AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASININ XƏBƏRLƏRİ
Fizika-riyaziyyat və texnika elmləri seriyası, fizika və astronomiya 2004 №5

ДВУМЕРНЫЙ КЕЙНОВСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ф.М. ГАШИМЗАДЕ, А.М. БАБАЕВ

Институт физики НАН Азербайджана
AZ 1143, Баку, пр.Г.Джавида, 33

Методом неминимального взаимодействия рассчитан энергетический спектр двумерного кейновского осциллятора в поперечном магнитном поле. Найдены выражения для резонансных частот дальнего инфракрасного (ДИК) поглощения, а также g^* -фактора спинового расщепления квантованных уровней энергии.

В последние годы растет интерес к исследованиям низкоразмерных систем изготовленных на основе узкощелевых полупроводников. Малость эффективной массы электронов в этих материалах приводит к большой величине энергии квантования, что позволяет наблюдать эффекты размерного квантования в кинетических и оптических свойствах таких систем. С другой стороны, возникает необходимость учесть влияние непараболичности спектра и спин-орбитального взаимодействия, которые существенны для узкощелевых полупроводников. При стандартном способе введения удерживающего потенциала через скалярный потенциал,как показано в работе [1], в рамках модели Кейна получается сложное уравнение для нахождения спектра электронов и дырок, не допускающее аналитического решения.

Здесь мы применили другой подход, основанный на, так называемой, ”неминимальной замене”, примененный ранее в [2-6] к задаче о дираковском осцилляторе. В этом подходе из системы уравнений Кейна также удается получить осцилляторное уравнение, которое мы называем здесь кейновским осциллятором по аналогии с дираковским.

Система двумерных уравнений Кейна, включающая и бездисперсионные зоны тяжелых дырок, имеет вид [7,8]:

$$(\alpha \cdot k \cdot P + \beta \cdot G - E)\text{Ш} = 0, \tag{1}$$

где

$$\alpha_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{\sqrt{6}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{2}$$

$$\alpha_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{i}{\sqrt{6}} & 0 & 0 & \frac{i}{\sqrt{3}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{i}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{-i}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-i}{\sqrt{6}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-i}{\sqrt{6}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-i}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{i}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-i}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_g + \text{Д} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_g + \text{Д} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \\ \Psi_5 \\ \Psi_6 \\ \Psi_7 \\ \Psi_8 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где P- кейновский параметр, Eg- ширина запрещенной зоны, Δ-величина спин-орбитального расщепления, $k = -\imath\nabla$

В системе уравнений Кейна делаем замену:

$$\nabla \to \nabla + (\beta\lambda + 1/2\,\lambda_H)r, \quad (6)$$

где $\lambda = \dfrac{eH}{c\hbar}$ - квадрат обратной магнитной длины, H- напряженность магнитного поля, λ - параметр,характеризующий двумерный удерживающий потенциал, как мы увидим в дальнейшем из вида дифференциального уравнения.

Выражая все компоненты волновой функции через первые две, получим:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{P^2}{3}\left[\frac{2}{E+E_g} + \frac{1}{E+E_g+\Delta}\right]\left[k^2 + (\lambda^2 + \frac{1}{4}\lambda_H^2)r^2 + 2\lambda + \lambda_H L_z\right] \pm \\ & \pm \frac{P^2}{3}\left(\frac{1}{E+E_g} - \frac{1}{E+E_g+\Delta}\right)\left(\lambda\lambda_H r^2 + 2\lambda L_z + \lambda_H\right) - E \end{aligned} \right\} \Psi_{1,2} = 0, \quad (7)$$

где L_z -z компонента оператора момента импульса.

Здесь верхний знак для Ψ_1, а нижний для Ψ_2. Введем обозначения:

$$\frac{\hbar^2}{2m_n}=\frac{P^2}{3}\frac{3E_g+2\Delta}{E_g(E+E_g)}, \tag{8}$$

$$g^*=-\frac{m_0}{m_n}\cdot\frac{2\Delta}{3E+3E_g+2\Delta}, \tag{9}$$

$$\lambda=\frac{m_n\omega}{\hbar}, \tag{10}$$

$$B(E)=\frac{E(E+E_g)(E+E_g+\Delta)(3E_g+2\Delta)}{(3E+3E_g+2\Delta)(E_g+\Delta)}, \omega_c=\frac{eH}{m_n c}\ . \tag{11}$$

Ищем решение уравнение (7) в виде:

$$\Psi=\exp(\imath m\varphi)F(r). \tag{12}$$

Получаем уравнение, которое мы называем 2-мерным Кейновским осциллятором, по аналогии с дираковским осциллятором [3,4].:

$$\left\{\begin{array}{l}-\dfrac{1}{2}m\hbar\omega_c\pm\dfrac{\Delta}{3E+3E_g+2\Delta}\hbar\omega_c+\dfrac{\hbar^2}{2m_n}\left(-\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}r\dfrac{d}{dr}+\dfrac{m^2}{r^2}\right)+\\ +\dfrac{m_n\omega_c{}^2}{2}\left(\dfrac{\omega^2}{\omega_c{}^2}+\dfrac{1}{4}\pm\dfrac{\Delta}{3E+3E_g+2\Delta}\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)r^2-B(E)+\hbar\omega\end{array}\right\}F(r)=0\,, \tag{13}$$

здесь $m=0,\pm1,\pm2,...$ - магнитное квантовое число. Спектр носителей заряда дается выражением:

$$\begin{aligned}B(E)&=\hbar\omega-\frac{1}{2}m\hbar\omega_c\pm\frac{\Delta}{3E+3E_g+2\Delta}(\hbar\omega m+\frac{1}{2}\hbar\omega_c)+\\&+\hbar\omega_c(1+|m|+2n)\cdot\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2+\frac{1}{4}\pm\frac{\Delta}{3E+3E_g+2\Delta}\frac{\omega}{\omega_c}}\ .\end{aligned} \tag{14}$$

Собственные функции:

$$F(r)=\left(\frac{r}{a_\pm}\right)^{|m|}\exp\left(-\frac{r^2}{4a_\pm{}^2}\right)L_n^{|m|}\left(\frac{r}{a_\pm}\right), \tag{15}$$

где

$$a_\pm{}^{-1}=\frac{m_n\omega_c}{\hbar}\cdot\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2+\frac{1}{4}\pm\frac{\Delta}{3E+3E_g+2\Delta}\frac{\omega}{\omega_c}}\,. \tag{16}$$

В пределе слабого заполнения $\dfrac{E}{E_g}\le1$, имеем 4 резонансные частоты для ДИК поглощения:

$$\mp\frac{1}{2}\omega_c\pm\frac{\Delta}{3E_g+2\Delta}\omega+\omega_c\cdot\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2+\frac{1}{4}+\frac{\Delta}{3E_g+2\Delta}\frac{\omega}{\omega_c}}\,. \tag{17}$$

При $\Delta=0$ этот результат совпадает с результатом работы [9], использованным в [10] для интерпретации эксперимента по ДИК поглощению в магнитном поле перпендикулярном плоскости конфайнмента. В этой геометрии эксперимента возбуждаются переходы между квантовыми уровнями латерального конфайнмента, следовательно для расчета резонансных частот поглощения можно применить формулы, полученные для двумерного случая. Поправка из-за спин-орбитального взаимодействия заметна даже для GaAs, но особенно существенна для InAs и InSb.

Из формулы (14) на первой взгляд следует, что даже в отсутствии магнитного поля имеется спиновое расщепление уровней осциллятора Кейна. Однако на самом деле состояния с противоположными спинами вырождены для $m=+|m|$ и $m=-|m|$. Поэтому g^*-фактор определяется выражением:

$$g^* = -\frac{\hbar\omega_c}{\mu_B H}\left(\frac{Д}{3E_g+2Д}+\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2+\frac{1}{4}+\frac{Д}{3E_g+2Д}\frac{\omega}{\omega_c}}-\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2+\frac{1}{4}-\frac{Д}{3E_g+2Д}\frac{\omega}{\omega_c}}\right), \quad (18)$$

которое совпадает с “объемным” g*-фактором при $\omega\to 0$. В противоположном случае $\omega_c \le \omega$, g^* -фактор удваивается, сохраняя свой знак. Отметим, что полученная общая формула (14) позволяет оценить вклад непараболичности спектра как на резонансные частоты ДИК поглощения, так и частоты спинового резонанса в квантовых проволоках. Ранее спиновое расщепление в квантовых точках и квантовых проволоках в рамках модели жестких стенок изучалось в работах [11-13]. В работе [13] исследовано влияние спин-орбитального взаимодействия на электронные энергетические состояния в цилиндрических и сферических квантовых точках и показано, что спин-орбитальное взаимодействие существенно модифицирует энергетический спектр InAs и InSb квантовых точек. Результаты настоящей работы применимы к цилиндрическим проволокам и также демонстрируют важность учета непараболичности спектра электронов и влияние спин-орбитального взаимодействия на энергетический спектр квантовых проволок на основе InAs и InSb. Кроме того, полученные формулы описывают энергетический спектр электронов в квантовой проволоке бесщелевых полупроводников типа HgTe.

1. T.Darnhofer, U.Rösller, Rhys. Rev., **B 47** (1993) 16 020.
2. P.Janes, J.Crawford, Math. Phys., **34** (1993) 4428.
3. J.Benitez, R.P.Martinez, Y.Romero, *Phys. Rev Lett*, **64** (1990) 14.
4. M.Moshinsky and A.Szezepanik, *J. Phys.*, **A 22** (1989) L817.
5. P.A.Cook, *Lett. Nuovo Cimento*, **1** (1971) 419.
6. Б.Ф.Самсонов, А.А.Печерицын, *Изв.Вузов, Физика*, **11** (2000) 48.
7. Б.М.Аскеров, *Кинетические эффекты в полупроводниках, Л., Наука*, (1970).
8. А.И.Ансельм, Введение в теорию полупроводников, М., Наука, (1978).
9. V.Fok, *Zeitschrift für Physik Bd.*, **47** (1928) 446.
10. B.Meurer, D.Heitmann, K.Ploog, Phys.Rev., **B 48** (1993) 11488.
11. A.A.Kiselev, E.L.Ivchenko, U.Rössler, Phys. Rev., **B 58** (1998) 16353.
12. Е.Л.Ивченко, А.А.Киселев, *Письма в ЖЭТФ*, **67** (1996) 41.
13. O.Voskoboynikov, C.P.Lee, O. Tretyak, *Phys.stat.sol.(b)*, **226** (2001) 175.

2-ÖLÇÜLÜ KEYN OSSİLYATORU MAGNİT SAHƏSİNDƏ

F.M.QAŞIMZADE, A.M.BABAYEV

Maqnit sahəsində 2-ölçülü Keyn ossilyatorunda yükdaşıyıcıların enerji spektrləri qeyri-minimal qarşılıqlı təsir metodu ilə hesablanmışdır. Elektronların g-faktoru və infraqırmızı udulmanın rezonans tezliklər üçün ifadə tapılmışdır.

TWO-DIMENSIONAL KANE’S OSCILLATOR IN THE MAGNETIC FIELD

F.M.GASHIMZADE, A.M.BABYEV

The energy spectrum of two -dimensional Kane's oscillator has been calculated using nonminimal interaction way method in magnetic field normal to the plane. Far infrared resonance transitions energies and g*-factor of spin splitting quantum states were founded.

Редактор: Б.Аскеров