AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASININ XƏBƏRLƏRİ
Fizika-riyaziyyat və texnika elmləri seriyası, fizika və astronomiya 2010 №2

НЕЛОКАЛЬНЫЙ РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЛИНЕЙНЫЙ ОСЦИЛЛЯТОР ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

Ш.М.НАГИЕВ, Г.Г.КУЛИЕВА, К.Ш.ДЖАФАРОВА

Институт Физики НАН Азербайджана
AZ 143, Баку, пр. Г. Джавида, 33

Изучены свойства нелокального релятивистского линейного осциллятора во внешнем поле и построено фазовое представление. Найдены нерелятивистские пределы полученных выражений.

В работе [1] в рамках релятивистской конечно-разностной квантовой механики [2-14] была изучена нелокальная модель линейного осциллятора, а в работе [15] было построено фазовое представление [16-20] для этой модели. В импульсном представлении, рассматриваемом как одномерное пространство Лобачевского, реализованное на гиперболе ${p_0}^2 - p^2 = m^2c^2$, $p_0 > 0$ в плоскости (p_0, p), данная модель описывается дифференциальным оператором следующего вида

$$H^0 = \frac{k_p^2}{2m} - \frac{m\omega^2\hbar^2}{2}\frac{d^2}{dk_p^2} + mc^2, \tag{1}$$

где $p_0 = \dfrac{E_p}{c} = \sqrt{p^2 + m^2c^2}$, $k_p = 2mcsh\left(\dfrac{\chi_p}{2}\right)$, а $\chi_p = \ln\left(\dfrac{p_0 + p}{mc}\right)$- быстрота.

Как известно, собственные функции гамильтониана H^0 (1), удовлетворяющие условиям ортогональности и полноты

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk_p \Phi_m^{0^*}(k_p)\Phi_n^0(k_p) = \delta_{mn}, \tag{2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\Phi_n^{0^*}(k_p)\Phi_n^0(k_q) = \delta(k_p - k_q) \tag{3}$$

выражаются через полиномы Эрмита

$$\Phi_n^0(k_p) = c_n{}' e^{-\frac{k_p^2}{2m\omega\hbar}} H_n\left(\frac{k_p}{\sqrt{m\hbar\omega}}\right),\ c_n{}' = \frac{c_0{}'}{\sqrt{2^n n!}},\ c_0{}' = \sqrt[4]{\frac{\hbar}{\pi m\omega}}\ . \tag{4}$$

Собственные значения гамильтониана (1), соответствующие волновым функциям $\Phi_n^0(k_p)$, есть

$$E_n^0 = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) + mc^2,\ n = 0,1,2,...\ .$$

Цель данной работы – исследовать свойства нелокальной модели линейного осциллятра (1) при наличии внешнего поля и построить для нее фазовое представление.

Потенциал взаимодействия осциллятора (1) во внешнем поле выбираем в виде

$$V_{pole}(k_p) = -i\hbar F\frac{d}{dk_p}, \tag{5}$$

где F - постоянная сила, действующая на осциллятор.

Тогда нелокальный релятивистский осциллятор находящийся во внешнем поле (5) будет описываться следующим уравнением

$$\left(\frac{k_p^2}{2m} - \frac{m\omega^2\hbar^2}{2}\frac{d^2}{dk_p^2} - i\hbar F\frac{d}{dk_p} + mc^2\right)\Phi\left(k_p\right) = E\Phi\left(k_p\right). \tag{6}$$

Решениями этого уравнения являются функции

$$\Phi_n\left(k_p\right) = e^{-i\hbar x_0 k_p}\Phi_n^o\left(k_p\right),\ x_0 = \frac{F}{m\omega^2},\ n = 0,1,2,\ldots, \tag{7}$$

соответствующие собственным значениям энергии

$$E_n = E_n^0 - \frac{m\omega^2 x_0^2}{2} = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) + mc^2 - \frac{m\omega^2 x_0^2}{2}. \tag{8}$$

Волновые функции (7) удовлетворяют условиям ортогональности и полноты, аналогичным (2) и (3).

Поскольку в нерелятивистском пределе $\lim\limits_{c\to\infty} k_p = p$, то волновые функции (7) и спектр энергии (8) имеют правильный нерелятивистский предел.

Переход в релятивистское конфигурационное x - представление [1,2]

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int \xi(p,x)\Phi_n(p)d\Omega_p \tag{9}$$

осуществляется с помощью разложения по матричным элементам представления группы движений одномерного пространства Лобачевского

$$\xi(p,x) = \left(\frac{p_0 - p}{mc}\right)^{-i\tilde{x}} = e^{\frac{i\chi x}{\lambda\!\!\!^{-}}} = e^{i\chi\tilde{x}} \tag{10}$$

где $\tilde{x} = \frac{x}{\lambda\!\!\!^{-}}$ - безразмерная переменная, $\lambda\!\!\!^{-} = \frac{\hbar}{mc}$ - комптоновская длина волны, $d\Omega_p = mc\frac{dp}{p} = mcd\chi$ - элемент интегрирования в импульсном представлении.

Уравнение (6) в x-представлении принимает вид интегрального уравнения

$$\left(H_0 - E\right)\psi(x) + \int\limits_{-\infty}^{\infty} V(x,x')\psi(x')dx' = 0, \tag{11}$$

здесь $H_0 = mc^2 ch i\lambda\!\!\!^{-}\frac{d}{dx}$ - релятивистский свободный гамильтониан. Для потенциала взаимодействия справедливо следуюшее интегральное представление

$$V(x,x') = -\frac{\hbar^2\omega^2}{2mc^2}\frac{1}{2\pi\lambda\!\!\!^{-}}\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i\tilde{x}\chi_p}\frac{1}{ch^2\frac{\chi_p}{2}}\left(\frac{d^2}{d\chi_p^2} - \frac{1}{2}th\frac{\chi_p}{2}\frac{d}{d\chi_p}\right)e^{-i\tilde{x}'\chi_p}d\chi_p -$$

$$-\frac{iF}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i\tilde{x}\chi_p}\frac{1}{ch\frac{\chi}{2}}\frac{d}{d\chi_p}e^{-i\tilde{x}'\chi_p}d\chi_p. \tag{12}$$

Используя теперь интегральные формулы [21]

$$\int\limits_0^{\infty}\frac{\cos ax}{ch^2 bx}dx = \frac{a\pi}{2b^2 sh\frac{a\pi}{2b}},\quad \int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{iax}}{chbx}dx = \frac{\pi}{bch\left(\frac{\pi a}{2b}\right)},\quad \left(\operatorname{Re} b > 0, a > 0\right)$$

находим вид потенциала взаимодействия в x - представлении

$$V(x,x') = \frac{m\omega^2}{2\lambda\!\!\!^{-2}}\frac{x'\left(x^2 - x'^2\right)}{sh\frac{\pi(x-x')}{\lambda\!\!\!^{-}}} - \frac{Fx}{\lambda\!\!\!^{-} ch\frac{\pi(x-x')}{\lambda\!\!\!^{-}}}. \tag{13}$$

В работе [1] доказано, что имеют место формулы $\lim\limits_{\alpha\to\infty}\frac{2\alpha^2 x}{sh\pi\alpha x}=\delta(x)$ и $\lim\limits_{\alpha\to\infty}\frac{\alpha}{ch\pi\alpha x}=\delta(x)$. С их помощью легко можно показать, что в нерелятивистском пределе $c\to\infty$ функция $V(x,x')$ принимает правильный локалыный вид

$$\lim_{c\to\infty}V(x,x')=\left(\frac{m\omega^2}{2}x^2-Fx\right)\delta(x-x'). \tag{14}$$

Найдем теперь явный вид волновых функций (7) в конфигурационном x-представлении. Согласно (9), для волновой функции основного состояния

$$\psi_0(x)=\frac{mc}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int_{-\infty}^{\infty}d\chi_p e^{i\tilde{x}\chi_p}\Phi_0(k_p)=\frac{c_0'mc}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int_{-\infty}^{\infty}d\chi_p e^{i\tilde{x}\chi-i\hbar x_0 k_p-\frac{k_p^2}{2m\hbar\omega}}$$

с учетом интегрального представления для функции Макдональда [22]

$$K_\nu(z)=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-zcht+\nu t}dt$$

получим

$$\psi_0(x)=c_0'mc\cdot e^{\mu+2i\tilde{x}_0 sh(i\partial_{\tilde{x}}/2)}K_{i\tilde{x}}(\mu)\ ,\ \mu=\frac{mc^2}{\hbar\omega}. \tag{15}$$

Волновые функции возбужденных состояний ($n=0,1,2,\ldots$)

$$\psi_n(x)=\frac{c_0'mc}{\sqrt{2^{n+1}\pi\hbar n!}}\int_{-\infty}^{\infty}d\chi_p e^{i\tilde{x}\chi_p}\Phi_0(k_p)H_n\left(\frac{k_p}{\sqrt{2m\hbar\omega}}\right)$$

могут быть записаны в виде

$$\psi_n(x)=\frac{(-1)^n}{\sqrt{2^n n!}}H_n\left(2\sqrt{\mu}\cdot sh\frac{i\partial_{\tilde{x}}}{2}\right)\psi_0(x). \tag{16}$$

При этом мы воспользовались соотношением

$$\left(shi\alpha\partial_{\tilde{x}}\right)e^{i\tilde{x}\chi_p}=(-1)^n\left(sh\alpha\chi_p\right)^n e^{i\tilde{x}\chi_p}.$$

Для построения когерентных состояний для рассматриваемой модели (6) или (11), введем операторы рождения и уничтожения

$$b=\sqrt{\frac{m\hbar\omega}{2}}\left(\frac{ik_p}{m\hbar\omega}+i\frac{d}{dk_p}-\frac{x_0}{\hbar}\right),\ b^+=\sqrt{\frac{m\hbar\omega}{2}}\left(\frac{-ik_p}{m\hbar\omega}+i\frac{d}{dk_p}-\frac{x_0}{\hbar}\right), \tag{17}$$

которые удовлетворяют коммутационному соотношению $[b,b^+]=1$. Выразим их через переменную χ_p

$$b=i\sqrt{2\mu}sh\frac{\chi_p}{2}+\frac{i}{\sqrt{2\mu}ch\frac{\chi_p}{2}}\frac{d}{d\chi_p}-\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}x_0, \tag{18}$$

$$b^+=-i\sqrt{2\mu}sh\frac{\chi_p}{2}+\frac{i}{\sqrt{2\mu}ch\frac{\chi_p}{2}}\frac{d}{d\chi_p}-\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}x_0.$$

Очевидно, что при $c\to\infty$ операторы (17), (18) переходят в соответствующие операторы уничтожения и рождения нерелятивистского линейного осциллятора. Приведем явный вид операторов b и b^+ в x- представлении

$$b_x f(x)=-\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}x_0 f(x)-i\sqrt{2\mu}sh\frac{i}{2}\partial_{\tilde{x}}f(x)+\frac{1}{\sqrt{2\mu}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\tilde{x}'f(x')}{ch\pi(\tilde{x}-\tilde{x}')}d\tilde{x}', \tag{19}$$

$$b_x^+ f(x) = -\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} x_0 f(x) + i\sqrt{2\mu} sh \frac{i}{2}\partial_{\tilde{x}} f(x) + \frac{1}{\sqrt{2\mu}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{x}' f(x')}{ch\pi(\tilde{x} - \tilde{x}')} d\tilde{x}' .$$

Отметим, что в нерелятивистском пределе для операторов (19) имеют место соотношения

$$\lim_{c\to\infty} b_x = -\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} x_0 + \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} \frac{d}{dx} + \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} x = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\xi - \xi_0 + \partial_\xi\right),$$

$$\lim_{c\to\infty} b_x = -\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} x_0 + \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} \frac{d}{dx} + \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} x = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\xi - \xi_0 + \partial_\xi\right),$$

Определив операторы b и b^+, можем теперь построить когерентные состояния стандартным путем

$$b|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle . \tag{21}$$

В p - представлении они имеют вид

$$\psi_\alpha(k_p) = \langle k_p|\alpha\rangle = c_0' e^{\Gamma'} , \tag{22a}$$

$$\Gamma' = -\frac{1}{2}|\alpha|^2 + \frac{1}{2}\alpha^2 - \frac{1}{2}\frac{k_p^2}{m\hbar\omega} - i\alpha\sqrt{\frac{2}{m\hbar\omega}} k_p - \frac{i x_0 k_p}{\hbar\sqrt{m\hbar\omega}} ,$$

а в x - представлении

$$\psi_\alpha(x) = \langle x|\alpha\rangle = e^{\frac{1}{2}\left(\alpha^2 - |\alpha|^2\right)} e^{-2i\sqrt{2\mu}\alpha sh\frac{1}{2}\partial_{\tilde{x}}} \psi_0^g(x). \tag{22b}$$

В исследовании физических систем находит широкое применение фазовое представление квантовой механики при помощи квантовых функций распределения. Это представление в фазовом пространстве использует такие понятия, которые являются общими как для квантовой, так и для классической механики. Оно позволяет описывать картину квантовых явлений, используя насколько это возможно классический язык. Основными объектами фазового представления квантовой механики являются квантовые функции распределения $F(q,p,t)$. Этими функциями являются, например, функция Вигнера $F^w(q,p,t)$, функция Хусими $F^H(q,p,t)$ и т.д.

Для чистых состояний широкий класс квантовых функций распределения определяется как

$$F^t(q,p,t) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi d\eta dq' \psi^*\left(q' - \frac{\eta}{2}, t\right) \psi\left(q' + \frac{\eta}{2}, t\right) f(\xi,\eta) e^{\frac{i\xi(q-q')}{\hbar}} e^{-i\eta p/\hbar} , \tag{23}$$

где $\psi(q,t)$ есть волновые функции состояния в конфигурационном представлении.

Различным выборам функции $f(\xi,\eta)$ соответствуют различные квантовые функции распределения. Например, при $f(\xi,\eta) = 1$ мы получаем функцию Вигнера

$$F^w(q,p,t) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \psi^*\left(q - \frac{\eta}{2}, t\right) \psi\left(q + \frac{\eta}{2}, t\right) e^{-i\eta p/\hbar} , \tag{24a}$$

при $f(\xi,\eta) = e^{-\frac{i\hbar\xi\eta}{2}}$ - получаем стандартно–упорядоченную функцию

$$F^s(q,p,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \psi^*(q,t) \Phi(p,t) e^{ipq/\hbar} , \tag{24в}$$

где $\Phi(p,t)$- волновые функции в импульсном представлении, а при $f(\xi,\eta) = e^{\frac{i\hbar\xi\eta}{2}}$ - антистандартно–упорядоченную функцию

$$F^{AS}(q,p,t) = \left[F^S(q,p,t)\right]^* . \tag{25в}$$

Квантовая функция распределения Хусими имеет вид

$$F^H(q,p,x)=\frac{1}{2\pi\hbar}\left|\int dx\beta_{qp}^*(x)\psi(x,t)\right|^2, \tag{25c}$$

где $\langle x|\beta_{qp}\rangle=\beta_{qp}(x)=\sqrt{\frac{m\kappa}{\pi\hbar}}e^{\frac{m\kappa(x-q)^2}{2\hbar}}e^{\frac{ipx}{\hbar}}$, а κ - произвольная положительная постоянная.

В релятивистском случае функцию Вигнера для стационарных состояний нелокального осциллятора определим как и в (24a)

$$F_n^w(\chi,x)=\frac{1}{2\pi\lambda}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_n^*\left(\chi+\frac{\eta}{2}\right)\Phi_n\left(\chi-\frac{\eta}{2}\right)e^{\frac{ix\eta}{\lambda}}d\eta \tag{26}$$

Учитывая явный вид функций $\Phi_n(k_p)$, получаем

$$F_n^w(\chi,x)=\frac{1}{2^n n!}H_n\left(ae^{\frac{i}{4}\lambda\partial_x}-be^{-\frac{i}{4}\lambda\partial_x}\right)H_n\left(ae^{-\frac{i}{4}\lambda\partial_x}-be^{\frac{i}{4}\lambda\partial_x}\right)F_0^w(\chi,x), \tag{27}$$

где функция Вигнера для основного состояния имеет вид

$$F_0^w(\chi,x)=e^{4i\sqrt{\mu}\xi_0\cdot ch\frac{\chi}{2}\cdot sh\frac{i}{2}\lambda\partial_x}\tilde{F}_0^w(\chi,x),$$

$$\tilde{F}_0^w(\chi,x)=\frac{2c_0'^2}{\pi\lambda}e^{2\mu}K_{2ix/\lambda}(2\mu\cdot ch\chi),\ a=\sqrt{\mu}e^{\chi/2},\ b=\sqrt{\mu}e^{-\chi/2}. \tag{28}$$

В нерелятивистском пределе имеем

$$\lim_{c\to\infty}F_0^w(\chi,x)=\frac{1}{\pi\hbar}e^{-x_0\partial_x}e^{-\frac{1}{\hbar\omega}\left(\frac{p^2}{m}+m\omega^2x^2\right)}=\frac{1}{\pi\hbar}e^{-\frac{1}{\hbar\omega}\left[\frac{p^2}{m}+m\omega^2(x-x_0)^2\right]}. \tag{29}$$

Рассмотрим теперь функцию Вигнера для термодинамического равновесия

$$F^w(\chi,x)=Z^{-1}(\beta)\sum_{n=0}^{\infty}e^{-\beta E_n}F_n^w(\chi,x)\ ,\beta=\frac{1}{kT}, \tag{30}$$

где статистическая сумма для нелокального осциллятора имеет вид

$$Z(\beta)=\sum_{n=0}^{\infty}e^{-\beta E_n}=\frac{e^{-\beta mc^2+\frac{1}{2}\beta m\omega^2x_0^2}}{2shf},\ f=\frac{\beta\hbar\omega}{2}. \tag{31}$$

После некоторых вычислений находим, что

$$F^w(\chi,x)=\frac{4}{\pi\hbar}\sqrt{\frac{\mu}{\pi}thf}\,\exp\left(2\mu\cdot cthf+\frac{k_p^2}{m\hbar\omega\cdot sh2f}\right)e^{4i\sqrt{\mu}\xi_0\cdot ch\frac{\chi}{2}\cdot sh\frac{i\lambda}{2}\partial_x}\times$$

$$\times K_{2ix/\lambda}\left(2\mu\cdot cthf+\frac{k_p^2}{m\hbar\omega\cdot cth2f}\right). \tag{32}$$

В заключение приведем явный вид термодинамической стандартно-упорядоченной квантовой функции распределения рассматриваемого нелокального осциллятора (6)

$$F^s(\chi,x)=Z^{-1}(\beta)\sum_{n=0}^{\infty}e^{-\beta E_n}F_n^s(\chi,x)=$$

$$=\frac{1}{\pi\lambda}\sqrt{\frac{thf}{\pi m\omega\hbar}}e^{\mu-\frac{k_p^2}{2m\hbar\omega}}cthf\cdot e^{\left(\frac{\mu k_p}{2mcsh2f}+4i\sqrt{\mu}\xi_0ch\frac{\chi}{2}\right)sh\frac{i\lambda}{2}\partial_x}K_{2ix/\lambda}(\mu\cdot cth2f). \tag{33}$$

В нерелятивистском пределе получаем стандартно-упорядоченную квантовую функции распределения (33) для нерелятивистского осциллятора во внешнем поле [15]

$$\lim_{c\to\infty} F^s(\chi,x)=\frac{1}{\pi\hbar}\sqrt{\frac{1}{2}thf\cdot th2f}\, e^{ip\frac{(x-x_0)}{\hbar}\left(1-\frac{1}{ch2f}\right)} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{p^2}{m\hbar\omega}+\frac{m\omega(x-x_0)^2}{\hbar}\right)th2f}. \qquad (34)$$

Среднее значение энергии, согласно (31), равно

$$\overline{E}=-\frac{\partial}{\partial\beta}\ln Z(\beta)=mc^2-\frac{m\omega^2x_0^2}{2}+\frac{1}{2}\hbar\omega+\frac{\hbar\omega}{e^{2f}-1}. \qquad (35)$$

Развитие представлений релятивистской квантовой механики в фазовом пространстве является актуальной проблемой. В данной работе мы построили релятивистскую модель линейного гармонического осциллятора при наличии внешнего однородного поля. Детально исследовали эту модель, построили когерентные состояния и различные квантовые функции распределения (функции Вигнера и стандартно упорядоченной функции распределения для стационарных состояний и состояний термодинамического равновесия), нашли их нерелятивистские пределы. Мы надеемся, что рассматриваемая модель в дальнейшем будет применена для изученя физических характеристик релятивистских квантовых систем.

1. Н.М.Атакишиев., Р.М.Мир-Касимов, Ш.М.Нагиев, *ТМФ*, **44** (1980) 47.
2. V.G.Kadyshevsky, R.M.Mir-Kasimov, N.B.Skachкov, *Nuovo Cimento*, **55A** (1968) 223.
3. V.G.Kadyshevsky, R.M.Mir-Kasimov, N.B.Skachкov, *Nuovo Cimento*, **55A** (1968) 223.
4. В.Г.Кадышевский., Р.М.Мир-Касимов, М.Фриман, *ЯФ*, **9** (1969) 646.
5. M.Freeman, M.D.Mateev, R.M.Mir-Kasimov, *Nucl. Phys.*, **B12** (1969) 197.
6. А.А.Донков, В.Г.Кадышевский, М.Д.Матеев, Р.М.Мир-Касимов, *ТМФ*, **8** (1971) 61.
7. В.Г.Кадышевский, Р.М.Мир-Касимов, Н.Б.Скачков, *ЭЧАЯ*, **2** (1972) 636.
8. И.В.Амирханов., Г.В.Груша, Р.М.Мир-Касимов, *ЭЧАЯ*, **12** (1981) 651.
9. N.M.Atakishiyev, R.M.Mir-Kasimov, Sh.M.Nagiyev, *Ann.Phys.Lpz.*, **42** (1985) 25.
10. Sh.M.Nagiyev, *J.Phys. A.: Math.Gen.*, **21** (1988) 2559.
11. Ш.М.Нагиев, *ТМФ*, **80** (1989) 40.
12. Ш.М.Нагиев, *ТМФ*, **102** (1995) 247.
13. E.D.Kagramanov, R.M.Mir-Kasimov, Sh.M.Nagiyev, *J.Math. Phys.*, **31** (1990) 1733.
14. Sh.M.Nagiyev, E.I.Jafarov, R.M.Imanov, *J. Phys. A.: Math. Gen.*, **36** (2003) 7813.
15. Sh.M.Nagiyev, E.I.Jafarov, *Fizika*, **4** №1 (1998) 5.
16. E.P.Wigner, *Phys. Rev.*, **40,** 5 (1932) 749.
17. M.R Hillery, O'Connell, M.O.Scully, E.P.Wigner, *Phys. Rep.*, **106** (1984) 121.
18. H.W.Lee, *Phys. Rep.*, **259** (1995) 147.
19. В.И.Татарский, *УФН*, **139** (1983) 587.
20. R.W.Davies, K.T.Davies, *Ann. Phys.*, **89** (1975) 261.
21. И.С.Градштейн, И.М.Рыжик, *Таблица интегралов суму, рядов и произведений* М.: Наука, (1962).
22. Г.Бейтмен, А.Эрдейи, *Высшие трансцендентные функции,* М.: Наука, **2** (1974).

QEYRİ-LOKAL XƏTTİ OSİLYATOR XARİCİ SAHƏDƏ

Ş.M.NAĞIYEV, G.H.QULİYEVA, K.A.CƏFƏROVA

Xarici bircins sahədə xətti ossilyatorun relıyativistik qeyri-lokal modelinin xassələri öyrənilmiş və bu model üçün faza təsviri qurulmuşdur. Alınmış ifadələrin qeyri-relyativistik limitləri hesablanmışdır.

NONLOCAL MODEL OF THE LINEAR OSCILLATOR IN AN EXTERNAL FIELD

Sh.M.NAGIYEV, G.H.GULIYEVA, K.A.JAFAROVA

The properties of relativistic nonlocal model of the linear oscillator in a homogeneous external field have been investigated and phase-space representation for this model has been constructed. The no relativistic limits of the obtained expressions have been found.

Редактор: Б.Аскеров