НОВЫЙ НЕПЕРТУРБАТИВНЫЙ МЕТОД И УРАВНЕНИЕ БЕТЕ-СОЛПИТЕРА В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Р.Г.ДЖАФАРОВ

Бакинский Государственный Университет
AZ 1148, Баку, З. Халилова, 23

В формализме билокального источника в рамках нового непертурбативного метода получено и исследовано уравнение Бете-Солпитера для волновой функции в квантовой электродинамике. Найдено частное решение.

Многочастичные релятивистские уравнения для функций Грина, в том числе и уравнение Бете-Солпитера (БС) [1], необходимы для описания в рамках теории квантового поля связанных состояний, а также описания рассеяния элементарной частицы на связанном состоянии, рассеяния связанных состояний и т.п. Хорошо известно и относительно детально изучено двухчастичное релятивистское уравнение – уравнение БС. В пионерских работах ядро уравнения определялось по теории возмущений (ТВ) в данном канале диаграмм, которое положило начало исследованию суммирования диаграмм лестичного типа ([2-5] и цитируемая там же литература). Иначе обстоит дело с обобщением уравнения БС на случай трех и более частиц. Такое обобщение для произвольного числа частиц дано Хуангом и Уелдоным в работе [6]. Это обобщение основано на анализе фейнмановских диаграмм ТВ, и все утверждения относительно структуры ядра уравнения имеют исключительно пертурбативный смысл, и они строятся на диаграммном языке, т.е. все утверждения формулируются словесно и не поддаются формализации, что весьма затрудняет исследование.

Метод преобразований Лежандра [7] производящего функционала функций Грина является естественным языком для описания многочастичных уравнений. Итерационная схема, предложенная в [8-10], дает возможность получить точные уравнения для функций любого количества частиц.

В настоящей работе на примере квантовой электродинамики (КЭД) приводим основные идеи этого метода и получаем уравнение БС для волновой функции, где также находим частное решение уравнения БС для волновой функции псевдоскалярного связанного состояния.

Рассмотрим теорию спинорного поля $\psi(x)$ (электрон), взаимодействующего с абелевым калибровочным полем $A_\mu(x)$ (фотон) в $n-$ мерном пространстве Минковского с метрикой $x^2 = x_\mu x_\mu = x_0^2 - x_1^2 - \cdots - x_{n-1}^2$. (Для упрощения обозначений мы все векторные индексы пишем внизу).

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{2d_l}\left(\partial_\mu A_\mu\right)^2 + \overline{\psi}\left(i\hat{\partial} - m + e\hat{A}\right)\psi \ , \qquad (1)$$

здесь $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$; $\hat{A} \equiv A_\mu \gamma_\mu$; $\overline{\psi} = \psi^* \gamma_0$; $m-$ масса электрона, $e-$ заряд (константа связи), $d_l -$калибровочный параметр, $\gamma_\mu -$матрицы Дирака.

Производящий функционал функций Грина (вакуумных средних T - произведения полей) может быть представлен в виде функционального интеграла

$$G(J,\eta) = \int D(\psi,\overline{\psi},A)\exp i\left\{\int dx\left(L + J_\mu(x)A_\mu(x)\right) - \int dxdy\,\overline{\psi}^{\beta}(y)\eta^{\beta\alpha}(y,x)\psi^{\alpha}(x)\right\}, \qquad (2)$$

здесь $J_\mu(x)$ – источник калибровочного поля, а $\eta^{\beta\alpha}(y,x)$ – билокальный источник спинорного поля (α и β спинорные индексы). Нормировочная постоянная опущена.

Функциональные производные G по источникам есть вакуумные средние

$$\frac{\delta G}{\delta J_\mu(x)} = i\langle 0|A_\mu(x)|0\rangle, \quad \frac{\delta G}{\delta \eta^{\beta\alpha}(y,x)} = i\langle 0|T\{\psi^\alpha(x)\overline{\psi}^\beta(y)\}|0\rangle . \qquad (3)$$

Эвристический вывод уравнений Швингера-Дайсона (ШД) для производящего функционала G основан на соотношениях (см. [7-10])

$$0 = \int D(\psi,\overline{\psi},A)\,\frac{\delta}{\delta A_\mu(x)}\exp i\left\{\int dx\left(L + J_\mu(x)A_\mu(x)\right) - \int dxdy\,\overline{\psi}(y)\eta(y,x)\overline{\psi}(x)\right\}, \qquad (4)$$

$$0 = \int D(\phi,\overline{\phi},A)\,\frac{\delta}{\delta\overline{\phi}_\mu(x)}\overline{\phi}_\mu(y)\exp i\left\{\int dx\left(L + J_\mu(x)A_\mu(x)\right) -- \int dxdy\,\overline{\psi}(y)\eta(y,x)\psi(x)\right\}. \qquad (5)$$

Произведя в (4) и (5) дифференцирования и принимая во внимания (3), получаем уравнения ШД для производящего функционала функций Грина КЭД

$$\left(g_{\mu\nu}\partial^2 - \partial_\mu\partial_\nu + \frac{1}{d_l}\partial_\mu\partial_\nu\right)\frac{1}{i}\frac{\delta G}{\delta J_\nu(x)} + ietr\left\{\gamma_\mu\frac{\delta G}{\delta\eta(x,x)}\right\} + J_\mu(x)G = 0 , \qquad (6)$$

$$\delta(x-y)G + \left(i\hat{\partial} - m\right)\frac{\delta G}{\delta\eta(y,x)} + \frac{e}{i}\gamma_\mu\frac{\delta^2 G}{\delta J_\mu(x)\delta\eta(y,x)} - \int dx'\eta(x,x')\frac{\delta G}{\delta\eta(y,x')} = 0 , \qquad (7)$$

здесь и в дальнейшем ∂_μ означает дифференцирование по переменной x, дифференцирование по другим переменным будет обозначаться указанием этой переменной в качестве верхнего индекса. Для того чтобы не загромождать изложение, мы рассматриваем пока неперенормированную теорию. По вопросам перенормировки уравнений ШД можно обратиться к [8], где также можно найти получение тождеств Уорда.

При $e=0$ уравнения ШД (6) и (7) имеют решение

$$G^{free} = \exp\left\{\frac{1}{2i}J_\mu\otimes D^c_{\mu\nu}\otimes J_\nu + Tr\log\left(1 + S^c\otimes\eta\right)\right\},$$

где

$$D^c_{\mu\nu} = \left[g_{\mu\nu}\partial^2 - \partial_\mu\partial_\nu + \frac{1}{d_l}\partial_\mu\partial_\nu\right]^{-1} \quad \text{и} \quad S^c = \left(m - i\hat{\partial}\right)^{-1},$$

есть пропагаторы свободных полей, $\otimes$ – умножение в операторном смысле, а Tr – означает взятие следов в операторном смысле. Функционал G^{free} является производящим функционалом функций Грина свободных полей и составляет основу для итерационной схемы ТВ по константе связи e.

Для решения уравнений ШД (6) и (7) воспользуемся итерационной схемой, предложенной в [8-11].

В соответствии с выбором главного приближения i-ый член итерационного разложения производящего функционала

$$G = G^{(0)} + G^{(1)} + \ldots + G^{(i)} + \ldots \qquad (13)$$

есть решение уравнений итерационной схемы

$$\left(g_{\mu\nu}\partial^2 - \partial_\mu\partial_\nu + \frac{1}{d_l}\partial_\mu\partial_\nu\right)\frac{1}{i}\frac{\delta G^{(i)}}{\delta J_\nu(x)} + ietr\left\{\gamma_\mu\frac{\delta G^{(i)}}{\delta\eta(x,x)}\right\} = -J_\mu(x)G^{(i-1)} \qquad (14)$$

$$\delta(x-y)G^{(i)} + \left(i\hat{\partial} - m\right)\frac{\delta G^{(i)}}{\delta\eta(y,x)} + + \frac{e}{i}\gamma_\mu\frac{\delta^2 G^{(i)}}{\delta J_\mu(x)\delta\eta(y,x)} = \int dx'\eta(x,x')\frac{\delta G^{(i-1)}}{\delta\eta(y,x')} . \qquad (15)$$

Решение уравнений (14) и (15) будем искать в виде

$$G^{(i)} = P^{(i)} G^{(0)} . \qquad (16)$$

Из определения производных производящего функционала как вакуумных средних T-произведения полей следует, что ферми-симметрия накладывает на *полный* производящий функционал требование [8]

$$\frac{\delta^2 G}{\delta\eta^{\beta\alpha}(y,x)\delta\eta^{\beta'\alpha'}(y',x')} = -\frac{\delta^2 G}{\delta\eta^{\beta'\alpha}(y',x)\delta\eta^{\beta\alpha'}(y,x')} . \qquad (17)$$

Решим уравнение ШД (6) относительно первой производной производящего функционала по J_μ и подставим во второе уравнение ШД (7). Таким образом получим проинтегрированное по A_μ уравнение

$$\delta(x-y)G + \left(i\hat{\partial} - m\right)\frac{\delta G}{\delta\eta(y,x)} + ie^2\int dx_1 D^c_{\mu\nu}(x-x_1)\gamma_\mu \frac{\delta}{\delta\eta(x_1,x)} tr\gamma_\nu \frac{\delta G}{\delta\eta(y,x_1)} =$$

$$= \int dx_1 \left\{\eta(x,x_1)\frac{\delta G}{\delta\eta(y,x_1)} + eD^c_{\mu\nu}(x-x_1)J_\nu(x_1)\gamma_\mu \frac{\delta G}{\delta\eta(y,x)}\right\} . \qquad (18)$$

В соответствии с общим принципом построения итераций в качестве главного приближения выбираем уравнения (18), в коэффициентах которого положено $J_\mu = 0, \eta = 0$, т.е.

$$\delta(x-y)G^{(0)} + \left(i\hat{\partial} - m\right)\frac{\delta G^{(0)}}{\delta\eta(y,x)} + ie^2\int dx_1 D^c_{\mu\nu}(x-x_1)\gamma_\mu \frac{\delta}{\delta\eta(x_1,x)}\gamma_\nu \frac{\delta G^{(0)}}{\delta\eta(y,x_1)} = 0 . \qquad (19)$$

Это уравнение имеет решение в виде функционала

$$G^{(0)} = \exp\left\{TrS^{(0)} * \eta\right\} . \qquad (20)$$

Для уравнения (19) характеристическое уравнение имеет вид [8]

$$\left[S^{(0)}\right]^{-1}(x) = \left(m - i\hat{\partial}\right)\delta(x) - ie^2 D^c_{\mu\nu}(x)\gamma_\mu S^{(0)}(x)\gamma_\nu , \qquad (21)$$

т.е. является нетривиальным нелинейным уравнением для $S^{(0)}$ -свободного пропагатора фотона. Отметим, что при $m = 0$ (киральный предел) в поперечной калибровке $d_l = 0$ это уравнение имеет простое решение

$$S^{(0)} = -1/i\hat{\partial} . \qquad (22)$$

Уравнение итераций в соответствии с (15) и (16) имеет вид

$$\delta(x-y)G^{(i)} + \left(i\hat{\partial} - m\right)\frac{\delta G^{(i)}}{\delta\eta(y,x)} + ie^2\int dx_1 D^c_{\mu\nu}(x-x_1)\gamma_\mu \frac{\delta}{\delta\eta(x_1,x)}\gamma_\nu \frac{\delta G^{(i)}}{\delta\eta(y,x_1)} =$$

$$= \int dx_1 \left\{\eta(x,x_1)\frac{\delta G^{(i-1)}}{\delta\eta(y,x_1)} + eD^c_{\mu\nu}(x-x_1)J_\nu(x_1)\gamma_\nu \frac{\delta G^{(i-1)}}{\delta\eta(y,x)}\right\} . \qquad (23)$$

Первым шагом решения уравнения является

$$G^{(1)} = P^{(1)}\, G^{(0)},$$

где

$$P^{(1)} = \frac{1}{2} \otimes S_2^{(1)} \otimes \eta + S^{(1)} \otimes \eta_\nu + J_\mu \otimes F_\mu^{(1)} \otimes \eta . \qquad (24)$$

С учетом уравнения главного приближения (20) и характеристического уравнения (21) получаем для трехточечной функции $F_\lambda^{(1)}$, двухэлектронной функции $S_2^{(1)}$ и поправки к пропагатору $S^{(1)}$ следующие уравнения [8]

$$F_\lambda^{(1)}(z;x,y) = -e\int dx_1 D^c_{\lambda\mu}(z-x_1)S^{(0)}(x-x_1)\gamma_\mu S^{(0)}(x_1-y) +$$

$$+ie^2\int dx_1dy_1D^c_{\lambda\mu}(x_1-y_1)S^{(0)}(x-x_1)\gamma_\mu F^{(1)}_\lambda(z;x_1;y_1)\gamma_\nu S^{(0)}(y_1-y), \qquad (25)$$

$$S_2^{(1)}\begin{pmatrix} x, & y \\ x', & y' \end{pmatrix} = -S^{(0)}(x-y')S^{(0)}(x'-y)+$$

$$+ie^2\int dx_1dy_1D^c_{\mu\nu}(x_1-y_1)S^{(0)}(x-x_1)\gamma_\mu S_2^{(1)}\begin{pmatrix} x_1, y_1 \\ x', y' \end{pmatrix}\gamma_\nu S^{(0)}(y_1-y)\ , \qquad (26)$$

$$S^{(1)}(x-y)=ie^2\int dx_1dy_1D^c_{\mu\nu}(x_1-y_1)S^{(0)}(x-x_1)\gamma_\mu S_2^{(1)}\begin{pmatrix} x_1, y_1 \\ y_1, y \end{pmatrix}\gamma_\nu +$$

$$+\ ie^2\int dx_1dy_1D^c_{\mu\nu}(x_1-y_1)S^{(0)}(x-x_1)\gamma_\mu S^{(1)}(x_1-y_1)\gamma_\nu S^{(0)}(y_1-y). \qquad (27)$$

Уравнения (25)-(27) и характеристическое уравнение (21) на языке диаграмм соответствует известному лестничному приближению.

Теперь подробно исследуем уравнение двухэлектронной функции $S_2^{(1)}$ (26) первого шага итераций.

После проведения Фурье-преобразования уравнение (26) приобретает следующий вид:

$$\widetilde{S}_2^{(1)}\begin{pmatrix} p_x, & p_y \\ p_{x'}, & p_{y'} \end{pmatrix}^{\alpha\beta}_{\alpha'\beta'} = -S^{(0)\alpha\beta'}(p_x)S^{(0)\alpha'\beta}(p_y)\widetilde{\delta}(p_{x'}-p_y)\widetilde{\delta}(-p_{y'}+p_x)+$$

$$+ie^2\int dp_1D^c_{\mu\nu}(p_x-p_1)\cdot S^{(0)\alpha\alpha_1}(p_x)\gamma_\mu^{\alpha_1\alpha_2}\widetilde{S}_2^{(1)}\begin{pmatrix} p_1, p_y-p_x+p_1 \\ p_{x'}, \quad p_{y'} \end{pmatrix}^{\alpha_2\beta_2}_{\alpha'\beta'}\gamma_\nu^{\beta_2\beta_1}S^{(0)\beta_1\beta}(p_y), \qquad (28)$$

где введены следующие условные обозначения: $\widetilde{\delta}(p)=(2\pi)^D\delta(p)$ и $\widetilde{S}_2^{(1)}=(2\pi)^D S_2^{(1)}$.

Определим структуру итераций. Нулевое приближение есть

$$\widetilde{S}_2^{0}\begin{pmatrix} p_x, \ p_y \\ p_{x'}, p_{y'} \end{pmatrix} = -S^{(0)}(p_x)S^{(0)}(p_y)\widetilde{\delta}(p_x+p_{x'}-p_y-p_{y'})\widetilde{\delta}(p_x-p_{y'}) \qquad (29)$$

Подставляя (29) (при этом заменяя импульсы следующем образом $p_x\to p_1$, $p_y\to p_1+p_y-p_x$; $p_{x'}\to p_{x'}$; $p_{y'}\to p_{y'}$) в подынтегральное выражение уравнения (28) получим первое приближение

$$\widetilde{S}_2^{(1)}\begin{pmatrix} p_x, \ p_y \\ p_{x'}, p_{y'} \end{pmatrix}^{\alpha\beta}_{\alpha'\beta'} = -ie^2\int d\widetilde{p}_1D_{\mu\nu}(p_x-p_1)S^{(0)\alpha\alpha_1}(p_x)\gamma_\mu^{\alpha_1\alpha_2}S_2^{(0)}(p_1)\cdot$$

$$\cdot S_2^{(0)}(p_1+p_y-p_x)\widetilde{\delta}(p_x+p_{x'}-p_y-p_{y'})\widetilde{\delta}(p_1-p_{y'})\gamma_\mu^{\beta_2\beta_1}S^{(0)\beta_1\beta}(p_y)\ . \qquad (30)$$

Из (29) вытекает следующее определение:

$$\widetilde{S}_2^{(1)}\begin{pmatrix} p_x, \ p_y \\ p_{x'}, p_{y'} \end{pmatrix} \equiv \widetilde{\delta}(p_x+p_{x'}-p_y-p_{y'})S_2^{(1)}\begin{pmatrix} p_x, \ p_y \\ p_{x'}, p_{y'} \end{pmatrix}. \qquad (31)$$

Используя определение (31) в (30) для двухфермионной функции $S_2^{(1)}$ в лестничном приближении в первом шаге итерационной схемы получим, следующее уравнение:

$$\widetilde{S}_2^{(1)}\begin{pmatrix} p_x, & p_y \\ p_{x'}, & p_{y'} \end{pmatrix}^{\alpha\beta}_{\alpha'\beta'} = -S^{(0)\alpha\beta'}(p_x)S^{(0)^{\alpha'\beta}}(p_y)\widetilde{\delta}(p_x-p_{y'})+$$

$$+ie^2\int d\widetilde{p}_1D_{\mu\nu}(p_x-p_1)S^{(0)\alpha\alpha_1}(p_x)\gamma_\mu^{\alpha_1\alpha_2}S_2^{(1)}\begin{pmatrix} p_1, p_y-p_x+p_1 \\ p_{x'}, \quad p_{y'} \end{pmatrix}\gamma_\nu^{\beta_2\beta_1}S^{(0)\beta_1\beta}(p_y). \qquad (32)$$

Из δ-функции (29) вытекает закон сохранения энергии

$$p_x - p_y = p_{y'} - p_{x'} .$$

Умножая уравнение (32) с обеих сторон на обратное $\left[S^{(0)}\right]^{-1}$, далее переходя к полному импульсу

$$P = p_x - p_y = p_{y'} - p_{x'}$$

и относительным импульсам

$$k = \frac{p_x + p_y}{2}, \quad k' = \frac{p_{x'} + p_{y'}}{2},$$

перепишем в следующем виде:

$$\left[S^{(0)\alpha\alpha_1}\left(k + \frac{P}{2}\right)\right]^{-1} S_2^{(1)\alpha_1\beta_1,\alpha'\beta'}(k,k';P)\left[S^{(0)\beta_1\beta}\left(k - \frac{P}{2}\right)\right]^{-1} = \widetilde{\delta}(k-k')\delta^{\alpha\beta'}\delta^{\alpha'\beta} +$$

$$+ ie^2 \int d\widetilde{k}_1 D_{\mu\nu}(k-k_1)\gamma_\mu^{\alpha\alpha_2} S_2^{(1)\alpha_2\beta_2,\alpha'\beta'}(k_1,k';P)\gamma^{\beta_1\beta} . \quad (33)$$

Для дальнейшего исследования уравнения (33) переходим к связанным состояниям

$$S_2^{(1)\alpha\beta,\alpha'\beta'}(k,k';P) = \frac{\chi^{\alpha\beta}(k)\overline{\chi}^{\alpha'\beta'}(k')}{M^2 - P^2} + \left[S_2^{(1)\alpha\beta,\alpha'\beta'}\right]^{\mathrm{Reg}} . \quad (34)$$

Подставляя функцию (34) в (33), далее умножая полученное уравнение с обеих сторон на обратное $\left[\overline{\chi}^{\beta'\beta''}\right]^{-1}$, в пределе $P^2 = M^2$ и учитывая, что $\overline{\chi}^{\beta\alpha\beta'}\left[\overline{\chi}^{\beta'\beta''}\right]^{-1} = \delta^{\alpha'\beta'}$, получим

$$\left[S^{(0)\alpha\alpha_1}\left(k + \frac{P}{2}\right)\right]^{-1} \chi^{\alpha_1\beta_1}(k)\left[S^{(0)\beta_1\beta}\left(k - \frac{P}{2}\right)\right]^{-1} == ie^2 \int d\widetilde{k}_1 D_{\mu\nu}(k-k_1)\gamma_\mu^{\alpha\alpha_1}\chi^{\alpha_1\beta_1}(k_1)\gamma_\nu^{\beta_1\beta} . \quad (35)$$

Уравнение (35) есть уравнение БС для связанных состояний.

Из уравнения главного приближения вытекает, что

$$\left[S^{(0)\alpha\beta}\left(\left(k \pm \frac{P}{2}\right)\right)\right]^{-1} = \left[S^{(0)\alpha\beta}\left(\left(k \pm \frac{P}{2}\right)\right)\right]^{-1} + \Sigma^{\alpha\beta}\left(\left(k \pm \frac{P}{2}\right)\right), \quad (36)$$

где $\Sigma = ie^2 D_{\mu\nu}^c \gamma_\mu \left(S^{(0)} \otimes \Sigma \otimes S^{(0)}\right)\gamma_\nu$.

Отметим, что в киральном пределе $(m = 0)$ в калибровке Ландау $d_l = 0$

$$S^{(0)^{-1}} = -\widehat{P} . \quad (37)$$

С учетом (36) и (37) уравнение (35) напишем как,

$$\left[-\left(\widehat{k} + \frac{\widehat{P}}{2}\right) + \sum\left(k + \frac{P}{2}\right)\right]\chi(k)\left[-\left(\widehat{k} - \frac{\widehat{P}}{2}\right) + \sum\left(k - \frac{P}{2}\right)\right] = ie^2 \int d\widetilde{k}_1 D_{\mu\nu}(k-k_1)\gamma_\mu \chi(k_1)\gamma_\nu . \quad (38)$$

Учитывая, что $\Sigma^{\alpha\beta}(p) = \sigma_1 \widehat{p}^{\alpha\beta} + \sigma_2 \delta^{\alpha\beta}$, из уравнения главного приближения для $S^{(0)}$ в калибровке Ландау и, т.к. $\sigma_1 = 0$, для массового оператора находим следующую спинорную структуру

$$\Sigma^{\alpha\beta} = \delta^{\alpha\beta}\Sigma\left(P^2\right).$$

Далее будем рассматривать предел ДНКС: $\Sigma \neq 0$.

Разложим волновую функцию χ по спинорным структурам

$$\chi^{(s)} = \chi_1^{(s)} + \widehat{P}\chi_2^{(s)} + \widehat{k}\chi_3^{(s)} + \sigma_{\mu\nu}\left(P_\mu k_\nu - P_\nu k_\mu\right)\chi_4^{(s)}, \quad (39)$$

здесь $\sigma_{\mu\nu} = \left(1/2\right)\left(\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu\right)$.

$\chi_i \equiv \chi_i\left(k^2,(kP),P^2\right)\,(i=1,2,3,4)$ является функцией трех инвариантов: $k^2,(kP),P^2$. χ_i сгруппируем следующим образом

$$\chi_\mu \equiv P_\mu \chi_2 + k_\mu \chi_3;\;\; \chi_{\lambda\mu} \equiv \left(P_\lambda k_\mu - P_\mu k_\lambda\right)\chi_4 . \tag{40}$$

Для скалярный и псевдоскалярный связанных состояний получим следующие уравнения

$$\left[-\left(\hat{k}+\frac{\hat{P}}{2}\right)+\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\right]\left(\chi_1^{(s)}(P,k)+\gamma_\mu \chi_\mu^{(s)}(P,k)+\sigma_{\mu\nu}\chi_{\mu\nu}^{(s)}(P,k)\right)\left[-\left(\hat{k}-\frac{\hat{P}}{2}\right)+\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)\right]=$$
$$=ie^2\int d\tilde{k}_1 D_{\mu\nu}(k-k_1)\gamma_\mu\left[\chi_1^{(s)}(P,k_1)+\gamma_\delta\chi_\delta^{(s)}(P,k_1)+\sigma_{\lambda\rho}\chi_{\lambda\rho}^{(s)}(P,k_1)\right]\gamma_\nu , \tag{41}$$

$$\left[-\left(\hat{k}+\frac{\hat{P}}{2}\right)+\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\right]\left(\chi_1^{(p)}(P,k)+\gamma_\mu \chi_\mu^{(p)}(P,k)+\sigma_{\mu\nu}\chi_{\mu\nu}^{(p)}(P,k)\right)\gamma_5\left[-\left(\hat{k}-\frac{\hat{P}}{2}\right)+\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)\right]=$$

$$=ie^2\int d\tilde{k}_1 D_{\mu\nu}(k-k_1)\gamma_\mu\left[\chi_1^{(p)}(P,k_1)+\gamma_\delta\chi_\delta^{(p)}(P,k_1)+\sigma_{\lambda\rho}\chi_{\lambda\rho}^{(p)}(P,k_1)\right]\gamma_5\gamma_\nu , \tag{42}$$

пропагатор фотона в калибровке Ландау есть,

$$D_{\mu\nu}(k)=-\frac{1}{k^2}\left(g_{\mu\nu}-\frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right). \tag{43}$$

Далее вычислим следы

а) скалярных связанных состояний

$$\left[\frac{P^2}{4}-k^2+\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\right]\chi_1^{(s)}(P,k)+2i\left[(P,k)^2-P^2k^2\right]\chi_\mu^{(s)}(P,k)+$$
$$+\left[\left(\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)\right)k_\mu+\left(\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)-\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\right)\frac{P_\mu}{2}\right]\chi_\mu^{(s)}(P,k)=$$
$$=-ie^2\int d\tilde{k}_1 D_{\nu\nu}(k-k_1)\chi_1^{(s)}(P,k), \tag{44}$$

$$\left[k^2-\frac{P^2}{4}-\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)\right]\chi_\mu^{(s)}(P,k)+\left[\frac{P_\mu P_\lambda}{2}-2k_\mu k_\lambda\right]\chi_\lambda^{(s)}(P,k)+$$
$$+\left[k_\mu\left(\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)+\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)\right)-\frac{P_\mu}{2}\left(\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)-\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\right)\right]\chi_1^{(s)}(P,k)+$$
$$+2i\left[\frac{P_\lambda}{2}\left(\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)+\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)\right)+k_\lambda\left(\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)-\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\right)\right]\chi_{\lambda\mu}^{(s)}(P,k)=$$
$$=-ie^2\int d\tilde{k}_1\left[\delta_{\mu\lambda}D_{\nu\nu}(k-k_1)-2D_{\mu\lambda}(k-k_1)\right]\chi_\lambda^{(s)}(P,k), \tag{45}$$

$$\left[\frac{P^2}{4}-k^2+\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)\right]\chi_{\lambda\mu}^{(s)}(P,k)-\frac{i}{2}\left[P_\lambda k_\mu-P_\mu k_\lambda\right]\chi_1^{(s)}(P,k)+$$
$$+\frac{i}{4}\left[\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)+\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)\right]\left[P_\lambda\chi_\mu^{(s)}(P,k)-P_\mu\chi_\lambda^{(s)}(P,k)\right]-$$
$$-\frac{i}{2}\left(\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)-\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\right)\left[k_\mu\chi_\lambda^{(s)}(P,k)-k_\lambda\chi_\mu^{(s)}(P,k)\right]=$$
$$=-ie^2\int d\tilde{k}_1\left[2D_{\mu\nu}(k-k_1)\chi_{\lambda\nu}^{(s)}(P,k_1)-2D_{\lambda\nu}(k-k_1)\chi_{\mu\nu}^{(s)}(P,k_1)-D_{\nu\nu}(k-k_1)\chi_{\lambda\nu}^{(s)}(P,k_1)\right] \tag{46}$$

(отметим, что уравнения (45) и (46) получены путем умножения обеих сторон уравнения (41) на γ_μ и $\sigma_{\lambda\mu}$, соответственно, а далее вычислением шпуров);

б) псевдоскалярных связанных состояний

$$\left[k^2-\frac{P^2}{4}-\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)\right]\chi_1^{(p)}(P,k)+2i\left[P^2k^2-(Pk)^2\right]\chi_\mu^{(p)}(P,k)+$$
$$+\left[\left(\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)+\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)\right)\frac{P_\mu}{2}+\left(\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)-\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\right)k_\mu\right]\chi_\mu^{(p)}(P,k)=$$
$$=-ie^2\int d\widetilde{k}_1\ D_{\nu\nu}(k-k_1)\chi_\mu^{(p)}(P,k_1), \tag{47}$$

$$\left[k^2-\frac{P^2}{4}-\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)\right]\chi_\mu^{(p)}(P,k)-\left[2k_\mu k_\lambda-\frac{P_\mu P_\lambda}{2}\right]\chi_\lambda^{(p)}(P,k)-$$
$$-\left[\frac{P_\mu}{2}\left(\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)+\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)\right)+k_\mu\left(\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)-\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\right)\right]\chi_1^p(P,k)+$$
$$+i\left[2k_\lambda\left(\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)+\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\right)+P_\lambda\left(\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)-\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\right)\right]\chi_{\mu\lambda}^{(p)}(P,k)=$$
$$=-ie^2\int d\widetilde{k}_1\left[\delta_{\mu\lambda}D_{\nu\nu}(k-k_1)-2D_{\mu\lambda}(k-k_1)\right]\chi_\lambda^{(p)}(P,k), \tag{48}$$

$$\left[k^2-\frac{P^2}{4}+\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)\right]\chi_{\lambda\mu}^{(p)}(P,k)+\frac{i}{2}\left[P_\lambda k_\mu-P_\mu k_\lambda\right]\chi_1^{(p)}(P,k)+$$
$$+\frac{i}{4}\left(\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)-\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\right)\left[P_\lambda\chi_\mu^{(p)}(P,k)-P_\mu\chi_\lambda^{(p)}(P,k)\right]+$$
$$+\frac{i}{2}\left(\sum\left(k-\frac{P}{2}\right)+\sum\left(k+\frac{P}{2}\right)\right)\left[k_\lambda\chi_\mu^{(p)}(P,k)-k_\mu\chi_\lambda^{(p)}(P,k)\right]=$$
$$=-ie^2\int d\widetilde{k}_1\left[2D_{\lambda\mu}(k-k_1)\chi_{\mu\nu}^{(p)}(P,k_1)-2D_{\mu\nu}(k-k_1)\chi_{\lambda\nu}^{(p)}(P,k_1)-D_{\nu\nu}(k-k_1)\chi_{\lambda\mu}^{(p)}(P,k_1)\right]. \tag{49}$$

Теперь исследуем возможные варианты их решения.

Рассмотрим псевдоскалярное связанное состояние нулевой массы. Для этого положим в уравнениях (47)÷(49) $P=0$. Из (40) вытекает, что $\chi_{\mu\nu}=0$. Таким образом, уравнение (47) тривиализируется, а уравнения (48) и (49) в калибровке Ландау принимают вид

$$\left[k^2-\sum{}^2\left(k^2\right)\right]\chi_1^{(p)}(k)=-3ie^2\int d\bar{k}_1\chi_1^{(p)}(k_1)\frac{1}{(k-k_1)^2}, \tag{50}$$

$$\left[-k^2+\sum{}^2\left(k^2\right)\right]\chi_\mu^{(p)}(k)=ie^2\int d\bar{k}_1\left[\delta_{\mu\lambda}D_{\nu\nu}(k-k_1)-2D_{\mu\lambda}(k-k_1)\right]\chi_\lambda^{(p)}(k_1), \tag{51}$$

соответственно.

Рассмотрим решение при $\chi_1\neq 0$, $\chi_\mu\equiv 0$. Введем функцию

$$f(k)\equiv\left[-k^2+\sum{}^2\left(k^2\right)\right]\chi_1^{(p)}(k), \tag{52}$$

$$f(k)=3ie^2\int d\widetilde{k}_1\frac{f(k_1)}{\left[-k^2{}_1+\sum{}^2\left(k^2{}_1\right)\right](k-k_1)^2}. \tag{53}$$

В главном приближении уравнение для пропагатора в импульсном пространстве имеет вид

$$S^{-1}(k)=\left(m-\widehat{k}\right)-ie^2\int d\widehat{k}_1D_{\mu\nu}(k-k_1)\gamma_\mu S(k_1)\gamma_\nu\ . \tag{54}$$

В калибровке Ландау $S^{-1}(k)=-\widehat{k}+\sum(k)$,

значит

$$S\ (k)=\frac{\widehat{k}+\sum(k)}{-k^2+\sum{}^2(k)}. \tag{55}$$

Вычислив трейсы для массового оператора, получим следующее уравнение

$$\sum(k) = m - ie^2 \int d\widetilde{k}_1 D_{\nu\nu}(k - k_1) \frac{\sum(k_1)}{\sum^2(k_1^2) - k_1^2} \; .$$

При $m = 0$ это уравнение точно совпадает с уравнением (53) для $f(k)$. Тогда волновая функция примет вид

$$\chi_1^p(k) = \frac{\sum(k)}{\sum^2(k^2) - k^2} \; . \qquad (56)$$

Итак, (56) есть решение системы уравнений (47)÷(49) для псевдоскалярных связанных состояний при $P = 0$ и $m = 0$.

1. H.Bethe, E.E.Salpeter, Phys. Rev., **84** (1951) 1232.
2. P.Amati, A.Stanghellini, S.Fubini, Nuovo Cim., **26** (1962) 896.
3. Б.А.Арбузов, В.Е.Рочев, ЯФ, **21** (1975) 883.
4. Б.А.Арбузов, В.Ю.Дьяконов, В.Е.Рочев, ЯФ, **23** (1976) 904.
5. С.А.Гаджиев, Р.К.Джафаров, Крат. Сообщ. по физике ФИАН СССР, №11(1986) 25.
6. K.Huang, H.A.Weldon, Phys. Rev., **D11** (1975) 257.
7. А.Н.Васильев, Функциональные методы в квантовой теории поля и статистике, Л.: ЛГУ, (1976) 284.
8. V.E.Rochev, J. Phys., **A33** (2000) 7379 (hep – ph/ 9907534).
9. V.E.Rochev, J. Phys., **A30** (1997) 3671 (hep – th/ 9606155).
10. V.E.Rochev, P.A.Saponov, preprint, (hep – th/ 9502142) 16.
11. R.G.Jafarov, V.E.Rochev, Central Europian Journal of Physics, **N 2** (2004) 327.

YENİ QEYRİ-HƏYACANLAŞMA METODU VƏ KVANT ELEKTRODİNAMİKASINDA BETE-SOLPİTER TƏNLİYİ

R.Q. JƏFƏROV

Yeni qeyri-həyacanlaşma metodu çərçivəsində bilokal mənbə formalizmində kvant elektrodinamikasında dalğa funksiyası üçün Bete-Solpiter tənliyi alınmış və tədqiq olunmuşdur. Xüsusi həll tapılmışdır.

A NEW NONPERTURBATIVE METHOD AND BETHE-SALPETER EQUATION IN QUANTUM ELECTRODYNAMICS

R.G. JAFAROV

In a framework of the new nonperturbative method in bilocal-source formalism in quantum electrodynamics a Bethe-Salpeter equation for wave function was obtained and investigated. Special solution was found.

Редактор: Г.Аждаров