AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASININ XƏBƏRLƏRİ
Fizika-riyaziyyat və texnika elmləri seriyası, 2003 №5(I)

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА И НЕДИССИПАТИВНЫЕ КИНЕТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ПОЛУМАГНИТНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ В КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Б.М.АСКЕРОВ, С.Р.ФИГАРОВА, М.М.МАХМУДОВ

Бакинский Государственный Университет
AZ 1148, Баку, ул.З.Халилова,23

Работа посвящена изучению термодинамических свойств электронного газа и недиссипативных кинетических эффектов в полумагнитных полупроводниках в квантующем магнитном поле. Найдены общие выражения для теплоемкости, намагниченности и уравнение состояния электронного газа. На основе полученных термодинамических величин изучаются недиссипативные электронные явления переноса, такие как термоэдс и эффект Риги-Ледюка. Исследовано влияния обменного расщепления на равновесные и неравновесные свойства электронного газа. Получены полевая и температурная зависимости рассматриваемых физических величин.

В настоящее время актуальными объектами исследований являются полумагнитные полупроводники (ПМП), которые широко используются в микро и оптоэлектронике, а именно, при изготовлении перестраиваемых полупроводниковых лазеров, солнечных фотоэлементов и т.д.

Любой известный полупроводник, в котором некоторая часть, входящего в него ионов, замещена какими-либо магнитными ионами, является представителем группы ПМП, например $Cd_xMn_{1-x}Te$, $Hg_xMn_{1-x}Te$, $Cd_xMn_{1-x}Se$ [1]. Обменное взаимодействие между магнитными моментами марганца и электронами зоны проводимости ($s-d$ взаимодействие) в таких соединениях приводит к целому ряду свойств, присущих именно ПМП. Вследствие обменного взаимодействия зонные параметры ПМП изменяются и энергетический спектр становится более чувствительным к воздействию внешнего магнитного поля, чем у обычных полупроводников.

Наиболее эффективным и распространенным методом изучения физических свойств этих объектов является исследование статистики носителей тока и электронных явлений переноса в квантующих магнитных полях.

Настоящая работа посвящена изучению термомагнитных свойств электронного газа и недиссипативных кинетических эффектов в ПМП в квантующем магнитном поле. Объединение этих явлений в одной работе связано с тем, что они определяются только законом дисперсии и не связаны с механизмом рассеяния носителей тока. В работе найдены общие выражения для теплоемкости, намагниченности и уравнения состояния электронного газа в ПМП, так как они чувствительны к внутренней структуре вещества и ее изменению, которые справедливы при любой степени вырождения электронного газа. Получены полевая и температурная зависимости этих величин. Исследовано влияние обменного расщепления на равновесные и неравновесные свойства электронного газа. Показано, что в случае невырожденного электронного газа теплоемкость определяется, в основном, концентрацией носителей тока и слабо зависит от величины магнитного поля и зонных параметров. А в случае сильно вырожденного электронного газа наличие квантующего магнитного поля существенно меняет концентрационную зависимость теплоемкости и намагниченности, причем их поведение определяется функцией плотности состояний. Относительно намагниченности, следует отметить, что в случае невырожденного электронного газа, влияние обменного взаимодействия уменьшает величину намагниченности, в то время как в сильно вырожденном случае этим влиянием можно пренебречь.

В работе на основе полученных термодинамических величин изучаются недиссипативные электронные явления переноса, такие как термоэдс и эффект Риги-Ледюка. Определено, что для вырожденного электронного газа в квантовом пределе термоэдс ПМП обратно пропорционально величине обменного взаимодействия и с ростом магнитного поля термоэдс увеличивается. Кроме того, показано, что в невырожденном случае учет обменного взаимодействия приводит к немонотонной зависимости коэффициента Риги-Ледюка от магнитного поля. В то время как для сильно вырожденного электронного газа в квантовом пределе установлено, что эффект слабо зависит от обменного расщепления.

I. При изучении равновесных свойств электронного газа лучше всего исходить из большого термодинамического потенциала электронного газа Ω_e, зная которой можно определить энтропию S, теплоемкость C_V, намагниченность M и уравнение состояния электронного газа. Явный вид Ω_e, зависит от конкретного вида закона дисперсии носителей тока [2]. В ПМП энергетический спектр электронов проводимости при $H=0$ имеет вид [3].

$$e_{ki} = e_{0i} + гk_i^2, \qquad (1)$$

где $e_{0i} = e_g \mp A$, $г = \dfrac{2P^2}{3e_g}$, $k_i^2 = k_\perp^2 + k_{zi}^2$, $(i=1,2)$, e_g-ширина запрещенной зоны, A-величина обменного расщепления, P-параметр Кейна.

При наличии квантующего магнитного поля в формуле (1) появляется дополнительное слагаемое, пропорциональное величине магнитного поля [4].

$$e_{ki} = e_i + 2мHN_i + гk_{zi}^2 \qquad (2)$$

где $e_i = e_{0i} \pm \dfrac{3}{2}мH$, $м = \dfrac{e}{c\hbar}г$, $N_1 = 0, 1...$, $N_2 = 1, 2...$ - квантовые числа Ландау, ($i=1,2$).

Учитывая закон дисперсии (2) для большого термодинамического потенциала получим [5]

$$\Omega_e = -\frac{2}{3}\frac{V(k_0T)^{3/2}}{(pR)^2 г^{1/2}}\left[\sum_{N_1=0}^{\infty} F_{3/2}(з_1) + \sum_{N_2=1}^{\infty} F_{3/2}(з_2)\right], \qquad (3)$$

где $F_r(з_i)$ -однопараметрический интеграл Ферми [5], $з_i = ж^* - e_i^* - 2нN_i$, $e_i^* = \dfrac{e_i^*}{k_0T}$, $н = \dfrac{мH}{k_0T}$ -безразмерный параметр квантования, $R = \left(\dfrac{c\hbar}{eH}\right)^{1/2}$ - магнитная длина.

Для вычисления теплоемкости электронного газа $C_V = T\left(\dfrac{\partial S}{\partial T}\right)_{V,H}$ сначала надо определить энтропию, приходящуюся на единицу объема $S = -\left(\dfrac{\partial \Omega}{\partial T}\right)$. Из (3) для энтропии в случае квантующего магнитного поля найдем

$$S = \frac{k_0^{3/2} T^{1/2}}{(pR)^2 г^{1/2}}\left\{\sum_{N_1=0}^{\infty}\left[F_{3/2}(з_1) - з_1 F_{1/2}(з_1)\right] + \sum_{N_2=1}^{\infty}\left[F_{3/2}(з_2) - з_2 F_{1/2}(з_2)\right]\right\}. \qquad (4)$$

Теперь, используя известное термодинамическое соотношение для теплоемкости единицы объема найдем:

$$C_V = k_0 \frac{(k_0 T)^{1/2}}{2(pR)^2 г^{1/2}} \left\{ \sum_{N_1=0}^{\infty} \left[F_{3/2}(з_1) - 2з_1 F_{1/2}(з_1) + з_1^2 F_{-1/2}(з_1) \right] + \right. \left. + + \sum_{N_2=1}^{\infty} \left[F_{3/2}(з_2) - 2з_2 F_{1/2}(з_2) + з_2^2 F_{-1/2}(з_2) \right] \right\}. \quad (5)$$

Для намагниченности электронного газа в квантующем магнитном поле на основе формулы $M = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial \Omega_e}{\partial H}\right)_{T,нж}$ получим

$$M = \frac{2}{3}\frac{e}{c\hbar}\frac{(k_0 T)^{3/2}}{p^2 г^{1/2}} \left\{ \sum_{N_1=0}^{\infty} \left[F_{3/2}(з_1) - \frac{3}{4} н^{-2} F_{1/2}(з_1)(3+4N_1) \right] + \right. \left. + \sum_{N_2=1}^{\infty} \left[F_{3/2}(з_2) - \frac{3}{4} н^{-2} F_{1/2}(з_2)(3-4N_2) \right] \right\}. \quad (6)$$

Выведем уравнение состояния, т.е. установим связь между давлением P, объемом V, температурой T и внешним магнитным полем H, т.к. $\Omega = -pV$ то для давления при наличии квантующего магнитного поля получим

$$p = k_0 T \frac{2}{3(pR)^2}\left(\frac{k_0 T}{г}\right)^{1/2} \left[\sum_{N_1=0}^{\infty} F_{5/2}(з_1) + \sum_{N_2=1}^{\infty} F_{5/2}(з_2) \right]. \quad (7)$$

Формулы (4) - (7) справедливы для любой степени вырождения электронного газа, а формулы (5) и (6) справедливы также при произвольной величине магнитного поля, но из них не следует явная зависимость теплоемкости и намагниченности от величины магнитного поля, температуры, концентрации электронов проводимости, обменного взаимодействия и других параметров зоны. Поэтому отдельно рассмотрим случай невырожденного и сильно вырожденного электронного газа для измеряемых физических величин, а именно теплоемкость и намагниченность.

а. Невырожденный электронный газ

Используя выражение интегралов Ферми в случае невырожденного электронного газа для теплоемкости

$$C_V = k_0 T \left(\frac{k_0 T}{pг}\right)^{1/2} \left[\sum_{N_1=0}^{\infty} \left(\frac{3}{2} - 2з_1 + 2з_1^2\right) e^{з_1} + \sum_{N_2=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2} - 2з_2 + 2з_2^2\right) e^{з_2} \right], \quad (8)$$

где

$$з_i = \ln\left[2n_i pR^2 \left(\frac{pг}{k_0 T}\right)^{1/2} \right].$$

В формуле (8) произвести суммирование по квантовым числам Ландау N_i невозможно. Поэтому рассмотрен случай квантового предела, когда в суммах можно ограничиться только первыми членами, т.е. $N_1 = 0$ и $N_2 = 0$. Тогда для теплоемкости электронного газа в квантовом пределе с учетом $з_i$ получим

$$C_V = k_0\left\{\frac{3}{4}n + \left(\ln^2\left[2n_1 pR^2\left(\frac{pг}{k_0T}\right)^{1/2}\right] - \ln\left[2n_1 pR^2\left(\frac{pг}{k_0T}\right)^{1/2}\right]\right)n_1 + \right.$$
$$\left. + \left(\ln^2\left[2n_2 pR^2\left(\frac{pг}{k_0T}\right)^{1/2}\right] - \ln\left[2n_2 pR^2\left(\frac{pг}{k_0T}\right)^{1/2}\right]\right)n_2\right\} . \quad (9)$$

Из (9) следует, что теплоемкость невырожденного электронного газа в ПМП при наличии квантующего магнитного поля логарифмически слабо зависит от температуры, магнитного поля, параметров энергетической зоны и в основном определяется концентрацией электронов.

Для намагниченности невырожденного электронного газа из (6) получим

$$M = \frac{nk_0T}{H}\left[1 - \frac{н}{2}\left(2cth\,н + th\left(A^* - \frac{н}{2}\right)\right)\right], \quad (10)$$

где

$$n = \frac{1}{2pR^2}\left(\frac{k_0T}{pг}\right)^{1/2} e^{ж^* - e_g^*}\,\frac{н ch\left(A^* - \frac{н}{2}\right)}{sh\,н} \quad (11)$$

-концентрация электронов в невырожденном случае. Следует отметить, что в отличии от теплоемкости, величина обменного расщепления явно входит в выражение для намагниченности.

Из численного расчета, проведенного на основе формулы (10) и (11) следует, что намагниченность обратно пропорциональна величине температуры, причем величина обменного расщепления влияет на этот рост.

б. Сильно вырожденный электронный газ

Ограничиваясь первым приближением по вырождению из (5) для теплоемкости

$$C_V = \frac{p^2}{3}k_0^2 T g(ж_F), \quad (12)$$

где

$$g(ж_F) = \frac{2}{(2pR)^2(гk_0T)^{1/2}}\left[\sum_{N_1=0}^{\infty} з_1^{-1/2} + \sum_{N_2=1}^{\infty} з_2^{-1/2}\right], \quad (13)$$

Из (12) видно, что теплоемкость вырожденного электронного газа выражается через плотность состояний и, следовательно, повторяет ее поведение, т.е. осциллирует в магнитном поле.

Подставляя в (12) выражение (13) и учитывая, что

$$з_{0i} = (3p^2 n_{0i})^{2/3}\frac{г}{k_0T},$$

для C_V найдем

$$C_V = k_0^2 T\frac{(3p^2)^{1/3}}{4}\frac{e_g}{P^2}\left(n_{01}^{1/3} + n_{02}^{1/3}\right). \quad (14)$$

Для выяснения влияния квантующего магнитного поля и роли обменного расщепления на теплоемкость в (14) ограничимся квантовым пределом, когда все магнитные осцилляторы Ландау находятся в основном состоянии с главными квантовыми числами $N_1 = 0$ и $N_2 = 0$. Тогда, из (12), (13) и учитывая, что

$$з_i = n_i^2(pR)^4\frac{k_0T}{г}, \quad (15)$$

для теплоемкости в сильно вырожденном случае в квантовом пределе определим

$$C_V = \frac{k_0^2 T}{4p^2}\frac{e_g}{P^2}\left(\frac{eH}{c\hbar}\right)^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right). \quad (16)$$

Анализ формулы (16) показывает, что в квантовом пределе и при выполнении условия вырождения теплоемкость электронного газа в квантующем магнитном поле зависит от концентрации обратно пропорционально $\sim n^{-1}$, в отличие от теплоемкости при отсутствии магнитного поля, которая зависит от концентрации следующим образом $\sim n^{1/3}$ [6], что связано с зависимостью функции плотности состояний от энергии. Найдено, что зависимость теплоемкости от магнитного поля квадратична. Наличие магнитного поля не меняет температурной зависимости теплоемкости. Следует отметить, что формула (16) совпадает с формулой теплоемкости электронного газа в полупроводниках с параболическим законом дисперсии, которую можно получить, используя выражение для энтропии, приведенного в [6]. Также следует отметить, что сравнение формул (15) и (16) показывает, что в квантующем магнитном поле значение теплоемкости больше чем в отсутствии магнитного поля, т.е.

$$\frac{C_V(H \neq 0)}{C_V(H = 0)} \sim \frac{1}{(Rk_F)^2}, \quad (17)$$

где k_F -волновой вектор на уровне Ферми.

Для намагниченности, ограничиваясь в (6) первым приближением по выражению и в квантовом пределе, найдем

$$M = \frac{4}{9}\left(\frac{p^2 c\hbar}{e}\right)^2 \frac{P^2}{e_g}\frac{n_1^3+n_2^3}{H^3}\left(1-\frac{3}{4}\frac{3n_1+n_2}{p^4R^6}\right). \quad (18)$$

Как следует из (18) в этом случае зависимость намагниченности от концентрации и магнитного поля становится более существенной по сравнению с невырожденным случаем. Сравнение формул (10) и (18) показывает, что при определенном значении концентрации электронов в невырожденном случае влияние обменного взаимодействия уменьшает величину намагниченности, в то время как в сильно вырожденном случае этим явлением можно пренебречь.

Полученные формулы представлены в виде удобным для сравнения теории с экспериментом. Так, экспериментально определив теплоемкость и зная концентрацию, можно определить ширину запрещенной зоны, а определив намагниченность, найти величину обменного расщепления. Используя термодинамические величины, полученные выше можно изучить некоторые неравновесные свойства электронного газа в ПМП, такие как термоэдс и эффект Риги-Ледюка.

II. Как известно в сильном поперечном магнитном поле, когда $щф >> 1$ (где $щ = \frac{eH}{m_n c}$ - циклотронная частота, m_n - эффективная масса электрона на дне зоны проводимости, $ф$- время релаксации), некоторые кинетические эффекты не зависят от механизма рассеяния $ф$ и определяются только магнитным полем и законом дисперсии носителей тока [7]. К ним относятся два термомагнитных явления: термоэдс в сильном поперечном магнитном поле и эффект Риги-Ледюка.

Важная особенность термоэдс в сильных магнитных полях заключается в том, что она насыщается и от механизма рассеяния не зависит. Поэтому, измеряя термоэдс в сильных поперечных магнитных полях, можно найти приведенный уровень химического потенциала и, следовательно, при известной концентрации можно определить эффективную массу носителей тока. Этот метод широко используется на практике, так как он является более точным по сравнению с методом, основанным на измерении термоэдс без магнитного поля.

Теоретически рассматривается термоэдс в ПМП $Cd_{1-x}Mn_xTe$ при наличии поперечного сильного магнитного поля.

Как известно, термоэдс при данных условиях определяется выражением [8]

$$б(H) = -\frac{S}{en}, \tag{19}$$

где S - энтропия, n - концентрация электронов. Следовательно в нулевом приближении по рассеянию термоэдс выражается через равновесную термодинамическую величину-энтропию. Согласно формулам термодинамики для термоэдс имеем

$$б = -\frac{1}{e}\frac{\left(\dfrac{\partial \Omega}{\partial T}\right)_{ж,H,V}}{\left(\dfrac{\partial \Omega}{\partial ж}\right)_{T,H,V}}. \tag{20}$$

Таким образом, вычисление термоэдс в нулевом приближении по рассеянию сводится к определению термодинамического потенциала Ω, для которого нужно исходить из конкретного закона дисперсии носителей заряда.

Используя (3) в (19), для термоэдс ПМП при любой степени вырождения электронного газа в квантующем магнитном поле получим [9]

$$б = -\frac{k_0}{e}\frac{1}{(pR)^2 n}\left(\frac{k_0T}{г}\right)^{1/2}\left\{\sum_{N_1=0}^{\infty}\left[F_{3/2}(з_1) - з_1F_{1/2}(з_1)\right] + \right.$$
$$\left. + \sum_{N_2=1}^{\infty}\left[F_{3/2}(з_2) - з_2F_{1/2}(з_2)\right]\right\}. \tag{21}$$

Химические потенциалы, входящие в (21), определяются через концентрацию электронов проводимости из формулы

$$n = \frac{1}{(pR)^2}\left(\frac{k_0T}{г}\right)^{1/2}\left[\sum_{N_1=0}^{\infty}F_{1/2}(з_1) + \sum_{N_2=1}^{\infty}F_{1/2}(з_2)\right]. \tag{22}$$

Формула (21) получена при произвольной степени вырождения электронного газа и магнитного поля.

Анализ полученных формул в общем случае требует численных расчетов и поэтому здесь рассмотрены случаи сильно вырожденного и невырожденного электронного газа.

а. Невырожденный электронного газ

В квантующем магнитном поле, учитывая асимптотику интегралов Ферми и выполнив суммирование по квантовым числам N_1 и N_2 каждой подзоны, для термоэдс невырожденного электронного газа получим [9]

$$б = -\frac{k_0}{e}\left(1 + e^{e_1^* - e_2^* - 2н}\right)^{-1}\left[\frac{3}{2} - ж^* + e_1^* + \left(\frac{3}{2} - ж^* + e_2^*\right)e^{e_1^* - e_2^* - 2н} + \right.$$
$$\left. + н(cth\, н - 1)\left(1 + e^{e_1^* - e_2^*}\right)\right], \tag{23}$$

где $e_i^* = \dfrac{e_i}{k_0T}$ а e_i определяется по формуле (2). Химический потенциал входящий в (23), определяется формулой (11).

Формула (23) для термоэдс, как уже отмечено выше, получена при одновременном учете вкладов от двух подзон. Однако, в зависимости от соотношения

$\frac{(e_2 - e_1)}{k_0 T}$ роль электронов второй подзоны может стать несущественной, а именно, при $\frac{(e_2 - e_1)}{k_0 T} > 1$ основной вклад в термоэдс дают электроны нижней подзоны. Оценки показывают, что эта ситуации хорошо реализуется при температурах $T < 300\,K$. Действительно, если использовать данные работы [10, 11], для параметров этих материалов, $(x = 0{,}05;\ e_g = 1{,}64\,эB;\ бN_0 = 0{,}22\,эB;\ < S >= 1;\ H = 10^5\ э; P = 8 \cdot 10^{-8}\ эB \cdot cm)$, то получим

$$\frac{e_2 - e_1}{k_0 T} \approx 8 \quad , \quad н \approx 0{,}15\,. \tag{24}$$

При выполнении вышеуказанных условий из (23) для $б$ в сильном квантующем магнитном поле получим

$$б = -\frac{k_0}{e}\left[\frac{5}{2} - ж^* + e_1^* + \left(\frac{3}{2} - ж^* + e_2^*\right)e^{-2A^*}\right]. \tag{25}$$

В этой области температур для химического потенциала найдем [12]

$$ж = e_1 + k_0 T \ln\left[4n\left(\frac{2P^2 p}{3e_0 k_0 T}\right)^{3/2}\right]. \tag{26}$$

Из (25) видно, что вклад второй подзоны в термоэдс, действительно, определяется экспоненциально малой добавкой.

Если в (23) учесть значения e_1 и e_2 из (2), то для термоэдс в невырожденном случае получим более наглядное выражение

$$б = -\frac{k_0}{e}\left[\frac{5}{2} - ж^* + e_g^* + н\,cth\,н - \left(A^* - \frac{н}{2}\right)th\left(A^* - \frac{н}{2}\right)\right]. \tag{27}$$

Для исследования влияния обменного взаимодействия при одновременном учете обеих подзон в квантующем магнитном поле, найдем обменно- квантовая поправку для термоэдс, которая будет иметь вид

$$\partial б(н, A) = -\frac{k_0}{e}\left[\ln\left(ch\left(A^* - \frac{н}{2}\right)\right) - \left(A^* - \frac{н}{2}\right)th\left(A^* - \frac{н}{2}\right)\right]. \tag{28}$$

Из (28) видно, что влияние обменного взаимодействия и магнитного поля уменьшает величину термоэдс.

В квазиклассическом приближении, когда $н << 1$, формула (27) переходит в выражения для термоэдс в ПМП с невырожденным электронным газом в классически сильных магнитных полях.

б. Сильно вырожденный электронный газ

Когда электронный газ сильно вырожден, из (21) в первом неисчезающем приближении по вырождению для термоэдс в квантующем магнитном поле получим

$$б = -\frac{p^2}{3}\frac{k_0}{e}\frac{k_0 T}{n} g_H(ж_F)\,, \tag{29}$$

где $g_H(ж_F)$- плотность состояний на уровне Ферми в ПМП при наличии внешнего квантующего магнитного поля, которая имеет вид

$$g_H(ж_F) = \frac{2}{(2pR)^2 (гk_0 T)^{1/2}}\left[\sum_{N_1=0}^{\infty} з_1^{-1/2} + \sum_{N_2=1}^{\infty} з_2^{-1/2}\right]. \tag{30}$$

Из (29) видно, что при низких температурах, когда электронный газ вырожден, термоэдс воспроизводит поведение плотности состояний. Поэтому, исключая химический потенциал их этих формул и исследуя зависимость термоэдс от концентрации, можно восстановить функцию плотности состояний и, тем самым, экспериментально определить параметры энергетического спектра ПМП.

С целью выяснения роли обменного взаимодействия и получения явной зависимости термоэдс от температуры, концентрации, магнитного поля и параметров зоны в квантующем магнитном поле в (29) ограничимся первыми членами суммирования по N_1 и N_2, т.е. рассмотрим случай квантового предела $(N_1 = 0\ ,\ N_2 = 1)$. Тогда для термоэдс имеем

$$б = -\frac{k_0}{e}\frac{p^2}{6}(з_1 з_2)^{-1/2}, \qquad (31)$$

где $з_i$ для данного предельного случая определяется из формулы

$$n_i = -\frac{1}{(pR)^2}\left(\frac{k_0 T}{г}\right)^{1/2} з_i^{1/2}. \qquad (32)$$

Учитывая (32) в (31) для $б$ получим

$$б = -\frac{k_0}{e}\frac{k_0 T}{4p^2}\frac{e_g}{P^2}\left(\frac{eH}{c\hbar}\right)^2\frac{1}{n_1 n_2}. \qquad (33)$$

Таким образом, из концентрационной зависимости термоэдс для сильно вырожденного ПМП в квантовом пределе следует, что в квантующем магнитном поле зависимость от температуры T линейная. Термоэдс в квантующем магнитном поле обратно пропорциональна концентрации n электронов и обменному параметру A. По мере увеличения обменной энергии абсолютное значение термоэдс уменьшается. Из (33) видно, что, как и следовало ожидать, в квантующем магнитном поле термоэдс с ростом магнитного поля увеличивается.

Теперь исследуем второй недиссипативный термомагнитный эффект – эффект Риги-Ледюка, коэффициент которого S имеет вид.

$$S = -\frac{1}{ч_Ф H}\left[T\frac{в_{12}^2}{у_{12}} - ч_{12}\right], \qquad (34)$$

где $ч_Ф$ - фононная часть теплопроводности, которая предполагается намного больше электронной: $ч_Ф >> ч_{эл}$, $у_{12}$, $в_{12}$, $ч_{12}$ недиагональные компоненты тензоров проводимости.

Для ПМП типа $Cd_{1-x}Mn_xTe$, в котором зона проводимости за счет обменного взаимодействия расщеплена на две подзоны, недиагональные компоненты тензоров проводимости, будут иметь следующий вид

$$\begin{aligned} у_{12} &= у_{12}^{(1)} + у_{12}^{(2)} = \frac{ec}{H}(n_1 + n_2), \\ в_{12} &= в_{12}^{(1)} + в_{12}^{(2)} = -\frac{ec}{H}\left[n_1\left\langle e_{k1}^* - ж^*\right\rangle + n_2\left\langle e_{k2}^* - ж^*\right\rangle\right], \\ ч_{12} &= ч_{12}^{(1)} + ч_{12}^{(2)} = -T\left(\frac{k_0}{e}\right)^2\frac{ec}{H}\left[n_1\left\langle (e_{k1}^* - ж^*)^2\right\rangle + n_2\left\langle (e_{k2}^* - ж^*)^2\right\rangle\right]. \end{aligned} \qquad (35)$$

где n_1 и n_2 концентрация электронной первой и второй подзоны,

$$e_{ki}^* = \frac{e_{ki}}{k_0 T}\ ,\ \ ж^* = \frac{ж}{k_0 T}\ ,\ \ (i = 1, 2)$$

В случае квантующего магнитного поля, согласно статистическому принципу соответствия, формулу усреднения $\langle ... \rangle_{кв}$ можно записать в следующем виде

$$\langle ... \rangle_{кв} = \frac{2}{(2pR)^2 n} \sum_{N,y} \int_{e0}^{\infty} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial e} \right) k_z(e, N, y, H)(...)de\,. \tag{36}$$

Подставляя (35) в (34), для коэффициента Риги-Ледюка в области сильных магнитных полей получим выражение [13,14]

$$\begin{aligned} S = \left(\frac{k_0}{e}\right)^2 \frac{T}{ч_Ф} \Big[n_1 \left\langle (e_{k1}^* - ж^*)^2 \right\rangle + n_2 \left\langle (e_{k2}^* - ж^*)^2 \right\rangle \Big] - \\ - (n_1 + n_2)^{-1} \Big(\left\langle (e_{k1}^* - ж^*)^2 \right\rangle + n_2 \left\langle (e_{k2}^* - ж^*)^2 \right\rangle \Big) \end{aligned}. \tag{37}$$

Как было указано полученное общее выражение для коэффициента Риги-Ледюка, справедливо для всей области магнитных полей, включая квантующие.

Зависимость S от концентрации, температуры, магнитного поля и параметров ПМП можно определить из совместного решения уравнений (37) и (22), которые справедливы при любой степени вырождения электронного газа.

а. Невырожденный электронный газ

Эффект Риги-Ледюка чувствителен к параметрам энергетического спектра тогда, кода электронный газ является невырожденным. В этом случае, учитывая, что $\langle ж^* \rangle = ж^*$, (37) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} S = \left(\frac{k_0}{e}\right)^2 \frac{T}{ч_Ф} \frac{ec}{H^2} \Big[n_1 \left\langle (e_{k1}^*)^2 \right\rangle + n_2 \left\langle (e_{k2}^*)^2 \right\rangle \Big] - \\ - (n_1 + n_2)^{-1} \Big(\left\langle (e_{k1}^*)^2 \right\rangle + n_2 \left\langle (e_{k2}^*)^2 \right\rangle \Big) \end{aligned}. \tag{38}$$

В квантующем магнитном поле для невырожденного электронного газа в (36) суммирование по квантовым числам Ландау N_1 и N_2 легко выполняется, и тогда (38) при произвольном значении сильного магнитного поля дает

$$S(н, A) = \frac{S_0}{н^2} \left[\frac{3}{2} + н^2 (cth^2 н - 1) + \frac{n_1 n_2}{n^2} (2A^* - н)^2 \right], \tag{39}$$

где $S_0 = \dfrac{г^2 en}{T\, ч_Ф c\hbar}$ - величина, независящая от магнитного поля, размерностью S, $н = \dfrac{мH}{k_0 T}$, $n = n_1 + n_2$ концентрация электронов проводимости, а соответствующие выражения для концентрации электронов первой и второй подзоны - n_1 и n_2, имеют вид

$$n_{1,2} = \frac{1}{(2pR)^2} \left(\frac{pk_0 T}{г} \right)^{1/2} \frac{cth(н/2) \mp 1}{2ch(н/2)} \exp(ж^* - e_g^* \pm A^*)\,, \tag{40}$$

Конкретный анализ выражения (39) можно провести для квазиклассического $(н << 1)$ и квантового $(н >> 1)$ предела.

В квазиклассическом случае, ограничиваясь только линейными членами по $н$, для S получим

$$S(н, A)\big|_{н<<1} = S_{кл}(A) - \frac{2S_0 A^*}{н\big[1 + ch(2A^*)\big]}, \tag{41}$$

где $S_{kл}(A)$ - коэффициент Риги-Ледюка в ПМП типа $Cd_{1-x}Mn_xTe$ в сильном неквантующем магнитном поле.

Из (41) следует, что при одновременном выполнении условий $щф >> 1$ и $н << 1$, поправка связанная с обменным расщеплением уменьшает величину эффекта.

В квантовом пределе $(N_1 = 0,\ N_2 = 1)$ из (39) следует

$$S(н, A)_{н>>1} = \frac{S_0}{н^2}\left[\frac{3}{2} + (2A^* - н)^2 e^{(2A^* - н)}\right]. \tag{42}$$

Как видно из (42) в квантовом пределе вклад обменного расщепления в коэффициент Риги-Ледюка является экспоненциально малым.

б. Сильно вырожденный электронный газ

Исходя из формулы (37) и вычисляя интегралы по энергиям, с точностью до второго приближения по вырождению в квантующем магнитном поле для S найдем

$$S = \frac{p^2}{3}\frac{S_0}{н^2}\left[1 - \frac{p^2}{3}\left(\frac{k_0 T}{n}\right)^2 g_H^2(ж_F)\right], \tag{43}$$

где $g(ж_F)$ - плотность состояний на уровне Ферми в ПМП.

Видно, что при заданной концентрации n коэффициент S для вырожденного электронного газа в магнитном поле изменяется, повторяя поведение плотности состояний на границе Ферми. В квантовом пределе формула для S значительно упрощается и приобретает более наглядный для анализа вид

$$S = \frac{p^2}{3}\frac{S_0}{н^2}\left[1 - \frac{p^2}{12}\left(\frac{k_0 T}{ж_F}\right)^2\left(1 - \frac{e_1}{ж_F}\right)\left(1 - \frac{e_2 + 2мH}{ж_F}\right)\right]. \tag{44}$$

где $ж_F$ - граничная энергия Ферми при абсолютном нуле температуры.

Как видно из формулы (44) влияние обменного взаимодействия проявляется только во втором приближении по вырождению и имеет порядок $\left(\frac{k_0 T}{ж_F}\right) << 1$ (сильное вырождение электронного газа) и поэтому им можно пренебречь. Таким образом, определяющим является первый член в (44), который с учетом S_0, имеет вид

$$S = \frac{p^2}{3}\frac{S_0}{н^2} = \frac{p^2}{3}\left(\frac{k_0}{e}\right)^2 \frac{T}{ч_Ф}\frac{enc}{H^2}. \tag{45}$$

Следует отметить, что эту простую формулу можно применять во всей области сильных магнитных полей H, включая квантующие. Здесь единственным требованием является сильное вырождение электронного газа. Следует отметить, что формула (45) применима также к размерно-квантованным пленкам и сверхрешеткам.

Так, например можно показать, что при определенном условии (45) переходит в формулу полученную для сверхрешетки в работе [15].

Для анализа зависимости эффекта Риги-Ледюка от магнитного поля и влияние обменного взаимодействия на эффект проведен численный расчет на ЭВМ и построена зависимость $\frac{н^2 S}{S_0}$ от параметра квантования $н$ с учетом асимптотики $(н >> 1)$ и $(н << 1)$. При численном расчете для параметров ПМП типа $Cd_{1-x}Mn_xTe$

использованы данные работы [10]: $x = 0{,}05$, $бN_0 = 0{,}22эВ$, $S = 5/2$, а значение функции Бриллюэна $B_S(y)$ для различных y взяты из [16].

Зависимость коэффициента Риги-Ледюка от параметра квантования схематически представлена на Рис.1. Как видно из рисунка в случае невырожденного электронного газа учет обменного взаимодействия приводит к немонотонной зависимости эффекта от параметра квантования $н$. Так, в области магнитных полей, когда $н < 3$, учет обменного взаимодействия уменьшает, а при $н > 3$ увеличивает значение эффекта (кривая 2) по сравнению со случаем отсутствия обменного взаимодействия (кривая 3). Следовательно, около значения магнитного поля $н \approx 3$ эффект имеет пологий минимум. В случае сильного вырождения для конкретного анализа рассмотрен квантовой предел, когда все электроны подзон находятся на первых уровнях Ландау. В этом пределе роль обменного взаимодействия в эффекте оказывается незначительной, а зависимость от магнитного поля определяется как $S \sim 1/H^2$ (кривая 1).

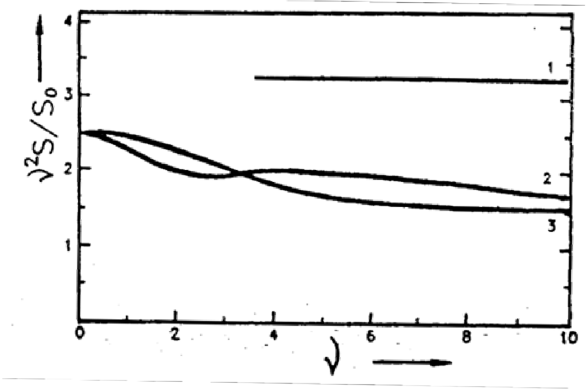

Рис.1.
Зависимость коэффициента Риги-Ледюка от параметра квантования: 1-сильно вырожденный газ в квантовом пределе, 2-невырожденный электронный газ с учетом взаимодействия, 3-невырожденный электронный газ без учета обменного взаимодействия.

В заключение важно отметить, что результаты, изложенные здесь, показывают, что для определения физических параметров ПМП удобным являются измерения термомагнитных эффектов, в произвольной области магнитного поля.

1. *Полумагнитные полупроводники: под ред. Я.Фурдыны, Я.Косута, М.: Мир,* (1992) 496.
2. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Статистическая физика, ч.1-М.: Наука,* (1976) 625.
3. F.M.Gashimsade, S.T.Pavlov, R.S.Nadirzade, T.G.Izsmailov, B.I.Belitski, *Phys. Stat. Sol. (b),* **155** №10 (1989) k161.
4. Ф.М.Гашимзаде, Т.Г.Исмаилов, Р.С.Надирзаде, *Тезисы докладов XIV Всесоюзного совещания по теории полупроводников, Бонецк,* (1989) 184.
5. B.M.Askerov, S.R.Figarova, M.M.Makhmudov, *Book of Abstracts First*
6. *Hellenic – Turkish International Physics Conference 10-15 September,* Bodrum – Turkey and Kos –Greece, (2001) 234.
7. Б.М.Аскеров, *Кинетические эффекты в полупроводниках, Л.: Наука,* (1970) 303.
8. B.M.Askerov, *Electron Transport Phenomena in Semiconductors. World*
9. *Scientific, Singapore New Jersey, London,* (1994) 403.
10. Ю.Н.Образцов, *ФТТ,* **7** (1965) 573.
11. Б.И.Кулиев, Р.Ф.Эминов, М.М.Махмудов, *Вестник Бакинского Университета, сер. физ.-мат. наук,* № 1 (1996) 64.
12. J.K.Furduna, *J.Appl. Phys.,* **64** № 4 (1988) R29.
13. N.B.Brandt, V.V.Moshalkov, *Adv. in Phys.,* **33** № 3 (1984) 193.
14. Б.М.Аскеров, М.М.Махмудов, Р.Ф.Эминов, *Вестник Бакинского Университета, сер. физ.-мат. наук,* №1 (1999) 5.

15. Б.М.Аскеров, М.И.Джафаров, Р.Ф.Эминов, *Изв. вузов СССР, Физика*, вып.7 (1988) 102.
16. Б.И.Кулиев, Р.Ф.Эминов, М.М.Махмудов, *Вестник Бакинского Университета, сер. физ. – мат. наук*, № 1 (1998) 44.
17. Б.М.Аскеров, Н.Ф.Гашимзаде, М.М.Панахов, *ФТТ*, **29** (1987) 818.
18. Дж.Смарт, *Эффективное поле в теории магнетизма. М.: Мир,* (1968) 272.

KVANTLAYICI MAQNİT SAHƏSİNDƏ YARIMMAQNİT YARIMKEÇİRİCİLƏRDƏ QEYRİ-DİSSİPATİV KİNETİK EFFEKTLƏR VƏ ELEKTRON QAZININ TERMODİNAMİK XASSƏLƏRİ

B.M.ƏSGƏROV, S.R.FİQAROVA, M.M.MAHMUDOV

İş yarım maqnit yarımkeçiricilərdə kvantlayıcı maqnit sahəsində elektron qazının termodinamik xassələrinin və qeyri-dissipativ kinetik effektlərin tədqiqinə həsr olunmuşdur. İstilik tutumu, maqniləşmə və elektron qazının hal tənliyi üçün ümumi ifadələr alınmışdır. Alınmış ifadələr əsasında baxılan effektlərin maqnitləşməsindən və temperaturdan asılılıqları təhlil edilmişdir.

THERMODYNAMIC PROPERTIES OF ELECTRON GAS AND NON-DISSIPATIVE KINETIC EFFECTS IN SEMIMAGNETIC SEMICONDUCTORS IN A QUANTIZING MAGNETIC FIELD

B.M.ASKEROV, S.R.FIGAROVA, M.M.MAKHMUDOV

In this work the thermodynamical properties of electron gas and non-dissipative kinetic effects in semimagnetic semiconductors in the quantizing magnetic field are studied. The general expressions for a thermal capacity, magnetizations and states equation of electron gas are found. On the basis of the received thermodynamical magnitude the non-dissipative electron transport phenomena of charge carries such as the thermopower and effect of Righi – Leduc are studied. The influence of exchange splitting on equilibrium and no equilibrium properties of electronic gas are investigated. Field and temperature dependences of considered physical magnitudes are received.

Редактор: М.Алиев