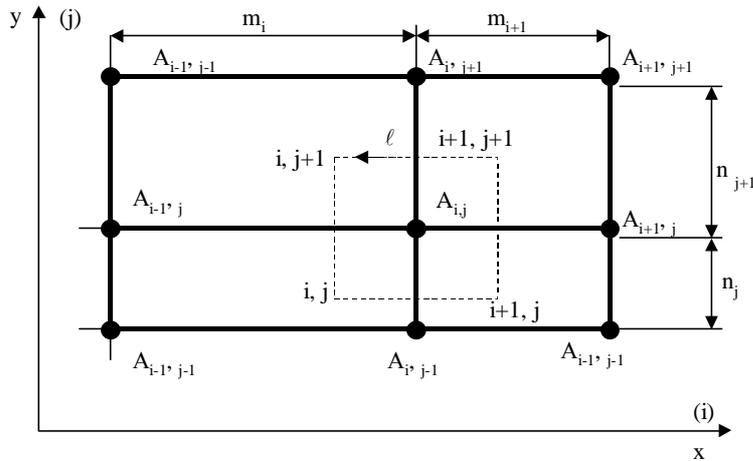
отражает свойства реальной системы. Поэтому общее аналитическое решение уравнения (20) получить не удастся и приходится его решать с помощью численных методов. В связи с этим возникает вопрос о выборе численного метода для решения уравнения в частных производных (20).

Метод конечных разностей [4-10] один из самых эффективных и, в связи с этим, один из наиболее широко применяемых методов решения начальных или начально – краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных.

Решения, полученные методом конечных разностей, представляют собой совокупность значений, описывающих поле функции в дискретных точках, равномерно распределенных по всей области поля. Эти значения находим путем замены одного описывающего поле дифференциального уравнения в частных производных системой простых уравнений в конечных разностях, которые имеют вид линейных уравнений, связывающих значение потенциала в каждой точке со значениями потенциала в других точках, окружающих ее. Таким образом, для определения поля внутри СВЧ прямоугольного волновода с воздушным заполнением: 1) преобразуем дифференциальное уравнение (20) в систему линейных алгебраических уравнений; 2) решаем полученную систему.

Первый этап начинаем с того, что определяемые поля с помощью сетки разбиваем на ячейки.

Обратимся к выводу аппроксимирующих формул. На Рис.3. представлен внутренний узел сетки, на которую нанесена сетка с прямоугольными ячейками. В пределах каждой ячейки магнитную проницаемость и плотность тока принимаем постоянными.



**Рис.3.**

Внутренний узел сетки, на которую нанесена сетка с прямоугольными ячейками.

Для определения  $A(i,j)$  в точке  $M(i,j)$  и упрощения дальнейших записей введем новые обозначения (Рис.4).

Теорему Стокса применим для Рис.3, при этом в окрестности точки  $M_0$  с векторным потенциалом  $A_0$  получим

$$\begin{aligned}
 C_1 \frac{A_1 - A_0}{m_1} + C_2 \frac{A_2 - A_0}{m_2} + C_3 \frac{A_3 - A_0}{m_3} + C_4 \frac{A_4 - A_0}{m_4} = \\
 = -\frac{1}{2} (j_1 m_1 m_4 + j_2 m_1 m_2 + j_3 m_2 m_3 + j_4 m_3 m_4) ,
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

где

$$C_1 = m_4 / \mu_1 + m_2 / \mu_2, \quad C_2 = m_1 / \mu_2 + m_3 / \mu_3,$$

$$C_3 = m_2 / \mu_3 + m_4 / \mu_4, \quad C_4 = m_3 / \mu_4 + m_1 / \mu_1.$$

Решив уравнение (21) относительно  $A_0$  получим соотношение

$$A_0 = L_1 A_1 + L_2 A_2 + L_3 A_3 + L_4 A_4 + L_5. \quad (22)$$

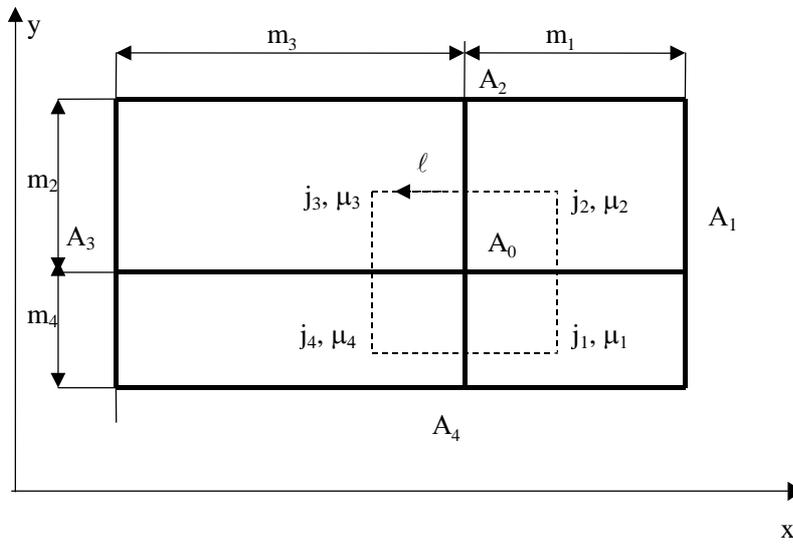
Коэффициенты в (22) определяются простыми формулами:

$$L_l = A_l / m_l C_5, \quad l = 1, 2, 3, 4, \quad (23)$$

$$L_5 = (j_1 m_1 m_4 + j_2 m_1 m_2 + j_3 m_2 m_3 + j_4 m_3 m_4) / 2C_5, \quad (24)$$

где

$$C_5 = C_1 / m_1 + C_2 / m_2 + C_3 / m_3 + C_4 / m_4.$$



**Рис.4.**

Упрощенная форма внутреннего узла сетки

Введем теперь в уравнение (22) общие обозначения (Рис.2). Тогда это уравнение будет иметь вид

$$A(i, j) = L_1(i, j)A(i + 1, j) + L_2(i, j)A(i, j + 1) + L_3(i, j)A(i - 1, j) + L_4(i, j)A(i, j - 1) + L_5(i, j). \quad (25)$$

Применяя уравнение (25) к каждому узлу сетки, получаем систему уравнений, которую можно решить методом исключения неизвестных.

Таким образом, в результате решения системы уравнений для составляющих магнитной индукции  $B_y$  и  $B_x$  СВЧ прямоугольного волновода с воздушным заполнением в точке ячейки  $(i, j)$  (рис.3) получаем:

$$-\frac{\partial A}{\partial x} = B_y = \frac{-A(i, j) + A(i-1, j) - A(i, j-1) + A(i-1, j-1)}{2m_i}, \quad (26)$$

$$\frac{\partial A}{\partial y} = B_x = \frac{-A(i-1, j-1) + A(i-1, j) - A(i, j-1) + A(i, j)}{2n_j}. \quad (27)$$

Если выразить (26) и (27) через составляющих напряженностей, то окончательно получаем:

$$H_y = \frac{-A(i, j) + A(i-1, j) - A(i, j-1) + A(i-1, j-1)}{2\mu_0 m_i}, \quad (28)$$

$$H_x = \frac{-A(i-1, j-1) + A(i-1, j) - A(i, j-1) + A(i, j)}{2\mu_0 n_j}. \quad (29)$$

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На основании изложенного математического алгоритма составлена программа на языке Фортран и согласно (28) и (29) по методу конечных разностей на ПЭВМ произведен расчет, в результате которого определены действующие значения напряженности магнитного поля СВЧ прямоугольного волновода с воздушным заполнением, работающего на частотах  $4,9 \div 7,05$  ГГц, на каждом элементарном участке. Полученные результаты приведены в Таблице 1. На основе полученных числовых результатов построены зависимости (Рис.5а,б) напряженности магнитного поля от длины поперечного сечения прямоугольного волновода с воздушным заполнением для Е-тип и Н-тип волны, которые позволяют определить распределение магнитного поля внутри данного устройства.

**Таблица 1.**

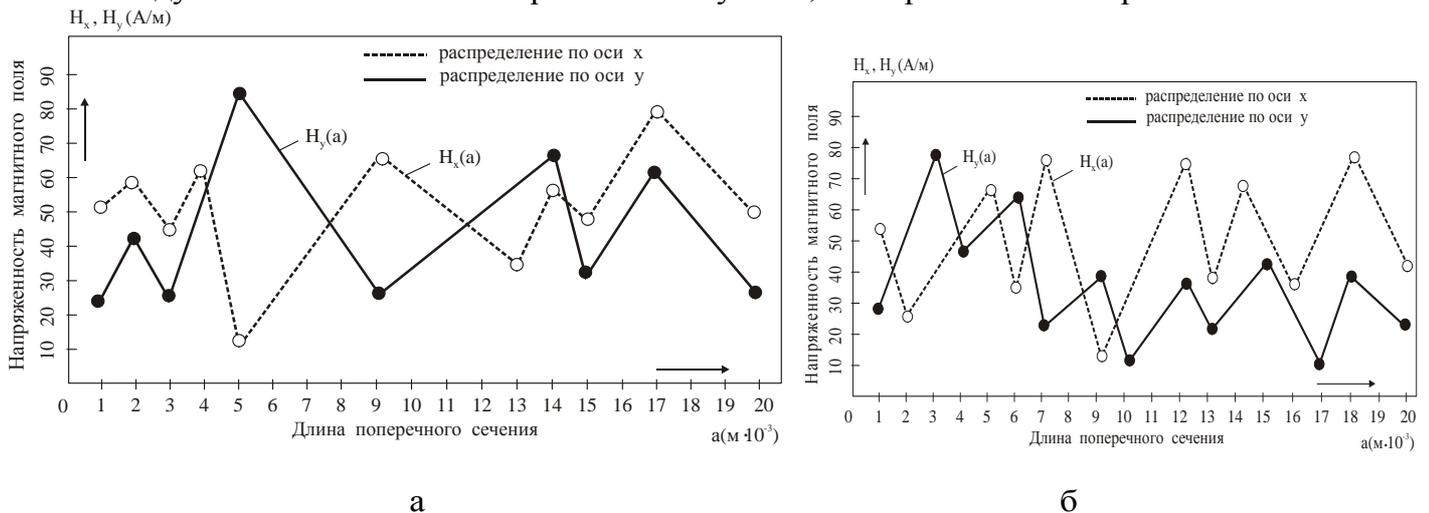
Действующие значения напряженности магнитного поля СВЧ прямоугольного волновода с воздушным заполнением, работающего на частотах  $4,9 \div 7,05$  ГГц, рассчитанные методом конечных разностей.

Номера элементарных участков	Для Е - волны		Для Н - волны	
	H <sub>x</sub> , А/м	H <sub>y</sub> , А/м	H <sub>x</sub> , А/м	H <sub>y</sub> , А/м
1	51,8	24,3	54	28,3
2	67,8	43,2	25,4	35,6
3	44,5	25,6	35,8	77,1
4	63,7	35,4	46,2	45,7
5	11,6	85,8	66,1	62,7
6	52,6	43,7	34,5	64,7
7	54,7	38,9	76,3	22,6
8	61,2	32,1	24,3	34,7
9	63,4	25,2	12,1	37,7
10	53,2	44,3	32,6	11,7
11	52,9	45,9	36,2	33,7
12	43,5	47,1	74,7	35,4
13	34,7	52,5	36,1	20,6
14	55,7	66,9	66,2	41,9
15	47,5	31,7	34,3	42,5
16	59,2	43,7	34,1	29,5
17	79,3	62,9	64,3	10,2
18	61,7	44,4	75,8	37,7
19	61,8	44,2	41,9	29,5
20	49,5	25,8	41,1	21,6

РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНОГО (СВЧ)  
ВОЛНОВОДА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С ВОЗДУШНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ,  
РАБОТАЮЩЕГО НА ЧАСТОТАХ 4,9-7,05 ГГц

С целью уточнения достоверности произведенных теоретических выкладок возникает необходимость обратиться к результатам экспериментальных исследований [7]. С этой целью для измерения напряженности магнитного поля внутри прямоугольного волновода был применен метод реактивного зонда. Сущность метода реактивного зонда сводится к тому, что по образующей устройства прорезаны отверстия в количестве  $n=20$ , сквозь которые в исследуемое устройство может быть введен измерительный зонд индуктивного типа.

Показано, что теоретические и экспериментальные величины напряженности магнитного поля по каждому элементарному участку прямоугольного волновода с воздушным заполнением хорошо согласуются, и погрешность не превышает 6%.



**Рис.5.**

Зависимости между напряженностями магнитного поля от длины поперечного сечения прямоугольного волновода с воздушным заполнением для E – тип (а) и H – тип (б) волны.

Полученные в работе расчетные результаты могут быть применены в ПО «Телерадио» на линиях связи.

Следует отметить, что метод конечных разностей также пригоден аналогичным образом к расчету электрического поля СВЧ прямоугольного волновода с воздушным заполнением, работающего на частотах 4,9÷7,05ГГц и 2,6÷4,11ГГц.

### ВЫВОДЫ

На основе полученных расчетных результатов можно сделать следующие выводы:

1. На практике вместо стандартного прямоугольного волновода с воздушным заполнением, размерами поперечного сечения 40x20мм, целесообразно использовать прямоугольный волновод с воздушным заполнением размерами поперечного сечения 72x34мм;

2. Применение прямоугольного волновода с воздушным заполнением размерами поперечного сечения 72x34мм дает возможность повысить собственную добротность до 4680 и уменьшить коэффициент затухания волноводного тракта длиной 100м на 2,5дБ, при этом увеличивается предельная мощность, переносимая электромагнитной волной типа  $H_{10}$  в импульсном режиме до 4100кВт.

1. *Моделирование электромагнитных полей в электротехнических устройствах*, под ред. А.Е.Степанова, Р.А.Сикора, Киев, Техника, (1990) 187.
2. А.Д.Григорьев, *Электродинамика и техника СВЧ*, Москва, Высшая школа, (1990) 335.
3. F.V.Fusko, *Microwave circuits. Analysis and Computer-aided Design. Prentice-Hall International, London*, (1990) 287.
4. Э.Г.Исмиев, *Топологические методы расчета магнитных элементов и устройств систем управления*, Баку, Элм, (1995) 432.
5. Э.Г.Исмиев, И.Д.Исламов, *Изв. АН Азербайджана, сер. физ.-тех. и мат.наук*, **16** №5-6 (1996) 108.
6. И.Д.Исламов, *Ученые записки АзГУ*, **9** №1 (2000) 101.
7. И.Д.Исламов, *Исследование и моделирование электромагнитного поля линий передачи сверхвысокочастотного диапазона.-Диссертация канд.тех.н.* Баку, (2001) 149.
8. Б.М.Левин, *Радиотехника и электроника*, **42** №8 (1997) 916.
9. Г.И.Марчук, *Методы вычислительной математики*, Москва, Наука, (1989) 608.
10. К.Ректорис, *Вариационные методы в математической физике и технике*, Москва, Мир, (1985) 470.

**4,9÷7,05 QHs TEZLİKLƏRİNDƏ İŞLƏYƏN HAVA İLƏ DOLU DÜZBUCAQLI EN KƏSİYƏ  
MALİK İFRAT YÜKSƏK TEZLİKLİ (İYT) DALĞAÖTÜRƏNİN  
MAQNİT SAHƏSİNİN HESABLANMASI**

**İ.C.İSLAMOV**

İşdə 4,9÷7,05QHs tezliklərində işləyən hava ilə dolu ifrat yüksək tezlikli düzbucaqlı dalğaötürənin maqnit sahəsinin xüsusi törəmli differensial tənliklər şəklində təsvir olunan riyazi modellərinin qurulması məsələsinə baxılmışdır. Sonlu fərqlər ədədi üsulu, o cümlədən bu üsulla aparılmış hesablamaların alqoritmi və proqram vasitəsiləri şərh edilmişdir. E-tip və H-tip dalğalar üçün düzbucaqlı dalğaötürənin maqnit sahəsinin ədədi hesablanması verilmişdir ki, nəticədə bu qurğunun elementar oblastlarında intensivliklərinin təsiredici qiymətləri təyin edilmişdir. Alınmış ədədi nəticələrin təcrübi qiymətlərlə müqayisəsinin aparılması nəticəsində xətanın 6%-dən artıq olmaması müəyyənləşdirilmişdir ki, bu da qənaətbəxş hesab oluna bilər.

**CALCULATION OF MAQNETIC FIELD OF MIKROWAVE RECTANQULAR WAVEGUIDE  
WITH AIR FULL FILLINQ FUNCTIONING ON FREQUENCIES 4,9÷7,05GHz**

**I.J.ISLAMOV**

The mathematical models of the magnetic field in the air full filling microwave rectangular wave guide functioning in frequency range 4,9÷7,05GHz has been considered. The model is presented in the form of partial differential equations. The numerical method of final differences as well as algorithms and programming for calculation have been described.

The numerical calculations of magnetic field of rectangular wave guide are given as a result of tools which the acting values of magnetic fields intensity for E-type and H-type waves on elementary sections of this device were determined.

The obtained numerical results were compared with the experimental data. This composition gave satisfactory results with errors not exceeding 6%.

Редактор: Дж.Абдинов