

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ТОЛЩИНЫ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ ПЛЕНКИ, СООТВЕТСТВУЮЩЕЙ МИНИМАЛЬНОМУ ОТРАЖЕНИЮ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Р.А.КАРАМАЛИЕВ, А.Ч.ИЗМАЙЛОВ*, Ч.О.КАДЖАР*

*Бакинский Государственный Университет
AZ 1148, г. Баку, ул. З. Халилова, 23*

Институт физики НАН Азербайджана
AZ 1143, г. Баку, пр. Г. Джавида, 33*

Получена аналитическая формула для расчета такой толщины поглощающей пленки (на прозрачной подложке), при которой достигается минимальное отражение электромагнитного излучения, падающего в нормальном направлении. Вычисления по данной формуле отлично согласуются с гораздо более трудоемкими точными численными расчетами, выполненными на примере слоистой системы характерной для солнечных батарей (пленка оксида кремния на подложке из кремния). Полученные сравнительно простые аналитические соотношения могут быть использованы для оперативного определения оптимальных условий для практически безотражательного прохождения электромагнитного излучения через подобные слоистые системы.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время в оптике широкое развитие получили работы, связанные с созданием слоистых систем, которые обеспечивают практически безотражательное прохождение через них электромагнитного излучения [1]. При этом, как правило, рассматривались прозрачные диэлектрические пленки, которые обладают одинаковыми отражательными способностями по толщине на величину кратную половине длины волны электромагнитного излучения, распространяющегося в нормальном направлении. Однако реальные пленки обладают поглощением, которое зависит от спектрального диапазона падающего излучения. При этом наименьшее отражение излучения от поглощающей пленки (расположенной на некоторой подложке) достигается лишь при одной определенной толщине данной пленки. Ранее вычисления такой оптимальной толщины пленки в общем случае осуществлялись лишь численными методами [2,3]. В настоящей работе мы впервые получили аналитические соотношения для сравнительно простого расчета данной толщины пленки, которые продемонстрировали отличное согласие с результатами точных численных вычислений. Анализ этих соотношений проведен на примере отражения света от системы, характерной для солнечных батарей: пленка оксида кремния (SiO_2) на подложке из кремния.

СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ

Рассмотрим отражение плоскополяризованной волны, падающей перпендикулярно из прозрачной среды 1 на плоскую пленку поглощающего диэлектрика 2, нанесенного на прозрачную диэлектрическую подложку.

Для поглощающей пленки ее комплексный показатель преломления \hat{n}_2 можно представить в виде [4]

$$\hat{n}_2 = n_2 + i\chi_2, \quad (1)$$

где n_2 - реальный показатель преломления среды, а χ_2 - показатель поглощения среды.

Комплексный коэффициент отражения $\hat{\rho}$ рассматриваемой слоистой системы имеет вид

$$\hat{\rho} = \frac{\hat{r}_{12} + \hat{r}_{23} \exp(2ikh)}{1 + \hat{r}_{12}\hat{r}_{23} \exp(2ikh)}, \quad (2)$$

здесь h – толщина пленки, $\hat{r}_{12}, \hat{r}_{23}$ – комплексные френелевские амплитудные коэффициенты отражения от поверхностей раздела 1-2. и 2-3, соответственно.

Волновое число \hat{k} определяется следующим образом

$$\hat{k} = \frac{2\pi\hat{n}_2}{\lambda_0} = \frac{2\pi(n_2 + i\chi_2)}{\lambda_0}, \quad (3)$$

где λ_0 – длина волны падающего излучения в вакууме.

В рассматриваемой задаче

$$\hat{r}_{12} = \rho_{12} \exp(i\varphi_{12}); \quad \hat{r}_{23} = \rho_{23} \exp(i\varphi_{23}), \quad (4)$$

где

$$\rho_{12} = \sqrt{\frac{(n_1 - n_2)^2 + \chi_2^2}{(n_1 + n_2)^2 + \chi_2^2}}, \quad \rho_{23} = \sqrt{\frac{(n_2 - n_3)^2 + \chi_2^2}{(n_2 + n_3)^2 + \chi_2^2}}, \quad (5)$$

$$\varphi_{12} = \arctg \frac{2n_1\chi_2}{n_2^2 + \chi_2^2 - n_1^2}, \quad \varphi_{23} = \arctg \frac{2n_3\chi_2}{n_2^2 + \chi_2^2 - n_3^2}, \quad (6)$$

соответственно модули и фазы коэффициентов отражения волны от границ раздела смежных сред.

Подставляя (4) в уравнение (2) и введя обозначение

$$\eta = \frac{2\pi h}{\lambda_0} \quad (7)$$

для комплексного коэффициента отражения системы, получим

$$\hat{\rho} = \frac{\rho_{12} \exp(i\varphi_{12}) + \rho_{23} \exp(-2\chi_2\eta) \exp[i(\varphi_{23} + 2n_2\eta)]}{1 + \rho_{12}\rho_{23} \exp(-2\chi_2\eta) \exp[i(\varphi_{12} + \varphi_{23} + 2n_2\eta)]}. \quad (8)$$

Из (8) непосредственно вытекает выражение для экспериментально регистрируемого энергетического коэффициента отражения ($R \leq 1$)

$$R = |\hat{\rho}|^2 = \frac{[\rho_{12} \exp(\chi_2\eta) - \rho_{23} \exp(-\chi_2\eta)]^2 + 2\rho_{12}\rho_{23}[1 + \cos(\varphi_{23} - \varphi_{12} + 2n_2\eta)]}{\exp(2\chi_2\eta) + \rho_{12}^2\rho_{23}^2 \exp(-2\chi_2\eta) + 2\rho_{12}\rho_{23} \cos(\varphi_{12} + \varphi_{23} + 2n_2\eta)}. \quad (9)$$

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Непосредственное нахождение минимума коэффициента отражения R (9) в зависимости от толщины пленки h сводится к трансцендентному уравнению, которое следует из условия $dR/dh = 0$. Такое уравнение в общем случае может быть решено только численными методами. Однако особый интерес представляет практически безотражательный случай, когда коэффициент отражения R (9) принимает весьма малые значения ($R \leq 10^{-3}$). Это возможно лишь при близких к нулю значениях обоих неотрицательных слагаемых в числителе выражения (9). Поэтому, используя разложение в ряд Тейлора вплоть до первого неисчезающего члена в окрестности значений толщины пленки, где данные слагаемые обращаются в ноль, мы получаем следующее приближенное выражение для числителя p коэффициента R (9):

$$p = 4\chi_2^2 \rho_{12}^2 \exp(2\chi_2\eta_a)(\eta - \eta_a)^2 + 4n_2^2 \rho_{12}\rho_{23}(\eta - \eta_b)^2, \quad (10)$$

причем

$$\eta_a = \frac{0.5}{\chi_2} \ln\left(\frac{\rho_{23}}{\rho_{12}}\right), \quad (11)$$

а η_b - ближайшее к η_a (11) значение η (7), при котором косинус в числителе (9) равен (-1). Действительно, равенство нулю соответствующего второго слагаемого в числителе выражения (9) возможно для ряда значений η ($\eta \geq 0$), удовлетворяющих условию $(\varphi_{23} - \varphi_{12} + 2n_2\eta) = \pi + 2\pi N$, где N - целое число. Из совокупности этих целых значений N следует выбрать лишь одно число \tilde{N} , которое наиболее близко к величине $[0.5\pi^{-1}(\varphi_{23} - \varphi_{12} + 2n_2\eta_a) - 0.5]$, где η_a определяется соотношением (11). После этого мы находим также следующую величину η_b для соотношения (10)

$$\eta_b = \left(\frac{\pi + 2\pi\tilde{N} - \varphi_{23} + \varphi_{12}}{2n_2} \right). \quad (12)$$

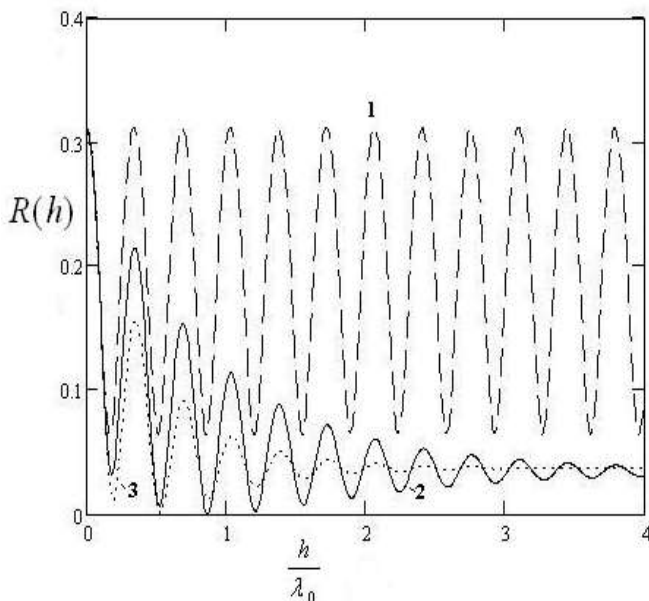
Минимум величины p из соотношения (10) достигается при условии $dp/d\eta = 0$, которое удовлетворяется при следующей толщине \tilde{h} поглощающей пленки

$$\tilde{h} = \frac{\lambda_0}{2\pi} \left(\frac{\chi_2^2 \eta_a + n_2^2 \eta_b}{n_2^2 + \chi_2^2} \right), \quad (13)$$

где величины η_a и η_b определяются соотношениями (11) и (12). Данной толщине \tilde{h} (13) отвечает минимально возможное значение коэффициента отражения $R(\tilde{h})$ (9). Согласно выражению (10) коэффициент $R(\tilde{h}) = 0$, только при условии $\eta_a = \eta_b$, которое может быть выполнено лишь при определенных соотношениях между оптическими параметрами пленки и подложки [2,3].

Согласно соотношениям (5) и (9), полученным для нормального падения света, близкие к нулю значения коэффициента отражения R (9) возможны лишь когда модуль разности между показателем преломления исходной среды и пленки меньше соответствующей разности между пленкой и подложкой. В противном случае из соотношения (11) получается отрицательное значение толщины пленки.

Далее мы проведем численные расчеты на примере светового излучения с длиной волны $\lambda_0 = 1.15 \mu\text{м}$, которое падает из воздуха ($n_1 = 1$) в нормальном направлении на слабо поглощающую пленку и прозрачную подложку с показателями преломления $n_2 = 1.45$ и $n_3 = 3.53$, соответственно. Заметим, что данные оптические параметры близки к значениям характерным для солнечных батарей с пленкой из оксида кремния и кремниевой подложкой. При этом мы будем рассматривать достаточно малые возможные значения показателя поглощения пленки $\chi_2 \ll n_2$.



На Рис.1 представлена зависимость

Рис.1.

Зависимости коэффициента отражения R световой волны (с длиной волны $\lambda_0 = 1.15 \mu\text{м}$) от толщины пленки h для различных значений показателя поглощения пленки $\chi_2 = 0$ (кривая 1), $0.05 n_2$ (кривая 2) и $0.1 n_2$ (кривая 3) при ее показателе преломления $n_2 = 1.45$.

На Рис.1 представлена зависимость

коэффициента отражения R (9) от толщины пленки h для трех различных значений показателя поглощения пленки χ_2 .

Видно, что для прозрачной пленки (когда $\chi_2 = 0$) соответствующая зависимость $R(h)$ (кривая 1) является периодической функцией (с характерным периодом $0.5\lambda_0/n_2$), которая при рассматриваемых оптических параметрах сред не приближается к нулю. Однако наличие даже весьма незначительного поглощения пленки радикально меняет характер зависимости $R(h)$, у которой в общем случае возникает серия минимумов близких к нулевому значению (кривые 2 и 3 на Рис.1). Наша задача заключается в нахождении оптимальной толщины пленки, соответствующей наименьшему из данных минимумов.

В Таблице для ряда значений показателя поглощения пленки $\chi_2 \ll n_2$ сопоставлены численно рассчитанные точные значения ее оптимальной толщины h_e , которой отвечает минимально возможная величина коэффициента отражения $R(h_e)$, с соответствующими значениями \tilde{h} и $R(\tilde{h})$, полученными на основе формулы (13). При этом наблюдается отличное совпадение результатов данных расчетов вплоть до значений $\chi_2 = 0.2n_2$, когда достижимая минимальная величина коэффициента отражения $R(h_e) \leq 0.001$. Заметим, что случаи $(\chi_2/n_2) = 0.05$ и 0.1 в Таблице соответствуют зависимостям 2 и 3 на Рис.1.

Таблица.

Сопоставление приближенных значений оптимальной толщины пленки \tilde{h} и минимального коэффициента отражения $R(\tilde{h})$ с соответствующими точными значениями h_e и $R(h_e)$ для различных отношений показателя поглощения пленки χ_2 к ее показателю преломления $n_2 = 1.45$ при длине волны падающего света $\lambda_0 = 1.15 \mu m$.

χ_2/n_2	\tilde{h}/λ_0	$R(\tilde{h})$	h_e/λ_0	$R(h_e)$
0.001	45	$8.917 \cdot 10^{-8}$	45	$8.917 \cdot 10^{-8}$
0.002	22.587	$9.203 \cdot 10^{-8}$	22.587	$9.203 \cdot 10^{-8}$
0.005	9.139	$4.479 \cdot 10^{-6}$	9.139	$4.479 \cdot 10^{-6}$
0.01	4.657	$2.663 \cdot 10^{-5}$	4.657	$2.663 \cdot 10^{-5}$
0.02	2.245	$6.637 \cdot 10^{-8}$	2.245	$6.637 \cdot 10^{-8}$
0.05	0.872	$8.766 \cdot 10^{-6}$	0.872	$8.766 \cdot 10^{-6}$
0.1	0.536	$1.297 \cdot 10^{-3}$	0.536	$1.297 \cdot 10^{-3}$
0.2	0.207	$4.004 \cdot 10^{-4}$	0.207	$4.003 \cdot 10^{-4}$
0.3	0.211	0.015	0.214	0.015
0.4	0.206	0.045	0.219	0.044

Точные нулевые значения коэффициента отражения R (9) достигаются лишь при некоторых значениях показателя поглощения χ_2 рассматриваемой пленки. Так для рассматриваемых в работе оптических параметров в диапазоне значений $0.02 \leq \chi_2/n_2 \leq 0.1$ коэффициент отражения $R(h_e) = 0$ только для шести величин отношения (χ_2/n_2) вблизи численных значений 0.02003, 0.02365, 0.02881, 0.03685, 0.0509 и 0.0814, которым отвечают оптимальные толщины $(h_e/\lambda_0) = 2.246, 1.900, 1.558, 1.214, 0.873$ и 0.533 , соответственно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены аналитические соотношения для оптимальной толщины слабо поглощающей диэлектрической пленки, при которой имеет место минимальное отражение электромагнитного излучения, нормально падающего на слоистую систему типа пленка-прозрачная подложка. Данные сравнительно простые соотношения отлично воспроизводят результаты соответствующего точного численного расчета и могут быть использованы для оперативного определения оптимальных условий для практически безотражательного прохождения электромагнитного излучения через рассматриваемые слоистые системы.

Эта работа была выполнена в рамках азербайджанско-белорусского проекта на тему “Компактные РОС-лазеры для экологических и спектроскопических применений”.

1. J.D.Rancourt, *Optical Thin Films: User Handbook*, SPIE Press, (1996) 286.
2. Э.П.Касимов, *Transactions of Azerbaijan Academy of Sciences, Series of Physical-mathematical and Technical sciences, Physics and Astronomy*, **XXII** №5 (2002) 46.
3. Р.М.Касимов, Р.А.Карамалиев, В.М.Салманов, *Transactions of Azerbaijan Academy of Sciences, Series of Physical-mathematical and Technical sciences, Physics and Astronomy*, **XXVI** №5 (2006) 118.
4. М.В.Борн, Е.В.Вольф, *Principles of Optics*, Academic Press, New York, (1964).

ELEKTROMAGNİT ŞÜALANMASININ MİNİMAL ƏKS OLUNMASINA UYGUN UDUCU TƏBƏQƏNİN QALINLIĞININ ANALİTİK HESABLANMASI

R.Ə.KƏRƏMƏLİYEV, A.Ç.İZMAYLOV, Ç.O.QACAR

Normal düşən elektromagnit şüalanmasının minimal əks olunmasına uyğun uducu təbəqənin qalınlığını hesablamaq üçün analitik düstur alınmışdır. Bu düsturla və daha çətin dəqiq ədədi hesablamalarla günəş elementlərində istifadə olunan laylı sistemlər misalında (silisium səthində silisium oksidi təbəqəsi) alınan nəticələr əla uyğun gəlir. Alınmış nisbətən sadə ifadələrdən elektromagnit şüalanmasının oxşar laylı sistemlərdən praktiki olaraq əks olunmadan keçməsinin optimal şərtlərini operativ təyin edilərkən istifadə oluna bilər.

ANALYTICAL CALCULATION OF THE THICKNESS OF THE ABSORBING FILM CORRESPONDING TO THE MINIMAL REFLECTION OF THE ELECTROMAGNETIC RADIATION

R.A.KARAMALİYEV, A.Ch.İZMAİLOV, Ch.O.QAJAR

The analytical formula for calculation a thickness of an absorbing film (on a transparent substrate) at which the minimal reflection of the electromagnetic radiation incident in the normal direction has been achieved. Calculations on the given formula have been in excellent agreement with much more laborious exact numerical calculations carried out on an example of the layered system characteristic for solar batteries (the film of the silicon oxide on the silicon substrate). Obtained comparatively simple analytical relationships could have been used for operative definition of optimum conditions for practically reflectionless transmission of the electromagnetic radiation through similar layered systems.