AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASININ XƏBƏRLƏRİ
Fizika-riyaziyyat və texnika elmləri seriyası, 2003 №5(II)

ПОПЕРЕЧНЫЕ И ПРОДОЛЬНЫЕ ТЕРМОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В КУБИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ

Э.Р.ГАСАНОВ

Бакинский Государственный Университет
AZ 1148, Баку, ул. З.Халилова, 23

Теоретически исследованы поперечные и продольные термомагнитные волны в кубических кристаллах. Найдены частота и инкремент этих волн. Анализированы условия неустойчивости.

В работе Л.Э.Гуревича [1] показано, что гидродинамические движения в неравновесной плазме, в которой имеется градиент температуры ∇T, приводят к возникновению магнитных полей, при этом плазма с градиентом температуры ∇T обладает колебательными свойствами заметно отличными от свойств обычной плазмы. В отсутствии внешнего магнитного поля и гидродинамических движений в ней возможны поперечные «термомагнитные» волны, в которых происходят колебания только магнитного поля. Если есть постоянное внешнее магнитное поле $\vec{H}$, то волновой вектор «термомагнитных» волн должен быть перпендикулярен к нему и лежаь в плоскости ($\vec{H}, \vec{\nabla}T$).

В работе Л.Э.Гуревича и Б.Э.Гельмонта [2] сделано предположение, что поскольку существует поток электронов в твердом теле, то возможно возникновение термомагнитных волн в твердом теле при наличии ∇T даже в отсутствии внешнего магнитного поля.

В данной работе исследованы возможности возбуждения термомагнитных волн в анизотропном твердом теле и условия нарастания (т.е. неустойчивость) термомагнитных волн.

Уравнение электрического поля при наличии внешнего магнитного поля в анизотропном твердом теле будет иметь вид:

$$E_i = \eta_{ik} j_k + \eta'_{ik}[\vec{j}\vec{H}]_k + \eta''_{ik}(\vec{j}\vec{H})H_k + \lambda_{ik}\frac{\partial T}{\partial x_k} + \lambda'_{ik}[\nabla\vec{T}\vec{H}]_k + \lambda''_{ik}(\nabla\vec{T}\vec{H})H_k, \tag{1}$$

здесь η_{ik} - тензор обратной величины омического сопротивления, λ_{Ik} – значение дифференциальной термоэдс, λ'_{ik} - коэффициент Нернета-Эттингаузена.

Если внешнее магнитное поле $\vec{H}_0$=0, то для анизотропного твердого тела получим систему уравнений.

$$\begin{cases} E_i = \eta_{ik} j'_k + \lambda'_{ik}[\nabla\vec{T}\vec{H}]_k \\ rot\vec{E}' = -\dfrac{1}{C}\dfrac{\partial\vec{H}'}{\partial t} \\ rot\vec{H}' = \dfrac{4\pi}{C}\vec{j}' + \dfrac{1}{C}\dfrac{\partial\vec{E}'}{\partial t} \end{cases} \tag{2}$$

ПОПЕРЕЧНЫЕ ТЕРМОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ $\vec{K}\perp\nabla\vec{T}$

Предположим, что все предложенные величины имеют характер плоских монохроматических волн $(H', E') \sim e^{i(kx-\omega t)}$, тогда из системы (2) для определения частоты термомагнитных волн при $k_1 \neq 0$, $k_2 = k_3 = 0$, $\frac{\partial T}{\partial x_2} \neq 0$ получим следующие дисперсиновые уравнения

$$\left|\left(R_{ik} - \delta_{ik}\right)\right| = 0\,, \tag{3}$$

где

$$R_{11} = \frac{i\omega}{4\pi}\eta_{11},\ R_{12} = B\eta_{12} + \frac{\omega_{11}}{\omega},\ B = i\frac{\omega^2 - C^2k^2}{4\pi\omega},\ \omega_{11} = C\lambda'_{11}k_1\nabla_2 T,\ R_{13} = B\eta_{13},$$
$$R_{21} = \frac{i\omega}{4\pi}\eta_{21},\ \ R_{22} = B\eta_{22} + \frac{\omega_{21}}{\omega},\ \ \omega_{21} = C\lambda'_{21}k_1\nabla_2 T,\ R_{23} = B\eta_{23}, \tag{4}$$
$$R_{31} = \frac{i\omega}{4\pi}\eta_{31},\ \ R_{32} = B\eta_{32} + \frac{\omega_{31}}{\omega},\ \ \omega_{31} = C\lambda'_{31}k_1\nabla_2 T,\ \ R_{33} = B\eta_{33}.$$

Раскрывая определитель (3) с учетом (4), получим дисперсионное уравнение для кубического кристалла следующего вида:

$$\left(R_{11} - 1\right)\left(R_{22} - 1\right)\left(R_{33} - 1\right) = 0\,. \tag{5}$$

Частота

$$\omega = \omega_0 + i\gamma \tag{6}$$

при любом соотношении ω_0 и γ легко находится решением уравнения (7)

$$i\left[\left(\omega_0 + i\gamma\right)^2 - C^2k^2\right]\eta_{22} - 4\pi\omega_{21} = 4\pi\left(\omega_0 + i\gamma\right), \tag{7}$$

где $\omega_{21} = -Ck\lambda_{21}\nabla T$.

Для определения вещественной и мнимой части частоты, из (7) получим следующие уравнения

$$\left(2\gamma\eta_{22} + 4\pi\right)\omega_0 = -4\pi\omega_{21} \tag{8}$$

$$\left(\omega_0^2 - \gamma^2 - C^2k^2\right) = \frac{4\pi}{\eta_{22}}\gamma\,. \tag{9}$$

Подставляя ω_0 из (8) в (9), получим уравнение для γ при $\gamma < \frac{2\pi\sqrt{5}}{\eta_{22}}$

$$\gamma^2 + \frac{4\pi(1+r)}{\eta_{22}(5+r)}\gamma + \frac{C^2k^2 - \omega_{21}^2}{5+r}0, \quad r = \frac{C^2k^2\eta_{22}^2}{4\pi^2}$$

$$\gamma_{12} = -\frac{2\pi}{\eta_{22}}\frac{1+r}{5+r} \pm \sqrt{\frac{4\pi^2(1+r)^2}{\eta_{22}^2(5+r)^2} + \frac{\omega_{21}^2 - C^2k^2}{5+r}} = -A \pm \sqrt{A^2 + \frac{\omega_{21}^2 - C^2k^2}{5+r}}\,. \tag{8}$$

Из (8) видно, что инкремент нарастания зависит от знака $\omega_{21}^2 - C^2k^2 = R$. При $R=0$, $\omega_{21}=Ck$, $\gamma=-2A$. В этом случае в кубическом кристалле возникает термомагнитная волна с частотой $\omega_0 = \omega_{21}\frac{r-3}{5+r}$. Эта волна является чисто термомагнитной при любом $r \geq 1$ с частотой $\omega_0 = -\frac{3}{5}\omega_{21}$, но она затухает с инкрементом $\gamma=-2A$. При $R>0$, $\omega_{21}>Ck$, и в кристаллах с градиентом температуры $\nabla T > \frac{1}{\lambda_{21}}$ возникает термомагнитная волна с частотой $\omega_0 = -\omega_{21}\frac{1}{1+\frac{\gamma\eta_{22}}{2\pi}}$ и инкрементом нарастания $\gamma = -A + \sqrt{A^2 + \frac{\omega_{21}^2}{5+r}}$, при этом состояние кубического кристалла неустойчиво. При $R<0$, $Ck>\omega_{21}$ и, как видно из (8), возникающая термомагнитная волна быстро затухает с инкрементом затухания

$$\gamma = +A\left[1 \pm \left(1 - \frac{kc^2k^2}{2(5+r)A^2}\right)\right].$$

ПРОДОЛЬНЫЕ ТЕРМОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ $\vec{k} \parallel \nabla \vec{T}$.

Исследование продольных термомагнитных волн в кристаллах требует решения системы уравнений (2). В случае $k \perp \nabla T$ некоторые из тензоров (4) меняются. Тензоры R_{11}, R_{21}, R_{22}, R_{31}, R_{32} имеют вид, как в случае $k \perp \nabla T$, т.е. определяются выражениями (4). Тензоры R_{12}, R_{13}, R_{23}, R_{33} в системе координат

$$k_1 = k,\ k_2 = k_3 = 0,\ \frac{\partial T}{\partial x_2} = \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0,\ \frac{\partial T}{\partial x_1} = \frac{\partial T}{\partial x} \neq 0$$

имеют вид

$$R_{12} = B --- + 4\pi\omega_{21},\quad R_{13} = B --- + 4\pi\omega_{13},\quad R_{23} = B --- + 4\pi\omega_{23}, \tag{11}$$

$$R_{33} = B --- + 4\pi\omega_{33},\quad \omega_{ik} = -c\Lambda_{ik}|k\nabla T|.$$

Поставляя тензоры (4), (6) в (3), получим следующие дисперсионные уравнения для определения ω_0 и γ в кубических кристаллах

$$x_0^4 - 3\alpha x_0^2 x_1 - \beta x_0^2 + 2\varphi x_0 x_1 + r x_0 + R x_1 - d = 0 \quad \mathrm{I}$$

$$(12)$$

$$4x_0^3 x_1 + \alpha x_0^3 - 2\beta x_0 x_1 - \varphi x_0^2 + r x_1 - R x_0 + u = 0 \quad \mathrm{II},$$

здесь $x_0 = \frac{\omega_0}{ck}$, $x_1 = \frac{\gamma}{ck}$, $\alpha = \frac{4\pi(\eta_{22} + \eta_{33})}{Ck\eta_{22}\eta_{33}}$, $\beta = \frac{16\pi^2}{\eta_{22}\eta_{33}C^2k^2} + 2$, $\varphi = \frac{4\pi}{C^2k^2\eta_{22}\eta_{33}}(\omega_{33}\eta_{22} + \omega_{22}\eta_{33})$,

$$r = \frac{16\pi^2(\omega_{22} + \omega_{33})}{C^3k^3\eta_{22}\eta_{33}},\ R = \frac{4\pi(\eta_{22} + \eta_{33})}{C^2k^2\eta_{22}\eta_{33}},\ N = \frac{16\pi^2\omega_{23} + \omega_{32}}{C^4k^4\eta_{22}\eta_{33}},\ d = \frac{16\pi^2\omega_{22} + \omega_{33}}{C^4k^4\eta_{22}\eta_{33}}, \tag{13}$$

$$U = \frac{4\pi}{C^2k^2\eta_{22}\eta_{33}}(\omega_{33}\eta_{22} + \omega_{22}\eta_{33}).$$

Решить (12) в общем случае невозможно, поэтому мы ограничимся решением (12) в практически осуществляемых случаях. Уравнения (12) упрощается при $x_0<1$, т.е. в области частот $\omega_0<Ck$ и $\gamma<\omega$. Анализ (12) показывает, что в области $\omega_0>Ck$ в кубическом кристалле распространяется смещенная волна не термомагнитного характера.

В области $\omega_0<Ck$ распространяются термомагнитные волны. Они могут нарастать в кристаллах, если $\omega_{22}\omega_{33}>\omega_{23}\omega_{32}$. Частота этих волн

$$\omega_0 = \frac{\omega_{22}\omega_{33}}{\omega_{22} + \omega_{33}}\left[1 - \frac{C^2k^2}{16\pi^2\omega_{22}\omega_{33}}\right]. \tag{14}$$

Как видно из (14), когда частота термомагнитных волн достигает значения $\omega_{ii}\approx Ck$ и превышает Ck, имеем $\omega_0 \approx \frac{\omega_{22}\omega_{33}}{\omega_{22} + \omega_{33}}$. При этом условие неустойчивости требует выполнения $d > N$; т.е. $\omega_{22}\omega_{33}>\omega_{23}\omega_{32}$. Инкремент нарастания будет иметь вид $x_1 \frac{1}{4r}(d - N)$.

Таким образом, продольные термомагнитные волны в кубических кристаллах могут быть нарастающими. При $\omega_{ii}\approx\frac{Ck}{4\pi}$ чисто термомагнитная волна в кубических кристаллах не существует, а когда $\omega_{ii} > \dfrac{Ck}{4\pi}$ то возникает волна смешанная с частотой $\omega_0 = \dfrac{C^2k^2}{23\pi^2(\omega_{22} + \omega_{33})}$.

Поперечные и продольные термомагнитные волны могут распространяться в кубических кристаллах независимо, однако исследование их взаимодействия требует решения системы нелинейных уравнений. Термомагнитные волны существуют и в других кристаллах (кубических), однако их исследование требует некоторых экспериментальных данных.

1. Л.Э.Гуревич, *ЖЭТФ*, **44** (1963) 63**.**
2. Л.Э.Гуревич, В.И.Владимиров, *ЖЭТФ*, **44** (1963) 166.
3. Л.Э.Гуревич, Б.Л.Гельмонт, *ЖЭТФ*, **46** (1963) 884.
4. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Механика сплошных сред,* Москва, (1954).
5. Л.Д.Ландау,Е.М.Лифщиц, *Электродинамика сплошных сред,* Москва, (1959).

KUBİK KRİSTALLARDA ENİNƏ VƏ UZUNUNA TERMOMAQNİT DALĞALARI

E.R.HƏSƏNOV

Kubik kristallarda eninə və uzununa termomaqnit dalğaları nəzəri olaraq tədqiq edilmişdir. Bu dalğaların tezliyi, inkrementi və dayanıqsızlıq şərti araşdırılmışdır.

TRANSVERSAL AND LONGITUDINAL THERMOMAGNETIC WAVES IN CUBICAL CRYSTALS

E.R.HASANOV

Transversal and longitudinal thermomagnetic waves in cubical crystals have been researched theoretically. A frequency and increment of these waves have been found. The conditions of instability were analyzed.

Редактор: Ф.Гашимзаде