

Владимир Григорьевич Шавров, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией магнитных явлений в микроэлектронике Института радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН



#### Владимир Игнатьевич Щеглов,

кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН





### В.Г. ШАВРОВ В.И. ЩЕГЛОВ

# МАГНИТОСТАТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛЯХ

В.Г. ШАВРОВ В.И. ЩЕГЛОВ

## МАГНИТОСТАТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛЯХ



МОСКВА ФИЗМАТЛИТ® 2016 УДК 537.874: 537.624 ББК 22.33 Ш 14

Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект 14-22-00279

Шавров В.Г., Щеглов В.И. **Магнитостатические волны** в неоднородных полях. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. — 360 с. — ISBN 978-5-9221-1731-9.

Монография посвящена рассмотрению поверхностных магнитостатических волн (ПМСВ), распространяющихся в магнитных средах с малым затуханием, в первую очередь — в железо-иттриевом гранате (ЖИГ). Получены дисперсионные соотношения для ПМСВ в магнитных пленках и структурах на их основе. Рассмотрено распространение ПМСВ в неоднородных полях различных конфигураций. Получены амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики линий передачи на ПМСВ. Обсуждаются возможности практического применения ПМСВ, в частности для обработки информации и в других областях техники.

Монография предназначена специалистам, работающим в области физики магнитных явлений, инженерам и конструкторам СВЧ-аппаратуры, а также студентам и аспирантам соответствующих специальностей.

ISBN 978-5-9221-1731-9

© ФИЗМАТЛИТ, 2016
© В. Г. Шавров, В. И. Щеглов, 2016

Научное издание

#### ШАВРОВ Владимир Григорьевич ЩЕГЛОВ Владимир Игнатьевич

### магнитостатические волны в неоднородных полях

Редактор Е.С. Артоболевская Оригинал-макет: И.Г. Андреева Оформление переплета: В.Ф. Киселев

Подписано в печать 12.12.2016. Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 22,5. Уч.-изд. л. 24,75. Тираж 300 экз. Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература» МАИК «Наука/Интерпериодика» 117342, г. Москва, ул. Бутлерова, д. 17 Б E-mail: porsova@fml.ru, sale@fml.ru Caйт: http://www.fml.ru Интернет-магазин: http://www.fmllib.ru

> Неизвестная типография ... ...

...

### ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	8
Список наиболее часто используемых сокращений	10
Глава 1. Магнитостатические волны и доменные структуры в пленках ферритов-гранатов (обзор литературы)	11
1.1. Колебания и волны в магнитоупорядоченных средах в приближении магнитостатики	11
1.2. Условия существования и дисперсия МСВ в магнитных пленках и структурах на их основе	14
1.3. Распространение ПМСВ в произвольном направлении по плоскости пленки	17
1.4. Распространение ПМСВ в ферритовых пленках и структурах в условиях неоднородного намагничивания	22
1.5. Распространение ПМСВ в ферритовых пленках и структурах с пе- риодическими неоднородностями	24
1.6. Преобразование магнитостатической волны в электромагнитную на неоднородности поля	27
1.7. Доменные структуры в ферритовых пленках, ФМР и МСВ в усло- виях существования доменных структур	28
1.8. Особенности магнитостатических волн в длинноволновом пределе	30
1.9. Использование ФМР, МСВ и доменов в ферритовых пленках для устройств обработки информации	32
1.10. Основные вопросы дальнейшего изложения	34
1.11. Некоторые новые направления исследования МСВ	35
Глава 2. Математический аппарат, используемый при расчете	~-
СВОЙСТВ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН	37
2.1. Уравнение Ландау-Лифшица	37
2.2. Динамическая восприимчивость магнитной среды	41
2.3. Уравнение Уокера	46
2.4. Дисперсионное соотношение для магнитной пластины со свободными поверхностями. Решение Дэймона-Эшбаха	50

соотношения Дэймона-Эшбаха (72). 2.4.12. Дисперсионное соот- ношение Дэймона-Эшбаха в декартовой системе координат (74).		(МДФФДМ) (152). 3.3.3. Экспериментальное исследование дисперсии пмсв (154).	
2.5. Дисперсионное соотношение для структуры металл-диэлек-		Выводы по главе 3	155
трик-феррит-диэлектрик-металл (МДФДМ) и его частные случаи 2.5.1. Общий вывод дисперсионного соотношения (77). 2.5.2. Дис- персионное соотношение при произвольном направлении распро- странения фазового фронта (82). 2.5.3. Переход к полярной систе- ме координат (84). 2.5.4. Предельный переход к дисперсионным	77	Глава 4. Методы исследования и анализ распространения ПМСВ в условиях подмагничивания продольно неоднородным полем 4.1. Основные виды неоднородностей подмагничивающего поля 4.2. Пространственная конфигурация областей распространения ПМСВ	158 158 160
соотношениям для других структур (86). 2.6. Дисперсионное соотношение для структуры металл-диэлек- трик-феррит-феррит-диэлектрик-металл (МДФФДМ) 2.6.1. Общий вывод и характер дисперсионного соотношения (88). 2.6.2. Предельный переход к дисперсионным соотношениям для других структур (92)	88	<ul> <li>4.3. Методы анализа распространения ПМСВ в условиях неоднородного подмагничивания (изочастотных кривых и Гамильтона-Аулда 4.3.1. Метод изочастотных кривых (161).</li> <li>4.3.2. Метод Гамильтона-Аулда (163).</li> <li>4.3.3. Сравнение методов анализа траекторий ПМСВ (164).</li> </ul>	161
<ul> <li>2.7. Фазовая и групповая скорости, набег фазы и время задержки волновых пучков ПМСВ</li></ul>	93	<ul> <li>4.4.1. Анализ траекторий пмсв методом изочастотных кривых (165).</li> <li>4.4.2. Анализ траекторий ПМСВ методом Гамильтона-Аулда (169).</li> </ul>	165
2.8. Система уравнений для метода Гамильтона-Аулда 2.8.1. Общий вывод уравнений Гамильтона-Аулда (100). 2.8.2. Переход к полярной системе координат (101).	99	4.5. Распространение ПМСВ в структуре феррит-металл 4.5.1. Линейно неоднородное поле (178). 4.5.2. Поле типа «доли- ны» (180). 4.5.3. Поле типа «вала» (181). 4.5.4. Каналы первого и второго типа (181).	178
<ul> <li>2.9. Производные от дисперсионного соотношения для структуры феррит-диэлектрик-металл</li> <li>2.10. Эквивалентность различных видов уравнений динамики в класси- иеской мехацике</li> </ul>	106	<ul> <li>4.6. Распространение ПМСВ в структуре феррит-диэлектрик-металл</li> <li>4.6.1. Анализ траекторий ПМСВ методом изочастотных кривых (182).</li> <li>4.6.2. Анализ траекторий ПМСВ методом Гамиль-</li> </ul>	181
2.11. Задача Коши при распространении ПМСВ	111	тона-Аулда (189).	104
2.12. Техника расчета траекторий волновых пучков MCB в неоднородном поле	115	4.7.1. Линейно неоднородное поле (194). 4.7.2. Поле типа «доли- ны» (196). 4.7.3. Поле типа «вала» (198).	134
Выводы по главе 2	118	4.8. Экспериментальное исследование траекторий ПМСВ	201
<ol> <li>лава 3. Магнитостатические волны в однородно намагниченных ферритовых пленках и структурах на их основе</li></ol>	119	но неоднородное поле (202). 4.8.3. Поле типа «долины» (203). 4.8.4. Поле типа «вала» (204). 4.8.5. Изменение различных пара- метров эксперимента (205).	
и структура на их основе	119	Выводы по главе 4	206
туре ФДМ (119). 3.1.2. Экспериментальное исследование дис- персии ПМСВ в структуре ФДМ (125). 3.1.3. О возможности		Глава 5. Распространение волновых пучков конечной ширины в неоднородно намагниченных ферритовых пленках	212
экспериментального наблюдения обратных волн (135). 3.2. Распространение ПМСВ в двухкомпонентной среде, состоящей из свободной ферритовой пленки и структуры ФДМ 3.2.1. Анализ преломления ПМСВ с помощью метода изочастотных	136	5.1. Пространственная трансформация широких пучков ПМСВ, распро- страняющихся в неоднородно намагниченных пленках 5.1.1. Линейно неоднородное поле (212). 5.1.2. Поле типа «доли- ны» (214). 5.1.3. Поле типа «вала» (215).	212
кривых (136). 3.2.2. Экспериментальное исследование преломле- ния ПМСВ (143). 3.2.3. Коэффициент отражения ПМСВ от грани- цы раздела сред (149). 3.3. Дисперсионые свойства ПМСВ в структурах, содержащих лва фер-		5.2. Метод анализа амплитудно-частотных и фазо-частотных характе- ристик линий передачи на ПМСВ	216
ритовых слоя	150	5.3. Амплитудно-частотные характеристики пропускания линий пере- дачи на ферритовых пленках, намагниченных полями различных конфигураций	222

5.3.1. Однородное поле (222). 5.3.2. Линейно неоднородное по-

ле (226). 5.3.3. Поле типа «долины» (230). 5.3.4. Поле типа «ва-

5.4. Амплитудно-частотные характеристики волноведущего канала для

6. 6. ля 6.8. Ре	7.1. 7.2. н (2 еког	Из Из 290) мен,
Выво	ды	D. ПО
Глава <b>на</b> м	7. 1 <b>а</b> гі	И нич
	hon	

ПМСВ, образованного неоднородным полем типа «вала» 5.4.1. Изменение длины канала (240). 5.4.2. Изменение условий возбуждения канала (241).	240
5.5. Амплитудно-частотные характеристики линии передачи на ПМСВ при произвольной ориентации подмагничивающего поля 5.5.1. Общая геометрия двух вариантов расположения преобразо- вателей: взаимно противолежащего и взаимно сдвинутого (245). 5.5.2. Фильтрация первого типа, взаимно противолежащая геомет- рия (247). 5.5.3. Фильтрация второго типа, взаимно сдвинутая геометрия (249).	245
5.6. Экспериментальное исследование пучков ПМСВ конечной ширины и амплитудно-частотных характеристик 5.6.1. Линейно неоднородное поле (252). 5.6.2. Поле типа «доли- ны» (252). 5.6.3. Поле типа «вала» (253).	251
Выводы по главе 5	254
Глава 6. Амплитудно-частотные свойства линий передачи на маг-	050
нитостатических волнах с учетом набега фазы	258
6.1. Общие характеристики типичных линий передачи на ПМСВ	258
6.2. Общий случай волн в магнитной среде	259
6.3. Случай поверхностных магнитостатических волн	264
6.4. Характеристики пропускания линии передачи по амплитуде при различных ее геометрических параметрах	265
6.5. Влияние набега фазы на АЧХ	274
6.6. Деформация волнового фронта поверхностных магнитостатических волн в ферритовых пленках, намагниченных линейно неоднородным полем	280

6.7. Общий характер трансформации области распространения ПМСВ 

6.7.1. Изменение ориентации излучающего преобразователя (289). 6.7.2. Изменение частоты (289). 6.7.3. Изменение градиента по- ля (290).	
6.8. Рекомендации для оптимизации параметров линии передачи на ПМСВ	292
Выводы по главе 6	292
Глава 7. Использование магнитостатических волн в неоднородно намагниченных ферритовых пленках для устройств обработки	
информации и других технических приложений	295
7.1. Краткий обзор возможных технических приложений	295
7.2. Волноведущие структуры для ПМСВ на ферритовых пленках, на- магниченных полем типа «вала»	296
7.3. Оптимизация формы преобразователей ПМСВ для устройств на неоднородно намагниченных ферритовых пленках	299
7.4. Многоканальный фильтр на ферритовой пленке, намагниченной полем типа «долины»	302
7.5. Многоканальный фильтр на пакетированных ферритовых структурах	304
7.6. Линия задержки сигнала СВЧ на ферритовой пленке, намагничен- ной полем типа «вала»	307
7.7. Измерение параметров пленок железоиттриевого граната со слож- ным характером анизотропии	309
7.8. Исследование пространственного распределения магнитного поля с помощью датчика на ПМСВ	311
7.9. Использование линии передачи на ПМСВ для опеделения ориента- ции магнитного поля	312
Выводы по главе 7	314
Список литературы	317
$\mathbf{r} \cdot \mathbf{y} \mathbf{r}^{-1}$	

ла» (233).

четыре десятка лет, то есть с 60-х годов XX века, когда MCB стали доступны в эксперименте благодаря появлению железоиттриевого граната.

Определенный опыт работы авторов со студентами и начинающими исследователями показывает, что при первоначальном ознакомлении с предметом заметные трудности вызывает освоение математического аппарата, значительная часть которого рассеяна в статьях, не всегда легко стыкующихся друг с другом. С целью преодоления подобного положения в монографию включена вторая глава, целиком посвященная подробному изложению основных математических приемов работы с МСВ. Другие более специфические методы расчета также рассматриваются в соответствующих главах с достаточной подробностью.

В положенных в основу монографии работах принимали участие многочисленные соавторы. Так в идеологической основе и интерпретации большинства работ лежат идеи А.В. Вашковского, в теоретических работах важная роль принадлежит В.И. Зубкову, большинство экспериментальных работ выполнено совместно с Э.Г. Локком. В конструировании и выполнении рабочих макетов ряда устройств принимал участие А.Ю. Анненков.

Более подробно участие соавторов работ, положенных в основу монографии, отражено в списке литературы.

Выполнению работы в значительной степени способствовало стимулирующее внимание и неоднократные полезные замечания С.В. Яковлева.

В многочисленных обсуждениях работ принимали участие: С.В. Герус, Ю.И. Беспятых, И.Е. Дикштейн, В.В. Тарасенко, В.Д. Харитонов, Ф.В. Лисовский, Е.Г. Мансветова, Г.В. Арзамасцева, А.В. Вороненко, Д.Г. Шахназарян, В.В. Кильдишев, Л.А. Красножен.

Многочисленные дискуссии с плодотворным обсуждением проходили с участием П.Е. Зильбермана.

В неоднократных полезных обсуждениях, касающихся физики фазовых переходов, участвовали А.Ф. Кабыченков и В.В. Коледов.

Важнейшая роль в создании благоприятных условий для работы, постоянное к ней внимание и неоднократное оказание административной, хозяйственной и научной помощи принадлежит академику РАН Ю.В. Гуляеву.

Непосредственное выполнение работы, в том числе написание настоящей монографии, оказалось возможным благодаря помощи членакорреспондента РАН С.А. Никитова.

Практически все работы были выполнены с деятельным участием многочисленного технического персонала, без помощи которого выполнение приведенного труда было бы совершенно невозможным.

Всем перечисленным участникам и соавторам работ авторы выражают огромную признательность, отдают низкий поклон и приносят глубочайшую благодарность. Величайшее спасибо Вам, дорогие соратники, друзья и помощники!

#### Введение

Магнитостатические волны (МСВ) в магнитодиэлектрических средах являются основной для создания ряда высокоэффективных устройств аналоговой обработки информации в СВЧ диапазоне. К числу таких устройств можно отнести различные фильтры, линии задержки, фазовращатели, преобразователи частоты, невзаимные и нелинейные устройства, а также другие. Основной средой, где магнитостатические волны могут распространяться, являются пленки, пластины и объемные образцы ферритов, в первую очередь железоиттриевого граната (ЖИГ), имеющего рекордно малые магнитные потери. В то же время, распространение МСВ в подобных средах сопровождается многочисленными и весьма разнообразными физическими эффектами, резко отличающими их от обычных электромагнитных волн в изотропных средах. В первую очередь следует отметить сложный характер дисперсионных свойств МСВ, неколлинеарность векторов фазовой и групповой скоростей, а также невзаимность распространения. Такие обстоятельства стимулируют обрашение к подробному и всестороннему исследованию физических свойств МСВ в самых разнообразных условиях. Описанию некоторых аспектов такого исследования посвящена настоящая монография. Приведенные в ней сведения ни в коей мере не претендуют на исчерпывающую полноту, так что не более чем отражают круг научных интересов авторов. Основной объем монографии представляет собой краткое изложение и обобщение главных научных и прикладных результатов, полученных авторами в период с 1990 по 2015 годы.

Монография является первой из цикла, посвященного магнитостатическим волнам и сопутствующим им явлениям. В соответствии с названием, в этой части приведен основной материал по распространению MCB в неоднородно намагниченных пленках и структурах на их основе. Следующую монографию предполагается посвятить сопровождающим такое распространение более сложным эффектам, в том числе взаимодействию MCB с периодическими структурами, доменами и неоднородными полями сложных конфигураций. Отдельно предполагается рассмотреть вопрос о преобразовании магнитостатических волн в электромагнитные на неоднородности поля, сопровождаемом излучением электромагнитных волн в свободное пространство.

Монография, в основном, носит теоретический характер. Экспериментальные результаты приведены в той мере, в которой они являются основой для описываемых физических явлений.

С целью представления общей картины науки об МСВ, в первой главе приведен краткий обзор литературы за последние примерно три-

### Список наиболее часто используемых сокращений

ФМР — ферромагнитный резонанс.

МСВ — магнитостатическая волна.

ПМСВ — поверхностная магнитостатическая волна.

ОМСВ — объемная магнитостатическая волна.

АЧХ — амплитудно-частотная характеристика.

- ФЧХ фазо-частотная характеристика.
- СВЧ сверхвысокая частота.
- ФП ферритовая пленка.
- ФСП ферритовая пленка со свободными поверхностями.
- ФМ феррит-металл (структура).
- ФДМ феррит-диэлектрик-металл (структура).
- ФФ феррит-феррит (структура).
- ЖИГ железоиттриевый гранат.

### Глава 1

### МАГНИТОСТАТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ И ДОМЕННЫЕ СТРУКТУРЫ В ПЛЕНКАХ ФЕРРИТОВ-ГРАНАТОВ (ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ)

Настоящая глава представляет собой краткий обзор основных результатов исследования распространения MCB и процессов динамики доменов в однородно и неоднородно намагниченных пленках ферритовгранатов и структурах на их основе. Рассмотрены колебания и волны в магнитоупорядоченных средах в приближении магнитостатики, условия существования, дисперсия и распространение MCB в магнитных пленках и структурах, распространение MCB в произвольных направлениях по плоскости пленки в условиях однородного и неоднородного намагничивания, а также при наличии доменной структуры. Обсуждаются основные возможные применения ФМР, MCB и доменов в ферритовых пленках для устройств обработки информации, а также измерения параметров пленок и других физических объектов.

Из проводимого здесь рассмотрения исключены результаты работ авторов настоящей монографии, которые составляют основную часть данного изложения и приведены в последующих главах.

### 1.1. Колебания и волны в магнитоупорядоченных средах в приближении магнитостатики

Исследование динамических явлений в магнитных средах началось более полувека назад. За первыми работами, посвященными динамике доменных границ [1], последовали многочисленные исследования различных видов колебаний и волн в самых разнообразных магнетиках. Классическое описание динамических явлений в магнетиках основано на использовании уравнения Ландау–Лифшица [2–4]:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \left[ \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} \right] + \frac{\alpha}{M_0} \left[ \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right]. \tag{1.1}$$

Здесь  $\mathbf{M}$  — вектор намагниченности,  $M_0$  — его абсолютная величина (намагниченность насыщения),  $\alpha$  — параметр затухания,  $\gamma$  — гиромаг-

нитное отношение, **H**<sub>eff</sub> – эффективное поле, равное:

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\frac{\delta U}{\delta \mathbf{M}} = -\frac{\partial U}{\partial \mathbf{M}} + \sum_{p=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_p} \left[ \frac{\partial U}{\partial \left( \partial \mathbf{M} / \partial x_p \right)} \right], \quad (1.2)$$

где U — плотность энергии магнетика,  $\delta$  — знак функционального дифференцирования.

Для ферромагнитной среды плотность энергии имеет вид:

$$U = U_{ex} + U_H + U_M + U_a + U_e + U_{me} + \dots$$
(1.3)

В этом выражении:  $U_{ex}$  — плотность энергии неоднородного обменного взаимодействия:

$$U_{ex} = \frac{A_0}{2aM_0^2} \sum_{i,k} \left(\frac{\partial M_i}{\partial x_k}\right)^2 = \frac{1}{2} q_0 \sum_{i,k} \left(\frac{\partial M_i}{\partial x_k}\right)^2 = \frac{A}{M_0^2} \sum_{i,k} \left(\frac{\partial M_i}{\partial x_k}\right)^2, \quad (1.4)$$

где  $A_0$ ,  $q_0$ , A — константа обменного взаимодействия в различных формах записи, a — постоянная решетки магнитного кристалла.  $U_H$  — плотность энергии взаимодействия намагниченности **M** с внешним полем **H**<sub>e</sub>:

$$U_H = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_e. \tag{1.5}$$

 $U_M$  — плотность внутренней (диполь-дипольной) энергии взаимодействия магнитных моментов образца:

$$U_M = -\frac{1}{2} \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_m, \tag{1.6}$$

где поле **H**<sub>m</sub> определяется формулой [5]:

$$\mathbf{H}_{m} = -\operatorname{grad}\left(\int_{V} \frac{\operatorname{div} \mathbf{M}}{R} \, dV - \oint_{S} \frac{\operatorname{div} \mathbf{M}}{R} \, dS\right),\tag{1.7}$$

в которой R — расстояние от внутренней точки образца до точки наблюдения, V и S — объем и поверхность образца.  $U_a$  — плотность энергии магнитокристаллической анизотропии, для одноосного ферромагнетика в системе координат с осью Ox вдоль оси легкого намагничивания (ОЛН), имеющая вид:

$$U_a^{(o)} = \frac{K}{M_0^2} \left( M_y^2 + M_z^2 \right), \tag{1.8}$$

где *К* — константа одноосной анизотропии. Для кубического ферромагнетика в системе координат, оси которой совпадают с ребрами кубической кристаллографической ячейки:

$$U_a^{(k)} = \frac{K_1}{M_0^4} \left( M_x^2 M_y^2 + M_y^2 M_z^2 + M_x^2 M_z^2 \right), \tag{1.9}$$

1.1. Колебания и волны в магнитоупорядоченных средах

13

где  $K_1$  — константа кубической анизотропии (первая).  $U_e$  — плотность энергии упруго деформированного тела, для кубического кристалла в той же системе координат имеющая вид [2–4]:

$$U_{e} = \frac{1}{2}c_{11}\left(e_{xx}^{2} + e_{yy}^{2} + e_{zz}^{2}\right) + c_{12}\left(e_{xx}e_{yy} + e_{yy}e_{zz} + e_{xx}e_{zz}\right) + 2c_{44}\left(e_{xy}^{2} + e_{yz}^{2} + e_{xz}^{2}\right), \quad (1.10)$$

где  $c_{ik}$  — компоненты тензора модулей упругости,  $e_{ik}$  — компоненты тензора деформаций.  $U_{me}$  — плотность энергии магнитоупругого взаимодействия:

$$U_{me} = \frac{B_1}{M_0^2} \sum_p M_p^2 e_{pp} + \frac{B_2}{M_0^2} \sum_p \sum_{q \neq p} M_p M_q e_{pq}, \qquad (1.11)$$

где B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub> — константы магнитоупругого взаимодействия.

Простейшим видом движения вектора намагниченности является однородная прецессия — ферромагнитный резонанс (ФМР). Этот вид прецессии намагниченности исторически был исследован первым и изучен наиболее подробно. Результаты исследований ФМР в разных магнитных материалах детально освещены в многочисленных обзорах и монографиях [2-4, 6-22]. Значительное внимание уделено высокочастотным свойствам объемных моно- и поликристаллов ферритов [6-10, 23-32], а также искусственных материалов и композитов на основе ферритовых частиц [33-35], в том числе для задачи поглощения СВЧ излучения [36, 37].

Теоретическая интерпретация обычно базируется на модели естественного ФМР и резонанса доменных границ [24–32]. Для расчета свойств составляющего композит ансамбля частиц, наряду с традиционными методами усреднения [24–32, 33, 39], используется метод Монте-Карло [34].

Явление ФМР подробно исследовалось в пленках железоиттриевого [39–44], иттрий-галлиевого и смешанных ферритов-гранатов [4, 14, 45–49], в том числе с большой одноосной анизотропией [47–50], малой намагниченностью [51], большим фарадеевым вращением [52, 53], и многослойных [54, 55]. ФМР исследовался в ферритахшпинелях [23, 56, 57], металлических [11, 58–61] и аморфных пленках [62, 63]. В последние годы, особенно в связи с открытием эффекта гигантского магнитосопротивления, широко исследуется ФМР в многослойных нанопленках [64–74], сверхрешетках [75, 76] и гранулированных структурах [32, 44, = 35, 77–81]. Характер связи между слоями и состояние поверхности таких материалов проявляются в свойствах спин-волнового резонанса [63, 69, 73, 74, 82–85]. Значительное количество работ посвящено использованию ФМР в качестве инструмента для измерения параметров пленок, в первую очередь анизотропии и намагниченности [13, 14, 45, 47–50, 59, 65, 86–90], а также исследования процессов магнитной релаксации [20, 41, 45, 91–95]. ФМР является мощным инструментом для исследования различного вида неоднородностей в пленках [11, 14, 44, 83, 85, 88–90, 95–103]. Наряду с перечисленным, ФМР эффективно используется для исследования магнитоупругого [104–107] и обменного взаимодействия [66, 72, 74], доменной структуры [108], и параметров сред для магнитной записи [109–112]. Значительный интерес представляют связанные с ФМР магнитооптические эффекты [52, 53, 88, 113–116].

Более сложный вид движения вектора намагниченности — неоднородная прецессия проявляется в виде стоячих колебаний и бегущих волн. Для достаточно длинных волн с волновыми числами менее  $10^4-10^5$  см<sup>-1</sup> преобладающим является магнитное дипольное взаимодействие, тогда как роль обменного взаимодействия — ничтожно мала. Это — магнитостатические безобменные волны. Для более коротких волн с волновыми числами, превышающими  $10^5-10^6$  см<sup>-1</sup>, обменное взаимодействие становится доминирующим. Это — обменные спиновые волны.

## 1.2. Условия существования и дисперсия МСВ в магнитных пленках и структурах на их основе

Рассмотрим традиционную схему описания волновых процессов для случая безобменных магнитостатических волн. При этом в выражении (1.2) для эффективного поля  $\mathbf{H}_{\mathrm{eff}}$  вторым слагаемым можно пренебречь. Действующему на магнитный кристалл полю вида

$$\mathbf{H} = H_i \mathbf{e}_z + \mathbf{n} \, e^{i\omega \, t} \tag{1.12}$$

соответствует намагниченность

$$\mathbf{M} = M_0 \,\mathbf{e}_z + \mathbf{m} \,e^{i\,(\omega\,t - \mathbf{k}\,\mathbf{r})},\tag{1.13}$$

где  $H_i$  — статическое внутреннее поле в образце,  $\mathbf{e}_z$  — единичный вектор в направлении оси Oz, h и  $\omega$  — амплитуда и частота переменного поля, m — амплитуда переменной намагниченности,  $\mathbf{k}$  — волновой вектор волны намагниченности,  $\mathbf{r}$  — вектор из начала координат до точки наблюдения волны. Уравнения, описывающие магнитостатические колебания и волны, имеют вид:

$$i\omega \mathbf{M} = -\gamma \left[ \mathbf{e}_z \times (M_0 \mathbf{h} - H_i \mathbf{m}) \right], \tag{1.14}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{0},\tag{1.15}$$

$$\operatorname{div} \left(\mathbf{H} + 4\,\pi\mathbf{M}\right) = 0. \tag{1.16}$$

Выберем систему координат Oxyz таким образом, чтобы плоскость Oyz совпадала с плоскостью пленки, а ось Ox была ей перпендикулярна, причем поле направлено вдоль оси Oz. Уравнение (1.15) позволяет ввести магнитостатический потенциал  $\psi$  с помощью соотношения

 $\mathbf{h} = \operatorname{grad} \psi$ . При этом из (1.16) находим уравнение для потенциала внутри образца (уравнение Уокера) [117]:

$$(1+\eta) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \psi_i + \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial z^2} = 0, \qquad (1.17)$$

и вне образца (уравнение Лапласа):

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi_e = 0.$$
(1.18)

В этих формулах введены обозначения:

$$\eta = \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2},\tag{1.19}$$

$$\nu = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2},\tag{1.20}$$

$$\Omega_H = \frac{H_i}{4\pi M_0},\tag{1.21}$$

$$\Omega = \frac{\omega}{4\pi\gamma M_0}.\tag{1.22}$$

Из стандартных граничных условий на границе раздела двух сред, совпадающей с плоскостью Oyz, получаем граничные условия для потенциалов:

$$\left[ (1+\eta) \frac{\partial \psi_i}{\partial x} - i\nu \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \right] \bigg|_{x=0} = \frac{\partial \psi_e}{\partial x} \bigg|_{x=0}, \quad (1.23)$$

$$\psi_i|_{x=0} = \psi_e|_{x=0} + \text{const.}$$
 (1.24)

Методом разделения переменных получаем решение в виде [118]:

$$\psi_{i,e} = X_{i,e} \exp((i k_y y)) \cdot \exp((i k_z z)), \qquad (1.25)$$

причем вне ферритовой среды:

$$X_e^{(\pm)} = C \cdot \exp(\pm i \, k_x^e \, x), \tag{1.26}$$

и внутри:

$$X_i = A \cdot \exp\left(\alpha \, k_x^i x\right) + B \cdot \exp\left(-\alpha \, k_x^i x\right),\tag{1.27}$$

где A, B — произвольные постоянные,  $k_y, k_z$  — компоненты волнового вектора вдоль осей Oy и  $Oz, k_x^i, k_x^e$  — компоненты волнового вектора вдоль оси Ox внутри и вне ферритовой среды.

Вводя угол  $\varphi$  отсчитываемый от оси Oy в направлении к оси Oz, получаем дисперсионное соотношение в виде:

$$\beta - 1 - 2\mu\alpha \operatorname{cth} (k\,d\,\alpha) = 0, \qquad (1.28)$$

где

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sin^2 \varphi}{\mu} + \cos^2 \varphi} \,. \tag{1.29}$$

$$\beta = (\nu^2 - \mu^2 + \mu) \cos^2 \varphi - \mu.$$
 (1.30)

$$\mu = 1 + \eta, \tag{1.31}$$

 $\eta$  и  $\nu$  определяются формулами (1.19)–(1.20), k — длина волнового вектора МСВ, d — толщина ферритовой пленки.

Дисперсионное соотношение (1.28) в случае  $(1 + \eta) < 0$  описывает объемные колебания и волны, а в случае  $(1 + \eta) > 0$  — поверхностные. Конкретный вид решения и дисперсионного соотношения определяется геометрией образца. Если все размеры образца конечны, наблюдается дискретный спектр магнитостатических типов прецессии. Решение такого вида при  $(1 + \eta) < 0$  (объемные колебания) для различных видов эллипсоидов получено в работах [1, 117, 119–123]. Если один (или два) из размеров образца бесконечны, наблюдается непрерывный спектр, состоящий из счетного множества ветвей [124–128]. В случае k > 0(поверхностные волны) решения получены для полубесконечной среды, а также для ограниченных образцов различных форм [118, 127, 129] с различным состоянием поверхности [130, 131]. Поверхностные магнитостатические волны, в отличие от объемных, являются невзаимными, т.е. направление их распространения однозначно определяется направлением магнитного поля.

Свойства как безобменных, так и обменных магнитостатических волн (МСВ) описаны в многочисленных обзорах и монографиях [2-4, 6, 9, 11, 12, 18, 132-143 и др.]. Исторически первыми были обнаружены стоячие [117, 144], и вскоре после этого — бегущие объемные и поверхностные безобменные МСВ [118, 145, 146] в стержнях и пластинах. Выяснилось, что для эффективного возбуждения неоднородных типов прецессии потери в материале среды должны быть достаточно малы. Этому условию удовлетворял железоиттриевый гранат (ЖИГ) чистый [119] или с добавками [120]. За первыми работами последовали широкие исследования дисперсионных свойств магнитостатических волн (МСВ) в самых различных условиях [18, 42, 118, 143, 147-162], в том числе в пленках ферритов-шпинелей [163], в ограниченных образцах [149], в анизотропных пленках [50, 91, 164-171], при произвольной ориентации внешнего поля [156, 160, 164, 165, 167], различных температурных условиях [161, 172], в миллиметровом диапазоне [141], нестационарной среде [138] а также при воздействии светового поля [113, 173].

В пленках ЖИГ с сильной поверхностной анизотропией (закреплением спинов) были обнаружены и подробно исследовались обменные [174, 175] и смешанные дипольно-обменные волны [15, 16, 176–185], в том числе в субмикронных [186] и неоднородных по толщине пленках [83, 175, 187–197]. Для теоретического описания наблюдаемых 17

явлений весьма эффективным оказался метод спин-волновых функций Грина [15, 16, 183].

Наряду с обменными подробно исследовались также магнитоупругие волны в объемных образцах [2–4, 132, 133, 136, 198–205], и пленках [136, 205–212], в том числе с обменом [206], а также генерация фононов магнитными пленками [213].

Кроме однослойных ферритовых пленок, дисперсия МСВ широко изучалась в различных многослойных структурах [2-4, 9, 134, 135]. При этом первоначальной задачей являлось получение линейного или другого наперед заданного закона дисперсии МСВ [214-226]. В процессе исследований были определены области существования по частоте, полю и волновому вектору для прямых и обратных, объемных и поверхностных волн. Рассмотрены особенности дисперсии и невзаимные свойства внутренних и внешних волн [217]. Изучена взаимная трансформация прямых и обратных, а также внутренних и внешних волн [218-221]. В результате было показано, что вариация толщины и намагниченности отдельных слоев позволяет получить практически любой желаемый закон дисперсии МСВ [219, 220]. Широко исследовалась дисперсия МСВ в структурах ФМ и ФДМ [134, 135, 162, 222], в том числе конечных размеров [223], при произвольном направлении поля [224, 225], в периодически неоднородной ферритовой пластине [226]. Изучались щелевые МСВ, распространяющиеся в промежутке между двумя ферритовыми пленками [227], МСВ в многослойных пленках с анизотропией [228, 229] и в обменно-связанных пленках [230], а также дипольно-обменные [17, 74, 135, 231] и магнитоупругие волны [232].

Возможность усиления бегущих МСВ транспортным током стимулировала многочисленные работы по структуре феррит-полупроводник [233–244]. Аналогичная возможность рассматривалась также в магнитных полупроводниках [225–250]. Был изучен спектр МСВ также в слоистых структурах феррит-сегнетоэлектрик [226, 251, 252]. Открытие высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) [253–255] породило множество работ по исследованию дисперсионных свойств МСВ и взаимодействию МСВ с абрикосовскими вихрями, в том числе при наличии транспортного тока в структуре феррит-ВТСП [256–266].

Вопросам возбуждения ПМСВ металлическими микрополосковыми преобразователями посвящено немалое число работ. Не претендуя на полноту, можно отметить следующие [267, 268, 269, 270, 271, 272, 273].

## 1.3. Распространение ПМСВ в произвольном направлении по плоскости пленки

В большинстве цитированных выше работ рассмотрено распространение MCB вдоль или перпендикулярно полю. В то же время, с появлением высококачественных пленок железоиттриевого граната

площадью в десятки квадратных сантиметров, появилась возможность реализовать планарное распространение МСВ в любых направлениях по плоскости пленки. При намагничивании изотропной пленки полем, перпендикулярным ее плоскости, распространение МСВ также является изотропным в силу эквивалентности любого направления в плоскости пленки относительно поля. Отклонение поля от нормали и, тем более, намагничивание пленки вдоль ее плоскости нарушает указанную эквивалентность, в результате чего распространение МСВ в плоскости пленки становится анизотропным. Приведенное выше решение (1.25)-(1.27) для касательно намагниченной пленки уже описывает распространение МСВ в различных направлениях в плоскости Оуг. При этом, благодаря гиротропным свойствам ферритовой среды, направления векторов фазовой **v** и групповой **s** скоростей MCB различны. Это различие становится особенно существенным для волнового пучка конечной ширины. При этом вектор групповой скорости определяет направление переноса энергии волны, т.е. направление распространения самого пучка, а вектор фазовой скорости определяет направление фронта волны внутри этого пучка. Направление вектора фазовой скорости v совпадает с направлением волнового вектора волны k, направление вектора групповой скорости определяется по формуле  $\mathbf{s} = d\omega/d\mathbf{k}$ , в которой зависимость  $\omega(k)$  определяется дисперсионным соотношением (1.28).

Ранние работы, в которых указывалось на несовпадение векторов фазовой и групповой скоростей МСВ, были выполнены на сравнительно небольших пластинках ЖИГ [274, 275]. Большие пленки ЖИГ дали возможность изучить волновые пучки МСВ в условиях, когда протяженность среды распространения значительно превышает поперечный размер пучка, что позволило весьма эффективно использовать методы геометрической оптики [276–289]. Как теоретически, так и экспериментально было показано, что допустимые направления распространения поверхностных магнитостатических волн (ПМСВ) лежат внутри сектора, симметричного относительно перпендикуляра к направлению поля, причем границы сектора определяются углами отсечки, тем меньшими, чем выше частота ПМСВ. При заданной частоте наиболее длинные волны распространяются перпендикулярно направлению поля, наиболее короткие — вблизи углов отсечки.

Удобным инструментом для наглядного качественного анализа анизотропных свойств МСВ явился метод изочастотных кривых [274, 290] (называемых также «эквичастотными линиями дисперсионных поверхностей МСВ» [134]), построенных на плоскости волновых векторов. Для фиксированной частоты изочастотная кривая является геометрическим местом точек конца волнового вектора МСВ, а направление распространения волнового пучка, совпадающее с направлением вектора групповой скорости, определяется перпендикуляром к касательной к изочастотной кривой, построенной через точку, соответствующую концу волнового вектора [274]. 19

Наиболее последовательно применение метода изочастотных кривых для анализа соотношения между направлениями фазовой и групповой скоростей для ПМСВ в двумерной геометрии описано в работах [291, 292]. На основе анализа изочастотных зависимостей в двумерной геометрии рассмотрены свойства распространения, отражения и преломления волн в анизотропных средах, частным случаем каковых являются намагниченные в плоскости магнитные пленки. Представлена интерпретация изочастотной кривой как геометрического места конца волнового вектора волны, исходящей из начала координат, причем вектор групповой скорости в каждой точке изочастотной кривой определяется нормалью к этой кривой в упомянутой точке. Приведены основные свойства изочастотных кривых, такие как асимптоты, точки перегиба, центральная и осевая симметрия, точки экстремума в полярной системе координат. Выявлены обусловленные этими свойствами секториальная ограниченность существования волн, невзаимность и однонаправленность распространения, возможный отрицательный характер отражения и преломления. Рассмотрены примеры свойств изочастотных кривых для ферритовой пленки со свободными поверхностями и для структуры феррит-диэлектрик-металл при некоторых характерных значениях толщины диэлектрического слоя.

Некоторые вопросы отражения и преломления ПМСВ для трехмерной геометрии отмечены в работе [293].

Общие анизотропные свойства волновых пучков ПМСВ были изучены в работах [276, 277, 280, 282, 284, 287], в том числе для радиоимпульсов в работе [286]. В работах [279, 283] проанализированы пространственно-частотные свойства потока энергии ПМСВ, а в работе [278] то же сделано для обратных объемных МСВ. Анизотропные свойства волновых пучков обобщены на случай произвольного направления поля [285, 288, 289], в том числе применительно к задачам управления спектром и групповой скоростью МСВ [288], а также повышения термостабильности МСВ-устройств [289]. Аналогичные явления в двухслойных ферритовых пленках рассмотрены в работах [294, 295].

Несовпадение направлений векторов фазовой и групповой скоростей существенно меняет условия отражения и преломления MCB на границах раздела двух сред с различными параметрами. При переходе через границу раздела или отражении от нее сохраняется величина проекции волнового вектора на эту границу, а его перпендикулярная составляющая по разные стороны границы определяется частотой и законами дисперсии MCB в соответствующих средах. Для определения углов отражения и преломления опять же удобен метод изочастотных кривых. Отражение происходит в ту же среду, откуда волна поступает, поэтому законы дисперсии для падающей и отраженной волн одинаковы и свойства отражающей среды, не меняя ориентационных зависимостей, определяют лишь коэффициент отражения. Преломление же, напротив, происходит в другую среду по сравнению со средой падения, поэтому от свойств преломляющей среды зависят, как угол, так и коэффициент преломления.

Зависимости углов отражения и преломления МСВ от угла падения при различных ориентациях прямолинейного края пленки, ступеньки ее толщины или металлической полосы, наложенной на пленку, получены в работах [139, 291]. Свойства отражения и преломления МСВ в анизотропных магнетиках рассмотрены в работах [292, 296, 298, 378, 379].

В работах [299, 300] получены коэффициенты отражения поверхностных и прямых объемных MCB от края металлической полосы, наложенной на пленку, для случая нормального падения волны. В работах [301, 302, 303, 304] эти результаты обобщены на случай металлической полуплоскости и ступеньки толщины пленки произвольной ориентации.

В работе [305] проведено подробное экспериментальное исследование преломления поверхностных магнитостатических волн при прохождении под металлической полоской конечной ширины. Приведены некоторые теоретические соображения, основанные на модели изочастотных поверхностей для ферритовой пленки со свободными поверхностями и структуры феррит-диэлектрик-металл. Для некоторых частных случаев продемонстрировано хорошее совпадение теоретических положений с экспериментом. Отмечено определение прямых и обратных волн, основанное на знаке скалярного произведения волнового вектора и вектора групповой скорости: при знаке положительном волна является прямой, при отрицательном — обратной.

Большая площадь ферритовых пленок допускает распространение волновых пучков, ширина которых значительно превышает длину составляющих пучок МСВ, причем пространственной конфигурацией таких пучков можно управлять в широких пределах. Одним из простейших видов управления является фокусировка, которую можно осуществить, используя возбуждение МСВ криволинейными преобразователями, а также отражение или преломление МСВ криволинейными границами. Формирование сходящегося волнового пучка ПМСВ на основе фокусирующих преобразователей описано в работах [306–309]. Аналогичные результаты для прямых и обратных объемных МСВ приведены в [310–312].

В то же время, несмотря на возможность формирования достаточно узких волновых пучков, в реальных экспериментах длина возбуждающего преобразователя сравнима или превышает длину МСВ не более чем в несколько десятков раз, что приводит к заметным «дифракционным» явлениям, впервые отмеченным для обратных объемных волн [313] и более подробно для объемных МСВ [314–316], для структуры ФДМ [317] и ПМСВ [318–320].

Замечание. Приведенные в цитированных работах «дифракционные» свойства ПМСВ, вообще говоря, в классическом определении таковыми не являются, так как расщепление волнового пучка обусловлено не интерференционным взаимодействием точечных источников Гюйгенса на апертуре преобразователя, а неколлинеарной зависимостью между векторами фазовой и групповой скоростей. Так вблизи угла отсечки имеет место значительное сгущение плотности потока ПМСВ, что и проявляет себя как расщепление волнового пучка на две составляющие, расположенные симметрично относительно нормали к направлению поля. В этом плане явление расщепления волнового пучка за счет сгущения плотности потока ПМСВ логичнее называть не «дифракционной расходимостью», в «дисперсионной расходимостью» или «дисперсионным расщеплением», так как оно обусловлено исключительно свойствами дисперсии ПМСВ. Однако в цитированных работах при описании расщепления традиционно используется не вполне корректный термин «дифракционная расходимость», на что следует обращать особое внимание.

Таким образом, для поверхностных волн при длине преобразователя, сравнимой с длиной ПМСВ, вместо классической дифракционной картины, образованной одним центральным лучом и несколькими более слабыми боковыми, происходит расщепление основного пучка на два, распространяющиеся под углами, близкими к углам отсечки [139, 282, 314–316]. Аналогично ведет себя дисперсионная расходимость и в структуре ФДМ [317, 320].

В структуре ФМ возможна канализация энергии ПМСВ, обусловленная полным внутренним отражением волны от краев канала [321]. В ферритовом волноводе, представляющем собой узкую полоску феррита, возможно распространение волноводных мод, образованных отражением отщепленных пучков от боковых стенок волновода [322]. Распространение ограниченных пакетов МСВ в анизотропной среде рассмотрено в работах [286, 287]. В работах [281, 323, 324] показано, что неоднородное поле специальной формы может существенно изменить распространение расщепленных пучков ПМСВ, в частности, привести к их самопересечению в определенной точке пленки. В работе [325] изучено распространение расщепленных пучков в нелинейном режиме.

Классическая дифракция ПМСВ, аналогичная известной в оптике дифракции Фраунгофера, исследована в работах [326, 327, 328]. В магнитостатическом приближении рассмотрена дифракция поверхностной магнитостатической волны, распространяющейся в ферритовой пленке, при падении на щель в непрозрачном экране. Выполнен расчет распределения амплитуды прошедшей через щель волны в произвольной точке пленки на основе интегрирования потенциала подчиняющихся принципу Гюйгенса точечных источников, равномерно распределенных по ширине щели. Выявлен многолепестковый характер дифракционной картины с сильным преобладанием центрального лепестка, соответствующего распространению волны в направлении, определяемом законами геометрической оптики. Отмечен дополнительный лепесток, связанный с отражением исходной волны от щели. В работах [329, 330] аналогичное рассмотрение проведено для обратных волн. В работе [331] выполнены теоретические и экспериментальные (зондовым методом) исследования угловой ширины пучка спиновых волн на основе измерения их пространственного распределения.

### 1.4. Распространение ПМСВ в ферритовых пленках и структурах в условиях неоднородного намагничивания

Уже первые экспериментальные наблюдения бегущих МСВ [145, 146] выявили малость их длины и скорости по сравнению с ЭМВ той же частоты. Это обстоятельство, весьма привлекательное для создания малогабаритных линий задержки СВЧ диапазона [332], стимулировало множество работ по изучению свойств этих волн. Эффективным способом возбуждения и приема МСВ явилось преобразование их длины при распространении в неоднородном поле. Для реализации этого способа преобразователь располагался в том месте образца, где длина МСВ приближалась к длине ЭМВ, что обеспечивало высокую эффективность его работы. Возбужденные таким образом длинные МСВ, распространяясь в неоднородно намагниченном образце, становились короткими и скорость их уменьшалась на один-два порядка, что и обеспечивало большое (по сравнению с ЭМВ) время задержки. Обратное преобразование задержанных МСВ в ЭМВ осуществлялось аналогичным образом на неоднородности поля в другом месте образца. Ранние работы были выполнены на аксиально намагниченных стержнях или нормально намагниченных дисках, в которых обратные или прямые объемные МСВ распространялись вдоль оси стержня или радиусов диска [145, 146, 332-338]. Разработанная на основе метода ВКБ теоретическая модель для обратных объемных волн в аксиально намагниченном цилиндре позволила рассчитать эффективность преобразования, выраженную через «длину связи» — параметр, определяемый плавностью изменения поля вдоль оси стержня [333-336]. Кроме чисто дипольных МСВ широко исследовались также магнитоупругие волны [145, 146, 203, 335, 339].

Во всех перечисленных выше работах волновой вектор МСВ всегда оставался параллельным (для цилиндра) или перпендикулярным (для диска) направлению поля. В работе [274] впервые был разработан и проверен в эксперименте аппарат, пригодный для анализа распространения МСВ в произвольных направлениях относительно неоднородного поля. Метод основан на аналогии между МСВ и механической частицей, движущейся в неоднородном потенциале. Выведены уравнения, аналогичные уравнениям Гамильтона в механике, позволяющие рассчитать траекторию волнового пучка при условии известности закона дисперсии МСВ. Этим методом в работе [275] рассмотрено распространение ПМСВ вдоль поверхности касательно намагниченного плоского образца при условии малого изменения поля на длине волны. В декартовой системе координат *Oxyz*, плоскость *Oyz* которой совпадает с плоскостью образца, при использовании полярной системы для компонент волнового вектора, система упомянутых уравнений имеет вид:

1.4. Распространение ПМСВ в ферритовых пленках

$$\frac{dk}{dy} = k \left(\frac{\partial k}{\partial y}\cos\varphi + \frac{\partial k}{\partial z}\sin\varphi\right) \cdot \left(k\cos\varphi + \frac{\partial k}{\partial \varphi}\sin\varphi\right)^{-1}; \quad (1.32)$$

$$\frac{d\varphi}{dy} = -\left(\frac{\partial k}{\partial y}\sin\varphi - \frac{\partial k}{\partial z}\cos\varphi\right) \cdot \left(k\cos\varphi + \frac{\partial k}{\partial \varphi}\sin\varphi\right)^{-1}; \quad (1.33)$$

$$\frac{dz}{dy} = \left(k\sin\varphi - \frac{\partial k}{\partial\varphi}\cos\varphi\right) \cdot \left(k\cos\varphi + \frac{\partial k}{\partial\varphi}\sin\varphi\right)^{-1}.$$
(1.34)

где k — длина волнового вектора ПМСВ,  $\varphi$  — угол между волновым вектором ПМСВ и осью Oy, а частные производные, входящие в правую часть приведенных уравнений, определяются из дисперсионного соотношения  $f(\omega, k, H(y, z)) = 0$  (например, вида (28)). При общих начальных условиях система уравнений (1.32)–(1.34) интегрируется только численно (например методом Эйлера или Рунге–Кутта [340]), в результате чего первое уравнение дает длину волнового вектора МСВ k(y), второе — направление фазового фронта МСВ через угол  $\varphi(y)$  и третье — траекторию МСВ, на плоскости Oyz в виде z(y). Знание совокупности приведенных зависимостей позволяет получить полное представление о распространении ПМСВ по плоскости образца.

Использование метода Гамильтона позволило в работе [274] рассчитать траектории магнитоупругих объемных МСВ в аксиально намагниченном стержне по всей площади его сечения, а в работе [275] траектории поверхностных МСВ в пластине в виде прямоугольного параллелепипеда также по всей площади пластины. В обоих случаях внешнее поле было однородно, а неоднородность внутреннего поля была обусловлена полями размагничивания.

Создание неоднородности поля за счет формы образца было свойственно практически всем ранним работам, выполненным на объемных монокристаллических образцах [145, 146, 203, 332–339]. Для тонких эпитаксиальных пленок ЖИГ это метод неприемлем, поэтому неоднородное поле в них формируется с помощью внешних магнитов [341–348]. Возбуждение прямых объемных МСВ в таких условиях рассмотрено в работах [349, 350]. Траектории объемных МСВ в линейно неоднородном поле исследовались в работах [346–348]. Аналогичные задачи для радиально симметричного поля решались в работах [351, 354]. В работе [355] рассмотрено преобразование МСВ при отражении от неоднородности поля. В работе [349] исследовано время задержки при распространении прямых объемных МСВ в неоднородном поле. Большое количество работ по неоднородным полям посвящено исследованию распространения поверхностных МСВ. В работах [275, 349] рассмотрено неоднородное поле, создаваемое за счет формы образца в виде прямоугольной пластины. Рассчитаны траектории ПМСВ вблизи торцов и в центре пластины, найдены области существования и локализации ПМСВ. Значительно больше возможностей для управления распространением ПМСВ предоставляет неоднородное поле, создаваемое внешними магнитами [343, 297]. Радиально симметричное поле позволяет управлять локализацией распространения [351–354], поворачивать траектории на значительные углы и менять глубину проникновения ПМСВ в толщину пленки [341, 342]. В работе [343] траектории ПМСВ замкнуты в виде кольца, что позволило создать высокодобротный резонатор на ПМСВ. В работе [356] рассмотрены ПМСВ с учетом обменного взаимодействия.

Расчет распространения ПМСВ производится с помощью интегральных уравнений, решаемых численно [357]. Работы [358–360] посвящены исследованию распространения ПМСВ в прямолинейных каналах, создаваемых внешним полем. Связь между соседними каналами рассмотрена также в [358, 360]. В работах [351–354] исследованы каналы, в том числе кольцевые, образованные радиально симметричным полем. Распространение волновых пучков ограниченной ширины рассмотрено в работах [323–325]. Показана возможность создания неоднородного поля такой формы, которая может привести к самопересечению отщепленных ветвей расщепленного пучка.

Наличие магнитоупругой связи в ферритах позволяет для создания внутренних неоднородных полей использовать упругие деформации образца. В работах [85, 106, 361, 362] изучены ФМР, спин-волновой резонанс и дисперсия МСВ в пленках, деформированных статическими неоднородными внешними напряжениями.

### 1.5. Распространение ПМСВ в ферритовых пленках и структурах с периодическими неоднородностями

Наряду с монотонным изменением поля, также рассматривалось рассеяние ПМСВ на статических магнитных решетках с периодической структурой. Подробное экспериментальное исследование распространения ПМСВ в таких структурах выполнено в работах [140, 363–365]. При этом магнитная решетка выполнялась в виде накладываемой на пленку ЖИГ высококоэрцитивной магнитофонной ленты с записью периодического сигнала. Были обнаружены полосы непропускания, соответствующие совпадению периода решетки с длиной распространяющейся ПМСВ, а также рассмотрено отражение и преломление ПМСВ такими решетками при произвольной ориентации решетки в плоскости магнитной пленки. Теоретический анализ подобных задач проводился численными методами на основе изочастотных кривых. Для интерпретации полученных результатов использовалась модель магнонного кристалла [365–367]. Одним из результатов проведенных исследований явился предложенный в работе [368] метод измерения параметров магнитных пленок, таких как намагниченность насыщения и константы одноосной и кубической анизотропии.

Работы [369, 358, 360, 370, 371, 372, 373, 374, 366, 375] посвящены исследованию распространения ПМСВ в каналах, образованных неоднородным полем, создаваемым высококоэрцитивной магнитной лентой с записью. В работе [369] рассмотрены моды ПМСВ в одном канале, в работе [358] — в двух параллельных связанных каналах. Отмечена периодическая перекачка энергии волны при переходе из одного канала в другой и обратно. В работе [360] описано численное моделирование распространения ПМСВ в двухканальной структуре, выполненное методом конечных разностей. В работах [370, 371] рассмотрена трансформация ПМСВ, канализируемых ступенчатым полем подмагничивания. В работе [372] рассмотрено взаимодействие объемных и поверхностных МСВ в канале, созданным неоднородным полем. Работа [373] посвящена описанию экспериментальной методики распространения МСВ в каналах, основанной на сканировании поверхности ферритовой пленки магнитным зондом. Работы [374, 366, 375] посвящены исследованию дисперсионных свойств и формированию пучков ПМСВ в том числе в магнонном кристалле с невзаимностью. Наиболее подробно перечисленные исследования освящены в работе [367].

Значительное число работ посвящено распространению ПМСВ в периодических структурах, образуемых механическими неоднородностями ферритовой пленки. В ранней работе [376] рассмотрены полосы непропускания при прохождении МСВ по поверхности пленки, покрытой поперечными канавками. Дальнейшее развитие такие исследования, в том числе с учетом обменного характера волн, получили в работах [377–379]. В работе [380] рассмотрено туннелирование МСВ через создаваемую магнитным полем локальную неоднородность. В работе [381] рассмотрены магнитостатические спиновые волны в двумерных периодических структурах — магнитофотонных кристаллах.

Важное место в ряду перечисленных работ занимает исследование распространения ПМСВ в присутствии периодических структур, выполненных в виде накладываемых на поверхность пленки металлических решеток. Отличительной особенностью ряда работ явилось отсутствие соизмеримости между длиной ПМСВ и периодом решетки. Так в случае, когда период решетки был значительно меньше длины ПМСВ, вместо полос непропускания наблюдалось изменение плавных дисперсионных кривых ПМСВ без появления каких-либо разрывов. Так в экспериментальных работах [382, 383], где период решетки, выполненной методом фотолитографии, составлял десятки микрон, а длина ПМСВ — до нескольких миллиметров, было показано, что дисперсионная кривая для структуры феррит-решетка лежит выше кривой для свободной пленки и имеет обратный характер, т.е. спадает по мере увеличения волнового числа, причем спад является более крутым, чем для структуры феррит-металл. Идеологическая трактовка наблюдаемых в работах [382, 383] явлений была основана на рассмотрении металлической решетки, как однородной среды с усредненными по объему параметрами, обладающей отрицательной диэлектрической проницаемостью.

В работе [384] на основе представления диэлектрической проницаемости для решетки из тонких прямолинейных проводников в виде, подобном диэлектрической проницаемости для электронной плазмы в металле [385], путем решения на основе полных уравнений Максвелла получено дисперсионное соотношение для структуры ферритдиэлектрик, окруженной полупространствами с отрицательной диэлектрической проницаемостью. Показано, что в такой структуре вдоль поверхности ферритовой пластины могут распространяться поверхностные волны, тем более ярко выраженные, чем толщина феррита по сравнению с толщиной диэлектрика больше.

В работе [386] для композитной структуры феррит-решетка металлических полосок предложен новый метод определения длины магнитостатической волны, основанный на перемещении металлической решетки в направлении, перпендикулярном плоскости пленки. Выявлено существенное различие между воздействием на распространяющуюся волну решеткой по сравнению с воздействием металлической плоскостью и средой с отрицательной диэлектрической проницаемостью.

В отличие от работ [382, 383] расположение дисперсионной ветви поверхностных волн с решеткой отмечено на том же уровне, что и без решетки, причем по поводу спадающей высокочастотной ветви, наблюдавшейся в работах [382, 383] высказано гипотетическое предположение о ее диссипативном характере.

Дальнейшее развитие идеология наблюдаемых явлений получила в работе [387], где была предложена модель, согласно которой волна при распространении в ферритовой пленке под решеткой, проходя области, соответствующие штрихам решетки и промежуткам между ними, попеременно локализуется вдоль верхней или нижней поверхности ферритовой пленки, в результате чего приобретает дополнительный фазовый набег, приводящий к смещению дисперсионной кривой в сторону больших волновых чисел. Наиболее подробно упомянутые вопросы были рассмотрены в работе [292].

Ряд работ посвящен динамическим неоднородностям, создаваемым упругой волной, являющейся аналогом бегущей периодической решетки. В работе [388] сообщается о первом наблюдении рассеяния обратных объемных МСВ на объемных упругих волнах. В работах [389, 390] рассмотрен аналогичный эффект для ПМСВ и поверхностных акустических волн (ПАВ), в работе [391] — для обменных объемных МСВ и объемных упругих волн в условиях коллинеарного распространения обоих типов волн.

Работы [209, 210, 392–395] посвящены исследованию рассеяния ПМСВ на ПАВ при произвольных направлениях распространения, причем для интерпретации экспериментальных результатов эффективно использован метод изочастотных кривых. Исследовано отражение и преломление ПМСВ под различными углами относительно взаимного направления распространения исходной ПМСВ и упругой волны. Отмечено изменение частоты распространяющихся ПМСВ за счет взаимодействия с упругой волной, преобразование ПМСВ в обратные объемные, и анизотропно-дипольные МСВ. Рассмотрено влияние проводящей плоскости вблизи поверхности магнитной пленки, аналогичное формированию структуры типа феррит-диэлектрик-металл. На основе полученных результатов предложены методики измерения параметров магнитных пленок и дисперсионных характеристик ПМСВ, а также обсуждается возможность применения наблюдаемых эффектов в СВЧ устройствах.

### 1.6. Преобразование магнитостатической волны в электромагнитную на неоднородности поля

Важным явлением, сопровождающим распространение магнитостатических волн в неоднородно намагниченной среде является преобразование магнитостатической волны в электромагнитную, проявляющееся как излучение электромагнитных волн из феррита.

На возможность такого излучения для объемных МСВ, распространяющихся в неоднородном поле, формирующимся за счет размагничивающих факторов образца, указывалось в работах [333, 334, 335], что послужило основой для создания ферритовых линий задержки [332]. В качестве механизма, обеспечивающего излучение, было указано приближение длины МСВ к длине электромагнитной волны в свободном пространстве, где длина МСВ в феррите менялась в процессе ее распространения в неоднородном поле. Была отмечена энергетическая взаимность эффекта, т. е. на неоднородности поля могло осуществляться как преобразование магнитостатической волны в электромагнитную, так и электромагнитной волны в магнитостатическую, что достигалось изменением направления распространения волн на обратное.

Для ПМСВ излучение электромагнитных волн из ферритовой пленки, намагниченной линейно возрастающим полем, наблюдалось, повидимому впервые, в работах [396, 397]. В работах [398–400] было показано, что в плоскости, перпендикулярной плоскости пленки, диаграмма направленности такой антенны имеет два лепестка, наклоненные вперед по ходу распространения ПМСВ.

В работе [401] на основе аналогии с излучением, возникающим из неоднородного диэлектрического волновода при переходе электромаг-

нитной волны из однородного участка такого волновода в неоднородный [402], предложен возможный механизм преобразования поверхностной магнитостатической волны в электромагнитную. Рассмотрены поверхностные волны в магнитной пластине на основе уравнений Максвелла, учтена неоднородность подмагничивающего поля и связанное с этим трансформация длины волны с приближением ее длины к подобной длине в свободном пространстве. На основе упомянутой аналогии показано, что излучение происходит из участка магнитной пленки, для которого выполняется условие равенства подмагничивающего поля резонансному значению, где происходит стык однородного и неоднородного участков магнитного волновода. Отмечена решающая роль подложки магнитной пленки в формировании диаграммы направленности излучения: уменьшение толщины подложки приводит к сужению лепестка диаграммы и наклону его вперед по ходу волны. Наиболее подробно упомянутый механизм и вытекающие из него следствия описаны в работе [292].

### 1.7. Доменные структуры в ферритовых пленках, ФМР и МСВ в условиях существования доменных структур

Во всех рассмотренных выше работах феррит предполагался намагниченным или однородно, или слабо неоднородно, так, что поле на длине МСВ меняется мало. При этом распределение намагниченности по образцу также близко к однородному. В то же время, наряду с перечисленными, с давних времен (см. напр. [1]) активно развивались работы, посвященные исследованию прецессии намагниченности в условиях резко неоднородного распределения намагниченности, а именно — при наличии доменной структуры, когда намагниченность, сохраняя относительную однородность внутри доменов, на их границах меняется очень сильно. Статическое состояние доменной структуры обусловлено конкуренцией между энергиями размагничивающих полей и доменных границ, а толщина доменной границы — конкуренцией между полями анизотропии и неоднородного обменного взаимодействия. Типичная ширина доменов — единицы и десятки микрон, а толщина доменных границ составляет десятые и сотые доли микрона, т.е. ширина доменов, как правило, на один-два порядка меньше длины МСВ, а толщина доменных границ еще на два-три порядка меньше.

Статическое состояние доменной структуры рассмотрено в многочисленных обзорах и монографиях [5, 12, 403]. Изучение физики доменов в пленках ферритов-гранатов сильно продвинулось вперед в связи с исследованием цилиндрических магнитных доменов (ЦМД) [403]. Необходимым условием существования ЦМД является наличие в пленке большой одноосной анизотропии, поле которой значительно превышает намагниченность насыщения материала пленки. В то же время, в таких пленках затухание прецессии намагниченности весьма велико, что ограничивает возможности распространения MCB. В пленках с малым затуханием, в первую очередь в ЖИГ, поле одноосной анизотропии значительно меньше намагниченности насыщения, и кроме того присутствует заметная кубическая анизотропия, поэтому доменная структура весьма сложна и до сих пор изучена недостаточно.

Динамическому поведению намагниченности в материалах с доменами также уделено значительно внимание [2–5, 403]. В материалах с ЦМД исследовалось, в основном, трансляционное движение доменных границ [403], тогда как колебательные процессы [2–4] рассматривались меньше. В пленках с доменами существуют два основных колебательных процесса — трансляционные колебания (резонанс) доменных границ (РДГ) и прецессия намагниченности (ФМР) внутри доменов [2–4]. Теоретически предсказаны также поверхностные МСВ, распространяющиеся вдоль неподвижных и движущихся доменных границ [404, 405].

Исторически первым динамическим явлением в материалах с доменами явился резонанс доменных границ [1], которому посвящены многочисленные исследования, обобщенные, например, в [2–4, 7, 8]. Резонанс доменных границ в диапазоне СВЧ рассматривался в работе [406]. В работе [407] изучены изгибные колебания доменных границ в ЖИГ, а в работе [408] — общие вопросы РДГ в анизотропном магнетике. Работа [409] посвящена возбуждению колебаний доменных границ с помощью акустической накачки. В работе [410] рассмотрены коллективные возбуждения доменных границ, подобные МСВ.

Колебания доменных границ большой амплитуды, сопровождающиеся явлениями самоорганизации («ангерное» состояние), рассмотрены в работах [411–418]. В работе [419] описано возбуждаемое переменным полем однонаправленное движение доменов в механически напряженном кристалле ЖИГ.

Наряду с резонансом доменных границ сразу же после открытия  $\Phi$ MP в насыщенных образцах, началось его исследование в образцах с доменами [420]. Основные результаты этих исследований также обобщены в [2–4, 7, 8]. ФМР в многодоменных пластинах и пленках ферритов, в том числе с ЦМД, а также кубической и одноосной анизотропией исследовался в работах [38, 108, 421–423]. МСВ в пленках и пластинах ЖИГ с доменами исследовались в работах [424–427].

Довольно подробное исследование областей существования и дисперсионных свойств МСВ при произвольном направлении поля и наличии в пленке кубической и одноосной анизотропии выполнено в работах [428–430]. Рассмотрено ненасыщенное монодоменное состояние: влияние доменов не учитывается, а доменные блоки предполагаются настолько большими, что волна распространяется только в пределах одного блока. Волны рассматриваются в магнитостатическом приближении при произвольном направлении поля, причем кубическая и одноосная анизотропии являются малыми по сравнению с намагниченностью насыщения пленки. Исследованы условия существования поверхностных и объемных волн, найдены характерные граничные частоты спектра и их зависимости от поля. Показано, что при касательном намагничивании пленки вблизи поля насыщения частота МСВ существенно снижается, после чего вновь увеличивается (что характерно и для ФМР [2–4, 431]).

В работе [432] рассмотрены МСВ в Ga- и Sc-замещенных пленках ЖИГ с доменами, а в работе [429] — МСВ в пленках ЖИГ субмикронной толщины. Работа [428] посвящена исследованию магнитоупругих волн в присутствии доменной структуры, а в работе [433] предсказана возможность существования МСВ в пластинах ортоферритов с доменами.

Нелинейные эффекты, сопровождающие распространение МСВ в пленке ЖИГ с доменами, рассмотрены в работе [434].

### 1.8. Особенности магнитостатических волн в длинноволновом пределе

В предыдущих разделах рассмотрены свойства магнитостатических волн, каковыми являются электромагнитные волны в приближении магнитостатики. Согласно классической оценке [4], использование магнитостатического приближения правомерно с достаточно высокой степенью точности (порядка долей процента) при волновых числах в диапазоне от  $10^2$  см<sup>-1</sup> до  $10^4$  см<sup>-1</sup>. При меньших волновых числах в игру вступает электрическое поле волны, при больших — обменное взаимодействие. Отвлекаясь от влияния обмена, применительно к реальным экспериментам, рассмотрим, в каком случае учет электрического поля волны становится необходимым. Так в типичном эксперименте ПМСВ возбуждается наложенными на плоскость пленки ЖИГ проволочными антеннами длиной порядка 0,5 см и диаметром около 0,001 см [292, 297 и др.]. При этом длина возбуждаемых такими преобразователями ПМСВ составляет от 10<sup>-1</sup> см до 7 · 10<sup>-3</sup> см [там же]. Такие длины волн соответствуют волновым числам от 60 см<sup>-1</sup> до 900 см<sup>-1</sup>. С определенной натяжкой можно наблюдать ПМСВ, имеющие длину порядка 0,5 см, что соответствует волновому числу 12 см<sup>-1</sup>, однако эффективность возбуждения таких волн сравнительно невелика.

Типичная частота возбуждаемых в эксперименте ПМСВ составляет от 1 до 10 ГГц. Ниже этой частоты поле, требуемое для существования ПМСВ должно быть меньше 80 Э, что для насыщения пленки ЖИГ (т.е. отсутствия в ней доменов) становится недостаточным. Для частоты выше требуется поле порядка 3000 Э, так что магнитная система становится довольно громоздкой и неудобной для применения в реальных устройствах. В большинстве экспериментов частота выбирается вблизи 2–4 ГГц, так что длина электромагнитной волны в этом диапазоне составляет от 7,5 до 15 см. То есть волновое число таких волн составляет 0,4–0,8 см $^{-1}.$ 

Итак, можно видеть, что длина реально наблюдаемых в экспериментах ПМСВ примерно на два-три порядка меньше длины электромагнитных волн того же диапазона частот.

Таким образом, сравнивая приведенный здесь диапазон типичных волновых чисел ПМСВ (60–900 см<sup>-1</sup>) с допустимым при магнитостатическом приближении ( $10^2-10^4$  см<sup>-1</sup>), можно полагать, что в реальных экспериментах магнитостатическое приближение выполняется с достаточной точностью и вклад электрического поля, если и будет, то весьма незначительным.

Тем не менее, следует отметить, что имеется целый ряд явлений, где учет электрического поля может быть существенным. К таким явлениям относятся в первую очередь дисперсионные свойства достаточно длинных ПМСВ (порядка 1 см и более), далее — потоки энергии распространяющихся волн, а также эффективность преобразования ПМСВ в электромагнитные волны за счет неоднородности постоянного поля. Так на имеющихся сегодня в коммерческой доступности пленках ЖИГ диаметром до 7 см при соответствующей конструкции преобразователей возможно возбуждение ПМСВ длиной до нескольких сантиметров, что обеспечивает волновые числа до 1 см<sup>-1</sup>. В составе достаточно длинной ПМСВ электрическое поле может быть довольно заметным, сравнимым с магнитным, что требует последовательного учета потока энергии волны на основе полного вектора Пойнтинга. Можно ожидать, что преобразование ПМСВ в электромагнитную волну является тем более эффективным, чем ближе длина волны ПМСВ приближается к длине электромагнитной волны в свободном пространстве.

Таким образом, рассмотрение магнитных волн поверхностного характера на пленках ЖИГ в длинноволновом пределе может требовать учета их электромагнитного характера на основе полных уравнений Максвелла. Не вдаваясь в подробности получаемых результатов, кратко перечислим имеющиеся на сегодняшний день наиболее заметные работы в этом направлении.

Так в работах [435–437] на основе полных уравнений Максвелла рассмотрены дисперсионные свойства прямых и обратных электромагнитных волн в структурах феррит-диэлектрик.

В работах [438, 439] в рассмотрение добавлена магнитная стенка, т. е. такая гипотетическая поверхность, магнитное поле на которой равно нулю. В работе [384] рассмотрены поверхностные магнитостатические волны в структуре феррит-диэлектрик, окруженной полупространствами с отрицательной диэлектрической проницаемостью. В работах [440–442] определена структура полей электромагнитных волн в структурах феррит диэлектрик и феррит-металл, в том числе с учетом магнитной стенки. В работе [443] построены изочастотные зависимости электромагнитных волн в неограниченной ферритовой

среде. Работы [444-446] посвящены расчету потоков энергии электромагнитной волны в структуре феррит-диэлектрик. Так в ранних работах [444, 445] расчет выполнен на основе «модифицированного» магнитостатического приближения, при котором электрическое поле, необходимое для получения вектора Пойнтинга, было найдено из уравнения Максвелла, определяющего такое электрическое поле через поле магнитное. В работе [446] на основе полных уравнений Максвелла выполнен более корректный последовательный учет взаимосвязи энергетических и дисперсионных характеристик магнитостатических волн в структуре феррит-диэлектрик-металл в условиях, когда дисперсионная кривая имеет одну или две точки экстремума. Найден вектор Пойнтинга и парциальные потоки мощности волны в феррите, диэлектрике и полубесконечном свободном пространстве. Показано, что в при наличии экстремумов дисперсионной кривой возможно взаимно противоположное направление парциальных потоков. Отмечена недостаточная корректность более ранних трактовок потока мощности волны, основанная на уравнениях магнитостатики, особенно ярко проявляющаяся при небольших волновых числах. Указана необходимость обращения в этих случаях к решению на основе полных уравнений Максвелла.

В работах [401, 445, 447] на основе аналогии с излучением, возникающим из неоднородного диэлектрического волновода выполнен анализ подобного излучения из феррита при распространении электромагнитной волны в неоднородном поле. Полученные значения волновых чисел имеют порядок 0,1–3,0 см<sup>-1</sup>, что выходит за рамки магнитостатики и также свидетельствует в пользу применения полных уравнений Максвелла.

### 1.9. Использование ФМР, МСВ и доменов в ферритовых пленках для устройств обработки информации

Магнитостатические волны (МСВ) являются основой для создания многочисленных устройств аналоговой обработки информации в СВЧ диапазоне, основные этапы развития которых описаны в многочисленных обзорах и монографиях [18, 20, 56, 58, 214, 215, 448–458]. Выращиванию и свойствам пленок для таких устройств посвящены обзоры [19, 459, 460]. Некоторые общие принципы расчета устройств описаны в работах [142, 461–463], вопросы термостабильности затронуты в работе [464]. Использование для создания устройств неоднородных полей и методов геометрической оптики описано в работах [274, 309–311, 449].

Одной из наиболее традиционных областей применения пленок ферритов-гранатов являются линии передачи, представляющие собой полосковые линии на ферритовых подложках [465, 466] или волноводы для МСВ, выполненные в виде ферритовой полосы [323, 467–470]. Достоинством таких линий является возможность управления характеристиками распространения не только полем и токовыми элементами [268–273, 470], но и светом [471, 472]. В работе [216] описаны циркуляторы для интегральных схем на пленках ферритов.

Значительное внимание в литературе уделено вопросам эффективного возбуждения МСВ [137], причем, наряду с общими вопросами возбуждения металлической полосой [137, 474, 475], рассматривалось сопротивление излучения и плотность тока в микрополосковой линии на ферритовой подложке, а также эквивалентные схемы излучателей МСВ [269–273]. Разнообразные конструкции излучателей на основе полосковых линий рассмотрены в работах [137–273]. Возбуждение обменных МСВ рассмотрено в работах [137, 476]. Для некоторых излучателей специальной формы рассмотрены, как эффективность возбуждения МСВ [477–480], так и расчет частотных характеристик [481]. В работах [306–308] показана возможность создания преобразователей, осуществляющих эффективную пространственную фокусировку пучков МСВ.

Исторически первым применением МСВ явились линии задержки СВЧ сигнала, выполненные на объемных монокристаллах ЖИГ [145, 146, 332–338]. К числу важнейших достоинств таких линий были отнесены миниатюрность и возможность управления временем задержки путем изменения поля [332].

Появление пленок ЖИГ продвинуло эти работы на качественно новый уровень [435]. Возможность создания на основе пленок сложных, в том числе многослойных структур позволила достичь любых желаемых свойств дисперсии, полосы частот, входного сопротивления, согласования и деформация СВЧ импульсов, в сочетании с малостью вносимых потерь [482–490]. Важными применениями линий задержки явились генераторы [491–494] и модуляторы [495, 496] сигнала СВЧ.

Другой традиционной областью применения МСВ являются фильтры СВЧ [43, 497–503]. В работах [500, 502, 504, 505] рассмотрены методы формирования амплитудно-частотных и фазовых характеристик таких фильтров. В работах [306–308] описаны методы фильтрации СВЧ сигнала на основе фокусирующих преобразователей МСВ.

Широкое применение МСВ нашли для создания резонаторов [506-509]. В работе [343] описаны кольцевые резонаторы, использующие волноводное распространение ПМСВ в радиально неоднородном поле. Резонаторы с периодическими отражающими металлическими решетками описаны в работе [510]. Другие свойства МСВ в периодических структурах рассмотрены в работах [511-513]. Важной деталью ряда устройств на пленках ЖИГ явились поглотители ПМСВ [514].

В работах [515, 516] описано применение МСВ в антеннах СВЧ. Антенное устройство, содержащее пластину ЖИГ с доменами, описано в работе [517]. Некоторые нелинейные устройства на пленках ЖИГ описаны в работах [518, 519]. Обработка оптических сигналов с помощью МСВ описана в работах [520, 521].

Новые широкие возможности для создания устройств на МСВ открывает неоднородное подмагничивание пленок [100, 274, 341–344, 516]. Методы синтеза магнитных систем для некоторых таких устройств описаны в работах [342, 344].

Исследование ФМР и МСВ в магнитных пленках является мощным инструментом для измерения параметров пленок, как ферритов-гранатов [13, 14, 41, 45–49, 53, 89, 90, 93, 522, 523], так и других магнитных материалов [115, 522, 523], в том числе сред для магнитной записи [109–112] и пленок ВТСП [97, 258]. Метод ФМР позволяет измерять локальные параметры материала [14, 89, 90, 99, 100], дополнительные возможности при этом дает фототермическая модуляция параметров пленки [88, 116].

#### 1.10. Основные вопросы дальнейшего изложения

В завершение проделанного обзора следует отметить основные вопросы, не охваченные цитированными работами, т.е. такие, которые предполагается более подробно разработать в следующих главах монографии. Приведем здесь лишь краткую постановку основных задач, освещение которых будет главным предметом дальнейшего изложения.

Предполагается представить обобщающее дисперсионное соотношение для структур металл-диэлектрик-феррит-диэлектрик-металл (МДФДМ) и металл-диэлектрик-феррит-феррит-диэлектрик-металл (МДФФДМ), частным случаем которого являлись бы все остальные более простые дисперсионные соотношения.

Намечено более полное исследование структуры феррит-диэлектрик-металл ( $\Phi Д M$ ), в том числе в условиях существования на дисперсионной кривой двух экстремумов, между которым волны имеют обратный характер.

Предполагается выполнить исследование анизотропных структур в случае произвольного направления вектора намагниченности относительно поля при ориентационном фазовом переходе.

Будет предложен удобный и наглядный метод для качественного исследования траекторий волновых пучков в неоднородно намагниченных пленках.

На основе численного решения системы дифференциальных уравнений распространения волны будут исследованы траектории волновых пучков в неоднородных полях различных конфигураций. Особое внимание будет уделено структуре феррит-диэлектрик-металл (ФДМ), в том числе возможным условиям существования и распространения обратных волн. Будет изучена фаза волны, ориентации векторов фазовой и групповой скоростей, а также время задержки при произвольном направлении распространения MCB. Предполагается исследование распространения ПМСВ в условиях сложных конфигураций подмагничивающего поля, в том числе периодических и дважды периодических по двум координатам.

Отдельным вопросом явится интерпретация эффекта преобразования магнитостатических волн в электромагнитные за счет неоднородности поля, в том числе проанализирована диаграмма направленности излучения для различных структур и конструкций преобразователей.

Более подробно будет исследовано распространение MCB в пленках ЖИГ с доменной структурой. С целью интерпретации наблюдаемых в эксперименте явлений будут рассмотрены дисперсионные свойства магнитостатических волн в анизотропной среде в условиях ориентационного перехода.

Будут представлены методы синтеза магнитных систем и создания устройств, работающих в неоднородных полях, в том числе способов активного использования неоднородных полей для формирования характеристик устройств и минимизации размеров магнитных систем. Будут рассмотрены методы измерения параметров пленок ЖИГ, важных для устройств с доменами, а также методы измерения неоднородных полей, используемых в устройствах на МСВ.

### 1.11. Некоторые новые направления исследования MCB

В заключение настоящей главы упомянем некоторые направления исследования магнитостатических и спиновых волн, набирающие силу в последнее время. Отметим, что выбор цитируемых далее источников ни в малейшей степени не претендует на полноту, а всего лишь отражает некоторые текущие интересы авторов.

Прежде всего отметим, что до недавнего времени абсолютное большинство исследований МСВ выполнялось в условиях, где затухание волны при распространении не рассматривалось. В экспериментах использовали достаточно чувствительную аппаратуру, а теория обращалась к бездиссипативным средам. В то же время уже в работе [524] было показано, что в среде с диссипацией при учете потерь путем ведения мнимой добавки к частоте, появляется ветвь «диссипативных» ПМСВ, имеющая обратный характер. Было выявлено обусловленное диссипацией ограничение спектров прямых и обратных ПМСВ по волновому числу. Более подробно эти вопросы рассматривались в работе [525].

В сравнительно недавних работах [526, 527] были построены индикатрисы (изочастотные кривые) прямых ПМСВ в диссипативной среде и исследовано направление групповой скорости волны при изменении ориентации ее волнового вектора.

В работах [528, 529] показано, что последовательный учет затухания ПМСВ на основе магнитной восприимчивости приводит к комплексному характеру не частоты, а волнового числа. В работе [530] получены дисперсионные соотношения для действительной и мнимой частей волнового числа и в работах [531, 532] рассмотрены некоторые их свойства.

Заметим, что в работе [386] высказано осторожное предположение о том, что наблюдавшаяся в работах [382, 383] ветвь обратных волн является диссипативной, однако характер затухания волны для такой ветви исследован не был.

Другим важным направлением исследования МСВ является широкое использование оптических методов с целью воздействия на характеристики МСВ. В качестве типичной схемы используется достаточно мощный лазер накачки, обеспечивающий активное воздействие на магнитный материал, в сочетании с другим маломощным лазером, играющим роль магнитооптического зонда, регистрирующего прецессию намагниченности по эффекту Керра [533]. Так воздействие импульсного лазера, осуществляемое обычно в импульсном режиме, может менять намагниченность среды через нагревание [534, 535] или обратный эффект Фарадея [536], что было предложено еще в работе [173].

Другим видом оптического воздействия является возбуждение акустических импульсов с помощью фемтосекундного лазера, который нагревает тонкую металлическую пленку, термическое расширение которой создает механический импульс, передаваемый на магнитную среду, где такой импульс за счет магнитоупругого взаимодействия возбуждает прецессию намагниченности [537–540]. В работе [541] продемонстрирована возможность прямого возбуждения магнитостатических волн светом от фемтосекундного лазера за счет обратного эффекта Фарадея, причем возбуждаемые MCB, регистрируемые зондирующим лазером, используются для локального измерения параметров магнитных пленок, таких как константы одноосной и кубической анизотропии.

### Глава 2

### МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЙ ПРИ РАСЧЕТЕ СВОЙСТВ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН

Настоящая глава посвящена обзору основного математического аппарата, используемого при решении задач, относящихся к распространению магнитостатических волн в неоднородно намагниченных пленках ферритов-гранатов. Приведен вывод основных уравнений движения намагниченности, получены дисперсионные свойства различных структур, содержащих ферритовые пленки, подробно рассмотрен метод Гамильтона-Аулда, используемый для расчета траекторий волновых пучков в условиях неоднородного поля.

При рассмотрении перечисленных вопросов будем в основном следовать работам [2–4, 134, 118, 274, 275, 542, 543], остальные ссылки указаны в тексте.

### 2.1. Уравнение Ландау-Лифшица

В основе феноменологического рассмотрения динамики магнитных явлений лежит уравнение движения вектора намагниченности под действием собственных гироскопических сил и внешних полей. Это — уравнение Ландау–Лифшица, предложенное авторами в 1935 году для интерпретации явлений, связанных с резонансом доменных границ [1]. Рассмотрим вкратце вывод этого уравнения.

Уравнение Ландау–Лифшица получается из уравнения движения твердого тела, вращающегося вокруг оси [542]:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = \mathbf{P},\tag{2.1}$$

где N — механический момент количества движения тела, P — механический момент силы, действующей на тело (вместо традиционного обозначения M используется P, чтобы не путать с магнитным моментом или намагниченностью). При этом момент силы по определению равен [542]:

$$\mathbf{P} = [\mathbf{R} \times \mathbf{F}],\tag{2.2}$$

где  ${\bf R}$  — радиус-вектор точки приложения силы,  ${\bf F}$  — сама действующая сила.

Подставляя (2.2) в (2.1), получаем:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = [\mathbf{R} \times \mathbf{F}]. \tag{2.3}$$

Это и есть основное уравнение, из которого далее будет получено уравнение Ландау–Лифшица. Для этого надо выразить все входящие в него величины через магнитные параметры: магнитное поле и магнитный момент (или намагниченность как магнитный момент единицы объема).

За основу рассмотрения возьмем электрон, движущийся по круговой орбите. Согласно классическому определению [543], магнитный момент, создаваемый током *I*, протекающим по плоскому замкнутому контуру *S*, равен:

$$\mathbf{M} = \frac{1}{c} \cdot I \cdot \mathbf{S},\tag{2.4}$$

где вектор **S** определяется соотношением:

$$\mathbf{S} = S \cdot \mathbf{n}_s,\tag{2.5}$$

в котором  $\mathbf{n}_s$  представляет собой единичный вектор, направленный по нормали к плоскости контура. В качестве такого контура примем далее круговую орбиту движения электрона радиуса r, площадь которой равна:

$$S = \pi \cdot r^2. \tag{2.6}$$

Предположим, что частота движения электрона по орбите равна f. Тогда ток по контуру, определяемый как количество заряда, протекающее через поперечное сечение витка орбиты, равен:

$$I = e \cdot f, \tag{2.7}$$

где *е* — заряд электрона.

Подставляя (2.5)-(2.7) в (2.4), получаем полный магнитный момент в виде:

$$\mathbf{M} = \frac{1}{c} \cdot e \, f \pi r^2 \cdot \mathbf{n}_s. \tag{2.8}$$

Рассмотрим теперь механический момент количества движения электрона, движущегося по той же орбите. Согласно классическому определению [542], момент количества движения одной частицы равен:

$$\mathbf{N} = m \cdot [\mathbf{r} \times \mathbf{v}], \tag{2.9}$$

где m — масса частицы, в данном случае — электрона, **v** — скорость движения электрона по орбите, направленная по касательной к линии витка орбиты вдоль единичного вектора  $\mathbf{n}_t$ .

Абсолютную величину скорости найдем как отношение длины орбиты  $2\pi r$  ко времени обращения электрона по орбите t = 1/f:

$$v = \frac{2\pi r}{1/f} = 2\pi r f.$$
 (2.10)

Для плоской орбиты векторы  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{v}$  перпендикулярны, поэтому вектор  $\mathbf{N}$  направлен перпендикулярно плоскости орбиты вдоль вектора  $\mathbf{n}_s$ . Подставляя (2.10) в (2.9), получаем:

2.1. Уравнение Ландау-Лифшица

$$\mathbf{N} = m \cdot 2\pi \, r^2 f \cdot \mathbf{n}_s. \tag{2.11}$$

Таким образом, как магнитный момент  $\mathbf{M}$  (2.8), так и момент количества движения  $\mathbf{N}$  (2.11) направлены вдоль одного и того же вектора  $\mathbf{n}_s$ . Выражая этот вектор из (2.8) и (2.11) по отдельности и приравнивая полученные выражения, находим:

$$\frac{c}{e\,f\pi\,r^2}\cdot\mathbf{M} = \frac{1}{m\cdot 2\pi\,r^2f}\cdot\mathbf{N},\tag{2.12}$$

откуда получаем:

$$\mathbf{M} = \frac{e}{2\,m\,c} \cdot \mathbf{N},\tag{2.13}$$

или:

$$=\frac{2\,m\,c}{e}\cdot\mathbf{M}.\tag{2.14}$$

Таким образом, входящий в левую часть уравнения (2.3) механический момент количества движения электрона, движущегося по орбите, выражен через магнитный момент.

 $\mathbf{N}$ 



Рис. 2.1. Схема взаимодействия зарядов с полем

Рассмотрим теперь величины, входящие в правую часть того же уравнения. Здесь их две: плечо силы  $\mathbf{R}$  и сама сила —  $\mathbf{F}$ , действующая на магнитный момент  $\mathbf{M}$ , который теперь будем рассматривать как дипольный момент системы из двух магнитных зарядов разных знаков. Схема взаимодействия зарядов с полем показана на рисунке. Здесь  $\pm m$  — магнитные заряды, равные по величине и противоположные по знаку,  $\mathbf{R}_{1,2}$  — слагаемые вектора магнитного дипольного момента,  $\mathbf{H}$  — поле, действующее на магнитный диполь,  $\mathbf{F}_{1,2}$  — вызываемые этим полем силы. Вследствие симметрии системы  $\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_2$ ,  $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$ . Точкой O обозначена ось вращения диполя.

Согласно определению магнитного дипольного момента:

$$\mathbf{M} = \mathbf{d}_m = m \cdot (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2), \tag{2.15}$$

откуда в силу соотношения  $\mathbf{R}_2 = -\mathbf{R}_1$ , получаем:

$$\mathbf{M} = 2\,\boldsymbol{m}\cdot\mathbf{R}_1.\tag{2.16}$$

При этом радиус вектор точки приложения силы **F**<sub>1</sub> принимает вид:

$$\mathbf{R}_1 = \frac{1}{2\,m} \cdot \mathbf{M}.\tag{2.17}$$

Согласно определению понятия напряженности поля, сила  $\mathbf{F}_1$  действия магнитного поля на магнитный заряд равна:

$$\mathbf{F}_1 = m \cdot \mathbf{H}.\tag{2.18}$$

При этом момент силы  $\mathbf{F}_1$  равен:

$$\mathbf{P}_1 = [\mathbf{R}_1 \times \mathbf{F}_1] = \frac{1}{2} \cdot [\mathbf{M} \times \mathbf{H}].$$
(2.19)

Аналогично сила, действующая на другой магнитный заряд (другого знака), имеет момент равный:

$$\mathbf{P}_2 = [\mathbf{R}_2 \times \mathbf{F}_2] = \frac{1}{2} \cdot [\mathbf{M} \times \mathbf{H}].$$
(2.20)

Поскольку к диполю приложены две силы, поворачивающие его в одном и том же направлении, то их действие складывается и результирующий момент силы принимает вид:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 = [\mathbf{M} \times \mathbf{H}]. \tag{2.21}$$

Отсюда, согласно (2.2), получаем:

$$[\mathbf{R} \times \mathbf{F}] = [\mathbf{M} \times \mathbf{H}]. \tag{2.22}$$

Таким образом, входящее в правую часть уравнения (2.3) векторное произведение также выражено через магнитные величины — магнитный момент и магнитное поле.

Теперь, подставляя (2.14) и (2.22) в (2.3), получаем уравнение движения вектора магнитного момента электрона, движущегося по круговой орбите, в виде:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \frac{e}{2\,m\,c} \,\left[\mathbf{M} \times \mathbf{H}\right]. \tag{2.23}$$

Согласно квантовомеханическим представлениям, спиновый момент электрона в два раза меньше орбитального момента количества движения, т. е. соотношение (2.14) принимает вид:

$$\mathbf{N} = \frac{m\,c}{e} \cdot \mathbf{M}.\tag{2.24}$$

При этом вместо (2.23) получаем:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \frac{e}{mc} \left[ \mathbf{M} \times \mathbf{H} \right], \tag{2.25}$$

из которого, вводя обозначение:

$$\gamma = -\frac{e}{mc},\tag{2.26}$$

получаем классическое уравнение Ландау-Лифшица:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \left[\mathbf{M} \times \mathbf{H}\right]. \tag{2.27}$$

Здесь при вычислении значения  $\gamma$  по формуле (2.26) надо учитывать, что заряд электрона отрицателен, в результате чего  $\gamma$  получается положительным.

### 2.2. Динамическая восприимчивость магнитной среды

При воздействии магнитного поля на среду, обладающую магнитными свойствами, вектор намагниченности меняет свое положение в соответствии с действующим полем. В ферромагнитной среде, где спины отдельных атомов связаны обменным взаимодействием в единый непрерывный комплекс, можно полагать, что усредненная таким образом суммарная намагниченность пропорциональна приложенному магнитному полю. Коэффициент пропорциональности в этом случае является магнитной восприимчивостью.

Если к изотропной среде приложено постоянное магнитное поле, то вектор намагниченности внутри среды в статическом состоянии ориентируется вдоль этого поля. Если теперь в дополнение к постоянному приложить небольшое переменное поле, то вектор намагниченности начинает прецессировать вокруг постоянного поля в соответствии с законом, задаваемым уравнением Ландау–Лифшица.

В общем случае такая прецессия является нелинейной, так что намагниченность пропорциональна полю не в первой, а в более высокой степени. Однако при малой амплитуде переменного поля прецессия можно считать линейной, для описания каковой в уравнении Ландау–Лифшица надо произвести линеаризацию.

Покажем, как в этом случае выполняется линеаризация.

Раскрывая векторные произведения в уравнении Ландау-Лифшица, получаем:

$$\dot{M}_x = -\gamma \left( M_y H_z - M_z H_y \right) + \frac{\alpha}{M_0} \cdot \left( M_y \dot{M}_z - M_z \dot{M}_y \right); \tag{2.28}$$

$$\dot{M}_y = -\gamma \left( M_z H_x - M_x H_z \right) + \frac{\alpha}{M_0} \cdot \left( M_z \dot{M}_x - M_x \dot{M}_z \right);$$
 (2.29)

$$\dot{M}_{z} = -\gamma \left( M_{x}H_{y} - M_{y}H_{x} \right) + \frac{\alpha}{M_{0}} \cdot \left( M_{x}\dot{M}_{y} - M_{y}\dot{M}_{x} \right).$$
(2.30)

Теперь полагаем:

$$\mathbf{H} = \{h_x; \ h_y; \ H_0 + h_z\}; \tag{2.31}$$

$$\mathbf{M} = \{ m_x; \ m_y; \ M_0 + m_z \}, \tag{2.32}$$

где  $H_0$  и  $M_0$  — постоянные.

Подставляя (4)-(5) в (1)-(3), получаем:

$$\dot{m}_x = -\gamma \left[ m_y \left( H_0 + h_z \right) - \left( M_0 + m_z \right) h_y \right] + \frac{\alpha}{M_0} \cdot \left[ m_y \dot{m}_z - \left( M_0 + m_z \right) \dot{m}_y \right]; \quad (2.33)$$

$$\dot{m}_{y} = -\gamma \left[ \left( M_{0} + m_{z} \right) h_{x} - m_{x} \left( H_{0} + h_{z} \right) \right] + \frac{\alpha}{M_{0}} \cdot \left[ \left( M_{0} + m_{z} \right) \dot{m}_{x} - m_{x} \dot{m}_{z} \right]; \quad (2.34)$$
$$\dot{m}_{z} = -\gamma \left( m_{x} h_{y} - m_{y} h_{x} \right) + \frac{\alpha}{M_{0}} \cdot \left( m_{x} \dot{m}_{y} - m_{y} \dot{m}_{x} \right). \quad (2.35)$$

Это — полные уравнения движения для вектора намагниченности с учетом затухания.

Теперь положим:

$$h_x \sim h_y \sim h_z \sim m_x \sim m_y \sim m_z \sim \dot{m}_x \sim \dot{m}_y \sim \dot{m}_z \ll H_0 \sim M_0.$$
 (2.36)

Линеаризация состоит в пренебрежении в выражениях (2.33)-(2.35) всеми слагаемыми порядка  $m_i m_k$ ,  $m_i \dot{m}_k$ ,  $m_i h_k$ , в результате чего вместо полных уравнений (2.33)-(2.35) получаются линеаризованные:

$$\dot{m}_x = -\gamma \ (m_y H_0 - M_0 h_y) - \alpha \, \dot{m}_y; \tag{2.37}$$

$$\dot{m}_y = -\gamma \left( M_0 h_x - H_0 m_x \right) + \alpha \, \dot{m}_x;$$
 (2.38)

$$\dot{m}_z = 0. \tag{2.39}$$

Третье уравнение здесь говорит о постоянстве *z*-компоненты вектора намагниченности, т.е. в динамике его можно не рассматривать.

Положим теперь гармоническую зависимость от времени для поля и намагниченности в виде:

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_0 \cdot e^{i\,\omega\,t};\tag{2.40}$$

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 \cdot e^{i\,\omega\,t}.\tag{2.41}$$

Подставляя (2.40)–(2.41) в (2.37)–(2.38), выполняя дифференцирование, раскрывая скобки и перенося неизвестные величины (компоненты намагниченности) в левую часть, а известные (компоненты поля) в правую, получаем:

$$i\,\omega\,m_{0x} + (\gamma\,H_0 + i\,\omega\,\alpha)\cdot m_{0y} = \gamma\,M_0h_{0y};\tag{2.42}$$

$$i \omega m_{0y} - (\gamma H_0 + i \omega \alpha) \cdot m_{0x} = -\gamma M_0 h_{0x}.$$
 (2.43)

43

Здесь индексы «0» при переменных величинах означают, что компоненты поля и намагниченности являются амплитудами при временных множителях. Не забывая этого обстоятельства, для упрощения записи их можно опустить:

$$i\,\omega\,m_x + (\gamma\,H_0 + i\,\omega\,\alpha) \cdot m_y = \gamma\,M_0h_y; \tag{2.44}$$

$$i\,\omega\,m_y - (\gamma\,H_0 + i\,\omega\,\alpha) \cdot m_x = -\gamma\,M_0h_x. \tag{2.45}$$

Раскрывая скобки в (2.44)–(2.45), записывая переменные в порядке следования индексов *x*, *y* и меняя знак второго уравнения, получаем:

$$i\,\omega\,m_x + (\gamma\,H_0 + i\,\omega\,\alpha)\cdot m_y = \gamma\,M_0h_y;\tag{2.46}$$

$$(\gamma H_0 + i \,\omega \,\alpha) \cdot m_x - i \,\omega \,m_y = \gamma \,M_0 h_x. \tag{2.47}$$

Это — система двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Решим ее методом расширенной матрицы (схема Горнера):

$$D_{0} = \begin{vmatrix} i\omega & (\gamma H_{0} + i\omega \alpha) \\ (\gamma H_{0} + i\omega \alpha) & -i\omega \end{vmatrix} = \omega^{2} - (\gamma H_{0} + i\omega \alpha)^{2}; \quad (2.48)$$

$$D_{mx} = \begin{vmatrix} \gamma M_0 h_y & (\gamma H_0 + i \omega \alpha) \\ \gamma M_0 h_x & -i\omega \end{vmatrix} = = -i \omega \gamma M_0 h_y - \gamma M_0 (\gamma H_0 + i \omega \alpha) h_x; \quad (2.49)$$

$$D_{my} = \begin{vmatrix} i\omega & \gamma M_0 h_y \\ (\gamma H_0 + i\omega \alpha) & \gamma M_0 h_x \end{vmatrix} = = i\omega \gamma M_0 h_x - \gamma M_0 (\gamma H_0 + i\omega \alpha) h_{w}, \quad (2.50)$$

В результате получаем:

$$m_x = \frac{D_{mx}}{D_0} = -\frac{\gamma M_0 \left(\gamma H_0 + i \omega \alpha\right)}{\omega^2 - \left(\gamma H_0 + i \omega \alpha\right)^2} \cdot h_x - \frac{i \omega \gamma M_0}{\omega^2 - \left(\gamma H_0 + i \omega \alpha\right)^2} \cdot h_y; \quad (2.51)$$

$$m_y = \frac{D_{my}}{D_0} = \frac{i\,\omega\,\gamma\,M_0}{\omega^2 - (\gamma\,H_0 + i\,\omega\,\alpha)^2} \cdot h_x - \frac{\gamma\,M_0\,(\gamma\,H_0 + i\,\omega\,\alpha)}{\omega^2 - (\gamma\,H_0 + i\,\omega\,\alpha)^2} \cdot h_y. \quad (2.52)$$

Здесь можно ввести тензор восприимчивости, в классическом представлении имеющий вид [2-4, 134]:

$$\stackrel{\leftrightarrow}{\chi} = \begin{pmatrix} \chi & i \chi_a & 0 \\ -i \chi_a & \chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$
 (2.53)

где

$$\chi = -\frac{\gamma M_0 \left(\gamma H_0 + i \,\omega \,\alpha\right)}{\omega^2 - \left(\gamma H_0 + i \,\omega \,\alpha\right)^2};\tag{2.54}$$

$$\chi_a = -\frac{i\,\omega\,\gamma\,M_0}{\omega^2 - \left(\gamma\,H_0 + i\,\omega\,\alpha\right)^2}.\tag{2.55}$$

При этом (2.51)-(2.52) записывается в виде:

$$\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} = \stackrel{\leftrightarrow}{\chi} \cdot \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix}$$
(2.56)

или, учитывая нулевые (в результате линеаризации) значения компонент векторов поля и намагниченности, в укороченном виде:

$$\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi & i \chi_a \\ -i \chi_a & \chi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix},$$
(2.57)

т.е.:

$$m_x = \chi \cdot h_x + i \,\chi_a \cdot h_y; \tag{2.58}$$

$$m_y = -i\chi_a \cdot h_x + \chi \cdot h_y. \tag{2.59}$$

Из приведенных здесь выражений видно, что восприимчивость за счет гиромагнитных свойств среды имеет тензорный характер. При этом и проницаемость, определяемая как

$$\overleftrightarrow{\mu} = 1 + 4\pi \overleftrightarrow{\chi}, \tag{2.60}$$

также является тензором. Это обстоятельство учитывается далее при выводе уравнения Уокера и решении задачи Дэймона-Эшбаха (а также подобных задач для различных видов структур).

Отметим некоторые возможные усовершенствования. В записи системы (2.46)-(2.47) можно использовать традиционное обозначение:

$$\omega_H = \gamma H_0, \tag{2.61}$$

в результате чего получаем ту же систему в виде:

$$i\,\omega\,m_x + (\omega_H + i\,\omega\,\alpha) \cdot m_y = \gamma\,M_0h_y; \tag{2.62}$$

$$(\omega_H + i\,\omega\,\alpha) \cdot m_x - i\,\omega\,m_y = \gamma\,M_0h_x. \tag{2.63}$$

При этом выражения (2.51)-(2.52) после раскрытия скобок в знаменателях, принимают вид:

$$m_x = \frac{\gamma M_0 (\omega_H + i \omega \alpha)}{\omega_H^2 - (1 + \alpha^2) \omega^2 + 2 i \alpha \omega \omega_H} \cdot h_x + \frac{i \omega \gamma M_0}{\omega_H^2 - (1 + \alpha^2) \omega^2 + 2 i \alpha \omega \omega_H} \cdot h_y \quad (2.64)$$

$$m_y = -\frac{i\,\omega\,\gamma\,M_0}{\omega_H^2 - (1+\,\alpha^2)\,\omega^2 + 2\,i\,\alpha\,\omega\,\omega_H} \cdot h_x + \frac{\gamma\,M_0\,(\omega_H + i\,\omega\,\alpha)}{\omega_H^2 - (1+\,\alpha^2)\,\omega^2 + 2\,i\,\alpha\,\omega\,\omega_H} \cdot h_y \quad (2.65)$$

Компоненты тензора восприимчивости принимают вид:

$$\chi = \frac{\gamma M_0 (\omega_H + i \,\omega \,\alpha)}{\omega_H^2 - (1 + \alpha^2) \,\omega^2 + 2 \,i \,\alpha \,\omega \,\omega_H}; \tag{2.66}$$

$$\chi_a = \frac{\omega \gamma M_0}{\omega_H^2 - (1 + \alpha^2) \,\omega^2 + 2 \,i \,\alpha \,\omega \,\omega_H}.$$
(2.67)

Это — классические выражения, совпадающие с приведенными в [2–4]. С прицелом на дальнейшее рассмотрение, удобно ввести нормированные обозначения:

$$\Omega = \frac{\omega}{4\pi \,\gamma M_0};\tag{2.68}$$

$$\Omega_H = \frac{H_0}{4\pi M_0}.$$
(2.69)

При этом система (2.46)–(2.47) после деления на  $4\,\pi\,\gamma\,M_0$  принимает вид:

$$i\,\Omega\,m_x + (\Omega_H + i\,\Omega\,\alpha) \cdot m_y = \frac{1}{4\,\pi}h_y; \tag{2.70}$$

$$(\Omega_H + i\,\Omega\,\alpha) \cdot m_x - i\,\Omega\omega\,m_y = \frac{1}{4\,\pi}h_x.$$
(2.71)

Компоненты намагниченности (2.51)-(2.52) принимают вид:

$$m_x = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{(\Omega_H + i\alpha \Omega)}{\Omega_H^2 - (1 + \alpha^2) \Omega^2 + 2i\alpha \Omega\Omega_H} \cdot h_x + \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{i\Omega}{\Omega_H^2 - (1 + \alpha^2) \Omega^2 + 2i\alpha \Omega\Omega_H} \cdot h_y; \quad (2.72)$$

Гл. 2. Математический аппарат

$$m_y = -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{i\Omega}{\Omega_H^2 - (1 + \alpha^2)\Omega^2 + 2i\alpha\Omega\Omega_H} \cdot h_x + \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{(\Omega_H + i\alpha\Omega)}{\Omega_H^2 - (1 + \alpha^2)\Omega^2 + 2i\alpha\Omega\Omega_H} \cdot h_y. \quad (2.73)$$

Компоненты тензора восприимчивости при этом равны:

$$\chi = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{(\Omega_H + i\,\alpha\,\Omega)}{\Omega_H^2 - (1+\,\alpha^2)\,\Omega^2 + 2\,i\,\alpha\,\Omega\Omega_H};\tag{2.74}$$

$$\chi_a = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - (1 + \alpha^2) \,\Omega^2 + 2\,i\,\alpha\,\Omega\Omega_H}.$$
(2.75)

В отсутствие затухания, т.е. при  $\alpha=0,$  эти выражения переходят в следующие:

$$\chi = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}; \qquad (2.76)$$

$$\chi_a = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2}.$$
(2.77)

Эти выражения с обозначениями  $\chi\to\kappa$  и  $\chi_a\to\nu$ используются далее в решении задачи Дэймона–Эшбаха.

#### 2.3. Уравнение Уокера

Электромагнитные явления в среде, обладающей намагниченностью, происходят в соответствии с магнитной проницаемостью этой среды, которая в общем случае имеет тензорный характер.

В изотропной среде использование классических уравнений электродинамики (уравнений Максвелла), после взятия дивергенции от градиента того или иного поля, приводит к уравнению Лапласа, симметричному относительно входящих в него переменных.

Однако в анизотропной среде, одной из разновидностей которой является среда гиротропная, та же операция приводит к уравнению, несимметричному относительно переменных, так как переменные ведут себя по-разному относительно различных осей координат.

В приближении магнитостатики, т.е. положении электрического поля равным нулю, такое несимметричное уравнение для намагниченности носит название уравнения Уокера, к рассмотрению которого обратимся далее.

**2.3.1. Уравнение Уокера с произвольным тензором восприимчивости.** Уравнение Уокера получается из классических уравнений электродинамики, взятых в магнитостатическом приближении, т. е. из следующей системы:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = 0; \tag{2.78}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = \mathbf{0}.\tag{2.79}$$

Предполагая поле и индукцию в виде суммы постоянного и переменного слагаемых, и учитывая, что производные от постоянных величин равны нулю, получаем такие же уравнения для переменных полей:

 $\operatorname{rot} \mathbf{h} = \mathbf{0}; \tag{2.80}$ 

$$\operatorname{div} \mathbf{b} = \mathbf{0},\tag{2.81}$$

где

$$= \mathbf{h} + 4\,\pi\,\mathbf{m}.\tag{2.82}$$

Согласно известному соотношению векторного анализа

b

$$\operatorname{rot}\operatorname{grad} a = 0, \tag{2.83}$$

где a — произвольная скалярная функция, следует, что первое уравнение допускает возможность введения скалярного потенциала  $\psi$  такого, что:

$$\mathbf{h} = \operatorname{grad} \psi. \tag{2.84}$$

В этом случае первое уравнение удовлетворяется тождественно. Из второго уравнения при этом получаем:

$$\operatorname{div} \mathbf{b} = \operatorname{div} \left( \mathbf{h} + 4 \,\pi \,\mathbf{m} \right) = \operatorname{div} \operatorname{grad} \psi + 4 \,\pi \operatorname{div} \mathbf{m}. \tag{2.85}$$

Учитывая следующие из векторного анализа соотношение:

$$\operatorname{div}\operatorname{grad}\psi = \Delta\psi, \qquad (2.86)$$

где  $\Delta$  — оператор Лапласа, получаем:

$$\Delta \psi + 4 \pi \operatorname{div} \mathbf{m} = 0. \tag{2.87}$$

Это — уравнение Уокера в общем виде, являющееся аналогом уравнения Лапласа для среды, обладающей отличной от нуля намагниченностью **m**, входящей в выражение для индукции (2.82).

Переменная намагниченность **m** обусловлена действием переменного поля **h**, так что **m** и **h** связаны между собой через восприимчивость  $\overleftrightarrow{\chi}$  следующим соотношением:

$$\mathbf{m} = \stackrel{\leftrightarrow}{\chi} \mathbf{h}, \tag{2.88}$$

где  $\stackrel{\leftrightarrow}{\chi}$ , благодаря анизотропии или гиротропии среды, имеет тензорный характер.

Будем полагать, что тензор  $\stackrel{\leftrightarrow}{\chi}$  в декартовой системе координат Oxyz имеет вид:

$$\stackrel{\leftrightarrow}{\chi} = \begin{pmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{yz} \\ a_{zx} & a_{zy} & a_{zz} \end{pmatrix},$$
(2.89)

т. е. выражение намагниченности через поле имеет вид:

$$\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{yz} \\ a_{zx} & a_{zy} & a_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix},$$
(2.90)

так что:

$$m_x = a_{xx}h_x + a_{xy}h_y + a_{xz}h_z; (2.91)$$

$$m_y = a_{yx}h_x + a_{yy}h_y + a_{yz}h_z; (2.92)$$

$$m_z = a_{zx}h_x + a_{zy}h_y + a_{zz}h_z. (2.93)$$

Дифференцируя (2.91)-(2.93) по одноименным координатам, а также учитывая, что из соотношения (2.84) следует:

$$h_x = \frac{\partial \psi}{\partial x}; \tag{2.94}$$

$$h_y = \frac{\partial \psi}{\partial y};\tag{2.95}$$

$$h_z = \frac{\partial \psi}{\partial z},\tag{2.96}$$

получаем:

$$\frac{\partial m_x}{\partial x} = a_{xx} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + a_{xy} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + a_{xz} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z}; \qquad (2.97)$$

$$\frac{\partial m_y}{\partial y} = a_{yx} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \,\partial x} + a_{yy} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + a_{yz} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \,\partial z}; \qquad (2.98)$$

$$\frac{\partial m_z}{\partial z} = a_{zx} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \,\partial x} + a_{zy} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \,\partial y} + a_{zz} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}.$$
 (2.99)

Записывая уравнение (2.87) в координатах, т.е. раскрывая выражения для оператора Лапласа и дивергенции, получаем:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + 4\pi \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_z}{\partial z}\right).$$
(2.100)

Подставляя в это выражение (2.97)-(2.99), получаем:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + 4\pi \left[ a_{xx} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + a_{yy} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + a_{zz} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + (a_{xy} + a_{yx}) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + (a_{xz} + a_{zx}) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + (a_{yz} + a_{zy}) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z} \right] = 0.$$
(2.101)

Приводя подобные члены и записывая координаты в порядке возрастания, получаем:

$$(1 + 4\pi a_{xx})\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + (1 + 4\pi a_{yy})\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + (1 + 4\pi a_{zz})\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + + 4\pi (a_{xy} + a_{yx})\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + 4\pi (a_{xz} + a_{zx})\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + + 4\pi (a_{yz} + a_{zy})\frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z} = 0. \quad (2.102)$$

Это — искомое уравнение Уокера, записанное в декартовой системе координат для произвольного тензора восприимчивости (2.89). Условия гиротропии и анизотропии накладывают на компоненты тензора определенные соотношения, которые могут быть получены из решения уравнения движения для намагниченности (уравнения Ландау–Лифшица).

В общем случае уравнение движения для намагниченности может быть решено в любой другой декартовой системе, ориентированной произвольным образом относительно принятой здесь, где записано уравнение Уокера (2.102). В этом случае полученные в результате такого решения компоненты тензора восприимчивости должны быть преобразованы в принятую здесь систему с помощью соответствующих матриц поворота.

**2.3.2. Уравнение Уокера в задаче Дэймона-Эшбаха.** Покажем, как из общего уравнения (2.102) получается уравнение Уокера, используемое в задаче Дэймона-Эшбаха.

В разделе, посвященном восприимчивости, с учетом замен обозначений  $\chi \to \kappa$  и  $\chi_a \to \nu$ , получены соотношения (2.58), (2.59), которые запишем в виде:

$$4\pi m_x = \kappa h_x + i \nu h_y, \qquad (2.103)$$

$$4\pi m_u = -i\nu h_x + \kappa h_u, \qquad (2.104)$$

где согласно принятым там же обозначениям (2.68), (2.69):

$$\kappa = \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}; \tag{2.105}$$

$$\nu = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2}.$$
(2.106)

Разделяя (2.103)-(2.104) на 4*π*, получаем:

$$m_x = \frac{\kappa}{4\pi} h_x + \frac{i\nu}{4\pi} h_y; \qquad (2.107)$$

$$m_y = -\frac{i\nu}{4\pi}h_x + \frac{\kappa}{4\pi}h_y, \qquad (2.108)$$

Из этих выражений получаем компоненты тензора восприимчивости:

$$a_{xx} = \frac{\kappa}{4\pi}; \qquad a_{xy} = \frac{i\nu}{4\pi}; \qquad a_{xz} = 0;$$
 (2.109)

$$a_{yx} = -\frac{i\nu}{4\pi}; \quad a_{yy} = \frac{\kappa}{4\pi}; \quad a_{yz} = 0;$$
 (2.110)

$$a_{zx} = 0;$$
  $a_{zy} = 0;$   $a_{zz} = 0;$  (2.111)

Подставляя эти компоненты в общее уравнение Уокера (2.102), получаем:

$$\left(1 + 4\pi \frac{\kappa}{4\pi}\right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \left(1 + 4\pi \frac{\kappa}{4\pi}\right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + (1+0) \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + 4\pi \left(\frac{i\nu}{4\pi} - \frac{i\nu}{4\pi}\right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + 4\pi \left(0 + 0\right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + 4\pi \left(0 + 0\right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z} = 0.$$
 (2.112)

Сокращая дроби и приводя подобные члены, получаем:

$$(1+\kappa)\cdot\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right)+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=0.$$
 (2.113)

Вводя обозначение, принятое для проницаемости:

$$1 + \kappa = \mu, \tag{2.114}$$

получаем:

$$\mu \cdot \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0.$$
 (2.115)

что и является уравнением Уокера, используемым далее в задаче Дэймона-Эшбаха (разд. 2.4).

# 2.4. Дисперсионное соотношение для магнитной пластины со свободными поверхностями. Решение Дэймона-Эшбаха

Рассмотрим теперь магнитостатические волны в касательно намагниченной пластине со свободными поверхностями. Дисперсионное соотношение для таких волн впервые было получено Дэймоном и Эшбахом в работе [118]. Эта задача была решена с использованием выражений для восприимчивости и уравнения Уокера, полученных в предыдущих разделах. Ввиду важности данной задачи приведем эти выкладки еще раз в виде, максимально приближенном к оригинальной работе [118].

#### 2.4.1. Основные уравнения. Уравнения магнитостатики:

$\operatorname{rot} \mathbf{H} = 0;$	(2.116)
$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0.$	(2.117)

(2.118)

Здесь

 ${f B}={f H}+4\pi{f M}.$ Предположим, что поле и намагниченность имеют вид:

$$\mathbf{H} = H_i \cdot \mathbf{n}_z + \mathbf{h} \cdot e^{i\omega t}; \tag{2.119}$$

$$\mathbf{M} = M_0 \cdot \mathbf{n}_z + \mathbf{m} \cdot e^{i\omega t}. \tag{2.120}$$

Здесь  $H_i$  — внутреннее постоянное поле;  $h \sim m \ll H_i \sim M_0$ .

Подставляя (2.119), (2.120) в (2.116), (2.117), и учитывая, что rot  $(H_i \cdot \mathbf{n}_z) = 0$ , а также div  $(M_0 \cdot \mathbf{n}_z) = 0$  (так как  $H_i = \text{const},$  $M_0 = \text{const})$ , получаем: rot  $\mathbf{h} = 0$ ; (2.121)

$$100 \text{ m} = 0;$$
 (2.121)

div 
$$(\mathbf{h} + 4\pi \,\mathbf{m}) = 0.$$
 (2.122)

Из уравнения (2.121) следует возможность введения потенциала переменного поля  $\psi$  такого, что:

$$\mathbf{h} = \operatorname{grad} \psi = \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial x}; \ \frac{\partial \psi}{\partial y}; \ \frac{\partial \psi}{\partial z} \right\}.$$
(2.123)

При этом уравнение (2.122) принимает вид:

$$\operatorname{div}\left(\operatorname{grad}\psi + 4\pi\,\mathbf{m}\right) = \mathbf{0},\tag{2.124}$$

 $\Delta \psi + 4\pi \operatorname{div} \mathbf{m} = \mathbf{0}. \tag{2.125}$ 

Это уравнение является основным уравнением для потенциала в среде с намагниченностью. В него входит переменная намагниченность **m**, которая определяется из уравнения движения вектора намагниченности (Ландау–Лифшица) через переменное поле **h** с помощью тензора восприимчивости  $\overleftrightarrow{\chi}$ . Компоненты переменного поля выражаются через потенциал  $\psi$  в соответствии с (2.123). Таким путем компоненты переменной намагниченности **m** можно выразить через потенциал  $\psi$ , после чего подставить полученные выражения в (2.124). При этом получим уравнение для потенциала  $\psi$  в чистом виде. Это будет уравнение Уокера, вид которого будет определяться явным видом тензора восприимчивости  $\overleftrightarrow{\chi}$ .

Выведем уравнение Уокера для однородной изотропной среды, в которой внутреннее поле равно  $H_i$ .

Уравнение движения вектора намагниченности (Ландау-Лифшица) имеет вид: *d*M

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \cdot [\mathbf{M} \times \mathbf{H}]. \tag{2.126}$$

Здесь  $\gamma > 0$ , при этом свободная прецессия является правой.

В декартовой системе координат векторное произведение имеет вид:

$$[\mathbf{M} \times \mathbf{H}] = \mathbf{i} (M_y H_z - M_z H_y) + \mathbf{j} (M_y H_z - M_z H_y) + \mathbf{k} (M_y H_z - M_z H_y). \quad (2.127)$$

Так как постоянное поле направлено вдоль оси Oz (2.119), а в дальнейшем предполагается линеаризация, то можно считать, что переменное поле по этой оси отсутствует и ограничиться компонентами переменной намагниченности только по осям Ox и Oy:

$$M_x = -\gamma \ (M_y H_z - M_z H_y),$$
 (2.128)

$$\dot{M}_y = -\gamma (M_z H_x - M_x H_z).$$
 (2.129)

Подставляя **М** и **H** в виде (2.119) и (2.120), а также выполняя линеаризацию, получаем систему уравнений для  $m_x$  и  $m_y$ :

$$i\,\omega\,m_x + \gamma\,H_i\,m_y = \gamma\,M_0\,h_y,\tag{2.130}$$

$$\gamma H_i m_x - i \,\omega \, m_y = \gamma \, M_0 \, h_x. \tag{2.131}$$

$$m_{x} = \frac{\gamma^{2} M_{0} H_{i}}{\left(\gamma H_{i}\right)^{2} - \omega^{2}} \cdot h_{x} + \frac{i\omega \gamma M_{0}}{\left(\gamma H_{i}\right)^{2} - \omega^{2}} \cdot h_{y}, \qquad (2.132)$$

$$m_y = -\frac{i\omega\gamma M_0}{\left(\gamma H_i\right)^2 - \omega^2} \cdot h_x + \frac{\gamma^2 M_0 H_i}{\left(\gamma H_i\right)^2 - \omega^2} \cdot h_y.$$
(2.133)

Введем обозначения:

$$\omega_H = \gamma H_i; \tag{2.134}$$

$$\omega_M = 4\pi \gamma M_0; \tag{2.135}$$

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_M} = \frac{\omega}{4\pi \gamma M_0}; \qquad (2.136)$$

$$\Omega_H = \frac{\omega_H}{\omega_M} = \frac{H_i}{4\pi M_0}; \qquad (2.137)$$

$$\kappa = \frac{M_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2};\tag{2.138}$$

$$\nu = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2}.$$
(2.139)

При этих обозначениях получаем:

$$\frac{\gamma^2 M_0 H_i}{\left(\gamma H_i\right)^2 - \omega^2} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\omega_M \cdot \omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2} = \frac{1}{4\pi} \cdot \kappa; \qquad (2.140)$$

$$\frac{i\omega\gamma M_0}{\left(\gamma H_i\right)^2 - \omega^2} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{i\omega\cdot\omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{i\cdot\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2} = \frac{1}{4\pi} \cdot i\nu.$$
(2.141)

Подставляя в (2.140) и (2.141) в (2.132) и (2.133), получаем:

$$4\pi m_x = \kappa h_x + i \nu h_y, \qquad (2.142)$$

$$4\pi \, m_y = -i\,\nu\,h_x + \kappa\,h_y. \tag{2.143}$$

Подставляя в (2.142) и (2.143) поля  $h_x$  и  $h_y$  в соответствии с (2.123), получаем:

$$4\pi \, m_x = \kappa \, \frac{\partial \, \psi}{\partial \, x} + i \, \nu \, \frac{\partial \, \psi}{\partial \, y},\tag{2.144}$$

$$4\pi m_y = -i\nu \frac{\partial \psi}{\partial x} + \kappa \frac{\partial \psi}{\partial y}.$$
(2.145)

Подставляя (2.144) и (2.145) в (2.125) и вводя обозначение:

$$\mu = 1 + \kappa = 1 + \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2},$$
(2.146)

получаем уравнение для потенциала внутри среды — уравнение Уокера в виде:

$$\mu \cdot \left(\frac{\partial^2 \psi^i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi^i}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial^2 \psi^i}{\partial z^2} = 0.$$
 (2.147)

При этом уравнение для потенциала вне среды при  $M_0 = 0$  (так что, согласно (2.132)–(2.133), также  $\mathbf{m} = 0$ ), принимает вид уравнения Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \psi^e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi^e}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi^e}{\partial z^2} = 0.$$
(2.148)

**2.4.2. Граничные условия.** Рассмотрим геометрию задачи, иллюстрируемую рис. 2.2.

Структура представляет собой безграничную ферритовую пластину 2 толщиной d, по обе стороны от которой находятся пустые полупространства 1 и 3. Система координат Oxyz выбрана таким образом, что ее плоскость Oyz параллельна плоскостям ферритовой пластины, а ось Ox — им перпендикулярна. При этом ось Oz ориентирована



Рис. 2.2. Геометрия задачи

вдоль направления внешнего поля. Начало координат O находится посередине между поверхностными плоскостями пластины, координаты которых равны  $\pm d/2$ .

Граничные условия на поверхностях пластины — непрерывность нормальной компоненты индукции **В** и тангенциальной компоненты поля **H**:

$$B_x^i|_{x=\pm\frac{d}{2}} = B_x^e|_{x=\pm\frac{d}{2}}; (2.149)$$

$$H_{y,z}^{i}\Big|_{x=\pm\frac{d}{2}} = H_{y,z}^{e}\Big|_{x=\pm\frac{d}{2}}.$$
 (2.150)

Вычисляя отдельные компоненты В и Н, получаем:

$$B_x^i = h_x^i + 4\pi \, m_x = \frac{\partial \psi^i}{\partial x} + \kappa \frac{\partial \psi^i}{\partial x} + i \, \nu \, \frac{\partial \psi^i}{\partial y} = \mu \frac{\partial \psi^i}{\partial x} + i \, \nu \, \frac{\partial \psi^i}{\partial y}; \quad (2.151)$$

$$B_x^e - h^e - \frac{\partial \psi^e}{\partial x}. \quad (2.152)$$

$$B_x = n_x^* = \frac{\partial x}{\partial x}; \tag{2.152}$$

$$H_y^i = h_y^i = \frac{\partial \psi^*}{\partial x}; \qquad (2.153)$$

$$H_y^e = h_y^e = \frac{\partial \psi^e}{\partial x}; \qquad (2.154)$$

$$H_z^i = h_z^i = \frac{\partial \psi^i}{\partial z}; \qquad (2.155)$$

$$H_z^e = h_z^e = \frac{\partial \psi^e}{\partial z}.$$
 (2.156)

Граничные условия принимают вид (всего 4 граничных условия):

$$\left. \mu \frac{\partial \psi^{i}}{\partial x} + i \nu \frac{\partial \psi^{i}}{\partial y} \right|_{x=\pm \frac{d}{2}} = \left. \frac{\partial \psi^{e}}{\partial x} \right|_{x=\pm \frac{d}{2}}; \qquad (2.157)$$

$$\psi^{i}\big|_{x=\pm\frac{d}{2}} = \psi^{e}\big|_{x=\pm\frac{d}{2}}.$$
 (2.158)

Вторая пара граничных условий получена из равенства производных, т. е. выполняется с точностью до произвольной постоянной, прибавляемой к потенциалу (что является результатом интегрирования). В работе Дэймона-Эшбаха эта постоянная полагается равной нулю, так как все поля вычисляются через производные от потенциала, а производная от постоянной величины равняется нулю.

**2.4.3. Полная формулировка задачи.** Таким образом, получаем полную задачу в виде:

Уравнения: область 1 (вне феррита):

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} = 0.$$
 (2.159)

область 2 (внутри феррита):

$$\mu \cdot \left(\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial z^2} = 0.$$
 (2.160)

область 3 (вне феррита):

$$\frac{\partial^2 \psi_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial z^2} = 0.$$
(2.161)

Граничные условия на нижней  $\left(x=-\frac{d}{2}
ight)$  и верхней  $\left(x=\frac{d}{2}
ight)$  поверхностях:

$$\left. \mu \frac{\partial \psi_2}{\partial x} + i \nu \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \right|_{x=-\frac{d}{2}} = \left. \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \right|_{x=-\frac{d}{2}}; \qquad (2.162)$$

$$\left. \mu \frac{\partial \psi_2}{\partial x} + i \nu \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \right|_{x=\frac{d}{2}} = \left. \frac{\partial \psi_3}{\partial x} \right|_{x=\frac{d}{2}}; \qquad (2.163)$$

$$\psi_2|_{x=-\frac{d}{2}} = \psi_1|_{x=-\frac{d}{2}};$$
 (2.164)

$$\psi_2|_{x=\frac{d}{2}} = \psi_3|_{x=\frac{d}{2}}.$$
(2.165)

**2.4.4. Решение уравнений без граничных условий.** Рассмотрим решение в областях 1-3 по отдельности.

Область 1 (вне феррита).

Уравнение для потенциала  $\psi_1$  в этой области имеет вид (2.159):

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} = 0.$$
(2.166)

Решим уравнение (2.166) методом разделения переменных. Для этого предположим, что решение имеет вид:

$$\psi_1 = X_1(x) \cdot Y_1(y) \cdot Z_1(z). \tag{2.167}$$

Подставим решение (2.167) в уравнение (2.166) и разделим все на  $X_1 \cdot Y_1 \cdot Z_1$ . Введем далее постоянные разделения  $\lambda_1$  и  $\mu_1$ . Здесь и далее никаких предположений о действительности или мнимости этих постоянных не делается, знаки и квадраты используются для удобства.

Подставляя (2.167) в (2.166), получаем:

$$\frac{X_1''}{X_1} + \frac{Y_1''}{Y_1} + \frac{Z_1''}{Z_1} = 0.$$
(2.168)

Введем постоянную разделения  $\lambda_1$ :

$$\frac{X_1''}{X_1} + \frac{Y_1''}{Y_1} = -\frac{Z_1''}{Z_1} = \lambda_1^2.$$
(2.169)

Из (2.169) получаем уравнение для  $Z_1$ :

$$Z_1'' + \lambda_1^2 Z_1 = 0. (2.170)$$

Его решение имеет вид:

$$Z_1 = G_1 e^{i\lambda_1 z} + H_1 e^{-i\lambda_1 z}.$$
 (2.171)

Здесь и далее буквами A, B, C, D, G, H с соответствующими индексами будем обозначать произвольные постоянные, которые далее будут определены из граничных условий.

Аналогично находим У1 и Х1. Из (2.169) получаем:

$$\frac{X_1''}{X_1} + \frac{Y_1''}{Y_1} = \lambda_1^2. \tag{2.172}$$

Вводя еще одну постоянную разделения  $\mu_1$ , получаем:

$$\frac{X_1''}{X_1} = -\frac{Y_1''}{Y_1} + \lambda_1^2 = \mu_1^2.$$
(2.173)

Из (2.173) получаем уравнение для X<sub>1</sub>:

$$X_1'' - \mu_1^2 X_1 = 0. (2.174)$$

Его решение имеет вид:

$$X_1 = A_1 e^{\mu_1 x} + B_1 e^{-\mu_1 x}.$$
 (2.175)

Аналогично из (2.173) получаем уравнение для Y<sub>1</sub>:

$$Y_1'' + \left(\mu_1^2 - \lambda_1^2\right) Y_1 = 0. \tag{2.176}$$

Его решение имеет вид:

$$Y_1 = C_1 e^{i\sqrt{\mu_1^2 - \lambda_1^2} y} + D_1 e^{-i\sqrt{\mu_1^2 - \lambda_1^2} y}.$$
 (2.177)

Область 2 (внутри феррита).

Уравнение для потенциала  $\psi_2$  в этой области имеет вид (2.160):

$$\mu \cdot \left(\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial z^2} = 0.$$
 (2.178)

Решим уравнение (2.178) методом разделения переменных. Для этого предположим, что решение имеет вид:

$$\psi_2 = X_2(x) \cdot Y_2(y) \cdot Z_2(z). \tag{2.179}$$

Подставим решение (2.179) в уравнение (2.178) и разделим все на  $X_2 \cdot Y_2 \cdot Z_2$ . Введем далее постоянные разделения  $\lambda_2$  и  $\mu_2$ . Здесь также никаких предположений о действительности или мнимости этих постоянных не делается, знаки и квадраты используются для удобства.

Подставляя (2.179) в (2.178), получаем:

$$\mu \cdot \left(\frac{X_2''}{X_2} + \frac{Y_2''}{Y_2}\right) + \frac{Z_2''}{Z_2} = 0.$$
(2.180)

Введем постоянную разделения  $\lambda_2$ :

$$\mu \cdot \left(\frac{X_2''}{X_2} + \frac{Y_2''}{Y_2}\right) = -\frac{Z_2''}{Z_2} = \lambda_2^2.$$
(2.181)

Из (2.181) получаем уравнение для Z<sub>2</sub>:

$$Z_2'' + \lambda_2^2 Z_2 = 0. (2.182)$$

Его решение имеет вид:

$$Z_2 = G_2 e^{i\lambda_2 z} + H_2 e^{-i\lambda_2 z}.$$
 (2.183)

Аналогично находим Y<sub>2</sub> и X<sub>2</sub>. Из (2.181) получаем:

$$\mu \cdot \left(\frac{X_2''}{X_2} + \frac{Y_2''}{Y_2}\right) = \lambda_2^2. \tag{2.184}$$

Вводя еще одну постоянную разделения  $\mu_2$ , получаем:

$$\frac{X_2''}{X_2} = -\frac{Y_2''}{Y_2} + \frac{\lambda_2^2}{\mu} = \mu_2^2.$$
 (2.185)

Из (2.185) получаем уравнение для X<sub>2</sub>:

$$X_2'' - \mu_2^2 X_2 = 0. (2.186)$$

Его решение имеет вид:

$$X_2 = A_2 e^{\mu_2 x} + B_2 e^{-\mu_2 x}.$$
 (2.187)

Аналогично из (2.185) получаем уравнение для У2:

$$Y_2'' + \left(\mu_2^2 - \frac{\lambda_2^2}{\mu}\right) Y_2 = 0.$$
 (2.188)

Его решение имеет вид:

$$Y_2 = C_2 e^{i\sqrt{\mu_2^2 - \frac{\lambda_2^2}{\mu}}y} + D_2 e^{-i\sqrt{\mu_2^2 - \frac{\lambda_2^2}{\mu}}y}.$$
 (2.189)

Область 3 (вне феррита).

Решение в этой области полностью аналогично решению в области 1 с заменой индекса «1» на индекс «3».

Полное решение имеет вид (формулы (2.173), (2.175), (2.177), (2.183), (2.187), (2.189)): область 1:

$$X_1 = A_1 e^{\mu_1 x} + B_1 e^{-\mu_1 x}.$$
 (2.190)

$$Y = C_1 e^{i\sqrt{\mu_1^2 - \lambda_1^2} y} + D_1 e^{-i\sqrt{\mu_1^2 - \lambda_1^2} y}.$$
 (2.191)

$$Z_1 = G_1 e^{i\lambda_1 z} + H_1 e^{-i\lambda_1 z}.$$
 (2.192)

область 2:

$$X_2 = A_2 e^{\mu_2 x} + B_2 e^{-\mu_2 x}. (2.193)$$

$$V_{2} = C_{2} e^{i\sqrt{\mu_{2}^{2} - \frac{\lambda_{2}^{2}}{\mu}}y} + D_{2} e^{-i\sqrt{\mu_{2}^{2} - \frac{\lambda_{2}^{2}}{\mu}}y}$$
(2.194)

$$Z_2 = G_2 e^{i\lambda_2 z} + H_2 e^{-i\lambda_2 z}.$$
(2.195)

область З:

$$X_3 = a_3 e^{\mu_3 x} + B_3 e^{-\mu_3 x}. (2.196)$$

$$V_3 = C_3 e^{i\sqrt{\mu_3^2 - \lambda_3^2} y} + D_3 e^{-i\sqrt{\mu_3^2 - \lambda_3^2} y}.$$
 (2.197)

$$Z_3 = G_3 e^{i\lambda_3 z} + H_3 e^{-i\lambda_3 z}.$$
 (2.198)

Предположим, что волна распространяется в плоскости Oyz. При этом зависимости всех трех решений от y и z должны совпадать. Из этого условия получаем:

$$\sqrt{\mu_1^2 - \lambda_1^2} = \sqrt{\mu_2^2 - \frac{\lambda_2^2}{\mu}} = \sqrt{\mu_3^2 - \lambda_3^2};$$
 (2.199)

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3. \tag{2.200}$$

Введем обозначения  $\mu_0$  и  $\lambda_0$  из условий:

$$\mu_0 = \mu_2. \tag{2.201}$$

$$\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3. \tag{2.202}$$

Подставляя эти обозначения в (2.199), получаем:

$$\sqrt{\mu_1^2 - \lambda_0^2} = \sqrt{\mu_0^2 - \frac{\lambda_0^2}{\mu}} = \sqrt{\mu_3^2 - \lambda_0^2}.$$
 (2.203)

Выражение (2.203) можно рассматривать как систему двух уравнений относительно  $\mu_1$  и  $\mu_3$ . Возводя все три составляющих (2.203) в квадрат, после чего приравнивая первое и третье, а затем первое и второе, получаем:

$$u_1 = \sqrt{\mu_0^2 + \frac{\mu - 1}{\mu} \cdot \lambda_0^2}; \qquad (2.204)$$

$$\mu_3 = \sqrt{\mu_0^2 + \frac{\mu - 1}{\mu} \cdot \lambda_0^2} \,. \tag{2.205}$$

Так как (согласно сделанному предположению) волна распространяется в плоскости Oyz, то  $Y_{1,2,3}$  и  $Z_{1,2,3}$  являются периодическими. При этом, поскольку они выражаются через экспоненту с мнимой единицей i в показателе, то  $\lambda_0$  и  $\sqrt{\mu_0^2 - \frac{\lambda_0^2}{\mu}}$  должны быть действительными.

Предположим, что решение в области 1 спадает до нуля при  $x \to +\infty$ , а в области 3 — при  $x \to -\infty$ . При этом, учитывая, что  $\mu_1 > 0$  и  $\mu > 0$ , получаем, что:  $B_1 = 0$  и  $A_3 = 0$ .

Для удобства введем обозначения без индексов:  $A_1 = A$  и  $B_3 = B$ , а также:  $C_{1,2,3} = C$ ,  $D_{1,2,3} = D$ ,  $G_{1,2,3} = G$ ,  $H_{1,2,3} = H$ .

В результате ПОЛНОЕ РЕШЕНИЕ принимает вид:

часть решения, зависящая только от x:

$$X_1 = A e^{\sqrt{\mu_0^2 + \frac{\mu - 1}{\mu} \cdot \lambda_0^2 x}}.$$
 (2.206)

$$X_2 = A_2 e^{\mu_0 x} + B_2 e^{-\mu_0 x}.$$
 (2.207)

$$X_3 = B e^{-\sqrt{\mu_0^2 + \frac{\mu - 1}{\mu} \cdot \lambda_0^2 x}}.$$
 (2.208)

часть решения, зависящая только от y и z, одинаковая во всех областях:

$$Y = C e^{i\sqrt{\mu_0^2 - \frac{\lambda_0^2}{\mu}y}} + D e^{-i\sqrt{\mu_0^2 - \frac{\lambda_0^2}{\mu}y}}.$$
 (2.209)

$$Z = G e^{i \lambda_0 z} + H e^{-i \lambda_0 z}.$$
 (2.210)

В этом решении — 8 постоянных коэффициентов, а граничных условий, по которым их предстоит определять, имеется только 4. Поэтому 4 коэффициента можно задать произвольно. Предположим далее, что волны распространяются только в положительных направлениях осей Oy и Oz, т.е. C = 0 и G = 0. Поскольку можно произвольно задать еще два коэффициента, то можно положить D = 1 и H = 1. При этом часть решения, зависящая только от y и z, принимает вид:

$$Y = e^{-i\sqrt{\mu_0^2 - \frac{\lambda_0^2}{\mu}}y}.$$
 (2.211)

$$Z = e^{-i\lambda_0 z}. (2.212)$$

Таким образом, в полном решении остаются только 4 коэффициента *A*, *A*<sub>2</sub>, *B*<sub>2</sub>, *B*, для определения которых имеются 4 граничных условия (2.157), (2.158).

Введем теперь в решение волновые числа в явном виде с помощью обозначений:

 $k_r^i =$ 

волновое число по координате x вне пластины:

$$k_x^e = \sqrt{\mu_0^2 + \frac{\mu - 1}{\mu} \cdot \lambda_0^2}; \qquad (2.213)$$

волновое число по координате х внутри пластины:

$$i \cdot \mu_0;$$
 (2.214)

волновое число по координате у во всем пространстве:

$$k_y = \sqrt{\mu_0^2 - \frac{\lambda_0^2}{\mu}}; \qquad (2.215)$$

волновое число по координате z во всем пространстве:

$$k_z = \lambda_0. \tag{2.216}$$

Эта система выражений содержит 6 величин:  $k_x^e$ ,  $k_x^i$ ,  $k_y$ ,  $k_z$ ,  $\mu_0$ ,  $\lambda_0$ . Так как четыре уравнения (2.213)–(2.216) содержат шесть неизвестных, то две из них можно исключить, в результате чего получатся два уравнения с четырьмя неизвестными. Исключим  $\mu_0$  и  $\lambda_0$ . Для этого выразим их через  $k_x^i$  и  $k_z$  с помощью (2.214) и (2.216), подставим полученные выражения в (2.213) и (2.215), откуда после возведения в квадрат, получим:

$$(k_x^e)^2 = -(k_x^i)^2 + \frac{\mu - 1}{\mu} \cdot k_z^2; \qquad (2.217)$$

$$k_y^2 = -\left(k_x^i\right)^2 - \frac{\mu - 1}{\mu} \cdot k_z^2.$$
 (2.218)

В эти выражения  $\mu_0$  и  $\lambda_0$  уже не входят. Однако здесь имеется четыре волновых числа  $k_x^e$ ,  $k_x^i$ ,  $k_y$ ,  $k_z$ , связанные двумя уравнениями. Поэтому два из них можно задать изначально, а два других выразить через них. Поскольку в плоскости Oyz никаких ограничений для распространения волн нет (геометрически пластина ограничена только по оси Ox, то будем считать заданными  $k_y$  и  $k_z$ , а  $k_x^e$  и  $k_x^i$  выразим через них. Для этого проделаем следующее. Вычитая (2.218) из (2.217), получаем:

$$(k_x^e)^2 - k_y^2 - k_z^2 = 0. (2.219)$$

Находя из этого выражения  $(k_x^e)^2$  и подставляя в (2.217), получаем:

$$\mu \cdot \left[ \left( k_x^i \right)^2 + k_y^2 \right] + k_z^2 = 0.$$
 (2.220)

Из (2.219) и (2.220) после несложных преобразований получаем:

$$k_x^e = \sqrt{k_y^2 + k_z^2}; \qquad (2.221)$$

$$k_x^i = \sqrt{-\left(k_y^2 + \frac{k_z^2}{\mu}\right)} = i \cdot \sqrt{k_y^2 + \frac{k_z^2}{\mu}}.$$
 (2.222)

ПОЛНОЕ РЕШЕНИЕ в обозначениях (2.213)-(2.216) принимает вид:

часть решения, зависящая только от x:

$$X_1 = A \, e^{k_x^e \, x}; \tag{2.223}$$

$$X_2 = A_2 e^{i k_x^i x} + B_2 e^{-i k_x^i x}; (2.224)$$

$$X_3 = B \, e^{-k_x^e \, x}; \tag{2.225}$$

часть решения, зависящая только от у и z, принимает вид:

$$Y = e^{-i\,k_y\,y}; (2.226)$$

$$Z = e^{-i k_z z}.$$
 (2.227)

Здесь  $k_y$  и  $k_z$  — пока произвольные действительные величины (их действительность обусловлена отсутствием затухания). При этом из (2.221) следует, что  $k_x^e$  тоже всегда действительное, т.е.  $X_1$  и  $X_3$  вне пластины экспоненциально спадают. В то же время, из (2.222) следует, что  $k_x^i$  может быть как действительным, так и мнимым, в зависимости от знака подкоренного выражения, которое определяется соотношением между величинами  $k_y$  и  $k_z$ , а также величиной и знаком  $\mu$  в зависимости от  $\Omega$ .

**2.4.5. Частотные области объемных и поверхностных волн.** Найдем частотные области объемных и поверхностных волн, для чего рассмотрим зависимость  $\mu$  ( $\Omega$ ), определяемую формулой (2.146):

$$\mu = 1 + \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}.$$
(2.228)

Возможны следующие случаи:

1) $\Omega = 0$ ,	при этом: $\mu = 1 + \Omega_H^{-1};$	(2.229)
2) $0 < \Omega < \Omega_H$ ,	при этом: $1+\Omega_H^{-1} < \mu < +\infty;$	(2.230)
3) $\Omega_H < \Omega < \sqrt{\Omega_H (\Omega_H + 1)}$ ,	при этом: $-\infty < \mu < 0;$	(2.231)
4) $\Omega = \sqrt{\Omega_H \left(\Omega_H + 1\right)}$ ,	при этом: $\mu = 0;$	(2.232)
5) $\sqrt{\Omega_H (\Omega_H + 1)} < \Omega < +\infty,$	при этом: $0 < \mu < 1$ .	(2.233)

Схема зависимости  $\mu(\Omega)$  приведена на рис. 2.3.

Имеется только одна область 3:  $\Omega_H < \Omega < \sqrt{\Omega_H (\Omega_H + 1)}$ , где  $\mu < 0$ , т.е.  $k_x^i$  может быть действительным. Это — область ОБЪЕМ-НЫХ волн, для которых зависимость потенциала  $\psi_2$  от координаты x периодически осциллирует. В этой области действительность  $k_x^i$  определяется соотношением между  $k_y$  и  $k_z$ , определяемым условием:

$$k_y^2 + \frac{k_z^2}{\mu} < 0, (2.234)$$

откуда получаем:

$$\frac{z}{y} > \sqrt{-\mu} \,, \tag{2.235}$$

что дает сектор, определяющий возможные пределы распространения объемных волн. Его величину удобно определять в цилиндрической системе координат с помощью угла отсечки.

#### Гл. 2. Математический аппарат



Рис. 2.3. Схема зависимости  $\mu$  от  $\Omega$ 

В области 2:  $0 < \Omega < \Omega_H$ , где  $\mu > 0$ , волны не распространяются, так как при этом их частота должна была бы быть ниже частоты однородного ФМР.

В области 5:  $\sqrt{\Omega_H (\Omega_H + 1)} < \Omega < +\infty$ , где  $\mu > 0$ , величина  $k_x^i$  всегда мнимая. Это область ПОВЕРХНОСТНЫХ волн, для которых зависимость потенциала  $\psi_2$  от координаты x спадает по экспоненте от той или иной поверхности пластины.

2.4.6. Вывод дисперсионного соотношения из решения и граничных условий. Решение имеет вид:

$$\psi_1 = X_1 \cdot Y \cdot Z; \tag{2.236}$$

$$\psi_2 = X_2 \cdot Y \cdot Z; \tag{2.237}$$

$$\psi_3 = X_3 \cdot Y \cdot Z. \tag{2.238}$$

Граничные условия на нижней  $\left(x = -\frac{d}{2}\right)$  и верхней  $\left(x = \frac{d}{2}\right)$  поверхностях имеют вид (2.162)–(2.165):

$$\mu \frac{\partial \psi_2}{\partial x} + i \nu \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \Big|_{x=-\frac{d}{2}} = \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \Big|_{x=-\frac{d}{2}}; \qquad (2.239)$$

$$\mu \frac{\partial \psi_2}{\partial x} + i \nu \left. \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \right|_{x=\frac{d}{2}} = \left. \frac{\partial \psi_3}{\partial x} \right|_{x=\frac{d}{2}}; \qquad (2.240)$$

$$\psi_2|_{x=-\frac{d}{2}} = \psi_1|_{x=-\frac{d}{2}};$$
 (2.241)

$$\psi_2|_{x=\frac{d}{2}} = \psi_3|_{x=\frac{d}{2}}.$$
(2.242)

Подставим решение (2.236)–(2.238) в граничные условия (2.239)–(2.242) и разделим первые два уравнения на Z, а вторые два уравнения на  $Y \cdot Z$ . При этом получим граничные условия в виде:

$$\mu \frac{\partial X_2}{\partial x} \cdot Y + i \nu X_2 \frac{\partial Y}{\partial y} \Big|_{x=-\frac{d}{2}} = \frac{\partial X_1}{\partial x} \cdot Y \Big|_{x=-\frac{d}{2}}; \qquad (2.243)$$

$$\mu \frac{\partial X_2}{\partial x} \cdot Y + i \nu X_2 \frac{\partial Y}{\partial y} \Big|_{x = \frac{d}{2}} = \frac{\partial X_3}{\partial x} \cdot Y \Big|_{x = \frac{d}{2}}; \qquad (2.244)$$

$$X_2|_{x=-\frac{d}{2}} = X_1|_{x=-\frac{d}{2}}; \qquad (2.245)$$

$$X_2|_{x=\frac{d}{2}} = X_3|_{x=\frac{d}{2}}.$$
 (2.246)

Здесь согласно (2.223)-(2.227):

$$X_1 = A \, e^{k_x^e \, x}.\tag{2.247}$$

$$X_2 = A_2 e^{i k_x^i x} + B_2 e^{-i k_x^i x}.$$
 (2.248)

$$X_3 = B \, e^{-k_x^e \, x}.\tag{2.249}$$

$$Y = e^{-i\,k_y\,y}.$$
 (2.250)

Находим производные из решения (2.247)-(2.250):

$$\frac{\partial X_1}{\partial x} = k_x^e \cdot A \cdot e^{k_x^e x}; \tag{2.251}$$

$$\frac{\partial X_2}{\partial x} = i \, k_x^i \cdot \left( A_2 \, e^{i \, k_x^i x} - B_2 \, e^{-i \, k_x^i x} \right); \tag{2.252}$$

$$\frac{\partial X_3}{\partial x} = -k_x^e \cdot B \cdot e^{-k_x^e x}; \tag{2.253}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial y} = -i \, k_y \cdot e^{-i \, k_y y}. \tag{2.254}$$

Введем обозначения:

$$p = \frac{k_x^i d}{2}; \tag{2.255}$$

$$\delta = \frac{k_x^e d}{2}.\tag{2.256}$$

Производные и решение на границах принимают вид:

$$\left. \frac{\partial X_1}{\partial x} \right|_{x=-\frac{d}{2}} = k_x^e \cdot A \cdot e^{-\delta}; \tag{2.257}$$

$$\left. \frac{\partial X_2}{\partial x} \right|_{x=-\frac{d}{2}} = i \, k_x^i \cdot \left( A_2 \, e^{-i\rho} - B_2 \, e^{i\rho} \right); \tag{2.258}$$

Гл. 2. Математический аппарат

.....

$$\left. \frac{\partial X_2}{\partial x} \right|_{x=\frac{d}{2}} = i \, k_x^i \cdot \left( A_2 \, e^{i\,\rho} - B_2 \, e^{-i\,\rho} \right); \tag{2.259}$$

$$\left. \frac{\partial X_3}{\partial x} \right|_{x=\frac{d}{2}} = -k_x^e \cdot B \cdot e^{-\delta}; \tag{2.260}$$

$$X_1|_{x=-\frac{d}{2}} = A \cdot e^{-\delta}; \tag{2.261}$$

$$X_2|_{x=-\frac{d}{2}} = A_2 e^{-i\rho} + B_2 e^{i\rho}; \qquad (2.262)$$

$$X_2|_{x=\frac{d}{2}} = A_2 e^{i\rho} + B_2 e^{-i\rho}; \qquad (2.263)$$

$$X_3|_{x=\frac{d}{2}} = B \cdot e^{-\delta}.$$
 (2.264)

Подставляя (2.250), (2.254), (2.257)–(2.264) в граничные условия (2.243)–(2.246) и разделяя на  $e^{-i\,k_y y}$ , получаем систему уравнений для  $A, A_2, B_2, B_2$ 

$$\mu \cdot i \, k_x^i \cdot \left( A_2 \, e^{-i\,\rho} - B_2 \, e^{i\,\rho} \right) + \nu \, k_y \cdot \left( A_2 \, e^{-i\,\rho} + B_2 \, e^{i\,\rho} \right) = k_x^e \cdot A \, e^{-\delta};$$

$$(2.265)$$

$$\mu \cdot i \, k_x^i \cdot \left( A_2 \, e^{i\,\rho} - B_2 \, e^{-i\,\rho} \right) + \nu \, k_y \cdot \left( A_2 \, e^{i\,\rho} + B_2 \, e^{-i\,\rho} \right) = -k_x^e \cdot B \, e^{-\delta};$$

$$(2.266)$$

$$A_2 \, e^{-i\,\rho} + B_2 \, e^{i\,\rho} = A \, e^{-\delta};$$

$$(2.267)$$

$$A_2 e^{i\rho} + B_2 e^{-i\rho} = B e^{-\delta}.$$
 (2.268)

Введем обозначения:

$$\varepsilon_1 = i\,\mu\,k_x^i + \nu\,k_y;\tag{2.269}$$

$$\varepsilon_2 = -i\,\mu\,k_x^i + \nu\,k_y. \tag{2.270}$$

С этими обозначениями из (2.265)-(2.268) получаем:

$$A_2 \varepsilon_1 e^{-i\rho} + B_2 \varepsilon_2 e^{i\rho} - A k_x^e e^{-\delta} = 0; \qquad (2.271)$$

$$A_2 \varepsilon_1 e^{i\rho} + B_2 \varepsilon_2 e^{-i\rho} + B k_r^e e^{-\delta} = 0; \qquad (2.272)$$

$$A_2 e^{-i\rho} + B_2 e^{i\rho} - A e^{-\delta} = 0; \qquad (2.273)$$

$$A_2 e^{i\rho} + B_2 e^{-i\rho} - B e^{-\delta} = 0.$$
(2.274)

Это — система 4 уравнений с 4 неизвестными А, А<sub>2</sub>, В<sub>2</sub>, В. Условием существования ненулевого решения является равенство нулю ее определителя:  $D_0 = 0$ , что и дает дисперсионное соотношение. Этот

определитель имеет вид:

$$D_{0} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{1} e^{-i\rho} & \varepsilon_{2} e^{i\rho} & -k_{x}^{e} e^{-\delta} & 0\\ \varepsilon_{1} e^{i\rho} & \varepsilon_{2} e^{-i\rho} & 0 & k_{x}^{e} e^{-\delta}\\ e^{-i\rho} & e^{i\rho} & -e^{-\delta} & 0\\ e^{i\rho} & e^{-i\rho} & 0 & -e^{-\delta} \end{vmatrix}.$$
(2.275)

Для раскрытия этого определителя умножим третью строку на  $-k_r^e$ и прибавим к первой, а затем умножим четвертую строку на  $k_x^e$  й прибавим ко второй. В результате получаем:

$$D_{0} = \begin{vmatrix} (\varepsilon_{1} - k_{x}^{e}) e^{-i\rho} & (\varepsilon_{2} - k_{x}^{e}) e^{i\rho} & 0 & 0\\ (\varepsilon_{1} + k_{x}^{e}) e^{i\rho} & (\varepsilon_{2} + k_{x}^{e}) e^{-i\rho} & 0 & 0\\ e^{-i\rho} & e^{i\rho} & -e^{-\delta} & 0\\ e^{i\rho} & e^{-i\rho} & 0 & -e^{-\delta} \end{vmatrix}.$$
 (2.276)

Этот определитель разлагаем по четвертому столбцу, а тот, который остается — по третьему. Учитывая далее, что должно быть  $D_0 = 0$ , получаем уравнение вида:

$$\begin{vmatrix} (\varepsilon_1 - k_x^e) e^{-i\rho} & (\varepsilon_2 - k_x^e) e^{i\rho} \\ (\varepsilon_1 + k_x^e) e^{i\rho} & (\varepsilon_2 + k_x^e) e^{-i\rho} \end{vmatrix} = 0.$$
(2.277)

Раскрывая входящий в (2.277) определитель, получаем:

$$(\varepsilon_1 - k_x^e) \ (\varepsilon_2 + k_x^e) \ e^{-2i\rho} - (\varepsilon_1 + k_x^e) \ (\varepsilon_2 - k_x^e) \ e^{2i\rho} = 0, \qquad (2.278)$$

откуда получаем дисперсионное соотношение в виде:

$$\frac{e^{2i\rho} - e^{-2i\rho}}{e^{2i\rho} + e^{-2i\rho}} = \frac{k_x^e \left(\varepsilon_2 - \varepsilon_1\right)}{\left(k_x^e\right)^2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2}.$$
(2.279)

Здесь входящие в (2.277) величины определяются через волновые числа в соответствии с формулами (здесь продублированы для справки):

$$\rho = \frac{k_x^i d}{2};\tag{2.280}$$

$$\varepsilon_1 = i\mu k_x^i + \nu \, k_y; \tag{2.281}$$

$$\varepsilon_2 = -i\,\mu\,k_x^i + \nu\,k_y;\tag{2.282}$$

$$k_x^e = \sqrt{k_y^2 + k_z^2}; (2.283)$$

$$k_x^i = \sqrt{-\left(k_y^2 + \frac{k_z^2}{\mu}\right)} = i \cdot \sqrt{k_y^2 + \frac{k_z^2}{\mu}}.$$
 (2.284)

Соотношение (2.279) получено в декартовой системе координат. Однако для ряда задач, в том числе касающихся распространения магнитостатических волн в неоднородно намагниченных структурах,
более удобным является использование полярной системы координат, переход к которой будет рассмотрен в следующем разделе.

2.4.7. Переход к полярной системе координат. В дисперсионное соотношение (2.279) входят четыре волновых числа:  $k_r^e, k_r^i, k_u, k_z$ . Два



из них  $k_x^e$  и  $k_x^i$  с помощью выражений (2.283) и (2.284) можно исключить. При этом в дисперсионное соотношение будут входить только  $k_u$  и  $k_z$ . Это означает, что если задано, например  $k_{y}$ , то дисперсионное соотношение позволяет определить  $k_z$ через  $k_u$ . Такое исключение можно удобно сделать в полярной системе координат, показанной на рис. 2.4.

Рис. 2.4. Волновой вектор в полярной системе координат

При этом:

 $k_u = k \cdot \cos \varphi;$ 

$$k_z = k \cdot \sin \varphi. \tag{2.286}$$

(2.285)

В этой системе координат волновые числа (2.283) и (2.284) принимают вид:

$$k_x^e = \sqrt{k_y^2 + k_z^2} = k; (2.287)$$

$$k_x^i = i \cdot \sqrt{k_y^2 + \frac{k_z^2}{\mu}} = i \cdot k \cdot \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{\mu}} = ik\alpha, \qquad (2.288)$$

где введено обозначение:

$$\alpha = \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{\mu}}.$$
 (2.289)

Вычислим промежуточные выражения, входящие в дисперсионное соотношение (2.279):

$$2\,i\rho = -k\,d\alpha;\tag{2.290}$$

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 2\mu \, k \, \alpha; \tag{2.291}$$

$$\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 = k^2 \left[ \left( \nu^2 - \mu^2 + \mu \right) \cos^2 \varphi - \mu \right] = k^2 \cdot \beta, \qquad (2.292)$$

где введено обозначение:

k

$$\beta = (\nu^2 - \mu^2 + \mu) \cos^2 \varphi - \mu.$$
 (2.293)

При этом получаем:

$$e_x^e (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) = 2\,\mu\,k^2\alpha; \qquad (2.294)$$

$$\left(k_x^e\right)^2 - \varepsilon_1 \,\varepsilon_2 = -k^2 \,(\beta - 1). \tag{2.295}$$

Подставляя (2.290), (2.294) и (2.295) в (2.279), получаем:

$$\frac{e^{-k\,d\,\alpha} - e^{k\,d\,\alpha}}{e^{-k\,d\,\alpha} + e^{k\,d\,\alpha}} = -\frac{2\,\mu\,\alpha}{\beta - 1},\tag{2.296}$$

откуда получаем:

$$\frac{2\mu\alpha}{\beta-1} = \frac{e^{k\,d\,\alpha} - e^{-k\,d\,\alpha}}{e^{k\,d\,\alpha} + e^{-k\,d\,\alpha}},\tag{2.297}$$

или:

 $\frac{2\,\mu\,\alpha}{\beta-1} = \operatorname{th}\,(k\,d\,\alpha).$ (2.298)

Преобразуя (2.298) получаем основное ДИСПЕРСИОННОЕ СО-ОТНОШЕНИЕ для изотропной ферритовой пластины со свободными поверхностями, намагниченной в плоскости:

$$\beta - 1 - 2\mu \alpha \operatorname{cth} (k \, d \, \alpha) = 0. \tag{2.299}$$

Здесь в соответствии с (2.289), (2.293), (2.146), (2.136), (2.137), (2.139):

$$\alpha = \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{\mu}}; \qquad (2.300)$$

$$\beta = \left(\nu^2 - \mu^2 + \mu\right)\cos^2\varphi - \mu; \qquad (2.301)$$

$$\mu = 1 + \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}; \qquad (2.302)$$

$$\nu = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2};\tag{2.303}$$

$$\Omega = \frac{\omega}{4\pi \gamma M_0};\tag{2.304}$$

$$\Omega_H = \frac{H_i}{4\pi M_0}.\tag{2.305}$$

Дисперсионное соотношение (2.299) можно разрешить относительно k. Для этого удобно воспользоваться выражением (2.297), а именно: умножить числитель и знаменатель его правой части на  $e^{k \, d \, \alpha}$ , после чего разрешить полученное уравнение относительно  $e^{2k \, d \, \alpha}$ , откуда выразить k с помощью логарифма. В результате получаем дисперсионное соотношение в виле:

$$k = \frac{1}{2 \, d\alpha} \cdot \ln \frac{\beta - 1 + 2 \, \mu \, \alpha}{\beta - 1 - 2 \, \mu \, \alpha}.\tag{2.306}$$

**2.4.8. Потенциалы.** Система уравнений для коэффициентов A,  $A_2$ ,  $B_2$ , B, определяющих потенциалы  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\psi_3$  в соответствии с формулами (2.223)–(2.227) и (2.236)–(2.238), имеет вид (2.271)–(2.274):

$$A_2 \varepsilon_1 e^{-i\rho} + B_2 \varepsilon_2 e^{i\rho} - A k_x^e e^{-\delta} = 0; \qquad (2.307)$$

$$A_2 \varepsilon_1 e^{i\rho} + B_2 \varepsilon_2 e^{-i\rho} + B k_x^e e^{-\delta} = 0; \qquad (2.308)$$

$$A_2 e^{-i\rho} + B_2 e^{i\rho} - A e^{-\delta} = 0; (2.309)$$

$$A_2 e^{i\rho} + B_2 e^{-i\rho} - B e^{-\delta} = 0. (2.310)$$

Это — система 4 уравнений с 4 неизвестными, определитель которой (2.275) равен нулю. Поэтому три из неизвестных можно выразить через четвертое, в качестве которого удобно выбрать коэффициент внутри пластины, например  $A_2$ . Для этого сначала из (2.309) и (2.310) выразим A и B:

$$A = (A_2 e^{-i\rho} + B_2 e^{i\rho}) \cdot e^{\delta}; \qquad (2.311)$$

$$B = (A_2 e^{i\rho} + B_2 e^{-i\rho}) \cdot e^{\delta}.$$
 (2.312)

Подставляя (2.311) и (2.312) в (2.307) и (2.308), получаем:

$$B_2 = -\frac{\varepsilon_1 - k_x^e}{\varepsilon_2 - k_x^e} \cdot e^{-2i\rho} \cdot A_2; \qquad (2.313)$$

$$B_2 = -\frac{\varepsilon_1 + k_x^e}{\varepsilon_2 + k_x^e} \cdot e^{2i\rho} \cdot A_2.$$
(2.314)

Приравнивая выражения (2.313) и (2.314), получаем (2.278), которое представляет собой дисперсионное соотношение. Таким образом, соотношения (2.313) и (2.314) — эквивалентны, т.е. для дальнейшей работы можно выбрать любое из них, исходя из удобства. Возьмем далее выражение (2.314), так как в нем числитель и знаменатель дроби содержат суммирование.

Согласно (2.287) и (2.288):

$$k_x^e = k; (2.315)$$

$$_{x}^{i}=ik\alpha, \tag{2.316}$$

а также, согласно (2.290):

$$-2\,i\rho = k\,d\,\alpha.\tag{2.317}$$

Из (2.281)-(2.282):

$$\varepsilon_1 = i\,\mu\,k_x^i + \nu\,k_y;\tag{2.318}$$

$$= -i\mu k_x^i + \nu \, k_y, \tag{2.319}$$

откуда, учитывая, что согласно (2.285):

 $\varepsilon_2$ 

$$k_y = k \cdot \cos \varphi, \tag{2.320}$$

с учетом (2.316), получаем:

$$\varepsilon_1 = -\mu \, k\alpha + \nu \, k \cos \varphi; \tag{2.321}$$

$$\varepsilon_2 = \mu \, k\alpha + \nu \, k \cos \varphi. \tag{2.322}$$

Подставляя (2.315), (2.317), (2.321), (2.322) в (2.314), получаем:

$$B_2 = \frac{\mu\alpha - \nu\,\cos\varphi - 1}{\mu\alpha + \nu\,\cos\varphi + 1} \cdot e^{-k\,d\alpha} \cdot A_2. \tag{2.323}$$

Введем обозначение:

$$g = \frac{\mu\alpha - \nu\,\cos\varphi - 1}{\mu\alpha + \nu\,\cos\varphi + 1}.\tag{2.324}$$

При этом из (2.232) получаем:

$$B_2 = A_2 \cdot g \cdot e^{-k \, d\alpha}.\tag{2.325}$$

Подставляя  $B_2$  по (2.325) в (2.311) и (2.312), получаем коэффициенты A и B, выраженные через  $A_2$ :

$$A = A_2 \cdot \left(1 + g \cdot e^{-2k \, d\alpha}\right) \cdot e^{\frac{k \, d}{2} \cdot (1+\alpha)}; \tag{2.326}$$

$$B = A_2 \cdot (1+g) \cdot e^{\frac{k \cdot d}{2} \cdot (1-\alpha)}; \qquad (2.327)$$

Согласно (2.223)–(2.225), часть решения, зависящая только от x, имеет вид:

$$X_1 = A \, e^{k_x^e \, x}; \tag{2.328}$$

$$X_2 = A_2 e^{i k_x^i x} + B_2 e^{-i k_x^i x}; (2.329)$$

$$X_3 = B \, e^{-k_x^e \, x},\tag{2.330}$$

откуда, подставляя (2.325)-(2.327), с учетом (2.329) и (2.330), получаем:

$$X_1 = A_2 \cdot \left(1 + g \cdot e^{-2k \, d\alpha}\right) \cdot e^{\frac{\kappa \, a}{2} \cdot (1+\alpha)} \cdot e^{k \, x}; \tag{2.331}$$

$$X_{2} = A_{2} \cdot \left[ e^{-k \, \alpha \, x} + g \cdot e^{-k \, \alpha \, d} \cdot e^{k \, \alpha \, x} \right];$$
(2.332)

$$X_3 = A_2 \cdot (1+g) \cdot e^{\frac{k d}{2} \cdot (1-\alpha)} \cdot e^{-k x}.$$
(2.333)

С учетом (2.285) и (2.286):

 $k_{y} = k \cdot \cos \varphi; \tag{2.334}$ 

$$k_z = k \cdot \sin \varphi, \tag{2.335}$$

часть решения, зависящая только от *y* и *z* (2.226)–(2.227), принимает вид:

$$Y = e^{-i\left(k \cdot \cos\varphi\right)y}; \tag{2.336}$$

$$Z = e^{-i\left(k \cdot \sin\varphi\right)z}.\tag{2.337}$$

$$\psi_{1} = \left(1 + g \cdot e^{-2k \, d\alpha}\right) \cdot e^{\frac{k \, d}{2} \cdot (1 + \alpha)} \cdot e^{k \, x} \cdot e^{-i \left(k \cdot \cos \varphi\right) \, y} \cdot e^{-i \left(k \cdot \sin \varphi\right) z};$$
(2.338)

$$\psi_2 = \left[e^{-k\,\alpha\,x} + g \cdot e^{-k\,\alpha\,d} \cdot e^{k\,\alpha\,x}\right] \cdot e^{-i\left(k\cdot\cos\varphi\right)\,y} \cdot e^{-i\left(k\cdot\sin\varphi\right)\,z}; \quad (2.339)$$

$$\psi_3 = (1+g) \cdot e^{\frac{k \cdot d}{2} \cdot (1-\alpha)} \cdot e^{-k \cdot x} \cdot e^{-i \left(k \cdot \cos \varphi\right) \cdot y} \cdot e^{-i \left(k \cdot \sin \varphi\right) \cdot z}.$$
(2.340)

где  $\alpha$  и g определяются выражениями (2.289) и (2.324):

$$\alpha = \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{\mu}}; \qquad (2.341)$$

$$g = \frac{\mu\alpha - \nu\,\cos\varphi - 1}{\mu\alpha + \nu\,\cos\varphi + 1}.\tag{2.342}$$

Путем непосредственной подстановки нетрудно убедиться, что (2.339) удовлетворяет уравнению Уокера (2.147), а (2.338) и (2.340) — уравнению Лапласа (2.148).

Для удобства дальнейшей записи введем обозначение:

$$\psi_{uz} = e^{-i(k \cdot \cos \varphi) y} \cdot e^{-i(k \cdot \sin \varphi) z}.$$
(2.343)

При этом потенциалы (2.338)-(2.340) принимают вид:

$$\psi_1 = \left(1 + g \cdot e^{-2k \, d\alpha}\right) \cdot e^{\frac{k \, d}{2} \cdot (1+\alpha)} \cdot e^{k \, x} \cdot \psi_{yz}; \qquad (2.344)$$

$$\psi_2 = \left[ e^{-k \,\alpha \, x} + g \cdot e^{-k \,\alpha \, d} \cdot e^{k \,\alpha \, x} \right] \cdot \psi_{yz}; \tag{2.345}$$

$$\psi_3 = (1+g) \cdot e^{\frac{k d}{2} \cdot (1-\alpha)} \cdot e^{-k x} \cdot \psi_{yz}.$$
(2.346)

**2.4.9.** Поля. Найдем теперь компоненты полей волны во всех трех областях в соответствии с формулой (2.123):

$$\mathbf{h} = \operatorname{grad} \psi = \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial x}; \ \frac{\partial \psi}{\partial y}; \ \frac{\partial \psi}{\partial z} \right\}.$$
(2.347)

Для упрощения записи будем пользоваться выражениями (2.344)-(2.346): в области 1:

$$h_{1x} = k \cdot \left(1 + g \cdot e^{-2k \, d\alpha}\right) \cdot e^{\frac{k \, d}{2} \cdot (1+\alpha)} \cdot e^{k \, x} \cdot \psi_{yz}; \tag{2.348}$$

$$h_{1y} = -ik\cos\varphi \cdot \left(1 + g \cdot e^{-2k\,d\alpha}\right) \cdot e^{\frac{k\,d}{2} \cdot (1+\alpha)} \cdot e^{k\,x} \cdot \psi_{yz};\tag{2.349}$$

$$h_{1z} = -ik\sin\varphi \cdot \left(1 + g \cdot e^{-2k\,d\alpha}\right) \cdot e^{\frac{k\,d}{2} \cdot (1+\alpha)} \cdot e^{k\,x} \cdot \psi_{yz}; \qquad (2.350)$$

в области 2:

$$h_{2x} = -k\alpha \cdot \left[ e^{-k\alpha x} - g \cdot e^{-k\alpha d} \cdot e^{k\alpha x} \right] \cdot \psi_{yz}; \qquad (2.351)$$

$$h_{2y} = -ik\cos\varphi \cdot \left[e^{-k\,\alpha\,x} + g \cdot e^{-k\,\alpha\,d} \cdot e^{k\,\alpha\,x}\right] \cdot \psi_{yz};\tag{2.352}$$

$$h_{2z} = -ik\sin\varphi \cdot \left[e^{-k\,\alpha\,x} + g \cdot e^{-k\,\alpha\,d} \cdot e^{k\,\alpha\,x}\right] \cdot \psi_{yz};\tag{2.353}$$

в области 3:

$$a_{1x} = -k \cdot (1+g) \cdot e^{\frac{k \cdot d}{2} \cdot (1+\alpha)} \cdot e^{-k \cdot x} \cdot \psi_{yz};$$
(2.354)

$$h_{1y} = -ik\cos\varphi \cdot (1+g) \cdot e^{\frac{kd}{2} \cdot (1+\alpha)} \cdot e^{-kx} \cdot \psi_{yz}; \qquad (2.355)$$

$$h_{1z} = -ik\sin\varphi \cdot (1+g) \cdot e^{\frac{k\,d}{2} \cdot (1+\alpha)} \cdot e^{-k\,x} \cdot \psi_{yz}.$$
(2.356)

**2.4.10. Намагниченности.** Найдем теперь намагниченности. Вне магнитной среды в областях 1 и 3 намагниченности равны нулю. Внутри магнитной среды в области 2 намагниченности определяются соотношениями (2.144) и (2.145):

$$4\pi m_x = \kappa \frac{\partial \psi}{\partial x} + i \nu \frac{\partial \psi}{\partial y}; \qquad (2.357)$$

$$4\pi m_y = -i\nu \frac{\partial \psi}{\partial x} + \kappa \frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad (2.358)$$

из которых с учетом (2.146) получаем:

$$m_x = \frac{\mu - 1}{4\pi} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{i\nu}{4\pi} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial y}; \qquad (2.359)$$

$$m_y = -\frac{i\nu}{4\pi} \cdot \frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\mu - 1}{4\pi} \cdot \frac{\partial\psi}{\partial y}.$$
 (2.360)

При этом в состоянии насыщения переменная намагниченность  $m_z$  равна нулю.

Дифференцируя потенциал  $\psi_2$  (2.345) получаем:

$$m_{2x} = \frac{k}{4\pi} \cdot \left\{ \left[ -(\mu - 1) \ \alpha + \nu \cos \varphi \right] \cdot e^{-k\alpha x} + g \cdot \left[ (\mu - 1) \ \alpha + \nu \cos \varphi \right] \cdot e^{-k\alpha d} \cdot e^{k\alpha x} \right\} \cdot \psi_{yz}; \quad (2.361)$$

$$m_{2y} = i \frac{k}{4\pi} \cdot \left\{ \left[ -(\mu - 1) \cos \varphi + \nu \alpha \right] \cdot e^{-k \alpha x} - g \cdot \left[ (\mu - 1) \cos \varphi + \nu \alpha \right] \cdot e^{-k \alpha d} \cdot e^{k \alpha x} \right\} \cdot \psi_{yz}, \quad (2.362)$$

где согласно (2.343), (2.289), (2.324), (2.146), (2.139), (2.136), (2.137):

$$\psi_{yz} = e^{-i\left(k \cdot \cos\varphi\right)y} \cdot e^{-i\left(k \cdot \sin\varphi\right)z}; \qquad (2.363)$$

Гл. 2. Математический аппарат

$$\alpha = \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{\mu}}; \qquad (2.364)$$

$$g = \frac{\mu\alpha - \nu\,\cos\varphi - 1}{\mu\alpha + \nu\,\cos\varphi + 1};\tag{2.365}$$

$$\mu = 1 + \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2};$$
 (2.366)

$$\nu = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2}; \tag{2.367}$$

$$\Omega = \frac{\omega}{4\pi\gamma M_0};\tag{2.368}$$

$$\Omega_H = \frac{H_i}{4\pi M_0},\tag{2.369}$$

а волновое число k определяется из дисперсионного соотношения (2.299): 

$$\beta - 1 - 2\mu\alpha \operatorname{cth} (k\,d\,\alpha) = 0,$$
 (2.370)

или, согласно (2.306):

$$k = \frac{1}{2 \, d\alpha} \cdot \ln \frac{\beta - 1 + 2 \, \mu \, \alpha}{\beta - 1 - 2 \, \mu \, \alpha},\tag{2.371}$$

где в соответствии с (2.301):

$$\beta = \left(\nu^2 - \mu^2 + \mu\right) \cos^2 \varphi - \mu. \tag{2.372}$$

2.4.11. Угол отсечки для соотношения Дэймона-Эшбаха. Как отмечено в разд. 2.4, распространение поверхностных магнитостатических волн возможно только в определенном интервале углов между направлениями волнового вектора и приложенного постоянного поля. Крайние значения такого интервала углов называются «углами отсечки». Ввиду симметрии дисперсионного соотношения относительно нормали к направлению поля, положительное и отрицательное значения угла отсечки по абсолютной величине равны между собой, поэтому достаточно определить только одно из этих значений, а именно положительное. Приступим к такому определению.

Угол отсечки найдем из дисперсионного соотношения в полярной системе координат (2.299):

$$\beta - 1 - 2\mu \alpha \operatorname{cth} (k \, d \, \alpha) = 0, \qquad (2.373)$$

где

$$\alpha = \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{\mu}}; \qquad (2.374)$$

$$\beta = \left(\nu^2 - \mu^2 + \mu\right) \cos^2 \varphi - \mu; \qquad (2.375)$$

$$\mu = 1 + \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}; \qquad (2.376)$$

$$\nu = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2},\tag{2.377}$$

а Ω и Ω<sub>H</sub> представляют собой нормированные частоты:

$$\Omega = \frac{\omega}{4\pi \,\gamma M_0};\tag{2.378}$$

$$\Omega_H = \frac{H_0}{4\pi M_0},$$
 (2.379)

связывающие частоту  $\omega$  и поле  $H_0$  с параметрами материала (намагниченностью  $M_0$ ).

Будем считать, что отсечка соответствует стремлению волнового числа к бесконечности, т.е.  $k \to \infty$ . При этом cth  $(k d \alpha) \to 1$ , так что (3.373) принимает вид:

$$\beta - 1 - 2\mu \,\alpha = 0. \tag{2.380}$$

Подставляя в это выражение (2.375) и (2.374), получаем:

$$(\nu^2 - \mu^2 + \mu)\cos^2\varphi - \mu - 1 - 2\mu\sqrt{\cos^2\varphi + \frac{\sin^2\varphi}{\mu}} = 0;$$
 (2.381)

Выражая в последнем слагаемом синус через косинус и перенося корень в правую часть, получаем:

$$(\nu^2 - \mu^2 + \mu) \cos^2 \varphi - (\mu + 1) = 2\sqrt{\mu \left[1 + (\mu - 1) \cos^2 \varphi\right]} = 0;$$
 (2.382)

Возводя в квадрат и приводя подобные члены, получаем:

$$(\nu^2 - \mu^2 + \mu)^2 \cos^4 \varphi - 2[(\mu + 1)(\nu^2 - \mu^2 + \mu) + 2\mu (\mu - 1)] \cdot \cos^2 \varphi + (\mu - 1)^2 = 0.$$
 (2.383)

Введем вспомогательные обозначения:

$$A = \left(\nu^2 - \mu^2 + \mu\right)^2; \tag{2.384}$$

$$B = -2 \left[ (\mu + 1) \left( \nu^2 - \mu^2 + \mu \right) + 2\mu \left( \mu - 1 \right) \right];$$
 (2.385)

$$C = (\mu - 1)^2.$$
 (2.386)

С этими обозначениями (2.383) принимает вид:

$$A \cdot \cos^4 \varphi + B \cdot \cos^2 \mu + C = 0. \tag{2.387}$$

Это — биквадратное уравнение относительно  $\cos \varphi$ . Его решение (при  $\varphi \leqslant 90^\circ$ ) имеет вид:

Гл. 2. Математический аппарат

$$\cos\varphi = \sqrt{\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}},\qquad(2.388)$$

откуда получаем угол отсечки в виде:

$$\varphi_c = \pm \arccos\left(\sqrt{\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}}\right). \tag{2.389}$$

Более подробно значение угла отсечки при конкретных значениях поля и параметров материала рассмотрены далее.

**2.4.12.** Дисперсионное соотношение Дэймона-Эшбаха в декартовой системе координат. В предыдущем разделе получено дисперсионное соотношение в цилиндрической системе координат. Однако для некоторых задач желательно иметь это соотношение в декартовых координатах. При этом полученное там же выражение (2.279) не вполне удобно из-за того, что в него входят волновые числа  $k_x^i$  и  $k_x^e$ . Эти волновые числа можно исключить с использованием выражений (2.280)–(2.284), что и будет сделано далее.

Итак, исходим из дисперсионного соотношения Дэймона-Эшбаха, записанного в виде (2.279):

$$\frac{e^{i\,2\rho} - e^{-i\,2\rho}}{e^{i\,2\rho} + e^{-i\,2\rho}} = \frac{k_x^e \left(\xi_2 - \xi_1\right)}{\left(k_x^e\right)^2 - \xi_1\xi_2},\tag{2.390}$$

где

$$\rho = k_x^i \cdot \frac{d}{2}; \tag{2.391}$$

$$k_x^i = ik\alpha; \tag{2.392}$$

$$k_x^e = k; (2.393)$$

$$\xi_1 = i\mu k_x^i + \nu \, k_y; \tag{2.394}$$

$$\xi_2 = -i\mu k_x^i + \nu \, k_y, \tag{2.395}$$

причем:

$$k = \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \,, \tag{2.396}$$

а параметр  $\alpha$ , будучи введенным в полярной системе координат в виде:

$$\alpha = \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{\mu}}, \qquad (2.397)$$

в декартовой системе принимает вид:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\mu k_y^2 + k_z^2}{\mu \left(k_y^2 + k_z^2\right)}},$$
(2.398)

где учтено, что:

$$k_y = k \cdot \cos \varphi; \tag{2.399}$$

$$k_z = k \cdot \sin \varphi, \qquad (2.400)$$

т.е.:

$$\cos\varphi = \frac{k_y}{k};\tag{2.401}$$

$$\sin\varphi = \frac{k_z}{k};\tag{2.402}$$

а также:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{k_z}{k_y}\right). \tag{2.403}$$

Найдем промежуточные соотношения, входящие в (2.390):

$$i2\rho = -k \, d\,\alpha = -d \cdot \sqrt{\frac{\mu \, k_y^2 + k_z^2}{\mu}};$$
 (2.404)

$$\xi_2 - \xi_1 = 2\sqrt{\mu \cdot \left(\mu \, k_y^2 + \, k_z^2\right)} \,; \tag{2.405}$$

$$\xi_1 \xi_2 = \left(\nu^2 - \mu^2\right) k_y^2 - \mu k_z^2. \tag{2.406}$$

При этом получаем числитель и знаменатель дроби правой части (2.390) в виде:

$$k_x^e \left(\xi_2 - \xi_1\right) = 2 \sqrt{\left(\mu \, k_y^2 + k_z^2\right) \cdot \left(k_y^2 + k_z^2\right)}; \qquad (2.407)$$

$$(k_x^e)^2 - \xi_1 \xi_2 = -(\nu^2 - \mu^2 - 1) k_y^2 + (1 + \mu) k_z^2.$$
(2.408)

Подставляя (2.404), (2.407) и (2.408) в (2.390) и перенося все в левую часть, получаем искомое дисперсионное соотношение в виде:

$$\frac{2\sqrt{\left(\mu\,k_y^2+k_z^2\right)\cdot\left(k_y^2+k_z^2\right)}}{\left(\nu^2-\mu^2-1\right)\,k_y^2-\left(1+\mu\right)\,k_z^2}-\operatorname{th}\left\{d\sqrt{\frac{\mu\,k_y^2+k_z^2}{\mu}}\right\}=0,\qquad(2.409)$$

где, как и ранее:

$$\mu = 1 + \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}; \tag{2.410}$$

$$\nu = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2}.$$
(2.411)

а Ω и Ω<sub>H</sub> представляют собой нормированные частоты:

$$\Omega = \frac{\omega}{4\pi \,\gamma M_0};\tag{2.412}$$

$$\Omega_H = \frac{H_i}{4\pi M_0},\tag{2.413}$$

связывающие частоту  $\omega$  и поле  $H_0$  с параметрами материала (намагниченностью  $M_0$ ).

Приведем теперь полученное соотношение к виду, содержащему только k и  $\varphi$ . Для этого сначала запишем (2.379) в более удобном виде:

$$\alpha = \sqrt{\frac{(\mu - 1)\,\cos^2\varphi + 1}{\mu}}\,.\tag{2.414}$$

Пользуясь этим выражением, находим показатель экспоненты:

$$i2\rho = -k \, d\,\vartheta = -k \, d \cdot \sqrt{\frac{(\mu-1)\,\cos^2\varphi \,+\,1}{\mu}}\,. \tag{2.415}$$

Далее, учитывая (2.393)-(2.395), получаем:

$$k_x^e(\xi_2 - \xi_1) = 2k^2 \sqrt{\mu} \left[ (\mu - 1) \cos^2 \varphi + 1 \right];$$
(2.416)

$$(k_x^e)^2 - \xi_1 \xi_2 = -k^2 \left[ \left( \nu^2 - \mu^2 + \mu \right) \cos^2 \varphi - (1+\mu) \right].$$
(2.417)

Подставляя все полученные выражения в (2.390), сокращая левую часть на  $k^2$  и перенося все в левую часть, получаем дисперсионное соотношение в виде:

$$\frac{2\sqrt{\mu \left[(\mu-1)\cos^2\varphi+1\right]}}{(\nu^2-\mu^2+\mu)\cos^2\varphi-(1+\mu)} - \text{th}\left\{k\,d\sqrt{\frac{(\mu-1)\cos^2\varphi+1}{\mu}}\right\} = 0,$$
(2.418)

Можно видеть, что с точностью до обозначений это соотношение переходит в классическое соотношение Дэймона-Эшбаха, записанное в полярной системе координат:

$$\beta - 1 - 2\mu \alpha \operatorname{cth} (k \, d \, \alpha) = 0, \qquad (2.419)$$

где

$$\alpha = \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{\mu}}; \qquad (2.420)$$

$$\beta = \left(\nu^2 - \mu^2 + \mu\right) \cos^2 \varphi - \mu. \tag{2.421}$$

# 2.5. Дисперсионное соотношение для структуры металл-диэлектрик-феррит-диэлектрик-металл (МДФДМ) и его частные случаи

В ряде случаев рассмотренная в предыдущих разделах ферритовая пластина (пленка) используется как составная часть, входящая в более сложные структуры. В качестве довольно общего примера рассмотрим структуру, состоящую из плоскопараллельной ферритовой пластины, заключенной между двумя металлическими плоскостями и отделенную от обеих этих плоскостей слоями диэлектрика. В приближении магнитостатики электрические поля в волне отсутствуют, поэтому диэлектрическая проницаемость диэлектрика в формировании распространяющейся волны никак не участвует, т.е. диэлектрик можно заменить просто вакуумным зазором с проницаемостью равной единице. Так что наиболее логично называть рассматриваемую структуру «металл-зазор-феррит-зазор-металл» (МЗФЗМ), однако в силу сложившейся традиции, будем именовать ее с сохранением термина «диэлектрик», т.е. «металл-диэлектрик-феррит-диэлектрик-металл» (МДФДМ).

**2.5.1. Общий вывод дисперсионного соотношения.** Схема структуры и связанной с ней системы координат показана на рис. 2.5.

Аналогично задаче Дэймона-Эшбаха вводим потенциалы во всех трех средах, для которых получаем следующие уравнения:

среда 1 — диэлектрик, уравнение Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} = 0; \qquad (2.422)$$

среда 2 — феррит, уравнение Уокера:

$$(1+\kappa)\left(\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi_2}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial^2\psi_2}{\partial z^2} = 0; \qquad (2.423)$$



Рис. 2.5. Схема структуры МДФДМ

среда 3 — уравнение Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \psi_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial z^2} = 0.$$
 (2.424)

Граничные условия на поверхностях — непрерывность касательных компонент поля **h** и нормальных компонент индукции **b**. Аналогично задаче Дэймона-Эшбаха полагаем, что потенциалы на границах при  $x = \pm d/2$  равны. Будем считать также, что магнитное поле в металл не проникает, производна потенциала по координате x (определяющая поле  $h_x$  равна нулю. В результате получаем граничные условия в виде:

$$(1+\kappa)\frac{\partial\psi_2}{\partial x} + i\nu\frac{\partial\psi_2}{\partial y}\Big|_{x=-d/2} = \left.\frac{\partial\psi_1}{\partial x}\right|_{x=-d/2};$$
(2.425)

$$(1+\kappa)\frac{\partial\psi_2}{\partial x} + i\nu\frac{\partial\psi_2}{\partial y}\Big|_{x=d/2} = \left.\frac{\partial\psi_3}{\partial x}\right|_{x=-d/2};$$
(2.426)

$$\psi_1|_{x=-d/2} = \psi_2|_{x=-d/2};$$
 (2.427)

$$\psi_2|_{x=d/2} = \psi_3|_{x=d/2};$$
 (2.428)

$$\left. \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \right|_{x=-(a+d/2)} = 0; \tag{2.429}$$

$$\left. \frac{\partial \psi_3}{\partial x} \right|_{x=p+d/2} = 0. \tag{2.430}$$

В этих формулах параметры к и  $\nu$  определяются выражениями:

$$\kappa = \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}; \tag{2.431}$$

$$\nu = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2},\tag{2.432}$$

где

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_M} = \frac{\omega}{4\pi \gamma M_0}; \qquad (2.433)$$

$$\Omega_H = \frac{\omega_H}{\omega_M} = \frac{H_i}{4\pi M_0},\tag{2.434}$$

а также:

$$\omega_H = \gamma H_i; \tag{2.435}$$

$$\omega_M = 4\pi \,\gamma M_0; \tag{2.436}$$

Уравнения (2.422)–(2.424) во всех трех областях решаются методом разделения переменных. Полагая, что волны распространяются в плоскости Oyz, так что зависимости по y и z во всех трех областях

одинаковы, аналогично задаче Дэймона-Эшбаха, получаем решение в виде:

$$X_1 = A_1 \cdot e^{\left(\sqrt{\mu^2 + \frac{\kappa}{1+\kappa}\lambda^2}\right) \cdot x} + B_1 \cdot e^{-\left(\sqrt{\mu^2 + \frac{\kappa}{1+\kappa}\lambda^2}\right) \cdot x};$$
(2.437)

$$Y_1 = C_1 \cdot e^{\left(i\sqrt{\mu^2 - \frac{\lambda^2}{1+\kappa}}\right) \cdot y} + D_1 \cdot e^{-\left(i\sqrt{\mu^2 - \frac{\lambda^2}{1+\kappa}}\right) \cdot y}; \qquad (2.438)$$

$$Z_1 = G_1 \cdot e^{i \, \lambda \, z} + H_1 \cdot e^{-i \, \lambda \, z}; \qquad (2.439)$$

$$X_{2} = A_{2} \cdot e^{\mu x} + B_{2} \cdot e^{-\mu x}; \qquad (2.440)$$

$$Y_2 = C_2 \cdot e^{\left(i\sqrt{\mu^2 - \frac{\lambda^2}{1+\kappa}}\right) \cdot y} + D_2 \cdot e^{-\left(i\sqrt{\mu^2 - \frac{\lambda^2}{1+\kappa}}\right) \cdot y}; \qquad (2.441)$$

$$Z_{2} = G_{2} \cdot e^{-\lambda x} + H_{2} \cdot e^{-\lambda x}; \qquad (2.442)$$

$$A = e^{\left(\sqrt{\mu^{2} + \frac{\kappa}{1+\kappa}\lambda^{2}}\right) \cdot x} + B = e^{-\left(\sqrt{\mu^{2} + \frac{\kappa}{1-\kappa}\lambda^{2}}\right) \cdot x}. \qquad (2.442)$$

$$A_{3} = A_{3} \cdot e^{(\sqrt{1+k})} + B_{3} \cdot e^{(\sqrt{1+k})}; \qquad (2.445)$$

$$Y_{3} = C_{3} \cdot e^{\binom{i}{\sqrt{\mu}} - \frac{1+\kappa}{1+\kappa}} + D_{3} \cdot e^{-\binom{i}{\sqrt{\mu}} - \frac{1+\kappa}{1+\kappa}}, \qquad (2.444)$$
$$Z_{2} = C_{3} \cdot e^{i\lambda z} + H_{3} \cdot e^{-i\lambda z}, \qquad (2.445)$$

Здесь  $\mu$  и  $\lambda$  — постоянные разделения. Введем обозначения:

 $\mathbf{v}$ 

$$k_x^e = \sqrt{\mu^2 + \frac{\kappa}{1+\kappa}\lambda^2}; \qquad (2.446)$$

$$k_x^i = i\,\mu;\tag{2.447}$$

$$k_y = \sqrt{\mu^2 - \frac{\lambda^2}{1+\kappa}}; \qquad (2.448)$$

$$k_z = \lambda, \tag{2.449}$$

исключая из которых  $\mu$  и  $\lambda$ , получаем вспомогательные соотношения между компонентами волновых чисел:

$$(1+\kappa)\left[\left(k_x^i\right)^2 + k_y^2\right] + k_z^2 = 0;$$
 (2.450)

$$(k_x^e)^2 - k_y^2 - k_z^2 = 0. (2.451)$$

Для простоты аналитических выкладок на данном этапе рассмотрим волны только с положительными показателями экспонент в  $Y_i$  и  $Z_i$ , т.е. при  $D_{1,2,3} = 0$ ,  $H_{1,2,3} = 0$ , а также положим, что  $C_{1,2,3} = 1$  и  $G_{1,2,3} = 1$ . При этом, записывая показатели экспонент через  $k_x^i$  и  $k_x^e$ , получаем потенциалы в виде:

- $\psi_1 = X_1 \cdot Y \cdot Z; \tag{2.452}$
- $\psi_2 = X_2 \cdot Y \cdot Z; \tag{2.453}$
- $\psi_2 = X_2 \cdot Y \cdot Z, \tag{2.454}$

где

80

$$X_1 = A_1 \cdot e^{k_x^e x} + B_1 \cdot e^{-k_x^e x}; \qquad (2.455)$$

$$X_2 = B_2 \cdot e^{i k_x^i x} + A_2 \cdot e^{-i k_x^i x}; \qquad (2.456)$$

$$X_3 = A_3 \cdot e^{k_x^e x} + B_3 \cdot e^{-k_x^e x}, \tag{2.457}$$

а также:

$$Y = e^{i k_y y}; (2.458)$$

$$Z = e^{i k_z z}.$$
 (2.459)

Граничные условия принимают вид:

$$(1+\kappa)\frac{\partial X_2}{\partial x} - \frac{\partial X_1}{\partial X} \right] \cdot Y + i\nu X_2 \frac{\partial Y}{\partial y} \bigg|_{x=-d/2} = 0; \qquad (2.460)$$

$$(1+\kappa)\frac{\partial X_2}{\partial x} - \frac{\partial X_3}{\partial X} \Big] \cdot Y + i\nu X_2 \frac{\partial Y}{\partial y} \Big|_{x=d/2} = 0; \qquad (2.461)$$

$$X_2 - X_1|_{x = -d/2} = 0; (2.462)$$

$$X_2 - X_3|_{x=d/2} = 0; (2.463)$$

$$\left. \frac{\partial X_1}{\partial x} \right|_{x=-(q+d/2)} = 0; \tag{2.464}$$

$$\left. \frac{\partial X_3}{\partial x} \right|_{x=p+d/2} = 0. \tag{2.465}$$

Введем вспомогательные обозначения:

$$\beta = \frac{k_x^i d}{2};\tag{2.466}$$

$$5 = \frac{k_x^e d}{2}; \tag{2.467}$$

$$\xi = k_x^e (q + d/2);$$
 (2.468)

$$\eta = k_x^e \, (p + d/2); \tag{2.469}$$

$$\varepsilon_1 = i \, k_x^i \, (1+\kappa) - \nu \, k_y; \tag{2.470}$$

$$\varepsilon_2 = -\left[i\,k_x^i\,(1+\kappa) + \nu\,k_y\right].\tag{2.471}$$

Подставляя решение в граничные условия, получаем систему уравнений:

$$-A_{1}k_{x}^{e}e^{-\delta} + B_{1}k_{x}^{e}e^{\delta} + A_{2}\varepsilon_{2}e^{i\beta} + B_{2}\varepsilon_{1}e^{-i\beta} = 0; \qquad (2.472)$$

$$A_2\varepsilon_2 e^{-i\beta} + B_2\varepsilon_1 e^{i\beta} - A_3 k_x^e e^{\delta} + B_3 k_x^e e^{-\delta} = 0; \qquad (2.473)$$

$$A_1 e^{-\delta} - B_1 e^{\delta} + A_2 e^{i\beta} + B_2 e^{-i\beta} = 0; \qquad (2.474)$$

$$A_2 e^{-i\beta} + B_2 e^{i\beta} - A_3 e^{\delta} - B_3 e^{-\delta} = 0; (2.475)$$

$$A_1 e^{-\xi} - B_1 e^{\xi} = 0; (2.476)$$

$$A_3 e^{\eta} - B_3 e^{-\eta} = 0. (2.477)$$

Это система из шести уравнений с шестью неизвестными:  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $A_3$ ,  $B_3$ . Условием ненулевого решения этой системы является равенство нулю ее определителя:

$$\begin{vmatrix} -k_x^e e^{-\delta} & k_x^e e^{\delta} & \varepsilon_2 e^{i\beta} & \varepsilon_2 e^{-i\beta} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_2 e^{-i\beta} & \varepsilon_1 e^{i\beta} & -k_x^e e^{\delta} & k_x^e e^{-\delta} \\ e^{-\delta} & -e^{\delta} & e^{i\beta} & e^{-i\beta} & 0 & 0\\ 0 & 0 & e^{-i\beta} & e^{i\beta} & -e^{\delta} & -e^{-\delta} \\ e^{-\xi} & -e^{\xi} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\eta} & -e^{-\eta} \end{vmatrix} = 0.$$
(2.478)

Из этого выражения, с учетом определения гиперболических функций, получаем дисперсионное соотношение в виде:

$$\operatorname{ch} \left[k_{x}^{e}\left(p-q\right)\right] \cdot \left[\left(k_{x}^{e}\right)^{2} + \varepsilon_{1}\varepsilon_{2}\right] + \\ + \operatorname{sh} \left[k_{x}^{e}\left(p-q\right)\right] \cdot \left(k_{x}^{e}\right) \cdot \left(\varepsilon_{1}+\varepsilon_{2}\right) - \\ - \operatorname{ch} \left[k_{x}^{e}\left(p+q\right)\right] \cdot \left[\left(k_{x}^{e}\right)^{2} - \varepsilon_{1}\varepsilon_{2}\right] - \\ - \operatorname{sh} \left[k_{x}^{e}\left(p+q\right)\right] \cdot \left(k_{x}^{e}\right) \cdot \left(\varepsilon_{1}-\varepsilon_{2}\right) \cdot \operatorname{cth}\left(2\,i\beta\right) = \mathbf{0}. \quad (2.479)$$

Это дисперсионное соотношение связывает между собой  $k_x^i$  и  $k_x^e$ , причем входящие в него выражения, содержащие  $\varepsilon_{1,2}$ , с учетом (2.470)–(2.471), определяются через  $k_y$  и  $k_z$  следующим образом:

$$\varepsilon_1 \varepsilon_2 = \left(k_x^i\right)^2 (1+\kappa)^2 + \nu^2 k_y^2;$$
(2.480)

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = -2\,\nu\,k_y;\tag{2.481}$$

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 2 \, i \, k_x^i \, (1+\kappa). \tag{2.482}$$

Для практики представляет интерес нахождение дисперсионного соотношения, связывающего  $k_y$  и  $k_z$ , так как именно эти величины доступны определению в эксперименте путем зондирования поля волны в плоскости структуры Oyz.

Для того, чтобы выразить  $k_x^i$  и  $k_x^e$  через  $k_y$  и  $k_z$ , воспользуемся полученными выше соотношениями (2.450)–(2.451), из которых полу-

чаем:

$$k_x^i = i \sqrt{k_y^2 + \frac{k_z^2}{1+\kappa}}; \qquad (2.483)$$

$$k_x^e = \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \,. \tag{2.484}$$

Подставляя эти выражения в (2.479) с учетом (2.480)-(2.482) и приводя подобные члены, получаем дисперсионное соотношение в виде:

$$\operatorname{ch} \left[ (p-q) \cdot \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \right] \cdot \left[ \left( \nu^2 - \kappa^2 - 2 \kappa \right) k_y^2 - \kappa k_z^2 \right] - \\ - 2 \operatorname{sh} \left[ (p-q) \cdot \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \right] \cdot \nu k_y \sqrt{k_y^2 + k_z^2} - \\ - \operatorname{ch} \left[ (p+q) \cdot \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \right] \cdot \left[ \left( -\nu^2 + \kappa^2 + 2 \kappa + 2 \right) k_y^2 + (2+\kappa) k_z^2 \right] - \\ - 2 \operatorname{sh} \left[ (p+q) \cdot \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \right] \cdot \sqrt{(1+\kappa)} \left( k_y^2 + k_z^2 \right) \left[ (1+\kappa) k_y^2 + k_z^2 \right] \times \\ \times \operatorname{cth} \left( d \sqrt{k_y^2 + \frac{k_z^2}{1+\kappa}} \right) = 0. \quad (2.485)$$

Это — дисперсионное соотношение для структуры МДФДМ в декартовой системе координат. При заданных значениях поля  $H_i$  и намагниченности  $M_0$  оно связывает компоненты волнового числа  $k_y$  и  $k_z$ с частотой  $\omega$ , входящей в  $\kappa$  и  $\nu$  в соответствии с выражениями (2.431)–(2.436). Заметим однако, что его вид связан с определенным направлением распространения фазового фронта волны, так что оно не является достаточно общим. Рассмотрим обобщение этого соотношения на произвольное направление распространения фазового фронта.

**2.5.2. Дисперсионное соотношение при произвольном направлении распространения фазового фронта.** При выводе дисперсионного соотношения (2.485) для простоты вычислений в выражениях (2.438), (2.439), (2.441), (2.442), (2.444), (2.445) были оставлены только слагаемые, имеющие положительные показатели экспонент. Это означает, что рассматривались только волны вида:  $e^{i(\omega t+k_y y)}$  и  $e^{i(\omega t+k_z z)}$ . При положительных волновых числах  $k_y$  и  $k_z$  фазовые фронты таких волн распространяются в отрицательных направлениях осей Oy и Oz.

Для введения в рассмотрение волн, фазовые фронты которых распространяются в положительных направлениях тех же осей, при сохранении положительности  $k_y$  и  $k_z$  экспоненты должны иметь вид:  $e^{i(\omega t - k_y y)}$  и  $e^{i(\omega t - k_z z)}$ . Того же можно добиться, не меняя знаков в экспонентах, а полагая  $k_y$  и  $k_z$  отрицательными. Если же мы желаем

сохранить положительность  $k_y$  и  $k_z$ , то в выражении (64) надо изменить знаки перед этими волновыми числами.

Из структуры выражения (2.485) можно видеть, что оно относительно оси Oy — симметрично, так как  $k_z$  везде входит только в квадрате, так что при изменении знака  $k_z$  ничего не меняется. В то же время, это выражение относительно оси Oz соотношение несимметрично, так как во второе слагаемое входит  $k_y$  в первой степени, так что при изменении знака  $k_y$  это слагаемое меняет знак.

Таким образом, чтобы получить дисперсионное соотношение для волн, фазовые фронты которых распространяются в положительном направлении оси Oz, в выражении (2.485) ничего менять не надо, а для получения дисперсионного соотношения для волн, фазовые фронты которых распространяются в положительном направлении оси Oy при условии положительности  $k_y$ , надо в выражении (2.485) изменить знак перед его вторым слагаемым.

При практическом использовании условие положительности  $k_y$  можно реализовать взятием модуля  $|k_y|$ . В этом случае удобно ввести вспомогательный параметр S такой, что S = 1 соответствует распространению фазового фронта волны в положительном направлении оси Oy, а S = -1 соответствует распространению фазового фронта волны в отрицательном направлении той же оси.

В результате дисперсионное соотношение (2.485) принимает вид:

$$\operatorname{ch} \left[ (p-q) \cdot \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \right] \cdot \left[ \left( \nu^2 - \kappa^2 - 2\kappa \right) k_y^2 - \kappa k_z^2 \right] + \\ + 2 \cdot S \cdot \operatorname{sh} \left[ (p-q) \cdot \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \right] \cdot \nu |k_y| \sqrt{k_y^2 + k_z^2} - \\ - \operatorname{ch} \left[ (p+q) \cdot \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \right] \cdot \left[ \left( -\nu^2 + \kappa^2 + 2\kappa + 2 \right) k_y^2 + (2+\kappa) k_z^2 \right] - \\ - 2 \operatorname{sh} \left[ (p+q) \cdot \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \right] \cdot \sqrt{(1+\kappa)} \left( k_y^2 + k_z^2 \right) \left[ (1+\kappa) k_y^2 + k_z^2 \right] \times \\ \times \operatorname{cth} \left( d \sqrt{k_y^2 + \frac{k_z^2}{1+\kappa}} \right) = 0. \quad (2.486)$$

При  $k_y > 0$  и S = 1 это соотношение описывает волны, фазовые фронты которых распространяются в положительном направлении оси Oy, при  $k_y < 0$  и S = -1 — в отрицательном.

Таким образом, это соотношение описывает дисперсию магнитостатических волн в структуре МДФДМ в наиболее общем случае.

Замечание. В пределах настоящего раздела речь шла о распространении фазового фронта волны, т.е. об ее фазовой скорости. Распространение потока энергии волны, определяется групповой скоростью и в общем случае может как совпадать, так и происходить под любым углом к вектору фазовой скорости, вплоть до противоположного ему направления, как это имеет место для обратных волн. Взаимная ориентация векторов фазовой и групповой скоростей определяется дисперсией волны и более подробно рассматривается в дальнейших разделах.

**2.5.3.** Переход к полярной системе координат. Полученное соотношение (2.486) является довольно громоздким. С другой стороны, дисперсионное соотношение задачи Дэймона-Эшбаха имеет наиболее простой вид не в декартовой, а в цилиндрической системе координат. Поэтому и здесь имеет смысл перейти от декартовых компонент волнового числа  $k_y$  и  $k_z$  к цилиндрическим переменным k и  $\varphi$ . При этом:

$$k_y = k \, \cos\varphi; \tag{2.487}$$

$$k_z = k \, \sin \varphi. \tag{2.488}$$

При таком задании величина k всегда предполагается положительной, а  $\varphi$  может принимать любые значения, как положительные, так и отрицательные. При этом в силу квадратичности дисперсионного соотношения по  $k_z$ , а также четности функции косинуса, изменение знака  $\varphi$  ничего не меняет, т. е. дисперсионное соотношение является симметричным по отношению к углу  $\varphi$ , так что достаточно рассматривать  $\varphi$  только в интервале от 0 до 180°.

Интервал  $0^{\circ} \leqslant \varphi \leqslant 90^{\circ}$  соответствует распространению фазового фронта в положительном направлении оси Oy, так что надо брать S = 1. В этом случае входящее во второе слагаемое выражения (2.486) произведение  $S \cdot |k_y|$  является положительным, но и  $k_y$ , согласно (2.487), также положительно. При этом произведение  $S \cdot |k_y|$  эквивалентно просто величине  $k_y$ .

Интервал 90°  $\leqslant \varphi \leqslant 180°$  соответствует распространению фазового фронта в отрицательном направлении оси Oy, так что надо брать S = -1. В этом случае произведение  $S \cdot |k_y|$  является отрицательным. Но согласно (2.487) и  $k_y$  при этом также отрицательно, поэтому упомянутое произведение опять-таки является эквивалентным величине  $k_y$ .

Поэтому при преобразовании выражения (2.486) в цилиндрическую систему координат, при любом направлении распространения волнового фронта можно установить S = 1, а модуль  $|k_y|$  раскрыть до  $k_y$ , определяемого соотношением (2.487), т.е. положить:

$$S \cdot |k_y| \to k_y = k \cdot \cos \varphi. \tag{2.489}$$

Для дальнейшего упрощения (2.486) вычислим теперь некоторые вспомогательные выражения:

$$\sqrt{k_y^2 + k_z^2} = k. (2.490)$$

$$\sqrt{k_y^2 + \frac{k_z^2}{1+\kappa}} = k \cdot \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{1+\kappa}}.$$
 (2.491)

Для упрощения последнего выражения введем обозначение, аналогичное подобному в задаче Дэймона-Эшбаха:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sin^2 \varphi}{1 + \kappa} + \cos^2 \varphi} \,. \tag{2.492}$$

При этом гиперболический котангенс в выражении (2.486) принимает вид:

$$\operatorname{cth}\left(d\sqrt{k_y^2 + \frac{k_z^2}{1+\kappa}}\right) = \operatorname{cth}\left(\alpha \, k \, d\right),\tag{2.493}$$

аналогичный подобному котангенсу в дисперсионном соотношении Дэймона-Эшбаха.

Подставляя эти выражения в (2.486) при условии (2.459) и разделяя все на  $k^2$ , получаем:

$$\operatorname{ch}\left[k\left(p-q\right)\right] \cdot \left[\left(\nu^{2}-\kappa^{2}-2\kappa\right)\cos^{2}\varphi-\kappa\sin^{2}\varphi\right]+2\nu\operatorname{sh}\left[k\left(p-q\right)\right]\cos\varphi-\operatorname{ch}\left[k\left(p+q\right)\right] \cdot \left[\left(-\nu^{2}+\kappa^{2}+2\kappa+2\right)\cos^{2}\varphi+\left(2+\kappa\right)\sin^{2}\varphi\right]-2\operatorname{sh}\left[k\left(p+q\right)\right] \cdot \left(1+\kappa\right)\alpha\cdot\operatorname{cth}\left(\alpha\,k\,d\right)=0.$$
(2.494)

Для дальнейшего упрощения введем обозначение, аналогичное принятому в задаче Дэймона-Эшбаха:

$$\iota = 1 + \kappa, \tag{2.495}$$

т.е. с учетом (2.431):

$$\mu = 1 + \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}.$$
(2.496)

При этом из (2.492) получаем:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sin^2 \varphi}{\mu} + \cos^2 \varphi} \,. \tag{2.497}$$

Введем еще одно обозначение аналогичное таковому в задаче Дэймона-Эшбаха:

$$\beta = \left(\nu^2 - \mu^2 + \mu\right) \cos^2 \varphi - \mu. \tag{2.498}$$

Чтобы исключить из дисперсионного соотношения угол  $\varphi$  в явном виде, введем дополнительное вспомогательное обозначение:

$$\delta = \cos \varphi. \tag{2.499}$$

Подставляя эти выражения в (2.494), получаем дисперсионное соотношение в окончательном виде:

$$(\beta + 1) \cdot \text{ch} [k (p-q)] + 2\nu \delta \cdot \text{sh} [k (p-q)] + (\beta - 1) \cdot \text{ch} [k (p+q)] - 2\mu \alpha \cdot \text{sh} [k (p+q)] \cdot \text{cth} (\alpha k d) = 0.$$
 (2.500)

Здесь  $\beta$  определяется выражением (2.498),  $\nu$  — выражением (2.432),  $\delta$  — выражением (2.499),  $\mu$  — выражением (2.496),  $\alpha$  — выражением (2.497), а входящие в эти выражения нормированные частоты  $\Omega$  и  $\Omega_H$  — соотношениями (2.433)–(2.434).

**2.5.4. Предельный переход к дисперсионным соотношениям для других структур.** Полученное дисперсионное соотношение (2.500) является довольно общим и включает в себя как частные случаи дисперсионные соотношения для ряда более простых структур. Для перехода к таким структурам достаточно положить *p* и *q* стремящимися к нулю или бесконечности в разных сочетаниях.

Рассмотрим такие переходы для входящих в (2.500) гиперболических функций:

$$\lim_{q \to \infty} \operatorname{ch} \left[ k \left( p - q \right) \right] = \frac{1}{2} \cdot e^{-kp} \cdot \lim_{q \to \infty} e^{kq}; \qquad (2.501)$$

$$\lim_{q \to \infty} \operatorname{sh} \left[ k \left( p - q \right) \right] = -\frac{1}{2} \cdot e^{-kp} \cdot \lim_{q \to \infty} e^{kq}; \qquad (2.502)$$

$$\lim_{q \to \infty} \operatorname{ch} \left[ k \left( p + q \right) \right] = \frac{1}{2} \cdot e^{kp} \cdot \lim_{q \to \infty} e^{kq}; \qquad (2.503)$$

$$\lim_{q \to \infty} \text{sh} \ [k \ (p-q)] = \frac{1}{2} \cdot e^{kp} \lim_{q \to \infty} e^{kq}; \tag{2.504}$$

$$\lim_{p \to \infty} ch \ [k \ (p-q)] = \frac{1}{2} \cdot e^{-kq} \cdot \lim_{p \to \infty} e^{kp};$$
(2.505)

$$\lim_{p \to \infty} \text{sh} [k (p-q)] = \frac{1}{2} \cdot e^{-kq} \cdot \lim_{p \to \infty} e^{kp};$$
(2.506)

$$\lim_{p \to \infty} \operatorname{ch} \left[ k \ (p+q) \right] = \frac{1}{2} \cdot e^{kq} \cdot \lim_{p \to \infty} e^{kp}; \tag{2.507}$$

$$\lim_{p \to \infty} \text{sh} [k (p+q)] = \frac{1}{2} \cdot e^{kq} \cdot \lim_{p \to \infty} e^{kp}; \qquad (2.508)$$

$$\lim_{q \to 0} ch [k (p-q)] = ch (k p); \qquad (2.509)$$

$$\lim_{q \to 0} \text{sh} [k (p-q)] = \text{sh} (k p); \qquad (2.510)$$

$$\lim_{q \to 0} \operatorname{ch} \left[ k \ (p+q) \right] = \operatorname{ch} \ (k \ p); \tag{2.511}$$

$$\lim_{k \to 0} \operatorname{sh} [k (p+q)] = \operatorname{sh} (k p); \qquad (2.512)$$

$$\lim_{p \to 0} \operatorname{ch} [k (p-q)] = \operatorname{ch} (k q); \qquad (2.513)$$
$$\lim_{p \to 0} \operatorname{sh} [k (p-q)] = -\operatorname{sh} (k q); \qquad (2.514)$$

$$\lim_{p \to 0} \operatorname{ch} \left[ k \ (p+q) \right] = \operatorname{ch} \ (k \ q); \tag{2.515}$$

$$\lim_{p \to 0} \operatorname{sh} [k (p+q)] = \operatorname{sh} (kq).$$
(2.516)

Пользуясь этими выражениями, получим дисперсионные соотношения для различных структур.

**Свободная ферритовая пленка** — ферритовая пластина со свободными поверхностями (ФСП).

Полагая  $q \to \infty$ ,  $p \to \infty$ , получаем:

$$\beta - 1 - 2\mu\alpha \cdot \operatorname{cth}(\alpha k d) = 0. \tag{2.517}$$

В таком виде это соотношение совпадает с полученным при решении задачи Дэймона—Эшбаха (2.299).

**Структура феррит-металл (ФМ)** — ферритовая пластина, одна поверхность которой свободна, а другая покрыта вплотную прилегающим слоем металла.

Полагая  $q \to \infty$ ,  $p \to 0$  (нижняя поверхность свободна, верхняя покрыта металлом), получаем:

$$\beta - \nu \,\delta - \mu \,\alpha \cdot \operatorname{cth} \,(\alpha \,k \,d) = 0. \tag{2.518}$$

При  $q \to 0, p \to \infty$  (нижняя поверхность покрыта металлом, верхняя свободна), получаем:

$$\beta + \nu \,\delta - \mu \,\alpha \cdot \operatorname{cth} \,(\alpha \,k \,d) = 0. \tag{2.519}$$

Структура феррит-диэлектрик-металл (ФДМ) — ферритовая пластина, одна поверхность которой свободна, а параллельно второй расположен слой металла, отделенный от феррита некоторым зазором.

Полагая  $q \to \infty$  (нижняя поверхность свободна, над верхней с зазором p расположен металл), получаем:

$$\beta - 1 - 2\mu \alpha \cdot \operatorname{cth} (\alpha \, k \, d) + (\beta + 1 - 2\nu \, \delta) \cdot e^{-2\,k\,p} = 0.$$
 (2.520)

При  $p \to \infty$  (под нижней поверхностью с зазором q расположен металл, верхняя поверхность свободна), получаем:

$$\beta - 1 - 2\mu\alpha \cdot \operatorname{cth} (\alpha k d) + (\beta + 1 + 2\nu\delta) \cdot e^{-2kq} = 0.$$
 (2.521)

В этих выражениях первая группа слагаемых (до экспоненты) по структуре совпадает с дисперсионным соотношением Дэймона-Эшбаха для свободной пластины (2.517), а вторая (с экспонентой) отражает действие металлического слоя.

Можно видеть, что при  $p \to \infty$  или  $q \to \infty$  соотношения (2.520) и (2.521) в том и другом случае переходят в (2.517), т.е. в соотношение для свободной пластины Дэймона-Эшбаха, а при  $p \to 0$  или  $q \to 0$  – в соотношения (2.518) или (2.519) соответственно, т.е. в тот или иной вид структуры «феррит-металл».

$$p \rightarrow 0$$
 регист то получим

Напомним, что в выражениях (2.520)–(2.521) волновое число k всегда только положительно, а направление распространения волнового фронта относительно оси Oy определяется интервалом, в котором располагается значение угла  $\varphi$ . Так интервал  $0^{\circ} \leqslant \varphi \leqslant 90^{\circ}$  соответствует распространению фазового фронта в положительном направлении оси Oy, а интервал  $90^{\circ} \leqslant \varphi \leqslant 180^{\circ}$  соответствует распространению фазового фронта в отрицательном направлении офазового фронта в отрицательном направлении той же оси.

### 2.6. Дисперсионное соотношение для структуры металл-диэлектрик-феррит-феррит-диэлектрик-металл (МДФФДМ)

Рассмотрим теперь еще более общий случай, когда вместо одного слоя феррита структура имеет два сложенных вместе. Этот случай важен для анализа распространения магнитостатических волн в двухслойных ферритовых пленках. Итак, рассмотрим касательно намагниченную структуру металл-диэлектрик-феррит-феррит-диэлектрик-металл (МДФФДМ) при условии произвольного направления распространения МСВ в ее структуры. Впервые такое соотношение было приведено в работе [544], здесь же опишем его несколько подробнее.

**2.6.1. Общий вывод и характер дисперсионного соотношения.** Общая геометрия задачи показана на рис. 2.6.

Структура состоит из двух сложенных вместе ферритовых слоев, снаружи к которым примыкают два диэлектрических слоя, покрытых слоями металла. Толщины ферритовых слоев равны d и r, толщины диэлектрических слоев равны p и q. Намагниченность слоя толщины dравна  $M_{d0}$ , слоя толщины  $r - M_{r0}$ . Начало системы координат находится в середине ферритового слоя толщины d, плоскость Oyz параллельна плоскости этого слоя, а ось Ox ей перпендикулярна. Поле  $H_0$ приложено вдоль плоскости структуры параллельно оси Oz. МСВ распространяются в плоскости структуры, параллельной плоскости Oyz.



Рис. 2.6. Общая геометрия задачи

Угол между направлением волнового вектора MCB  ${\bf k}$ и осьюOyобозначен через $\varphi.$ 

В приближении магнитостатики задача сводится к уравнениям Уокера и Лапласа типа (2.422)–(2.424) с граничными условиями типа (2.425)–(2.430) и аналогичными условиями для поверхности металла и границы раздела между ферритовыми слоями [2–4, 134], и решается методом разделения переменных полностью аналогично [118]. Временная зависимость предполагается в виде:  $e^{i\omega t}$ .

Опуская промежуточные выкладки ввиду их чрезмерной громоздкости, приведем конечные результаты расчета дисперсионного соотношения в цилиндрической системе координат.

Поскольку намагниченности слоев  $\mathbb{N} \ 2$  и  $\mathbb{N} \ 3$  различаются, удобно взять за основу намагниченность слоя  $\mathbb{N} \ 3$ , равную  $M_{d0}$ , а для намагниченности слоя  $\mathbb{N} \ 2$ , равной  $M_{r0}$ , ввести параметр нормировки:

$$g = \frac{M_{r0}}{M_{d0}}.$$
 (2.522)

При этом запись параметров  $\alpha_r$ ,  $\mu_r$  и  $\nu_r$  по сравнению с записью параметров  $\alpha_d$ ,  $\mu_d$ ,  $\nu_d$  несколько усложняется, однако запись всех последующих значительно более сложных выражений для обоих слоев становится единообразной.

Таким образом, если параметры слоя №3 имеют вид:

$$M_{r0} = 0;$$
 (2.523)

$$\mu_d = 1 + \frac{\Omega_{dH}}{\Omega_{dH}^2 - \Omega_d^2}; \qquad (2.524)$$

$$\nu_d = \frac{\Omega_d}{\Omega_{dH}^2 - \Omega_d^2}; \tag{2.525}$$

то параметры слоя №4 с учетом коэффициента нормировки принимают вид:

$$S_1 = 0;$$
 (2.526)

$$\mu_r = \mu_d g + 1 - g; \tag{2.527}$$

$$\nu_r = \nu_d g; \tag{2.528}$$

$$\Omega_{dH} = \frac{H_0}{4\pi M_{d0}}; \tag{2.529}$$

$$\Omega_d = \frac{\omega}{4\pi \,\gamma \, M_{d0}};\tag{2.530}$$

При такой записи магнитостатический потенциал имеет вид:

$$\Psi_i = X_i Y Z, \tag{2.531}$$

где *i* = 1, 2, 3, 4, а также:

$$X_1 = A_1 e^{kx} + B_1 e^{-kx}; (2.532)$$

$$X_2 = A_2 e^{k\alpha_d x} + B_2 e^{-k\alpha_d x}; (2.533)$$

$$X_3 = A_3 e^{k\alpha_r x} + B_3 e^{-k\alpha_r x}; (2.534)$$

$$X_4 = A_4 e^{kx} + B_4 e^{-kx}; (2.535)$$

$$Y = e^{-i(k\cos\varphi)y}; \tag{2.536}$$

$$Z = e^{i (k \sin \varphi)z}.$$
(2.537)

Здесь *k* — волновое число МСВ.

Подстановка магнитостатического потенциала в граничные условия с последующим приравниванием к нулю детерминанта получившейся системы линейных уравнений восьмого порядка для постоянных  $A_i$ ,  $B_i$ , дает дисперсионное соотношение в декартовой системе координат. Переход к полярной системе координат производится аналогично таковому, проделанному в разд. 2.5, в результате чего получаем дисперсионное соотношение в виде:

$$S_1 e^{k(p+q)} + S_2 e^{-k(p+q)} + S_3 e^{k(p-q)} + S_4 e^{-k(p+q)} = 0, \qquad (2.538)$$

где

$$S_1 = -(1 - \beta_3) \ M_1 \ e^{k \ r \alpha_r} + (1 - \beta_4) \ M_2 \ e^{-k \ r \alpha_r}; \tag{2.539}$$

$$G_2 = -(1+\beta_3) M_3 e^{k r \alpha_r} + (1+\beta_4) M_4 e^{-k r \alpha_r};$$
 (2.540)

$$S_3 = (1+\beta_3) \ M_1 \ e^{k \ r \alpha_r} - (1+\beta_4) \ M_2 \ e^{-k \ r \alpha_r}; \tag{2.541}$$

$$S_4 = (1 - \beta_3) \ M_3 e^{k \, r \alpha_r} - (1 - \beta_4) \ M_4 e^{-k \, r \alpha_r}; \tag{2.542}$$

а также:

$$M_{1} = (1 + \beta_{2}) (\beta_{1} - \beta_{4}) e^{k d\alpha_{d}} - (1 + \beta_{1}) (\beta_{2} - \beta_{4}) e^{-k d\alpha_{d}}; \quad (2.543)$$

$$M_{2} = (1 + \beta_{2}) (\beta_{1} - \beta_{3}) e^{k d\alpha_{d}} - (1 + \beta_{1}) (\beta_{2} - \beta_{3}) e^{-k d\alpha_{d}}; \quad (2.544)$$

$$M_{3} = (1 - \beta_{2}) (\beta_{1} - \beta_{4}) e^{k d\alpha_{d}} - (1 - \beta_{1}) (\beta_{2} - \beta_{4}) e^{-k d\alpha_{d}}; \quad (2.545)$$

$$M_{4} = (1 - \beta_{2}) (\beta_{1} - \beta_{3}) e^{k d\alpha_{d}} - (1 - \beta_{1}) (\beta_{2} - \beta_{3}) e^{-k d\alpha_{d}}; \quad (2.546)$$

By

где

$$\beta_1 = -\mu_d \alpha_d + \nu_d \cos \varphi; \qquad (2.547)$$

$$q = \mu_d \alpha_d + \nu_d \cos \varphi; \tag{2.548}$$

$$a_3 = -\mu_r \alpha_r + \nu_r \cos \varphi; \tag{2.549}$$

$$B_4 = \mu_r \alpha_r + \nu_r \cos \varphi. \tag{2.550}$$

Анализ полученного дисперсионного соотношения показывает, что полный спектр МСВ содержит восемь групп ветвей, четыре из которых являются объемными (многомодовыми, соответствующими  $\alpha_{dr}$  — мнимым) и четыре поверхностными (одномодовыми, соответствующими  $\alpha_{d,r}$  — действительным). При  $k \to 0$  объемные и поверхностные группы ветвей объединяются попарно, причем поверхностные ветви лежат всегда выше соответствующих объемных. Низшая частота объемных волн для всех четырех групп ветвей одна и та же, она соответствует  $k \to \infty$  и равна  $\Omega_{dH}$ . Высшие частоты объемных волн равны низшим частотам поверхностных и при  $k \to 0$  равны  $\sqrt{\Omega_{dH}(\Omega_{dH}+1)}$  и  $\sqrt{\Omega_{dH}(\Omega_{dH}+g)}$ . Высшие частоты поверхностных волн достигаются при промежуточных значениях k и определяются толщинами слоев диэлектрика. При  $k \to \infty$  для одной пары поверхностных волн частоты равны

$$\Omega_{dH} + \frac{1}{2}; \tag{2.551}$$

$$\Omega_{dH} + \frac{g}{2},\tag{2.552}$$

а для другой пары:

$$\frac{1}{4} \left\{ -(1-g) + \sqrt{(1-g)^2 + 8\Omega_{dH}(2\Omega_{dH} + g + 1)} \right\}.$$
 (2.553)

Границы спектров всех ветвей сильно зависят от угла  $\varphi$ . Эти зависимости для четырех групп ветвей объемных волн и двух внешних поверхностных при  $k \to 0$  и  $k \to \infty$  показаны на рис.2.7. Случай *а* соответствует слою толщины *d*. Случаи *б* и *в* — слою толщины *r* при g < 1 и g > 1. В структуре с двумя ферритовыми слоями реализуются



Рис. 2.7. Границы спектров объемных и поверхностных волн для структуры МДФФДМ

одновременно два случая: а и б или а и в. В зависимости от величины g (т.е. отношения намагниченностей ферритовых слоев) могут реализоваться те или иные варианты перекрытия по частоте спектров объемных и поверхностных волн, соответствующих отдельным слоям. При этом поверхностная волна в слое d распространяется по верхней (по рис. 2.6) поверхности этого слоя, а поверхностная волна в слое r—по нижней (по рис. 2.6) поверхности этого слоя. Наряду с внешними существуют две ветви внутренних поверхностных волн (на рис. 2.7 не показаны), распространяющиеся по смежной поверхности двух ферритовых слоев. При заданной частоте, как поверхностные, так и объемные волны могут распространяться только в определенном интервале углов  $\varphi$ , заключенных между углами отсечки, разными для разных ветвей спектра. Для объемных и внешних поверхностных волн углы отсечки находятся из квадратного уравнения относительно сов  $\varphi$ , для внутренних поверхного уравнения.

**2.6.2.** Предельный переход к дисперсионным соотношениям для других структур. Полученное дисперсионное соотношение (2.538) содержит в себе, как частные случаи, все дисперсионные соотношения, найденные ранее для ферритовой пленки со свободными поверхностями (ФСП), а также для структур феррит-металл (ФМ), феррит-диэлектрик-металл (ФДМ), металл-феррит-металл (МФМ), феррит-феррит (ФФ) и других. Приведем некоторые из них, важные для дальнейшего рассмотрения.

#### Свободная ферритовая пленка (ФСП)

Случай ферритовой пленки со свободными поверхностями соответствует  $p \to \infty$  и  $q \to \infty$ , а также r = 0 и  $M_{r0} = 0$ . При этом (2.538) переходит в  $S_1 = 0$ , что после подстановки (2.539)–(2.550) и выделения в явном виде зависимости от  $(k d \alpha)$  принимает вид:

$$\beta - 1 - 2\mu \alpha \operatorname{cth} (k \, d \, \alpha) = 0, \qquad (2.554)$$

где

$$\alpha = \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{\mu}}; \qquad (2.555)$$

$$\beta = (\nu^2 - \mu^2 + \mu) \cos^2 \varphi - \mu,$$
 (2.556)

а  $\mu$  и  $\nu$  определяются формулами (2.524), (2.525). Полученное выражение (2.554) полностью тождественно (2.299), а (2.555), (2.556) совпадают с (2.300), (2.301).

Структура феррит-металл (ФМ)

Структура МДФФДМ переходит в структуру феррит-металл (ФМ) при  $p = 0, q \to \infty$ , а также r = 0 и  $M_{r0} = 0$ . При этом (2.538) переходит

в  $S_1 + S_4 = 0$ , что после подстановки (2.539)–(2.550) и выделения в явном виде зависимости от  $(k d \alpha)$  принимает вид:

$$\beta - \nu \,\delta - \mu \,\alpha \cdot \operatorname{cth}\,(\alpha \,k \,d) = 0. \tag{2.557}$$

где  $\alpha,~\mu,~\nu$  и  $\beta$  определяются формулами (2.523)–(2.525) и (2.556), а  $\delta=\cos\varphi.$ 

Структура феррит-диэлектрик-металл (ФДМ)

Структура МДФФДМ переходит в структуру феррит-диэлектрик-металл (ФДМ) при  $q \to \infty$ , а также r = 0 и  $M_{r0} = 0$ . Значение p, определяющее толщину слоя диэлектрика, задается конкретными условиями задачи. В этом случае (2.538) переходит в  $S_1 + S_2 e^{-2kp} = 0$ , что после подстановки (2.539)-(2.550) и выделения в явном виде зависимости от ( $k d \alpha$ ) принимает вид:

$$\beta - 1 - 2\,\mu\,\alpha \cdot \mathrm{cth}\,\,(\alpha\,k\,d) + (\beta + 1 - 2\,\nu\,\delta) \cdot e^{-2\,k\,p} = 0, \qquad (2.558)$$

где все обозначения совпадают с введенными выше.

Путем последовательных преобразований можно убедиться, что (2.558) при  $p \to \infty$  переходит в (2.556), а при p = 0 - в (2.557).

#### Структура феррит-феррит (ФФ)

Структура МДФФДМ переходит в структуру феррит-феррит (ФФ) при  $p \to \infty$  и  $q \to \infty$ , причем r и  $M_{r0}$  наряду с d и  $M_{d0}$  определяются конкретными условиями задачи. В этом случае (2.538) переходит в  $S_1 = 0$ , однако, в отличие от пленки со свободными поверхностями, выражения (2.539)–(2.550) остаются более сложными. Дисперсионное соотношение принимает вид:

$$2\nu_d \nu_r \cos^2 \varphi + [\nu_d (\beta_r + 1) - \nu_r (\beta_d + 1)] \cos \varphi + (\beta_d + \beta_r) + \mu_d \alpha_d (\beta_r - 1) \operatorname{cth} (k \, d \, \alpha_d) + \mu_r \alpha_r (\beta_d - 1) \operatorname{cth} (k \, d \, \alpha_r) - 2\mu_d \mu_r \alpha_d \alpha_r \operatorname{cth} (k \, d \, \alpha_d) \operatorname{cth} (k \, d \, \alpha_r) = 0, \quad (2.559)$$

где  $\alpha_{d,r}$ ,  $\mu_{d,r}$ ,  $\nu_{d,r}$  определяются формулами (2.523)–(2.530), а

$$\beta_d = \left(\nu_d^2 - \mu_d^2 + \mu_d\right) \, \cos^2 \varphi - \mu_d; \tag{2.560}$$

$$\beta_r = \left(\nu_r^2 - \mu_r^2 + \mu_r\right) \, \cos^2 \varphi - \mu_r.$$
 (2.561)

Путем последовательных преобразований можно убедиться, что при r = 0 и  $M_{r\,0} = 0$  или при d = 0 и  $M_{d\,0} = 0$  выражение (2.559) переходит в (2.554) для слоя толщины d или r соответственно.

# 2.7. Фазовая и групповая скорости, набег фазы и время задержки волновых пучков ПМСВ

Основным предметом рассмотрения в настоящей работе является распространение ПМСВ в ферритовых пленках и структурах на их

основе в условиях различных неоднородностей. При этом, наряду с траекториями волновых пучков, важнейшими локальными характеристиками волны являются фазовая и групповая скорости, а интегральными — соответствующие им набег фазы и время задержки, которые определяются как свойствами среды, так и законом дисперсии волн. Рассмотрим эти характеристики более подробно.

**2.7.1.** Фазовая и групповая скорости. В общем случае волна типа  $A \cdot e^{i(\omega t - kx)}$  характеризуется двумя параметрами — амплитудой A и фазой  $\omega t - kx$ . При этом скорость перемещения в пространстве постоянного значения фазы — фазового фронта может не совпадать со скоростью перемещения постоянного значения амплитуды — амплитудного фронта. Для точной характеристики перемещения обоих фронтов вводится понятие фазовой  $v_p$  и групповой  $v_g$  скоростей. В бездисперсионной среде фазовая и групповая скорости равны. Различие между фазовой и групповой скоростями имеет место тогда, когда среда, в которой распространяется волна, обладает дисперсионными свойствами, т.е. волны с разными частотами имеют разные фазовые скорости.

В отсутствие дисперсии частота и волновое число связаны линейным соотношением:

$$\omega = v_p \cdot k, \tag{2.562}$$

где  $v_p = \text{const} - \text{постоянная величина}$ :

$$\nu_p = \frac{\omega}{k}.\tag{2.563}$$

В среде с дисперсией имеет место нелинейное соотношение:

$$\omega = v_p \cdot k \ (\omega), \tag{2.564}$$

так что фазовая скорость, определяемая как (2.563), зависит от частоты.

Эта зависимость определяется дисперсионным соотношением:

$$F(\omega, k) = 0.$$
 (2.565)

В некоторых случаях дисперсионное соотношение может быть разрешено относительно k, когда же такое разрешение невозможно, оно содержит зависимость  $k(\omega)$  в неявном виде. К разрешимым относится соотношение Дэймона–Эшбаха (2.299), к неразрешимым — соотношение для структуры феррит–диэлектрик–металл (2.520).

Следуя [545], получим формулу для определения групповой скорости по закону дисперсии. Рассмотрим волновой процесс как совокупность двух волн  $y_1 = A \cdot \sin(\omega_1 t - k_1 x)$  и  $y_2 = A \cdot \sin(\omega_2 t - k_2 x)$ , частоты и волновые числа которых отличаются от центральных значений  $\omega_0$  и  $k_0$  в обе стороны на малые добавки  $\delta \omega$  и  $\delta k$ , так что:  $\omega_1 = \omega_0 - \delta \omega$ ;  $\omega_2 = \omega_0 + \delta \omega$ ;  $k_1 = k_0 - \delta k$ ;  $k_2 = k_0 + \delta k$ .

Суммарная волна представляет собой биения вида:

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cdot \cos\left(t \cdot \delta\omega - x \cdot \delta k\right) \cdot \sin\left(\omega_0 t - k_0 x\right), \qquad (2.566)$$

где второй сомножитель определяет фазу суммарной волны, а первый — ее медленно меняющуюся амплитуду.

Условие постоянства фазы  $\omega_0 t - k_0 x = \text{const}$ , определяющее фазовую скорость, после дифференцирования дает соотношение:

$$v_p = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}.$$
(2.567)

Условие постоянства амплитуды  $t \cdot \delta \omega - x \cdot \delta k = \text{const}$ , определяющее групповую скорость, после аналогичного дифференцирования дает соотношение:

$$v_g = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk}.$$
 (2.568)

При исследовании фазовой и групповой скоростей магнитостатических волн важнейшее значение имеют зависимости двух видов.

Первый — собственно дисперсионное соотношение, как зависимость частоты волны от ее волнового числа. Этот вид зависимости иллюстрируется рис. 2.8, где дисперсионная зависимость  $\omega(k)$  показана утолщенной кривой MN. Заданной частоте  $\omega_A$  соответствует волновое число  $k_A$ . На дисперсионной кривой этой частоте и волновому числу соответствует точка A. В этой точке фазовая скорость равна  $v_p = \omega_A/k_A$ . Через точку A к дисперсионной кривой проведена касательная RS, составляющая угол с горизонталью AD, равный  $\alpha$ . Согласно свойству касательной к кривой  $\omega(k)$ , тангенс угла  $\alpha$  равен  $d\omega/dk$ , т.е. это и есть групповая скорость  $v_g$ .

Обратимся теперь к другому виду зависимостей, определяемых опять-таки дисперсионным соотношением. В декартовом пространстве  $O k_y k_z \omega$ , т.е. с вертикальной координатой  $\omega$  и горизонтальными  $k_y$  и  $k_z$ , сечение дисперсионной поверхности  $\omega = F(k_y, k_z)$  плоскостью  $\omega = \text{const}$  представляет собой «изочастотную» кривую, примерный вид которой в первой четверти плоскости  $O k_y k_z$  иллюстрируется рис. 2.9.

На этом рисунке собственно изочастотная кривая показана утолщенной линией *MN*. По смыслу построения, эта кривая является



Рис. 2.8. Иллюстрация формирования абсолютных значений фазовой и групповой скоростей на дисперсионной кривой



Рис. 2.9. Иллюстрация формирования векторов фазовой и групповой скоростей на изочастотной кривой

геометрическим местом точек с координатами  $k_y$  и  $k_z$ , так что вектор **ОА**, проведенный из начала координат <u>О</u> в любую желаемую точку *А* кривой *MN*, имеет длину  $K = \sqrt{K_{yA}^2 + k_{zA}^2}$  и составляет угол  $\varphi = \arctan\left(k_{zA}/k_{yA}\right)$  с осью  $Ok_y$ , т. е. имеет компоненты:  $k_{yA} = k \cdot \cos \varphi$ ,  $k_{zA} = k \cdot \sin \varphi$  и представляет собой волновой вектор **k**.

Таким образом, компоненты вектора фазовой скорости в общем случае равны:

$$v_{py} = \frac{\omega}{k_y} = \frac{\omega}{k\cos\varphi}; \qquad (2.569)$$

$$v_{p\,z} = \frac{\omega}{k_z} = \frac{\omega}{k\sin\varphi},\tag{2.570}$$

Рассмотрим теперь групповую скорость. Проведем через в точку A касательную RS к кривой MN и построим к ней перпендикуляр AB. Прямая AS составляет с горизонталью AD угол  $\beta$ , так что tg  $\beta = dk_z/dk_y$ . Обозначим угол между горизонталью AD и прямой AB через  $\psi$ . В силу равенства  $\beta + \psi = 90^{\circ}$ , получаем:

$$\operatorname{tg}\psi = 1/\operatorname{tg}\beta = d\,k_y/d\,k_z.\tag{2.571}$$

В этом последнем равенстве умножим числитель и знаменатель на  $1/\partial \omega$  и, переходя от полных производных к частным (так как  $\omega$  зависит от двух переменных  $k_y$  и  $k_z$ ), запишем tg  $\psi$  в виде частного от деления дробей:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{d\,k_y}{d\,k_z} = \frac{\partial\,k_y/\partial\omega}{\partial\,k_z/\partial\omega} = \frac{\partial\omega/\partial\,k_z}{\partial\omega/\partial\,k_y}.$$
(2.572)

С другой стороны, согласно определению групповой скорости:

$$\mathbf{v}_g = \mathbf{N}_y \cdot v_{gy} + \mathbf{n}_z \cdot v_{gz} = \mathbf{n}_y \cdot \frac{\partial \omega}{\partial k_y} + \mathbf{n}_z \cdot \frac{\partial \omega}{\partial k_z}, \qquad (2.573)$$

так что можно видеть, что:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{v_{g\,z}}{v_{g\,y}}.\tag{2.574}$$

Это означает, что угол  $\psi$  определяет направление вектора групповой скорости  $\mathbf{v}_g$ , обозначенного на рис. 2.9 через s Согласно распространенной терминологии [545] вектор s называется «лучевым» вектором. Компоненты этого вектора равны соответственно:

$$s_y = v_{gy} = v_g \cdot \cos \psi; \tag{2.575}$$

$$s_z = v_{g\,z} = v_g \cdot \sin \psi. \tag{2.576}$$

Найдем компоненты вектора групповой скорости, учитывая, что  $\omega$ , в соответствии с дисперсионным соотношением зависит от k и  $\varphi$ , где

$$k = \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \,, \tag{2.577}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{k_z}{k_y}.$$
(2.578)

При этом получаем:

$$v_{gy} = \frac{\partial \omega}{\partial k_y} = \frac{\partial \omega}{\partial k} \cdot \frac{\partial k}{\partial k_y} + \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial k_y}; \qquad (2.579)$$

$$v_{g\,z} = \frac{\partial\,\omega}{\partial\,k_z} = \frac{\partial\,\omega}{\partial\,k} \cdot \frac{\partial\,k}{\partial\,k_z} + \frac{\partial\,\omega}{\partial\,\varphi} \cdot \frac{\partial\,\varphi}{\partial\,k_z}.$$
(2.580)

Выполняя дифференцирование (2.577) и (2.578) по  $k_y$  и  $k_z$ , а также учитывая, что  $k_y = k \cdot \cos \varphi$  и  $k_z = k \cdot \sin \varphi$ , получаем:

$$\psi_{gy} = \frac{\partial \omega}{\partial k} \cdot \cos \varphi - \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} \cdot \frac{\sin \varphi}{k}; \qquad (2.581)$$

$$v_{g\,z} = \frac{\partial\,\omega}{\partial\,k} \cdot \sin\varphi + \frac{\partial\,\omega}{\partial\,\varphi} \cdot \frac{\cos\varphi}{k}.$$
(2.582)

Здесь, согласно (2.68),  $\omega$  связана с нормированной частотой  $\Omega$  соотношением:

$$\omega = 4 \pi \gamma M_0 \cdot \Omega, \qquad (2.583)$$

так что (2.581)-(2.582) можно записать в виде:

$$v_{gy} = 4\pi\gamma M_0 \cdot \left(\frac{\partial\Omega}{\partial k} \cdot \cos\varphi - \frac{\partial\Omega}{\partial\varphi} \cdot \frac{\sin\varphi}{k}\right);$$
(2.584)

$$v_{g\,z} = 4\,\pi\,\gamma\,M_0 \cdot \left(\frac{\partial\,\Omega}{\partial\,k} \cdot \sin\varphi + \frac{\partial\,\Omega}{\partial\,\varphi} \cdot \frac{\cos\varphi}{k}\right). \tag{2.585}$$

Производные  $\frac{\partial \Omega}{\partial k}$  и  $\frac{\partial \Omega}{\partial \varphi}$  определяются конкретным видом дисперсионного соотношения и более подробно рассмотрены далее в разд. 2.9. Из рис. 2.9 можно видеть, что взаимная ориентация волнового и лучевого векторов определяется наклоном изочастотной кривой в точке, соответствующей концу волнового вектора. При этом критерием прямого или обратного характера волны можно считать знак проекции лучевого вектора на направление волнового вектора. Так, если проекция вектора групповой скорости на вектор фазовой скорости положительна, то волна является прямой, если отрицательна — обратной. На языке векторной алгебры можно сказать, что волна является прямой, если знак скалярного произведения волнового и лучевого векторов положителен и обратной, если этот знак отрицателен. В рамках настоящей работы такое определение характера волны является вполне достаточным, однако для более подробного ознакомления с данным вопросом можно обратиться к работе [564].

**2.7.2. Набег фазы и время задержки.** Распространение волны между какими-то двумя точками пространства при единой зависимости от времени во всех его точках, сопровождается набегом фазы, а также задержкой амплитуды во времени.



Рис. 2.10. Схема участка траектории волнового пучка

Обратимся к схеме участка траектории волнового пучка, показанной на рис. 2.10. Волна распространяется от точки 1 до точки 2, проходя расстояние  $\Delta S$ . Набег фазы на этом участке равен:

$$\Delta \varphi_{1 \to 2} = k \cdot \Delta S. \tag{2.586}$$

Учитывая, что:

$$\Delta S = \sqrt{\left(\Delta y\right)^2 + \left(\Delta z\right)^2}, \qquad (2.587)$$

а также переходя к дифференциалам, получаем:

$$dS = \sqrt{(dy)^2 + (dz)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2} \cdot dy.$$
 (2.588)

Интегрируя по полной траектории распространения волнового пучка, получаем:

$$\Delta \varphi = \int_{y_b}^{y_e} k \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2} \cdot dy, \qquad (2.589)$$

где  $y_b$  и  $y_e - y$ -координаты начальной и конечной точек траектории.

Время задержки между точками 1 и 2 на рис. 2.10 определим путем деления пройденного волной пути на ее групповую скорость:

$$\Delta \tau_{1 \to 2} = \frac{\Delta S}{v_g}.$$
(2.590)

Переходя к дифференциалам и записывая  $v_g$  через компоненты, получаем:

$$d\tau = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2}}{\sqrt{v_{gy}^2 + v_{gz}^2}} \cdot dy.$$
(2.591)

Учитывая, что:  $dy = v_{gy} \cdot dt$ ,  $dz = v_{gz} \cdot dt$ , получаем:

$$\frac{dz}{dy} = \frac{v_{g\,z}}{v_{g\,y}}.\tag{2.592}$$

Подставляя это выражение в (2.591), получаем:

$$d\tau = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{v_{gz}}{v_{gy}}\right)^2}}{\sqrt{v_{gy}^2 + v_{gz}^2}} \cdot dy = \frac{dy}{v_{gy}}.$$
 (2.593)

Интегрируя по всей траектории распространения волнового пучка, получаем:

$$\Delta \tau = \int_{y_h}^{y_e} \frac{dy}{v_{gy}}.$$
(2.594)

где  $y_b$  и  $y_e - y$ -координаты начальной и конечной точек траектории.

### 2.8. Система уравнений для метода Гамильтона-Аулда

Одним из важнейших аппаратов расчета распространения волновых пучков MCB в неоднородно намагниченных структурах является метод Гамильтона–Аулда, по-видимому, впервые примененный для MCB в работе [274] и несколько позднее в [275]. Остановимся вкратце на используемом здесь математическом аппарате. Ограничимся случаем распространения волны в плоскости Oyz с использованием полярной системы координат. Сразу отметим, что эти два ограничения не являются безусловными, так излагаемый далее метод расчета легко может быть обобщен на трехмерное пространство с использованием сферической системы координат, применение декартовой системы координат также является возможным, однако для основных целей настоящей работы такие обобщения не требуются, поэтому оставим их в качестве материала для дальнейших исследований.

2.8.1. Общий вывод уравнений Гамильтона-Аулда. Итак, рассмотрим сначала декартову систему координат Охуг, плоскость Оуг которой совпадает с плоскостью исследуемой структуры. Именно в этой плоскости будет распространяться волна. Метод Гамильтона-Аулда основан на аналогии между распространением волны в неоднородной среде и движением частицы в поле, определяемым неоднородностью структуры. При этом аналогом энергии (оператора Гамильтона) частицы является дисперсионное соотношение для волны.

Будем исходить из уравнений Гамильтона в общем виде [546]:

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}; \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad (2.595)$$

где *H* — оператор Гамильтона, согласно механическому определению, для материальной точки, свободно движущейся в потенциальном поле, равный сумме потенциальной и кинетической энергий [546].

Для двух координат y, z и импульсов  $p_y$ ,  $p_z$  получаем:

$$\frac{d\,y}{d\,t} = \frac{\partial\,H}{\partial\,p_y};\tag{2.596}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_z}; \tag{2.597}$$

$$\frac{d\,p_y}{d\,t} = -\frac{\partial\,H}{\partial\,y};\tag{2.598}$$

$$\frac{d\,p_z}{d\,t} = -\frac{\partial\,H}{\partial\,z}.\tag{2.599}$$

Из этих уравнений исключим t путем деления (2.597)-(2.599) на (2.596). Заменим H на  $\Omega$ , где  $\Omega = \Omega (\omega, k_u, k_z)$  — дисперсионное соотношение, а также  $p_i$  на  $k_i$  (замена, выполненная Аулдом в работе [274]). В результате из (2.597)-(2.599) получаем три уравнения:

 $du^{-}$ 

$$\frac{dz}{dy} = \frac{\frac{\partial\Omega}{\partial k_z}}{\frac{\partial\Omega}{\partial k_y}};$$
(2.600)
$$\frac{dk_y}{\frac{\partial\Omega}{\partial y}}$$
(2.601)

$$\frac{\partial \Omega}{\partial y}$$
; (2.601)

$$\frac{k_z}{ly} = -\frac{\frac{\partial \Omega}{\partial z}}{\frac{\partial \Omega}{\partial k_z}}.$$
(2.602)

Уравнения (2.600)-(2.602) позволяют найти траекторию волны и зависимости обеих компонент волнового числа от у в декартовой системе координат. При известном дисперсионном соотношении и для описания одномерной волны в данной точке надо знать ее координату и длину, или координату и волновое число. Для волны в двух изменениях надо знать две координаты и две компоненты волнового числа. При этом одна из координат может быть задана изначально, а другая и обе компоненты волнового числа определяются полученными уравнениями (2.600) - (2.602).

Здесь будем считать заданной координату у, при этом уравнения (2.600)-(2.602) позволяют найти другую координату z и компоненты волнового числа  $k_u, k_z$ .

2.8.2. Переход к полярной системе координат. Для получения характеристик распространения волны в полярной системе координат надо уравнения (2.600)-(2.602) преобразовать в такую систему. Волновой вектор в полярной системе координат показан на рис. 2.4 (разд. 2.4.7), а его компоненты равны:

$$k_y = k \cdot \cos \varphi; \tag{2.603}$$

$$k_z = k \cdot \sin \varphi, \tag{2.604}$$

откуда получаем:

$$k = \sqrt{k_y^2 + k_z^2}; (2.605)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{k_z}{k_y}.$$
 (2.606)

Рассмотрим уравнение (2.600). В это уравнении входят производные  $\frac{\partial \Omega}{\partial k_{rr}}$  и  $\frac{\partial \Omega}{\partial k_{r}}$ . Найдем эти производные, учитывая, что  $\Omega = \Omega$   $(k, \varphi)$ :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial k_{y}} = \frac{\partial \Omega}{\partial k} \cdot \frac{\partial k}{\partial k_{y}} + \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial k_{y}}; \qquad (2.607)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial k_z} = \frac{\partial \Omega}{\partial k} \cdot \frac{\partial k}{\partial k_z} + \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial k_z}.$$
(2.608)

В эти выражения входят производные  $\frac{\partial \Omega}{\partial k}$  и  $\frac{\partial \Omega}{\partial \varphi}$ , определяемые видом дисперсионного соотношения, поэтому на данном этапе их вычислять не будем, а сделаем позднее (в разд. 2.9). Другие производные, вхо-дящие в эти выражения, такие как  $\frac{\partial k}{\partial k_y}$ ,  $\frac{\partial k}{\partial k_z}$ ,  $\frac{\partial \varphi}{\partial k_y}$ ,  $\frac{\partial \varphi}{\partial k_z}$ , определяются системой координат, поэтому на основе (2.605), (2.606) с учетом (2.603), (2.604) принимают вид:

Гл. 2. Математический аппарат

$$\frac{\partial k}{\partial k_y} = \frac{\partial}{\partial k_y} \left( \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \right) = \frac{k_y}{k} = \cos \varphi; \tag{2.609}$$

$$\frac{\partial k}{\partial k_z} = \frac{\partial}{\partial k_z} \left( \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \right) = \frac{k_z}{k} = \sin \varphi;$$
(2.610)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial k_y} = \frac{\partial}{\partial k_y} \left( \operatorname{arctg} \frac{k_z}{k_y} \right) = \frac{-\frac{k_z}{k_y^2}}{1 + \left(\frac{k_z}{k_y}\right)^2} = \frac{-k_z}{k_y^2 + k_z^2} = -\frac{\sin \varphi}{k}; \quad (2.611)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial k_z} = \frac{\partial}{\partial k_z} \left( \operatorname{arctg} \frac{k_z}{k_y} \right) = \frac{\overline{k_y}}{1 + \left(\frac{k_z}{k_y}\right)^2} = \frac{k_y}{k_y^2 + k_z^2} = \frac{\cos \varphi}{k}.$$
 (2.612)

Таким образом, получаем:

$$\frac{\partial k}{\partial k_y} = \cos\varphi; \tag{2.613}$$

$$\frac{\partial k}{\partial k_z} = \sin \varphi; \qquad (2.614)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial k_y} = -\frac{\sin \varphi}{k}; \tag{2.615}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial k_z} = \frac{\cos \varphi}{k}.$$
(2.616)

Подставляя (2.613)-(2.616) в (2.607)-(2.608), получаем:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial k_{u}} = \frac{\partial \Omega}{\partial k} \cdot \cos \varphi - \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} \cdot \frac{\sin \varphi}{k}; \qquad (2.617)$$

$$\frac{\partial \Omega}{k_z} = \frac{\partial \Omega}{\partial k} \cdot \sin \varphi + \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} \cdot \frac{\cos \varphi}{k}.$$
(2.618)

Подставляя эти выражения в (2.600), получаем:

0

$$\frac{dz}{dy} = \frac{\frac{\partial\Omega}{\partial k} \cdot \sin\varphi + \frac{\partial\Omega}{\partial\varphi} \cdot \frac{\cos\varphi}{k}}{\frac{\partial\Omega}{\partial k} \cdot \cos\varphi - \frac{\partial\Omega}{\partial\varphi} \cdot \frac{\sin\varphi}{k}}.$$
(2.619)

Умножая числитель и знаменатель дроби правой части этого выражения на k, получаем:

$$\frac{dz}{dy} = \frac{\frac{\partial \Omega}{\partial k} \cdot k \cdot \sin \varphi + \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} \cdot \cos \varphi}{\frac{\partial \Omega}{\partial k} \cdot k \cdot \cos \varphi - \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} \cdot \sin \varphi}.$$
(2.620)

Рассмотрим теперь уравнения (2.601) и (2.602). В них входят производные  $\frac{dk_y}{dy}$  и  $\frac{dk_z}{dy}$ . Найдем эти производные с помощью (2.603) и (2.604):

$$\frac{dk_y}{dy} = \frac{d}{dy}\left(k \cdot \cos\varphi\right) = \cos\varphi \cdot \frac{dk}{dy} - k \cdot \sin\varphi \cdot \frac{d\varphi}{dy};$$
(2.621)

$$\frac{dk_z}{dy} = \frac{d}{dy} \left( k \cdot \sin \varphi \right) = \sin \varphi \cdot \frac{dk}{dy} + k \cdot \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dy}.$$
 (2.622)

Подставляя эти выражения в (2.601) и (2.602), получаем:

$$\cos\varphi \cdot \frac{dk}{dy} - k \cdot \sin\varphi \cdot \frac{d\varphi}{dy} = -\frac{\frac{\partial\Omega}{\partial y}}{\frac{\partial\Omega}{\partial k}}; \qquad (2.623)$$

$$\sin \varphi \cdot \frac{dk}{dy} + k \cdot \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dy} = -\frac{\frac{\partial \Omega}{\partial z}}{\frac{\partial \Omega}{\partial k_y}}.$$
 (2.624)

Здесь производные  $\frac{\partial \Omega}{\partial y}$  и  $\frac{\partial \Omega}{\partial z}$  определяются дисперсионным со-отношением, а производная  $\frac{\partial \Omega}{\partial k_y}$  — выражением (2.617). Конечная задача состоит в том, чтобы найти производные  $\frac{dk}{dy}$  и  $\frac{d\varphi}{dy}$ , для чего надо разрешить систему уравнений (2.623)–(2.624) относительно этих производных.

Введем вспомогательные обозначения:

$$A = -\frac{\frac{\partial \Omega}{\partial y}}{\frac{\partial \Omega}{\partial k_{x}}}; \qquad (2.625)$$

$$B = -\frac{\frac{\partial \Omega}{\partial z}}{\frac{\partial \Omega}{\partial k_y}}.$$
(2.626)

С этими обозначениями уравнения (2.623) и (2.624) принимают вид:

20

$$\cos\varphi \cdot \frac{dk}{dy} - k \cdot \sin\varphi \cdot \frac{d\varphi}{dy} = A; \qquad (2.627)$$

$$\sin\varphi \cdot \frac{d\,k}{d\,y} + k \cdot \cos\varphi \cdot \frac{d\,\varphi}{d\,y} = B. \tag{2.628}$$

Разрешим эту систему относительно  $\frac{d\,k}{d\,y}$  и  $\frac{d\,\varphi}{d\,y}$ . Ее определитель имеет вид:

$$d = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -k \cdot \sin\varphi \\ \sin\varphi & k \cdot \cos\varphi \end{vmatrix} = k \cdot \cos^2\varphi + k \cdot \sin^2\varphi = k.$$
(2.629)

Находим неизвестные:

$$\frac{dk}{dy} = \frac{1}{k} \cdot \begin{vmatrix} A & -k \cdot \sin \varphi \\ B & k \cdot \cos \varphi \end{vmatrix} = A \cdot \cos \varphi + B \cdot \sin \varphi;$$
(2.630)

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \Omega} = 2\,\mu \,\left[\frac{k\,d\alpha}{\operatorname{sh}^2\left(k\,d\,\alpha\right)} - \operatorname{cth}\,\left(k\,d\,\alpha\right)\right] \cdot \frac{\partial\alpha}{\partial\Omega} + \left(1 + e^{-2kp}\right) \cdot \frac{\partial\beta}{\partial\Omega}.$$
 (2.631)

Подставляя в правые части этих выражений А и В, определяемые формулами (2.625), (2.626), получаем:

$$\frac{dk}{dy} = -\frac{\frac{\partial\Omega}{\partial y} \cdot \cos\varphi + \frac{\partial\Omega}{\partial z} \cdot \sin\varphi}{\frac{\partial\Omega}{\partial k_{y}}};$$
(2.632)

$$\frac{d\varphi}{dy} = \frac{1}{k} \cdot \frac{-\frac{\partial\Omega}{\partial z} \cdot \cos\varphi + \frac{\partial\Omega}{\partial y} \cdot \sin\varphi}{\frac{\partial\Omega}{\partial k_y}}; \qquad (2.633)$$

Подставляя в эти уравнения производную  $\frac{\partial \Omega}{\partial k_y}$ , определяемую формулой (2.617), получаем:

$$\frac{dk}{dy} = -\frac{\frac{\partial\Omega}{\partial y} \cdot \cos\varphi + \frac{\partial\Omega}{\partial z} \cdot \sin\varphi}{\frac{\partial\Omega}{\partial k} \cdot \cos\varphi - \frac{\partial\Omega}{\partial\varphi} \cdot \frac{\sin\varphi}{k}};$$
(2.634)

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 2\,\mu \left[\frac{k\,d\alpha}{\operatorname{sh}^2\left(k\,d\,\alpha\right)} - \operatorname{cth}\,\left(k\,d\,\alpha\right)\right] \cdot \frac{\partial\alpha}{\partial y} + \left(1 + e^{-2kp}\right) \cdot \frac{\partial\beta}{\partial y}.$$
 (2.635)

Умножая числители и знаменатели дробей в правых частях этих выражений и объединяя их с (2.620), получаем полную систему уравнений, определяющую траекторию волны и ее параметры в полярной системе координат:

$$\frac{dz}{dy} = \frac{\frac{\partial\Omega}{\partial k} \cdot k \cdot \sin\varphi + \frac{\partial\Omega}{\partial\varphi} \cdot \cos\varphi}{\frac{\partial\Omega}{\partial k} \cdot k \cdot \cos\varphi - \frac{\partial\Omega}{\partial\varphi} \cdot \sin\varphi};$$
(2.636)

$$\frac{dk}{dy} = -k \cdot \frac{\frac{\partial \Omega}{\partial y} \cdot \cos \varphi + \frac{\partial \Omega}{\partial z} \cdot \sin \varphi}{\frac{\partial \Omega}{\partial k} \cdot k \cdot \cos \varphi - \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} \cdot \sin \varphi};$$
(2.637)

$$\frac{d\varphi}{dy} = \frac{-\frac{\partial\Omega}{\partial z} \cdot \cos\varphi + \frac{\partial\Omega}{\partial y} \cdot \sin\varphi}{\frac{\partial\Omega}{\partial k} \cdot k \cdot \cos\varphi - \frac{\partial\Omega}{\partial \varphi} \cdot \sin\varphi}.$$
(2.638)

В эти выражения входят производные от дисперсионного соотношения, имеющего вид:  $\Omega = \Omega \ (\omega, y, z, k, \varphi)$ . Выразим производные от  $\Omega$  через производные от волнового числа k по тем же координатам, т. е. через  $\frac{\partial k}{\partial y}, \frac{\partial k}{\partial z}$  и  $\frac{\partial k}{\partial \varphi}$  с помощью формулы для производной от неявно заданной функции F(x, y):

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}.$$
(2.639)

Пользуясь этой формулой, получаем:

$$\frac{\partial k}{\partial y} = -\frac{\frac{\partial \Omega}{\partial y}}{\frac{\partial \Omega}{\partial k}};$$
(2.640)
$$\frac{\partial k}{\partial z} = -\frac{\frac{\partial \Omega}{\partial z}}{\frac{\partial \Omega}{\partial k}};$$
(2.641)
$$\frac{\partial k}{\partial \varphi} = -\frac{\frac{\partial \Omega}{\partial \varphi}}{\frac{\partial \Omega}{\partial k}}.$$
(2.642)

Из этих выражений находим искомые производные:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial y} = -\frac{\partial k}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial k}; \qquad (2.643)$$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial t} = -\frac{\partial k}{\partial t} \cdot \frac{\partial\Omega}{\partial t}; \qquad (2.644)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \varphi} = -\frac{\partial k}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial k}.$$
(2.645)

Подставляя эти производные в (2.636)–(2.638) и разделяя числители и знаменатели дробей на  $\frac{\partial \Omega}{\partial k}$ , получаем полные уравнения,

определяющие траекторию волны и ее параметры в полярной системе координат:

$$\frac{dz}{dy} = \frac{k \cdot \sin \varphi - \frac{\partial k}{\partial \varphi} \cdot \cos \varphi}{k \cdot \cos \varphi + \frac{\partial k}{\partial \varphi} \cdot \sin \varphi};$$
(2.646)

$$\frac{dk}{dy} = k \cdot \frac{\frac{\partial k}{\partial y} \cdot \cos \varphi + \frac{\partial k}{\partial z} \cdot \sin \varphi}{k \cdot \cos \varphi + \frac{\partial k}{\partial \varphi} \cdot \sin \varphi};$$
(2.647)

$$\frac{d\varphi}{dy} = -\frac{\frac{\partial k}{\partial y} \cdot \sin\varphi + \frac{\partial k}{\partial z} \cdot \cos\varphi}{k \cdot \cos\varphi + \frac{\partial k}{\partial \varphi} \cdot \sin\varphi}.$$
(2.648)

Это и есть — основная система уравнений Гамильтона-Аулда, используемая для расчета траекторий распространения магнитостатических волн в неоднородно намагниченных структурах.

В литературе часто встречается та же система, записанная в несколько другом эквивалентном виде:

$$\frac{dk}{dy} = k \left(\frac{\partial k}{\partial y}\cos\varphi + \frac{\partial k}{\partial z}\sin\varphi\right) \cdot \left(k\cos\varphi + \frac{\partial k}{\partial \varphi}\sin\varphi\right)^{-1}; \quad (2.649)$$

$$\frac{d\varphi}{dy} = -\left(\frac{\partial k}{\partial y}\sin\varphi - \frac{\partial k}{\partial z}\cos\varphi\right) \cdot \left(k\cos\varphi + \frac{\partial k}{\partial\varphi}\sin\varphi\right)^{-1}; \quad (2.650)$$

$$\frac{dz}{dy} = \left(k\sin\varphi - \frac{\partial k}{\partial\varphi}\cos\varphi\right) \cdot \left(k\cos\varphi + \frac{\partial k}{\partial\varphi}\sin\varphi\right)^{-1}.$$
 (2.651)

### 2.9. Производные от дисперсионного соотношения для структуры феррит-диэлектрик-металл

В приведенные в предыдущих разделах формулы для вычисления фазовой и групповой скоростей, набега фазы, времени задержки, а также траекторий волны в неоднородной среде, входят производные  $\frac{\partial \Omega}{\partial k}, \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi}, \frac{\partial k}{\partial \varphi}, \frac{\partial k}{\partial y}, \frac{\partial k}{\partial z}$ . Приведем их здесь для наиболее часто рассматриваемой далее структуры феррит-диэлектрик-металл (ФДМ), дисперсионное соотношение в которой имеет вид:

$$F(\Omega, k, \varphi) = \beta - 1 - 2\mu\alpha \cdot \operatorname{cth}(k \, d \, \alpha) + (\beta + 1 - 2\,\nu\delta) \cdot e^{-2kp} = 0,$$
(2.652)

где поле  $H_0(y, z)$  входит как параметр.

Дифференцируя (2.652), как неявную функцию, получаем:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial k} = -\frac{\partial F/\partial k}{\partial F/\partial \Omega};$$
 (2.653)

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} = -\frac{\partial F/\partial \varphi}{\partial F/\partial \Omega};$$
 (2.654)

$$\frac{\partial k}{\partial \varphi} = -\frac{\partial F/\partial \varphi}{\partial F/\partial k}; \qquad (2.655)$$

$$\frac{\partial k}{\partial y} = -\frac{\partial F/\partial y}{\partial F/\partial k}; \qquad (2.656)$$

$$\frac{\partial k}{\partial z} = -\frac{\partial F/\partial z}{\partial F/\partial k}.$$
(2.657)

В эти формулы входят производные  $\partial F/\partial k$ ,  $\partial F/\partial \varphi$ ,  $\partial F/\partial \Omega$ ,  $\partial F/\partial y$ ,  $\partial F/\partial z$ . С учетом (2.652) они приобретают вид:

$$\frac{\partial F}{\partial k} = 2 \left[ \frac{\mu \, d\alpha^2}{\operatorname{sh}^2 \left( k \, d \, \alpha \right)} - p \, e^{-2kp} \left( \beta + 1 - 2 \, \nu \, \delta \right) \right]; \tag{2.658}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi} = 2\,\mu \left[ \frac{k\,d\alpha}{\operatorname{sh}^2 \left(k\,d\,\alpha\right)} - \operatorname{cth}\,\left(k\,d\,\alpha\right) \right] \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \varphi} + \left(1 + e^{-2kp}\right) \cdot \frac{\partial \beta}{\partial \varphi} - 2\,\nu\,e^{-2kp} \cdot \frac{\partial \delta}{\partial \varphi}; \quad (2.659)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega} = 2\,\mu \left[ \frac{k\,d\alpha}{\operatorname{sh}^2 \left( k\,d\,\alpha \right)} - \operatorname{cth} \left( k\,d\,\alpha \right) \right] \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \Omega} + \left( 1 + e^{-2kp} \right) \cdot \frac{\partial \beta}{\partial \Omega} - 2\,\alpha \operatorname{cth} \left( k\,d\,\alpha \right) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \Omega} - 2\,\delta \,e^{-2kp} \cdot \frac{\partial \nu}{\partial \Omega}; \quad (2.660)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 2\,\mu \left[ \frac{k\,d\alpha}{\operatorname{sh}^2 \left(k\,d\,\alpha\right)} - \operatorname{cth} \left(k\,d\,\alpha\right) \right] \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \left(1 + e^{-2kp}\right) \cdot \frac{\partial \beta}{\partial y} - 2\,\alpha\,\operatorname{cth} \left(k\,d\,\alpha\right) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial y} - 2\,\delta\,e^{-2kp} \cdot \frac{\partial \nu}{\partial y}; \quad (2.661)$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = 2\,\mu \left[\frac{k\,d\alpha}{\operatorname{sh}^2\left(k\,d\,\alpha\right)} - \operatorname{cth}\left(k\,d\,\alpha\right)\right] \cdot \frac{\partial\alpha}{\partial z} + \left(1 + e^{-2kp}\right) \cdot \frac{\partial\beta}{\partial z} - \\ -2\,\alpha\,\operatorname{cth}\left(k\,d\,\alpha\right) \cdot \frac{\partial\mu}{\partial z} - 2\,\delta\,e^{-2kp} \cdot \frac{\partial\nu}{\partial z}, \quad (2.662)$$

а входящие в (2.659)-(2.662) производные имеют вид:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \varphi} = \frac{1}{2\alpha} \left( \frac{1}{\mu} - 1 \right) \cdot \sin 2\varphi; \qquad (2.663)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \Omega} = -\frac{\sin \varphi}{2 \alpha \mu^2} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \Omega}; \qquad (2.664)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial y} = -\frac{\sin \varphi}{2 \alpha \mu^2} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial y}; \qquad (2.665)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial z} = -\frac{\sin^2 \varphi}{2 \alpha \mu^2} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial z}; \qquad (2.666)$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial\varphi} = \left(\mu^2 - \nu^2 - \mu\right) \cdot \sin 2\varphi; \qquad (2.667)$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial\Omega} = 2\nu\cos^2\varphi \cdot \frac{\partial\nu}{\partial\Omega} - \left(\sin^2\varphi + 2\mu\cos^2\varphi\right) \cdot \frac{\partial\mu}{\partial\Omega}; \qquad (2.668)$$
$$\frac{\partial\beta}{\partial\Omega} = 2\nu\cos^2\varphi \cdot \frac{\partial\nu}{\partial\Omega} - \left(\sin^2\varphi + 2\mu\cos^2\varphi\right) \cdot \frac{\partial\mu}{\partial\Omega}; \qquad (2.668)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = 2\nu \cos^2 \varphi \cdot \frac{\partial \psi}{\partial y} - (\sin^2 \varphi + 2\mu \cos^2 \varphi) \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \qquad (2.669)$$
$$\frac{\partial \beta}{\partial z} = 2\nu \cos^2 \varphi \cdot \frac{\partial \nu}{\partial z} - (\sin^2 \varphi + 2\mu \cos^2 \varphi) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial z}; \qquad (2.670)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \varphi} = -\sin\varphi; \qquad (2.671)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \Omega} = \frac{2\,\Omega_H \Omega}{\left(\Omega_H^2 - \Omega^2\right)};\tag{2.672}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial y} = -\frac{\Omega_H^2 + \Omega^2}{\left(\Omega_H^2 - \Omega^2\right)^2} \cdot \frac{\partial \Omega_H}{\partial y}; \qquad (2.673)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial z} = -\frac{\Omega_H^2 + \Omega^2}{\left(\Omega_H^2 - \Omega^2\right)^2} \cdot \frac{\partial \Omega_H}{\partial z}; \qquad (2.674)$$

$$\frac{\partial\nu}{\partial\Omega} = \frac{\Omega_H^2 + \Omega^2}{\left(\Omega_H^2 - \Omega^2\right)^2};\tag{2.675}$$

$$\frac{\partial \nu}{\partial y} = -\frac{2\,\Omega_H\Omega}{\left(\Omega_H^2 - \Omega^2\right)^2} \cdot \frac{\partial\Omega_H}{\partial y};\tag{2.676}$$

$$\frac{\partial \nu}{\partial z} = -\frac{2\Omega_H \Omega}{\left(\Omega_H^2 - \Omega^2\right)^2} \cdot \frac{\partial \Omega_H}{\partial z}.$$
(2.677)

При этом, как и ранее:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sin^2 \varphi}{\mu} + \cos^2 \varphi}; \qquad (2.678)$$

$$\beta = \left(\nu^2 - \mu^2 + \mu\right) \cdot \cos^2 \varphi - \mu; \qquad (2.679)$$

$$\delta = \cos\varphi; \tag{2.680}$$

$$\mu = 1 + \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}; \tag{2.681}$$

$$\nu = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2}; \tag{2.682}$$

$$\Omega = \frac{\omega}{4 \pi \gamma M_0}; \tag{2.683}$$

$$\Omega_H = \frac{H}{4\pi M_0}.\tag{2.684}$$

Приведенные здесь производные составляют основу вычислительного аппарата при нахождении фазовой и групповой скоростей, траекторий, набега фазы, времени задержки ПМСВ для структуры ФДМ. Формулы для других структур получаются аналогичным образом.

Из приведенных формул можно получить подобные производные для других структур путем предельных переходов. Так для ферритовой пластины со свободными поверхностями достаточно положить  $p \to \infty$ , а для структуры феррит-металл — положить  $p \to 0$ . С точки зрения численной алгоритмизации удобнее всего сразу составить программу для общего случая — структуры ФДМ по приведенным здесь формулам, после чего в случае необходимости перехода к свободной пластине положить p достаточно большой величине (заведомо намного большей толщины пластины), а для перехода к структуре феррит-металл — положить p = 0.

# 2.10. Эквивалентность различных видов уравнений динамики в классической механике

В настоящей работе для расчета траекторий волновых пучков ПМ-CB традиционно используется метод Гамильтона–Аулда, один из вариантов которого описан в разд. 2.8. Однако этот метод не является единственно возможным, аналогично тому, как в механике имеется несколько принципиально различных методов для решения сходных задач. Остановимся здесь вкратце на ситуации в классической механике, которая полностью подобна таковой в задачах о распространении MCB. В механике существуют три основных вида уравнений, описывающих движение материальной точки под действием силы: уравнения Ньютона, уравнения Лагранжа и уравнения Гамильтона [546].

Традиционно считается, что каждый вид этих уравнений предназначен для решения своего класса задач.

Так уравнения Ньютона предназначены для решения задач, в которых материальная точка свободна, причем в каждой токе пространства на нее действует известная сила, так что точка движется под действием этой силы. К этому классу задач относится, например, движение планет (задача, решенная самим Ньютоном), рассеяние частиц на неподвижных телах или других частицах.

Здесь сила может быть задана как функция точки пространства, причем эта функция может определяться как свойство самого пространства, так и задаваться другими телами, например в результате притяжения или отталкивания. Интеграл от этой силы по пространству можно рассматривать как потенциал, т.е. точка как бы движется в поле этого потенциала.

Уравнения Лагранжа предназначены для решения задач со связями, таких, в которых материальная точка не является свободной, а может двигаться только в пределах, налагаемых связями. При этом сила, вызывающая движение точки, также известна в каждой точке пространства. К этому классу задач относятся различные задачи о колебаниях, например, маятник (груз на нитке, на стрежне, на пружине), движение шарика в яме и другие.

Здесь сила может состоять из двух частей: такой же силы, как в первом случае, а также еще одной силы, налагаемой связями, т.е. силы реакции связей. В общем случае эту суммарную силу также можно свести к потенциалу.

Для характеристики движения точки здесь определена особая функция — «лагранжиан», равная разности между кинетической и потенциальной энергией. При этом структура уравнений Лагранжа такова, что перед вторым слагаемым, описывающим силу, присутствует знак минус. По-видимому, возможна и другая функция, равная сумме кинетической и потенциальной энергий, тогда в уравнении надо брать знак плюс. Заметим, что определяемый через разность энергий лагранжиан является искусственным образованием, тогда как сумма кинетической и потенциальной энергий является просто полной механической энергией материальной точки, что является значительно более естественным.

Вообще говоря, для решения задач о колебаниях можно использовать не только уравнения Лагранжа, но и уравнения Ньютона. Для этого надо определить силу как производную от потенциала по координате, т.е. должен быть задан определенный потенциал. В лагранжиане роль такого потенциала как раз играет потенциальная энергия. В обоих случаях получаются одинаковые уравнения второго порядка, связывающие вторую производную по времени от координаты точки (т.е. ускорение ее движения) с действующей на точку силой (т.е. все сводится ко второму закону Ньютона).

Уравнения Гамильтона предназначены для решения задач о движении частицы в каких-то полях. В отличие от уравнений Ньютона и Лагранжа, являющих собой одно уравнение второго порядка с одной переменой — координатой точки, здесь присутствуют два уравнения первого порядка с двумя переменными — координатой точки и ее импульсом, т.е. произведением массы на скорость. Подобно уравнениям Лагранжа здесь тоже имеется определенная функция — «гамильтониан», представляющий собой сумму кинетической и потенциальной энергий, т.е. полную энергию движущейся точки.

С математической стороны, здесь произведено сведение одного уравнения второго порядка у двум уравнениям первого порядка. Прием такого сведения состоит в том, что водится новая переменная, равная производной по времени от основной переменной, так что вторая производная от основной функции становится первой производной от введенной. Здесь первой функцией является координата точки, а второй ее импульс, пропорциональный (с точностью до массы) скорости точки, т. е. производной от первой переменной по времени.

Таким образом, этот метод применим к любому из уравнений, полученных методом Ньютона или Лагранжа. Поле, в котором движется частица, также может быть описано с помощью потенциала.

Сведение одного уравнения второго порядка к двум уравнениям первого порядка может быть удобным в том случае, когда решается задача о траектории движении точки в каком-то поле, если в начальной точке движения заданы величина и направление скорости материальной точки. Подобная задача в математике представляет собой «задачу Коши». Решение ищется численно методом Эйлера или Рунге-Кутта. Попутно кроме траектории движения частицы определяется ее скорость по величине и направлению. При этом результат решения с помощью двух уравнений Гамильтона первого порядка полностью эквивалентен решению с помощью одного уравнения Ньютона или Лагранжа второго порядка, при условии сведения его к двум уравнениям первого порядка с помощью упомянутого математического приема.

Возвращаясь к MCB, отметим, что применение здесь метода Гамильтона-Аулда не является единственно возможным, а продиктовано в первую очередь традицией, а также соображениями удобства и минимизации объема вычислений используемого математического аппарата.

### 2.11. Задача Коши при распространении ПМСВ

Применение метода Гамильтона-Аулда состоит в пошаговом расчете траекторий волновых пучков ПМСВ в соответствии с определенными дифференциальными уравнениями первого порядка при заданном начальном условии (параметры волны в начальной точке траектории) и также заданном распределении неоднородности среды по пути распространения волны.

Поставленная так задача фактически представляет собой широко известную в математической физике задачу Коши [547]. Рассмотрим вкратце применение такого подхода, его целесообразность и правомерность использования.

Классическая задача Коши состоит в том, что требуется найти определенную на полупрямой  $x \ge x_0$  функцию u(x), которая удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению первого порядка:

$$\frac{d\,u}{d\,x} = f\left(x,\,u\right),\tag{2.685}$$

где f — заданная функция, причем искомая функция u(x) при  $x = x_0$  принимает значение  $u_0$ , т.е.  $u(x_0) = u_0$  (это — начальное условие или условие в начальной точке).

Таким образом, значение производной искомой функции в определенной точке ( $\mathbb{N}$  1, при  $x = x_1$ ) задается через значение самой функции в этой точке и параметры среды (входящие в функцию f), зависящие от координаты той же точки. Эти данные позволяют найти значение функции в другой точке ( $\mathbb{N}$  2, при  $x = x_2$ ), расположенной достаточно близко от первой при условии, что параметры среды между этими точками сохраняются постоянными, с помощью формулы:

$$u(x_2) = u(x_1) + \left[\frac{d\,u}{d\,x}(x_1)\right] \cdot (x_2 - x_1).$$
(2.686)

Это — классический метод Эйлера решения линейного дифференциального уравнения первого порядка. Эту же задачу можно решить точнее с помощью метода Рунге-Кутта. Именно такая процедура проделывается при нахождении развития колебаний во времени.

Таким образом, зная параметры задачи в какой-то исходной точке, мы можем последовательно передвигаться от предыдущей точки к последующей и таким способом находить параметры искомой функции на всем пути ее распространения.

При этом параметры искомой функции в данной точке полностью определяются предысторией задачи, т.е. параметрами среды лежащей позади этой точки, которые искомая функция уже прошла.

То есть можно сказать, что здесь настоящее полностью определяется прошедшим.

Это и есть классическая задача Коши в ее одномерном варианте. Многомерное обобщение не представляет труда (классическое решение системы дифференциальных уравнений первого порядка с начальными условиями), причем этот принцип об определении настоящего прошедшим сохраняется всегда.

Теперь смотрим, как такой подход можно применить к задаче о распространении волны через неоднородную среду, т.е., можно ли,

зная параметры волны в одной точке, путем последовательных шагов находить ее параметры в других последующих точках.

Сразу отметим, что в каждой токе среды будут две волны, распространяющиеся во встречных направлениях: первая — распространяющаяся в направлении падения исходной волны, т.е. как бы — падающая, и вторая, распространяющаяся в направлении противоположном, т.е. как бы — отраженная.

При этом волновое поле (возмущение) в этой точке будет складываться из суммы полей обеих этих волн.

Для этого поля (суммарного) по обе стороны от рассматриваемой точки должны выполняться граничные условия: равенство значений этого поля и равенство его первых производных по координате.

Необходимость существования двух встречных волн следует из двух возможных решений волнового уравнения, имеющего второй порядок.

Таким образом, если в какую-то точку пространства приходит одна падающая волна, за которой мы и хотим следить далее, то отраженная и проходящая волны относительно этой точки будут определяться не только падающей волной, распространяющейся в прямом направлении, но и параметрами волны, приходящей в эту точку со встречного направления.

Параметры этой встречной волны нам заранее не известны, так как они определяются не только падающей волной, но и теми условиями, которые претерпела встречная волна на подходе к рассматриваемой точке со встречной стороны.

Таким образом, параметры волны в данной точке определяются не только предысторией ее распространения от начала до этой точки, но и параметрами среды, лежащей впереди этой точки, информацию о которых несет в себе встречная волна.

То есть можно сказать, что здесь настоящее определяется не только прошедшим, но и будущим (если бы это было возможно, была бы осуществима уэллсовская машина времени и мы встречали бы на улице морлоков и элоев).

Таким образом, зная параметры волны в одной точке, определить ее параметры в последующих точках путем последовательных шагов по этим точкам, в общем случае возможным не представляется. В наиболее общем виде надо рассматривать задачу о распространении волны в неоднородной среде сразу с двух концов (благо речь идет не о времени, а о пространстве, а, к счастью, оба конца пространства для нас доступны), т.е. в виде падения двух встречных волн. Если в конечном счете нас интересует распространение лишь одной волны с одного конца, то надо положить амплитуду встречной волны в точке ее входа в среду, равной нулю, однако в любой бесконечно близкой к этой точке внутри среды встречную волну уже надо рассматривать обязательно. Формальное математическое рассмотрение подобных задач в общем виде авторам настоящей работы не известно. Однако для частного случая ступенчатых неоднородностей в работах [548–552] показана возможность решения задачи о распространении одномерной и электромагнитной волны с двух концов и предложен вполне адекватный математический аппарат, без труда реализуемый в алгоритмическом виде как аналитически, так и численно.

В работах [553–557] предложен ряд других методов, а в работах [558–561] рассмотрено распределение амплитуд волн в слоях многослойной структуры, в том числе содержащей магнитные неоднородности, возбуждаемой с двух концов.

Таким образом, общая задача о распространении волн в неоднородных средах должна решаться «с двух концов». Однако имеется ряд ситуаций, позволяющих пренебречь встречными волнами, т.е. свести рассмотрение к классической задаче Коши. Остановимся вкратце на некоторых частных случаях.

Для возможности применения «одностороннего» подхода, т.е., чтобы избежать встречи с будущим, это «будущее» надо как-то устранить, т.е. сделать так, чтобы волна, отраженная внутри среды от каких-то лежащих впереди рассматриваемой точки неоднородностей, нам не мешала. Не претендуя на исчерпывающее рассмотрение, отметим три возможных варианта.

Первый вариант — рассмотреть среду с большим затуханием, настолько большим, чтобы встречная волна, отраженная от впереди лежащей неоднородности, в рассматриваемой точке уже сильно затухла. Здесь, видимо, надо ввести какой-то характерный параметр неоднородности по координате, для которого получить предельное значение, исходя из требуемой величины затухания (например, на порядок или хотя бы в e = 2,71 раз). Здесь надо оценить, насколько получающееся решение будет зависеть от степени неоднородности, т.е. найти зависимость отражения (или прохождения) от величины затухания и посмотреть, при каких параметрах она будет стремиться к стационарному значению.

Второй вариант — положить, что волна, отраженная от неизвестной впереди лежащей неоднородности, уходит куда-то в сторону и в волну, отраженную в данной точке, вклада не вносит. Этот вариант для одномерной задачи не годится, однако уже для двухмерной задачи на плоскости вполне пригоден. Возможно его применение также для трехмерных задач о наклонном падении волны на плоскую границу. Хотя бы небольшое затухание еще более улучшит ситуацию (однако, на первый случай можно обойтись и без него). Здесь надо рассматривать не плоские волны, а ограниченные по ширине волновые пучки, так, чтобы отраженная от локальной неоднородности волна сразу выходила бы за пределы ширины исходного пучка и уходила в сторону. При этом исходный пучок будет распространяться по криволинейной траектории, форма которой будет определяться распределением неоднородностей внутри среды. Сразу отметим, что неоднородности должны быть достаточно плавными, т.е. параметры среды на длине волны сильно меняться не должны. Здесь тоже можно ввести критический параметр неоднородности, который как-то будет связан с длиной волны и кривизной траектории. Этот подход широко используется в задачах о распространении волн в среде, состоящей из плоскопараллельных слоев с плавно меняющимися параметрами, в первую очередь - для распространения радиоволн в ионосфере (где есть заряженные слои) и акустических волн в толще океана (где температура воды меняется с глубиной). Именно таким путем сделано множество задач о распространении МСВ в неоднородно намагниченных ферритовых пленках (более подробно рассмотрены далее). При этом задача сводится к решению системы уравнений Гамильтона-Аулда (первого порядка) для координаты и компонент волнового числа волны в полярной системе координат. Все задачи здесь решаются именно как задача Коши, т.е. все результаты получаются путем использования традиционных методов Эйлера или Рунге-Кутта.

Третий вариант — рассмотреть развитие процесса во времени, т.е. распространение в неоднородной среде ступенчатого фронта падающей волны. Отметим, что все, сказанное до этой строчки, относится только к установившимся во времени режимам. В процессе же распространения волнового фронта встречные волны впереди этого фронта образовываться не будут так как туда волна еще не дошла, т. е. отражаться нечему. Позади же фронта встречную волну рассматривать уже необходимо, однако сам фронт будет распространяться в чистом виде, т.е., наверное, опять можно будет обратиться к задаче типа Коши. Какие-то подобные задачи тоже рассматривались и тут идеология довольно сложная, однако она выходит за рамки поля зрения авторов. В качестве примера можно указать обзоры [562, 563], касающиеся распространения импульсов в неоднородных средах.

Этим пока исчерпываются видимые авторами возможности решения задач о распространении волн в неоднородных средах более или менее простыми средствами, в том числе путем сведения к задаче Коши.

## 2.12. Техника расчета траекторий волновых пучков МСВ в неоднородном поле

Расчет траекторий волновых пучков МСВ в неоднородном поле производится путем численного решения системы уравнений Гамильтона–Аулда, представляющей собой систему трех дифференциальных уравнений первого порядка. Переменными являются волновое число k, угол  $\varphi$ , координата z, параметром — координата y. Такая задача в математике носит название «задачи Коши» [547].

Для всех переменных в начальной точке траектории задаются начальные значения, в этой же точке с помощью уравнений вычисляются производные от переменных по параметру, задается шаг параметра, после чего с использованием полученных значений производных находятся значения переменных в определяемой таким шагом последующей точке, Процедура повторяется до тех пор, пока вся требуемая траектория не будет вычислена. Такова в общих чертах схема метода Эйлера [340]. Вычисления проводятся в соответствии со следующими формулами:

система уравнений:

$$\frac{dk}{dy} = f(k,\varphi,z,y); \qquad (2.687)$$

$$\frac{d\varphi}{dy} = g\left(k,\varphi,z,y\right);\tag{2.688}$$

$$\frac{dz}{dy} = h \ (k, \varphi, z, y); \tag{2.689}$$

решение:

$$k_{p+1} = k_p + f(k_p, \varphi_p, z_p, y_p) \cdot \Delta y;$$
 (2.690)

 $\varphi_{p+1} = \varphi_p + g \ (k_p, \varphi_p, z_p, y_p) \cdot \Delta y; \tag{2.691}$ 

$$z_{p+1} = z_p + h \ (k_p, \varphi_p, z_p, y_p) \cdot \Delta y.$$
 (2.692)

Более точные результаты дает метод Рунге-Кутта [340], в котором производные в рамках одного шага вычисляются не в одной точке, а в нескольких, тем или иным способом распределенных по длине шага. Вычисления по методу Рунге-Кутта четвертого порядка производятся по следующим формулам:

система уравнений:

$$\frac{dk}{dy} = f(k,\varphi,z,y); \qquad (2.693)$$

$$\frac{d\varphi}{dy} = g\left(k,\varphi,z,y\right);\tag{2.694}$$

$$\frac{dz}{dy} = h \ (k, \varphi, z, y); \tag{2.695}$$

решение:

$$k_{p+1} = k_p + \frac{1}{6} \cdot (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4); \qquad (2.696)$$

$$\varphi_{p+1} = \varphi_p + \frac{1}{6} \cdot (m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4);$$
 (2.697)

$$z_{p+1} = z_p + \frac{1}{6} \cdot (n_1 + 2n_2 + 2n_3 + n_4).$$
 (2.698)

В этих выражениях:

$$k_1 = f(k_p, \varphi_p, z_p, y_p) \cdot \Delta y; \qquad (2.699)$$

$$m_1 = g \ (k_p, \varphi_p, z_p, y_p) \cdot \Delta y; \tag{2.700}$$

$$n_1 = h \ (k_p, \varphi_p, z_p, y_p) \cdot \Delta y; \tag{2.701}$$

$$k_2 = f\left(k_p + \frac{k_1}{2}, \varphi_p + \frac{m_1}{2}, z_p + \frac{n_1}{2}, y_p + \frac{\Delta y}{2}\right) \cdot \Delta y; \qquad (2.702)$$

$$m_2 = g\left(k_p + \frac{k_1}{2}, \varphi_p + \frac{m_1}{2}, z_p + \frac{n_1}{2}, y_p + \frac{\Delta y}{2}\right) \cdot \Delta y; \qquad (2.703)$$

$$n_2 = h\left(k_p + \frac{k_1}{2}, \varphi_p + \frac{m_1}{2}, z_p + \frac{n_1}{2}, y_p + \frac{\Delta y}{2}\right) \cdot \Delta y; \qquad (2.704)$$

$$k_3 = f\left(k_p + \frac{k_2}{2}, \varphi_p + \frac{m_2}{2}, z_p + \frac{n_2}{2}, y_p + \frac{\Delta y}{2}\right) \cdot \Delta y;$$
 (2.705)

$$m_3 = g\left(k_p + \frac{k_2}{2}, \varphi_p + \frac{m_2}{2}, z_p + \frac{n_2}{2}, y_p + \frac{\Delta y}{2}\right) \cdot \Delta y;$$
 (2.706)

$$n_3 = h\left(k_p + \frac{k_2}{2}, \varphi_p + \frac{m_2}{2}, z_p + \frac{n_2}{2}, y_p + \frac{\Delta y}{2}\right) \cdot \Delta y; \qquad (2.707)$$

$$k_4 = f \ (k_p + k_3, \ \varphi_p + m_3, \ z_p + n_3, \ y_p + \Delta \ y) \cdot \Delta \ y; \tag{2.708}$$

$$m_4 = g \ (k_p + k_3, \ \varphi_p + m_3, \ z_p + n_3, \ y_p + \Delta \ y) \cdot \Delta \ y; \tag{2.709}$$

$$n_4 = h \ (k_p + k_3, \ \varphi_p + m_3, \ z_p + n_3, \ y_p + \Delta \ y) \cdot \Delta \ y. \tag{2.710}$$

Из приведенных формул можно видеть, что метод Эйлера, с точки зрения численной алгоритмизации, значительно проще метода Рунге-Кутта. Точность обоих методов возрастает при уменьшении шага по переменной y, так что при работе более простым методом Эйлера можно получить точность, сходную с точностью метода Рунге-Кутта путем простого уменьшения шага. Однако, например, при решении колебательных задач при нахождении развертки колебаний во времени или в пространстве, метод Эйлера обычно более или менее удовлетворительно работает не более чем на 4–5 периодах колебаний, после чего ошибка заметно возрастает, тогда как метод Рунге-Кутта с тем же шагом дает ошибку не более единиц процентов на протяжении до нескольких десятков и даже сотен периодов.

Замечание. Забегая вперед отметим, что на практике, при расчете траекторий ПМСВ методом Гамильтона-Аулда, для полей линейного или типа «долины», где траектории имеют апериодический характер, как правило, достаточно применения метода Эйлера, однако для полей типа «вала», где характер траекторий близок к колебательному, в том числе со множеством периодов, более предпочтительным является метод Рунге-Кутта.

#### Выводы по главе 2

Основные вопросы, рассмотренные в настоящей главе, сводятся к следующему.

1. Выполнен подробный обзор основного математического аппарата, используемого при решении задач, относящихся к распространению магнитостатических волн в пленках ферритов-гранатов. Приведен вывод уравнения движения намагниченности Ландау-Лифшица. Для среды с произвольным тензором магнитной восприимчивости приведен вывод уравнения Уокера в общем виде, а также показан переход к аналогичному уравнению, используемому в задаче Дэймона-Эшбаха. Рассмотрено классическое решение задачи Дэймона-Эшбаха, позволяющее найти дисперсионное соотношение, потенциалы, поля компоненты вектора намагниченности волны, распространяющейся в касательно намагниченной ферритовой пластине со свободными поверхностями. Дисперсионное соотношение найдено как в полярной, так и в декартовой системах координат. Получены дисперсионные соотношения для более сложных структур: «металл-диэлектрик-феррит-диэлектрик-металл» и «металл-диэлектрик-феррит-феррит-диэлектрик-металл», из которых как частные случаи получены соотношения для структур «феррит-металл», «феррит-диэлектрик-металл», «феррит-феррит».

2. Для структуры МДФФДМ показано, что полный спектр МСВ содержит восемь ветвей, четыре из которых являются объемными и четыре — поверхностными, причем из поверхностных ветвей две являются внешними и две внутренними. Найдены границы спектра для всех ветвей, показано, что они сильно зависят от угла между волновым вектором волны и направлением поля, определены соответствующие углы отсечки.

3. Для соотношения Дэймона-Эшбаха получен интервал допустимых направлений распространения волны, ограничиваемый углом отсечки, найдены общие формулы для вычисления фазовой и групповой скоростей волны. Выведены уравнения Гамильтона-Аулда, позволяющие найти траектории распространения магнитостатических волн в неоднородно намагниченных ферритовых пленках и структурах на их основе. Для структуры феррит-диэлектрик-металл получены производные от переменных, определяющие фазовую и групповую скорости, а также траектории волновых пучков в неоднородных полях. Обсуждена аналогия рассматриваемого аппарата с основными методами классической механики, а также корректность его сведения к задаче Коши математической физики. Приведена схема решения системы уравнений Гамильтона-Аулда на основе уравнений Эйлера и Рунге-Кутта.

### Глава З

### МАГНИТОСТАТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ОДНОРОДНО НАМАГНИЧЕННЫХ ФЕРРИТОВЫХ ПЛЕНКАХ И СТРУКТУРАХ НА ИХ ОСНОВЕ

В настоящей главе рассмотрены важные для дальнейшего основные вопросы распространения МСВ в однородно намагниченных ферритовых пленках и структурах на их основе.

Рассмотрены дисперсионные свойства ПМСВ в структуре ФДМ, наиболее важной для дальнейшего изложения. На плоскости волновых векторов построены изочастотные кривые и определены области существования прямых и обратных ПМСВ. Рассмотрено распространение ПМСВ в намагниченных однородным полем пространственно неоднородных структурах, в частности, изучены законы преломления и отражения ПМСВ на границе раздела между ферритовой пленкой со свободной поверхностью и структурой ФДМ. Исследована дисперсия ПМСВ в двухслойных ферритовых пленках со свободными и закрепленными поверхностными спинами.

# 3.1. Условия существования и дисперсия ПМСВ в ферритовых пленках и структура на их основе

Рассмотрим сначала общие условия существования и дисперсионные свойства ПМСВ. Более подробно исследуем дисперсионные свойства прямых и обратных ПМСВ в структуре феррит-диэлектрик-металл (ФДМ), после чего изложим результаты экспериментального исследования дисперсии ПМСВ в этой структуре. Выявим причины трудности наблюдения обратных волн и обсудим возможность его реализации. В основном, будем следовать работам [4, 9, 292, 296, 297, 305, 564–579]. Ссылки на остальные работы приведены в тексте.

**3.1.1. Дисперсионные свойства прямых и обратных ПМСВ в структуре ФДМ.** Распространение МСВ в структурах, выполненных на основе ферритовых пленок, определяется двумя факторами: параметрами волноведущей структуры и законом дисперсии МСВ. Рассмотрим сначала свойства МСВ, вытекающие из закона дисперсии в предположении, что среда однородна. Ограничимся свойствами толь-

ко поверхностных МСВ (ПМСВ), как более интересных для практики вследствие своей одномодовости. В качестве примера возьмем структуру феррит-диэлектрик-металл (ФДМ), важную для дальнейшего изложения, дисперсионное соотношение для которой имеет вид (2.520):

$$\beta - 1 - 2\mu\alpha \cdot \operatorname{cth} (\alpha kd) + (\beta + 1 - 2\nu\delta) \cdot e^{-2kp} = 0.$$
(3.1)

В такой структуре нижняя частотная граница спектра ПМСВ не зависит от толщины слоя диэлектрика p и в приведенных величинах при  $\Omega_H = 0.25$  равна:  $\sqrt{\Omega_H (\Omega_H + 1)} = 0.559$ , а верхняя граница определяется толщиной слоя диэлектрика p и заключена между  $\Omega_H + 1/2 = 0.75$  при  $p \to \infty$  (ферритовая пленка со свободной поверхностью) и  $\Omega_H + 1 = 1.25$  при p = 0 (ферритовая пленка с металлизированной поверхностью).

Типичные дисперсионные кривые (в приведенных величинах) при  $\varphi = 0$  для разных значений отношения толщины слоя диэлектрика p к толщине ферритовой пленки d показаны на рис. 3.1. Видно, что все они заключены между кривой 1 соответствующей p = 0 (ферритовая пленка с металлизированной поверхностью), и кривой  $\delta$ , соответствующей  $-p \to \infty$  (ферритовая пленка со свободной поверхностью). Все кривые, кроме 1, при  $k \to \infty$  асимптотически стремятся к горизонтальной прямой, соответствующей  $\Omega_H + 1/2$ , а кривая  $1 - \kappa$  величине  $\Omega_H + 1$ .



Рис. 3.1. Дисперсионные кривые при  $\varphi = 0$ , соответствующие различным значениям отношения толщины слоя диэлектрика p к толщине ферритовой пленки  $d: 1 - p/d = 0; 2 - p/d = 0.33; 3 - p/d = 0.67; 4 - p/d = 1.00; 5 - p/d = 1.33; 6 - p/d = 1.67; 7 - p/d = 2.00; 8 - p/d \to \infty$ 

Для небольших *k* характерны три основных типа дисперсионных кривых:

— первый — с характерным максимумом, выраженным тем сильнее, и соответствующим тем большим значениям волнового числа, чем значение промежутка p меньше (кривые 2, 3, 4, 5);

— второй — с появлением наряду с максимумом еще и минимума при несколько больших значениях волнового числа, чем соответствующий максимуму (кривая *6*);

— третий — без экстремумов с монотонным ростом и последующим приближением к горизонтальной асимптоте (кривые 7,8).

В интервале частот, где дисперсионные кривые имеют одновременно максимум и минимум, их характер зависит от частоты в весьма значительной степени. Для большей ясности на рис. 3.2 приведены те же дисперсионные кривые, но с меньшим с меньшим шагом по сравнению с рис. 3.1. Дисперсионная кривая 1 соответствует p = 0, кривая  $16 - p \rightarrow \infty$ . Кривая  $15 \ (p = p_{c2} \cong 2d)$  соответствует переходу от максимума и минимума к перегибу. Можно видеть, что здесь появление минимума и его исчезновение выражены значительно яснее, чем на рис. 3.1. Кривой 6 на рис. 3.1 здесь соответствует промежуточная область между кривыми  $11 \ и 12$ , а минимум начинает проявляться уже между кривыми 8 и 9 (т.е. при  $p/d \approx 1,35$ ), а исчезает между кривыми  $14 \ u 15$  (т.е. при  $p/d \approx 1,95$ ).



Рис. 3.2. Дисперсионные кривые при  $\varphi = 0$  для различных значений p/d: 1 - p/d = 0; 2 - p/d = 0,2; 3 - p/d = 0,4; 4 - p/d = 0,6; 5 - p/d = 0,8; 6 - p/d = 1,0; 7 - p/d = 1,2; 8 - p/d = 1,3; 9 - p/d = 1,4; 10 - p/d = 1,5; 11 - p/d = 1,6; 12 - p/d = 1,7; 13 - p/d = 1,8; 14 - p/d = 1,9; 15 - p/d = 2,0;  $16 - p/d \rightarrow \infty$ 

Причина такого поведения дисперсионных кривых состоит в том, что при малых k длина ПМСВ велика, так что ее поле проникает в слой диэлектрика достаточно глубоко и сильно «чувствует» присутствие внешнего слоя металла. При этом дисперсионная кривая стремится к кривой 1, соответствующей поверхности с металлизацией. При увеличении k глубина проникновения волны в диэлектрик уменьшается и дисперсионная кривая стремится к кривой 8, соответствующей свободной ферритовой пленке. Переход от первого типа дисперсионных кривых ко второму соответствует первому критическому значению толщины слоя диэлектрика  $p_{c1} \cong d$ , от второго к третьему — второму критическому значению —  $p_{c2} \cong 2d$ . На возрастающих участках дисперсионных кривых (до максимума и после минимума) направления векторов фазовой и групповой скоростей совпадают, т.е. волны являются прямыми. На спадающем участке между максимумом м минимумом направления этих векторов противоположны, т. е. волны являются обратными.

Рассмотрим теперь те же свойства дисперсии ПМСВ в структуре ФДМ на примере изочастотных кривых.

Сначала обратимся к рис. 3.3, построенному при тех же значениях p/d, что и рис. 3.1, при частоте  $\Omega = 0.74$  (3626 МГц).

Из этого рисунка видно, что в области значений  $k_yd$  от 0,5 до 1,0 и  $k_zd$  менее 0,5 изочастотные кривые имеют сложный переплетающийся характер, обусловленный одновременным существованием максимумов и минимумов на соответствующих дисперсионных кривых



Рис. 3.3. Изочастотные кривые при тех же условиях, что на рис. 3.1 и частоте  $\Omega=0{,}740~(3626~{\rm M\Gamma \mu})$ 

(рис. 3.2). Более подробно эта область показана на рис. 3.4, построенным при несколько более высокой частоте  $\Omega = 0,745$  (3650 МГц), но при значениях p/d с меньшим шагом, таким же, как на рис. 3.2.

Можно видеть, что при увеличении частоты с  $\Omega = 0,740$  до  $\Omega = 0,745$  (т.е. с 3626 МГц до 3650 МГц) всего на 0,67 % характер изочастотных кривых резко изменился, что становится понятным из весьма близкого взаимного расположения максимумов и минимумов дисперсионных кривых на рис. 3.2.

Как можно видеть из приведенных рисунков, изочастотные кривые для структуры  $\Phi Д M$  по внешнему виду можно разделить на три класса:

- замкнутые, напоминающие эллипсы («псевдоэллиптические»),

— разомкнутые, напоминающие гиперболы («псевдогиперболические»),

— разомкнутые, похожие на эллипс с разрывом, края которого переходят в ветви гиперболы («переходные»).

Анализ дисперсионного соотношения (3.1) показывает, что в интервале частот от 0,559 (нижняя граница спектра ПМСВ) до 0,734 (частота, ниже которой максимум и минимум на дисперсионной кривой сливаются и заменяются перегибом) все изочастотные кривые псевдогиперболические. В интервале частот от 0,750 (верхняя граница спектра ПМСВ для свободной пленки) до 1,250 (аналогичная граница для металлизированной пленки) все кривые, кроме 1 — псевдоэллиптические, кривая 1 — псевдогиперболическая. В интервале частот



Рис. 3.4. Изочастотные кривые при тех же условиях, что на рис. 3.2 и частоте  $\Omega=0,745~(3650~{
m MFu})$ 

от 0,734 до 0,750 при  $p_{c1} , где дисперсионная кривая имеет$ минимум, для частот выше частоты минимума изочастотные кривыеимеют переходный тип, а ниже — содержат псевдоэллиптическуюи псевдогиперболическую части. На рис. 3.3 кривые 1 и 8 являютсяпсевдогиперболическими, а кривые <math>2-7 — переходными. Кривая 1 соответствует p = 0 (поверхность ферритовой пленки металлизирована), кривая  $8 - p \rightarrow \infty$  (поверхность ферритовой пленки свободна). Остальные изочастотные кривые (2-7) заключены между этими двумя, а форма их, как и дисперсионных, при малых k определяется стремлением к кривой 1, а при больших — к кривой 8.

Как указывалось в разд. 2.7.1 (рис. 2.9), каждая точка изочастотной кривой определяет векторы фазовой и групповой скоростей волны, причем фазовая скорость соответствует вектору от начала координат до этой точки, а вектор групповой скорости перпендикулярен касательной к изочастотной кривой в той же точке. При этом, если проекция вектора групповой скорости на вектор фазовой скорости положительна, то волна является прямой, если отрицательна — обратной.

В правой полуплоскости плоскости  $Ok_yk_z$  прямые волны всегда распространяются в положительном направлении оси Oy, а направление распространения обратных волн относительно оси Oy может быть как положительным, так и отрицательным. По этому признаку можно выделить ряд областей, разграниченных на рис. 3.3 линиями A'A'', B'B'' и D'D''. Здесь линии A'A'' и D'D'' соединяют точки, соответствующие касательным к изочастотным кривым, построенным из начала координат, а линии B'B'' — точки, где изочастотные кривые имеют горизонтальные касательные (параллельные оси  $Ok_y$ ). Между изочастотной кривой 1 и линией A'A'', а также между изочастотной кривой 8 и линией D'D'' — волны являются прямыми.

Для дальнейшего рассмотрения удобно выделить два типа прямых волн в каждой из этих областей:

— прямые ПМСВ первого типа — между изочастотной кривой 1 и линией A' A'', соответствующие нарастающему участку дисперсионных кривых на рис. 3.1 от нуля до первого максимума;

— прямые ПМСВ второго типа — между линией D'D'' и изочастотной кривой  $\delta$ , соответствующие нарастающему участку дисперсионных кривых на рис. 3.2 от минимума до бесконечности.

Между линиями A' A'' и D' D'' ПМСВ являются обратными. Вне области, ограниченной линиями B' B'' волны распространяются в положительном направлении оси Oy, внутри этой области — в отрицательном.

Рассмотрим теперь подробнее рис. 3.4, соответствующий несколько более высокой частоте. Линии A'A'' и D'D'', как и на рис. 3.3, соединяют точки, через которые проходят касательные к изочастотным кривым, построенные из начала координат. Линии B'B'' и C'C''соединяют точки, где изочастотные кривые имеют горизонтальные касательные. Как и ранее, вне области, ограниченной линиями A'A'' и D'D'', ПМСВ являются прямыми, а внутри этой области – обратными. В областях между линиями A'A'' и D'D'' и B'B'', а также C'C'' и D'D'', волны распространяются в положительном направлении оси Oy, в области между линиями B'B'' и C'C'' — в отрицательном. Из сравнения рис. 3.3 и 2.4 б видно, что во втором случае, в отличие от первого, область отрицательного направления распространения ПМСВ значительно расширена и сильно вытянута в сторону больших значений  $k_u$  и  $k_z$ .

Изочастотные кривые 1, 15, 16, построенные при тех же параметрах, являются псевдогиперболическими. Изочастотные кривые 1–10 являются переходными, а кривые 13 и 14 — псевдогиперболическими. Кривые 11 и 12 состоят из двух частей и имеют одновременно псевдоэллиптическую и псевдогиперболическую составляющие.

Выше рассмотрены дисперсионные и изочастотные кривые для структуры  $\Phi \mathcal{A} \mathcal{M}$  в зависимости от толщины слоя диэлектрика. Аналогичные кривые можно получить при изменении других параметров волноведущей структуры — намагниченности и толщины ферритовой пленки, а также поля. При этом, однако, общая картина поведения прямых и обратных волн существенно не меняется, поэтому здесь мы на этом вопросе останавливаться не будем, а в дальнейшем, по мере необходимости, будем лишь уточнять некоторые детали.

**3.1.2. Экспериментальное исследование дисперсии ПМСВ в структуре ФДМ.** Рассмотрим теперь результаты экспериментальных исследований распространения ПМСВ в неоднородных структурах. Будем пользоваться результатами работ, обобщенных в [292, 297]. Сначала вкратце остановимся на технике эксперимента, после чего перейдем непосредственно к описанию экспериментальных результатов.

**3.1.2.1.** Основная техника эксперимента. Прежде чем переходить к описанию результатов экспериментального исследования ПМ-СВ, рассмотрим основную использовавшуюся в настоящей работе измерительную технику.

**3.1.2.2.** Измерительный стенд. Основная часть описанных в настоящей работе экспериментов проводилась на измерительном стенде, упрощенная блок-схема которого приведена на рис. 3.5. Здесь 1 -ферритовая пленка, 2 -магнит, 3 -излучающий преобразователь, 4 -приемный преобразователь, 5 -генератор СВЧ, 6 -приемник СВЧ, 7 -генератор синхронизации, 8 -осциллограф, 9 -источник света, 10 -микроскоп, 11 -поляризатор, 12 -анализатор. В большинстве экспериментов вместо генератора 5, приемника 6 и осциллографа 8 использовался единый прибор — измеритель комплексных коэффициентов передачи типа Р4-23, или панорамный измеритель типа P2-52–P2-58. Если использовались отдельные приборы, то в качестве генератора СВЧ 5 в зависимости от диапазона использовались генераторы Г4-79–Г4-81. В качестве приемника 6 -измерительные



Рис. 3.5. Упрощенная блок-схема измерительного стенда. 1 — ферритовая пленка, 2 — магнит, 3 — излучающий преобразователь, 4 — приемный преобразователь, 5 — генератор СВЧ, 6 — приемник СВЧ, 7 — генератор синхронизации, 8 — осциллограф, 9 — источник света, 10 — микроскоп, 11 — поляризатор, 12 — анализатор

приемники П5-3–П5-5. Генератор сигналов синхронизации 7 — генератор импульсов Г5-15 или Г5-71. Осциллограф 8 — C1-54 или C1-72. Источник света 9 — осветитель для микроскопа ОИ-9М или лампа накаливания. Микроскоп 10 — МБС, МБД или другой аналогичный. Поляризатор 11 и анализатор 12 — на основе поляроидной пленки. В качестве магнита 2 использовался постоянный или электромагнит. Постоянный магнит имел круглые полюса диаметром 20 см, зазор между которыми регулировался от 5 до 25 см, что обеспечивало поле между центрами полюсов от 200 до 700 Э. Электромагнит имел полюса диаметром 12 см и в зазоре 9 см обеспечивал поле от 0 до 1700 Э. Излучающий и приемный преобразователи были выполнены в виде подвижных антенн из прямого провода длиной 3-4 мм и диаметром 12 мкм, наложенных на плоскость пленки. Механическая система обеспечивала перемещение антенн по всей плоскости пленки (диаметром 70 мм) и вращение их вокруг оси, перпендикулярной плоскости пленки. Геометрическое расположение и ориентация подвижных антенн определялись с помощью измерительного микроскопа 10, снабженного объект-микрометром. Наблюдение осуществлялось в отраженном свете, для чего использовался дополнительный источник подсветки в виде лампы накаливания, размещенный сбоку от пленки 1 (на рисунке не показан).

Измерительный стенд работает следующим образом. Сигнал СВЧ от генератора 5 подается на излучающий преобразователь 3, наложенный на плоскость ферритовой пленки 1. Здесь электромагнитный

сигнал преобразуется в МСВ, которая распространяется по ферритовой пленке 1, находящейся в поле магнита 2. Когда МСВ достигает приемного преобразователя 4, то она снова преобразуется в электромагнитный сигнал, который принимается, усиливается и детектируется приемником 6, после чего подается на осциллограф 8. Генератор 5 может работать в непрерывном режиме, в импульсном режиме, задаваемом генератором 7, а также в режиме качания частоты. В непрерывном режиме исследуется прохождение сигнала, ориентационные и полевые зависимости, закон дисперсии МСВ, в импульсном режиме задержка импульсного сигнала во времени, в режиме развертки по частоте — АЧХ, фазовые характеристики, дисперсия МСВ. Опорный сигнал для измерения фазовых характеристик подается на приемник 6 с генератора 5 по дополнительному каналу (минуя пленку). При работе в импульсном режиме от генератора импульсов 7 на осциллограф 8 подается сигнал синхронизации. Доменная структура пленок наблюдается по эффекту Фарадея в проходящем поляризованном свете. Для этого используется источник света 9, поляризатор 11, анализатор 12 и микроскоп 10. Взаимная независимость оптического и СВЧ каналов позволяет проводить СВЧ измерения и наблюдение доменной структуры одновременно, что обеспечивает необходимую высокую точность измерений.

С помощью такого стенда выполнялись практически все экспериментальные исследования, описанные далее. При этом структура стенда, приборы и детали техники измерений видоизменялись, исходя из требований конкретного эксперимента. Более подробно такие детали будут сообщаться далее в каждом соответствующем разделе.

**3.1.2.3. Подвижные зонды.** Приведем краткое описание конструкции зондовой установки, позволявшей исследовать распространение ПМСВ по плоскости пленки. В первоначальной разработке конструкции принимали участие А.В. Вашковский, С.В. Герус, Д.Г. Шахназарян, А.В. Вороненко, Э.Г. Локк и другие участники авторских коллективов соответствующих работ.

Исследование распространения ПМСВ в плоскости пленки, намагниченной неоднородным полем, проводилось на установке, содержащей подвижные излучающий и приемный преобразователи, в качестве которых использовались прямолинейные проволочные антенны длиной 3–5 мм и диаметром 12–15 мкм, наложенные на плоскость пленки. Механическая конструкция установки иллюстрируется рис. 3.6.

На рис. 3.6, *а* показана общая схема установки в виде сбоку между магнитными полюсами, т.е. при взгляде вдоль поля от одного полюса до другого.

Основу установки составляет оптическая скамья 1, на которой установлены три оптических столика 2, 3 и 4. Столики 2 и 4 предназначены для крепления кронштейнов 5 и 6, несущих подвижные антенны, на столике 3 крепится образец 7, т.е. исследуемая ферритовая пленка.



Рис. 3.6. Схема зондовой установки

В качестве примера рассмотрим конструкция левого по рисунку столика 2, конструкции двух других столиков 3 и 4 аналогичны.

Столик выполнен с возможностью перемещения верхней несущей площадки в вертикальном направлении, что обеспечивается поступательным движением цилиндрической стойки 8 внутри цилиндрического тубуса 9. На поверхности стойки нанесена винтовая резьба, на которую накручивается гайка 10, опирающаяся на верхний край тубуса 9. Фиксация стойки от поворота вокруг вертикальной оси обеспечивается винтом (на рисунке не показан), ввинченным в боковую стенку тубуса и своим концом входящим в прямолинейную вертикальную прорезь на поверхности стойки, проходящей через всю покрывающую стойку резьбу. На верхнем конце стойки закреплено несущее основание, представляющее собой скрепленные крест-накрест два регулируемых продольными винтами ползунка 11 и 12 типа «ласточкиных хвостов».

Благодаря описанной конструкции верхняя поверхность несущего основания имеет возможность плавного перемещения в трех взаимно перпендикулярных направлениях — вертикальном и двух горизонтальных вдоль направления оптической скамьи и перпендикулярно к нему.

В верхней части несущего основания закреплен собственно кронштейн 5, представляющий собой стержень 13, на конце которого закреплено круговое кольцо 14, в которое соосно вставлено другое кольцо 15, могущее свободно вращаться относительно первого. Кольцо 15 предохранено от проваливания в кольцо 14 бортиком, выступающим в его верхней части. Положение кольца 15 относительно кольца 14 фиксируется винтом (на рисунке не показан), ввинчиваемым сбоку в кольцо 14 и упирающимся в боковую поверхность кольца 15. На внутренней стороне кольца 15 в вертикальном положении закреплен держатель 16, к нижнему концу которого, изогнутого под прямым углом присоединена собственно антенна 17, центр которой совпадает с осью колец 14 и 15.

Таким образом, вращение внутреннего кольца 15 относительно кольца 14 обеспечивает поворот антенны относительно вертикальной оси,

Вся система в целом обеспечивает возможность перемещения антенны по всей плоскости пленки в двух взаимно перпендикулярных координатах, а также поворот антенны относительно вертикальной оси, перпендикулярной плоскости пленки на любой угол.

Вторая антенна 18 крепится на стоике 4 аналогичным образом с помощью кронштейна 6 и держателя 19. При этом, чтобы избежать взаимных помех при перемещении антенн, стойка 20 столика 4 выдвинута вверх так, чтобы его несущая поверхность с кронштейном 6 и закрепленными на нем кольцами находилась выше аналогичных колец кронштейна 5. При этом держатель 19 выполнен более длинным, чем держатель 16 на величину порядка 1-2 см, достаточную для беспрепятственного перемещения кронштейнов 5 и 6 с закрепленными на них кольцами друг относительно друга.

Поверхность пленки 7 с расположенными на ней антеннами 17 и 18 наблюдается сверху с помощью микроскопа 20, снабженного вспомогательной линзой 21, позволяющей увеличить его предметное расстояние до нескольких сантиметров. Регистрация положении антенн и их ориентация измерялись с помощью входящего в комплект микроскопа объект-микрометра.

На рис. 3.6,  $\delta$  более подробно показана схема конструкции держателя подвижной антенны. В верхней части рисунка приведен вид сбоку (аналогичный виду на рис. 3.6, a), в нижней — вид снизу со стороны пленки.

Собственно вертикальная часть держателя 16 заканчивается горизонтальной площадкой, к которой двумя винтами (на рисунке не показаны) одним концом прикреплена пружинящая пластина 23. Пластина выполнена пружинящей, чтобы обеспечить мягкость механического контакта между антенной 17 и поверхностью пленки 7, во избежание механических повреждений пленки.

К другому концу пружинящей пластины прикреплена жесткая пластина 24, на нижней поверхности которой закреплена микрополосковая линия 25, выполненная на подложке из поликора. На конце микрополосковой линии помещается поликоровая накладка 26. Собственно антенна выполнена в виде проводника 17, расположенного на поверхности этой накладки перпендикулярно оси полосковой линии, причем один конец проводника антенны соединен с центральным проводником полосковой линии, а другой заземлен на ее подложку. На другом конце полосковой линии находится разъем 27 с подключенным к нему коаксиальным кабелем 28.

#### Гл. З. Магнитостатические волны

На рис. 3.6, в показана схема картины, наблюдаемой в микроскоп. Снаружи картина окаймляется закрепленными на кронштейнах 13 и 6 кольцами 14, 15 обоих столиков. Смещение колец относительно друг друга обусловлено требуемым расположением подвижных антенн. Вообще говоря, кольца не должны попадать в поле зрения микроскопа, так как внутренние их размеры должны обеспечивать беспрепятственный доступ к поверхности пленки, для чего их диаметр выбирается достаточно большим (порядка 7-10 см). Сквозь отверстия колец видна поверхность пленки 1=7, над которой располагаются верхние поверхности держателей подвижных антенн 17 и 18. Сами антенны находятся на нижней поверхности держателей, а сверху видны только контуры краев держателей, по координатам которых, измеряемым объект-микрометром, устанавливается расположение непосредственно проводников антенн. Пунктирными линиями между антеннами показаны возможные траектории ПМСВ, непосредственно в микроскоп не наблюдаемые, но могущие быть измеренными с помощью подвижных антенн.

Вся конструкции находится в поле магнита, полюса которого 29 и 30 расположены таким образом, чтобы поле было направлено перпендикулярно оси установки (оси оптической скамьи 1), а в плоскости пленки было достаточно однородным. То есть магнит по высоте должен быть установлен на таком уровне, чтобы ось, проходящая через центры полюсов, приходилась на уровень плоскости пленки.

Все детали установки, кроме магнита, должны быть выполнены из немагнитных материалов, в качестве которых в настоящей работе использовалась латунь, медь или дюралюминий.

Приведем некоторые типичные размеры установки. Оптическая скамья — с любым удобным профилем, шириной около 10–20 см, исходя из устойчивости установки в целом на лабораторном столе. Длина скамьи должна обеспечивать удобство размещения столиков, т.е. составлять 40–60 см. Расстояние между столиками 2 и 4 — порядка 30–40 см. Высота столиков 2 и 4 — около 15–20 см, столика 3 — около 10 см. Возможность перемещения: по вертикали — от 10 до 25 см, по обеим горизонтальным осям — до 10 см. Диаметр колец: внешнего — около 8 см, внутреннего — около 7 см. Высота колец: внешнего — около 2 см, внутреннего — около 3 см. Высота держателей 16 и 19 — 4 см и 6 см соответственно. Расстояние от поверхности пленки до объектива микроскопа — до 12 см. Линза 22 должна иметь фокусное расстояние около 3–5 см и располагаться на отдельном держателе, неподвижном относительно микроскопа.

**3.1.2.4. Магнит.** Опишем вкратце один из использовавшихся в данной работе магнитов, создающих в плоскости пленки постоянное поле. Схема магнита показана на рис. 3.7.

Приведенные на рисунке размеры даны в миллиметрах. Все размеры являются приблизительными, т. е. при повторении конструкции могут быть изменены в зависимости от требуемых условий эксплуатации.



#### Рис. 3.7. Схема магнита

Станина, полюса и сердечники выполнены из мягкого железа «сталь-З». Для всего магнитопровода по его длине надо по возможности соблюдать условие, чтобы площадь поперечного сечения была никак не меньше поперечного сечения сердечников катушек, а еще лучше — чтобы было больше. То есть, чем лучше соблюдается это условие, тем большее поле сможет дать магнит. На рисунке пунктиром показан контур внешнего края станины, убранный, чтобы не затемнять рисунок.

Правый по рисунку полюс закреплялся на станине неподвижно. Левый можно было передвигать и закреплять неподвижно в нужном положении с помощью винтов, перемещающихся в пазах станины, чем достигалась установка требуемого зазора между полюсами от 50 до 200 мм.

Каркасы катушек с толщиной всех стенок по 6 мм — из дюраля. Боковые щечки катушек скреплены со сквозным цилиндрическим основанием с помощью винтов МЗ, входящих со стороны щечек в основание вдоль продольной оси цилиндра. Каркасы катушек изнутри обклеены лакотканью.

Катушки намотаны медным проводом ПЭЛ-0.8 (или ПЭВ-0.8), т. е. — проводом диаметром 0.8 мм в эмалевой изоляции. Намотка навалом, равномерность намотки устанавливалась на глаз. Намотка осуществлялась с помощью большого токарного станка (размером с диван), запущенного на медленный обратный ход. Время намотки заняло два дня.

Каждая из катушек содержит по четыре секции, так что на обеих катушках секций всего — восемь. Секции намотаны друг на друга, т.е. одна поверх другой. Количество витков не считалось. Количество провода в секциях подгонялись по равенству сопротивления, т.е. самая внутренняя секция была самой толстой, самая внешняя — самой тонкой. Требуемые толщины секций рассчитывались заранее, исходя из среднего диаметра витков, т.е. так, чтобы объем провода в каждой секции, определяемый как произведение поперечного сечения секции на среднюю длину витка сохранялся постоянным. В соответствии с полученными значениями толщин секций в щечках были просверлены отверстия, через которые концы намотки каждой секции выводились наружу. Между секциями прокладывался слой лакоткани. Концы обмоток выводились в трубках из кембрика толщиной около 3 мм. На каждой щечке снаружи была закреплена текстолитовая плата с разводкой выводов катушек.

Столь сложное секционированное устройство катушек было сделано для универсальности, т.е. для того, чтобы магнит можно было питать от источника с возможно произвольным соотношением тока и напряжения. Так при последовательном соединении всех секций общее сопротивление было довольно большим и для питания можно было использовать источник такого типа, как для ламповых схем, т.е. с напряжением 200-300 В и током менее 1 А. При параллельном соединении секций общее сопротивление было довольно малым и можно было использовать источник такого типа, как зарядное устройство для аккумуляторов или сами аккумуляторы, т.е. с напряжением 10-20 В и током 5-10 А. Кроме того, можно было на большую часть секций подавать постоянное питание, а на одну-две секции — регулируемое, что давало дополнительную возможность вариаций в выборе источника, а также обеспечивало более тонкую регулировку поля. Благодаря независимости секций друг от друга, можно было питать только какую-то часть из них, или каждую секцию по отдельности от своего источника.

Магнит без охлаждения обеспечивает в зазоре 5 см поле до 3000 Эв, в зазоре 10 см-до 1500 Э. В меньшем зазоре и при некотором небольшом нагреве (градусов на десять выше комнатной и не долго) может обеспечить поле до 5000 Э.

Один из рабочих вариантов источников питания магнита состоит из двух ЛАТРов (больших), один из которых питает шесть или семь секций, а другой – одну или две. Выпрямление тока осуществляется с помощью силовых диодов (около 20 штук), сглаживание с помощью четырех электролитических конденсаторов 500 мкФ на 450 В. Измерение базового и регулировочного токов осуществляется с помощью двух микроамперметров на 100 мкА с шунтами.

**3.1.2.5.** Результаты экспериментального исследования дисперсионных свойств ПМСВ. Теперь перейдем непосредственно к описанию результатов экспериментального исследования дисперсионных свойств ПМСВ в структуре ФДМ. Традиционные методы исследования дисперсии ПМСВ сводятся к измерению набега фазы при изменении частоты или поля [4, 9]. При этом жесткая фиксация положения возбуждающей и приемной антенн создает неопределенность в измерении длины ПМСВ вблизи низкочастотного края спектра. От этого недостатка свободен используемый в настоящей работе метод подвижных антенн, позволяющий непосредственно измерить длину ПМСВ по изменению фазы выходного сигнала на 360°. Этот метод, однако, пригоден лишь для ферритовой пленки (ФП), у которой поверхность свободна, а для структур ФМ и ФДМ, когда поверхность пленки закрыта металлом, он неприменим. Для этого случая используется метод измерения дисперсии, состоящий в изменении расстояния между металлической полосой и поверхностью ферритовой пленки [297]. При этом антенны располагаются за пределами полосы и в процессе ее перемещения не сдвигаются. Для реализации метода сначала металлическая пластина удаляется и измеряется дисперсия ПМСВ в свободной ФП любым известным методом, например, путем перемещения приемной антенны. После этого на фиксированной частоте при приближении металлической полосы на заданное расстояние измеряется дополнительный набег фазы, вызванный металлом, который соответствует изменению количества длин волн ПМСВ в структуре ФДМ по сравнению со свободной ФП. Далее по известной ширине металлической полосы определяется длина волны ПМСВ в структуре ФДМ на заданной частоте, что дает точку на дисперсионной кривой. Полная дисперсионная кривая получается путем повторения описанной процедуры для сетки частот во всей области существования ПМСВ.

Эксперименты проводились на установке, предназначенной для возбуждения и приема ПМСВ с помощью подвижных антенн, собранной на основе стандартного измерителя комплексных коэффициентов передачи. Длина проводников антенн составляла 4 мм, толщина — 12 мкм. Расстояние между антеннами равнялось 6 мм. Использовалась пленка железоиттриевого граната, легированного галлием, в форме диска диаметром 30 мм и толщиной d = 16 мкм, с шириной резонансной линии  $2 \Delta H = 0,6$  Э и намагниченностью насыщения  $4 \pi M_0 = 840$  Гс. Сверху на пленку посередине между антеннами с зазором *р* накладывалась прямоугольная металлическая полоса длиной 40 мм и шириной 2 мм. Проводники антенн и ось металлической полосы были параллельны направлению поля, приложенного в плоскости ферритовой пленки, которое равнялось 632 Э. При этом возбуждение ПМСВ наблюдалось в диапазоне частот от 2704 до 2935 МГц.

Измеренные дисперсионные зависимости для структуры  $\Phi Д M$  при различных зазорах p между металлической пластиной и ферритовой пленкой, показаны точками на рис. 3.8. Там же сплошными линиями приведены кривые, рассчитанные по формуле (3.1).

Из рисунка видно, что теоретические зависимости для зазоров более 100 мкм (3-6) совпадают с экспериментом пределах 0,5%. Точность совпадения для зазоров менее 100 мкм (кривые 1, 2) также высока и составляет единицы процентов. Некоторое снижение точности, по-видимому, обусловлено трудностью измерения столь малых зазоров. Так как ПМСВ возбуждаются и принимаются в тех частях пленки, где металл отсутствует, то нижняя и верхняя границы наблюдаемого спектра частот (около 2700 и 2900 МГц) соответствуют границам для свободной ФП (2701 и 2946). Для кривых 2 и 3 хорошо наблюдаются две области, соответствующие прямым ПМСВ первого и второго типа.



Рис. 3.8. Теоретические (сплошные линии) и экспериментальные (точки) дисперсионные зависимости при различных зазорах p:1-20 мкм; 2-60 мкм; 3-100 мкм; 4-135 мкм; 5-250 мкм;  $6-\infty$ 

Разрыв этих кривых в области волновых чисел от 100 до 200–300 см<sup>-1</sup> обусловлен увеличением затухания сигнала из-за малой групповой скорости ПМСВ.

Указанный разрыв дисперсионных кривых проявляется на амплитудно-частотной характеристике (АЧХ) спектра ПМСВ, как пик непропускания, выраженный тем сильнее, чем ближе ширина металлической полосы к величине расстояния между антеннами. При расстоянии между антеннами 6 мми ширине металлической полосы 2 мм наибольшая



Рис. 3.9. Теоретическая (сплошная линия) и экспериментальные (точки) зависимости центральной частоты пика непропускания от зазора p при различной ширине металлической полосы w: 1 - 400 мкм; 2 - 1000 мкм; 3 - 2000 мкм; 4 - 4000 мкм

глубина пика относительно максимума АЧХ приближается к 20 дБ, при ширине полосы 4 мм — превышает 40 дБ.

На рис. 3.9 показаны теоретическая (сплошная линия) и экспериментальные (точки) зависимости центральной частоты пика непропускания от зазора *p* между металлической полосой и пленкой при различной ширине металлической полосы *w*.

Из рисунка видно, что теория описывает эксперимент тем лучше, чем шире полоса, что естественно, так как расчет выполнен для безграничной структуры ФДМ. С увеличением зазора глубина пика непропускания уменьшается и он практически исчезает при  $p \ge w/4$ , так как при таком соотношении возмущение, оказываемое полосой на спектр ПМСВ, становится слишком малым.

3.1.3. О возможности экспериментального наблюдения обратных волн. Описанные в разд. 3.1.1 дисперсионные свойства ПМСВ в структуре ФДМ получены нами теоретически. Для прямых волн первого и второго типа (на тех частотах, где их области существования не перекрываются), эти данные хорошо подтверждаются в эксперименте, один из которых описан в предыдущем разд. 3.1.2. С другой стороны, какие-либо сведения о наблюдении в эксперименте обратных волн отсутствуют, причина чего кроется, по-видимому, в том, что эксперимент обычно ставился на частотах ниже  $\Omega_H + 1/2$ , где групповая скорость обратных волн мала и потери при распространении велики. Однако, как видно из рис. 3.1, на частотах выше  $\Omega_H + 1/2$  групповая скорость обратных волн может быть того же порядка, что и для прямых волн, а малая групповая скорость ниже  $\Omega_H + 1/2$  может оказаться полезной при конструировании линий задержки. Таким образом, задача экспериментального обнаружения обратных волн становится весьма актуальной.

Из проделанного рассмотрения можно извлечь некоторые рекомендации для эксперимента. Так, из рис. 3.1-3.4 видно, что области существования обратных волн по частоте  $\Omega$  и углу  $\varphi$  весьма широки, и увеличиваются по мере уменьшения толщины слоя диэлектрика pи увеличения угла  $\varphi$ . В эксперименте надо учитывать направление распространения волны и ориентацию ее фазового фронта, а в условиях малой групповой скорости чувствительность аппаратуры должна быть высока, а расстояние между излучающим и приемным преобразователями невелико. Так как наряду с обратной волной на той же частоте всегда существует также более длинная прямая волна первого типа, то геометрия возбуждающего преобразователя должна соответствовать длине именно обратной волны (а не прямой), например, его можно выполнить в виде решетки с периодом, равным длине обратной волны.

Можно надеяться, что при условии выполнения приведенных рекомендаций наблюдение обратных волн станет возможным.

# 3.2. Распространение ПМСВ в двухкомпонентной среде, состоящей из свободной ферритовой пленки и структуры ФДМ

Как указывалось ранее, основным предметом рассмотрения в настоящей работе является распространение ПМСВ в структурах, содержащих ферритовые пленки, в условиях различных неоднородностей. Рассмотрим сначала геометрически неоднородные структуры, намагниченные однородным полем. Пусть структура представляет собой свободную ферритовую пленку (ФП), над частью поверхности которой с некоторым зазором расположена прямолинейная металлическая полоса с параллельными краями, образующая в этой части структуру типа феррит-диэлектрик-металл (ФДМ). ПМСВ возбуждаются в свободной ферритовой пленке, проходят под металлической полосой или отражаются от ее края и принимаются снова в свободной ферритовой пленке. Наиболее общий случай включает в себя исследование преломления и отражения ПМСВ при произвольных направлениях распространения ПМСВ и ориентации границы раздела сред относительно направления поля. Для получения общего представления о явлении, проведем здесь рассмотрение в три этапа: сначала исследуем распространение ПМСВ в направлении, перпендикулярном полю, когда граница раздела  $\Phi\Pi$ и структуры ФДМ ориентирована параллельно полю. Далее изучим преломление ПМСВ в случае, когда граница раздела сред ориентирована параллельно полю, а направление распространения ПМСВ произвольно, после чего рассмотрим преломление ПМСВ при произвольной ориентации этой границы. В основном будем пользоваться результатами работ [565, 566, 567, 571, 572, 573, 574, 575]. Некоторые теоретические результаты по методу изочастотных кривых обобщены в работе [305].

**3.2.1. Анализ преломления ПМСВ с помощью метода изочастотных кривых.** В настоящем разделе будет рассмотрена интерпретация наблюдаемого в эксперименте преломления ПМСВ при прохождении под металлической полоской на основе метода изочастотных кривых.

**3.2.1.1. Постановка задачи.** Рассмотрим сначала общую постановку задачи о преломлении ПМСВ на границе раздела двух сред. Прежде всего заметим, что использование для описания преломления ПМСВ традиционно принятых в классической оптике понятий углов падения и преломления в системе координат, связанной с границей раздела сред [545], не всегда удобно. Действительно, в магнитной среде, благодаря ее гиротропным свойствам, задаваемым внешним полем, угол отражения в общем случае углу падения не равен, а известное в оптике выражение угла преломления через угол падения и коэффициенты преломления сред также не выполняется. Поэтому далее используется традиционная для ПМСВ система координат *Охуz*,

в которой плоскость Oyz совпадает с плоскостью ферритовой пленки, а ось Oz параллельна внешнему полю **H** (рис. 2.1). Распространение волны характеризуется двумя углами:  $\varphi$  — между волновым вектором и осью Oy и  $\psi$  — между вектором групповой скорости и той же осью. Соотношение между этими углами определяется законом дисперсии для ПМСВ в данной среде (для  $\Phi\Pi$  — (2.299), для  $\PhiДM$  — (2.520)). Условия преломления и отражения ПМСВ в случае прямолинейной границы следуют из тех же соотношений между полями падающей, отраженной и преломленной волн, что и в оптике [545]. Так, равенство показателей экспонент этих волн дает условие сохранения проекции волнового вектора на границу раздела сред. Из условия сохранения амплитуды составляющей поля волны, параллельной границе раздела сред, можно найти амплитудные коэффициенты преломления и отражения волн, квадраты которых дают соотношения плотностей энергии падающей, преломленной и отраженной волн.

Общая схема преломления ПМСВ на границе раздела двух сред показана на рис. 3.10.



Рис. 3.10. Преломление ПМСВ на границе раздела двух сред

Для простоты на рисунке граница раздела выбрана вдоль оси Oy. Волна распространяется из среды 1 в среду 2 вдоль линии ADB. При этом  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{s}_1$  — волновой и лучевой векторы падающей волны,  $\mathbf{k}_2$ и  $\mathbf{s}_2$  — аналогичные векторы для преломленной волны. На границе раздела сред выполняется условие  $k_{1y} = k_{2y}$ . Следуя традиции, принятой в оптике [545], далее для обозначения параметров падающей волны будем использовать индекс *i*, преломленной — *d* и отраженной — *r*. При известных законах дисперсии в обеих средах для анализа преломления ПМСВ достаточно использовать лишь одну пару углов  $\varphi_i$  и  $\varphi_d$  или  $\psi_i$ и  $\psi_d$ . Исходя из удобства сравнения с экспериментом, далее отдается предпочтение углам  $\psi_i$  и  $\psi_d$ , и лишь в некоторых случаях угол  $\varphi_i$ используется, как параметр.

В эксперименте антенны возбуждающего и приемного преобразователей ПМСВ можно установить на поверхности ферритовой пленки только вне металлической полосы, поэтому для исследования прелом-


Рис. 3.11. Прохождение ПМСВ через неоднородность в форме полосы

ления их приходится располагать по разные стороны от нее. При этом схема исследования преломления ПМСВ принимает вид, показанный на рис. 3.11.

Здесь цифрами 1 и 1' обозначены области ферритовой пленки со свободной поверхностью (ФП), а цифрой 2 — ферритовая пленка с расположенной над ней с зазором равным p металлической полосой ширины w, (структура ФДМ). Угол между краем полосы и осью Oyобозначен через  $\theta$ . Падающая волна в среде 1 характеризуется вектором групповой скорости  $\mathbf{s}_i$ , составляющим угол  $\psi_i$  с осью Oy, преломленная в среде 2 — вектором  $\mathbf{s}_d$  и углом  $\psi_d$ , вышедшая из-под полосы в среде 1' — вектором  $\mathbf{s}_p$  и углом  $\psi_p$ . В процессе прохождения под металлической полосой ПМСВ испытывает два акта преломления, в каждом из которых сохраняется проекция волнового вектора на линию, параллельную краю полосы. При этом в средах 1 и 1' векторы групповых скоростей обеих волн параллельны, т.е.  $\psi_i = \psi_p$ , а угол  $\psi_d$ определяется через непосредственно измеряемые величины по формуле:

$$\psi_d = \arctan \frac{l_y \left( \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \psi_i \right) \sin \theta + w \operatorname{tg} \psi_i}{w + l_y \left( \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \psi_i \right) \cos \theta},$$
(3.2)

где  $l_y$  — проекция на ось Oy отрезка, соединяющего центры возбуждающей и приемной антенн,  $\alpha$  — угол между осью Oy и этим отрезком, w — ширина металлической полосы.

**3.2.1.2.** Анализ ориентационных зависимостей методом изочастотных кривых. Рассмотрим теперь преломление ПМСВ с помощью метода изочастотных кривых, который, исходя из условия сохранения проекции волнового вектора на границу раздела сред, позволяет найти зависимость угла  $\psi_d$  преломленной волны от угла  $\psi_i$  падающей волны, т. е.  $\psi_d$  ( $\psi_i$ ). Качественная иллюстрация построения таких зависимостей для двух разных случаев ориентации металлической полосы представлена на рис. 3.12 и 3.13. **3.2.1.3.** Ориентация полосы вдоль поля. Рис. 3.12 иллюстрирует случай преломления ПМСВ на границе между свободной ФП и структурой ФДМ, ориентированной параллельно полю ( $\theta = 90^{\circ}$ ). Рассмотрен случай частот достаточно близких к нижнему краю спектра ПМСВ. Утолщенными линиями на рис. 3.12, *а* показаны изочастотные кривые для свободной ФП (A'A'') и структуры ФДМ (B'B'') (масштаб кривых искажен для придания большей наглядности рисунку). Кривая B'B'' имеет выпуклость вблизи горизонтальной оси, свойственную только низким частотам. Тонкая наклонная линия соответствует углам отсечки  $\psi_c$ , значения которых для обеих структур (при  $p \neq 0$ ) совпадают ( $\psi_{ic} = \psi_{dc}$ ). Стрелками показаны векторы групповой скорости, перпендикулярные касательным в соответствующих точках изочастотных кривых.



Рис. 3.12. Изочастотные кривые (a) и зависимости  $\psi_d(\psi_i)$  (б) при ориентации металлической полосы вдоль поля

Процедура нахождения вектора групповой скорости преломленной волны состоит в следующем. Задается направление волнового вектора падающей волны, находится соответствующая точка на изочастотной кривой A'A'', из которой проводится прямая перпендикулярная границе раздела сред до пересечения с изочастотной кривой B'B'', что соответствует сохранению проекции волнового вектора на эту границу. В полученной точке пересечения строится касательная к изочастотной кривой и перпендикуляр к этой касательной, который и дает направление вектора групповой скорости преломленной волны. Такая процедура на рис. 3.12, *а* проведена для точек 0–6 на кривой A'A'', в результате чего получены точки 0'-6' на кривой B'B''. Так как граница раздела сред параллельна оси Oz, то сохраняется проекция волнового вектора **k** на эту ось, поэтому прямые, соединяющие точки 0–6 с точками 0'-6'' горизонтальны.

На рисунке можно выделить четыре пары характерных точек, в которых направления векторов групповой скорости в обеих средах совпадают ( $\psi_d = \psi_i$ ). Таковы точки 0 и 0', где  $\psi_d = \psi_i = 0$ , 2 и 2', где ( $\psi_i$ )<sub>2</sub> = ( $\psi_d$ )<sub>2</sub>, 4 и 4', где ( $\psi_i$ )<sub>4</sub> = ( $\psi_d$ )<sub>4</sub>, а также 6 и 6', удаленные на бесконечность, где  $\psi_d = \psi_i = \psi_c$ . Между точками 0–2 и 0'–2', а также 4–6 и 4'–6' –  $\psi_d > \psi_i$ , между точками 2–4 и 2'–4' –  $\psi_d < \psi_i$ .

Сказанное иллюстрируется рис. 3.12, б, где показаны зависимости  $\psi_d(\psi_i)$  для разных частот. Утолщенная кривая A, соответствующая низким частотам, построена по изочастотным кривым рис. 3.12, a. Тонкие кривые B и C соответствуют средним и высоким частотам спектра ПМСВ и построены аналогичным образом. Наклонная прямая соответствует  $\psi_d = \psi_i$ . Точки 0-6 соответствуют аналогичным точкам на рис. 3.12, a. Максимальное значение угла  $\psi_i$  соответствует углу отсечки ПМСВ в свободной ФП  $\psi_{ic}$ . Как отмечено выше,  $\psi_{ic} = \psi_{dc}$ . Из рисунка видно, что для кривой A на участках между точками 0 и 2, а также 4 и 6 выполняется соотношение  $\psi_d < \psi_i$ . Для частот, лежащих в середине спектра ПМСВ, вся кривая  $\psi_d(\psi_i)$  (B) целиком проходит выше прямой  $\psi_d = \psi_i$ . Для частот вблизи верхней границы спектра ПМСВ кривая  $\psi_d(\psi_i)$  (C) приближается к прямой  $\psi_d = \psi_i$ .

Кривые A, B, C построены без учета эффекта дисперсионного расщепления длинных ПМСВ на возбуждающей антенне (разд. 1.3). Так как длина волны в структуре ФДМ больше, чем в свободной ФП, то явления расщепления более заметны при распространении ПМСВ под металлической полосой, и проявляются в стремлении угла  $\psi_d$ преломленной волны к значению угла отсечки  $\psi_{dc}$  тем больше, чем меньше для нее волновое число k. Такой характер зависимостей  $\psi_d(\psi_i)$ показан на рис. 3.12,  $\delta$  точечной кривой D.

**3.2.1.4.** Ориентация полосы произвольная. Рассмотрим теперь преломление ПМСВ на границе между свободной ФП и структурой ФДМ, ориентированной произвольно относительно поля. Для просто-

ты предположим, что зазор между металлической полосой и поверхностью ФП отсутствует (p = 0), что соответствует структуре ФМ, описываемой дисперсионным соотношением (2.518). Этот случай иллюстрируется рис. 3.13, где приведено построение, аналогичное рис. 3.12, для угла  $\theta$  между полосой и осью Oy, при частоте, близкой к середине спектра ПМСВ. Утолщенными линиями на рис. 3.13, *а* показаны изочастотные кривые для свободной ФП (A'A'') и структуры ФМ (B'B'') (масштаб кривых искажен аналогично рис. 3.10, *а*). Направление границы раздела сред показано линией D'D''. Тонкие наклонные линии соответствует углам отсечки  $\psi_c$ , значения которых для обеих структур (при p = 0) различны ( $\psi_{dc} < \psi_{ic}$ ). Стрелками показаны векторы групповой скорости. Процедура нахождения вектора групповой скорости. Процедура нахождения выше. При этом



Рис. 3.13. Изочастотные кривые (*a*) и зависимости  $\psi_d(\psi_i)$  (*б*) при произвольной ориентации металлической полосы

сохраняется проекция волнового вектора на линию D'D'', т.е. прямые, соединяющие точки 1-4 с точками 1'-4', перпендикулярны этой линии. На рисунке можно выделить две характерные точки – 3 (для свободной ФП) и 2'(для среды ФМ), в которых направление вектора групповой скорости в одной из сред параллельно оси Оу. В первой из этих точек параллельно оси Oy распространяется падающая волна ( $\psi_i = 0$ ), во второй — преломленная ( $\psi_d = 0$ ). При  $\psi_i < (\psi_i)_2$  (выше точки 2 по кривой A'A'')  $\psi_d < 0$ . При  $\psi_i > (\psi_i)_2$  (ниже этой точки)  $\psi_d > 0$ . При  $\psi_i = (\psi_i)_3 = 0 - \psi_d > 0$ . Сказанное иллюстрируется рис. 3.13, б, где показаны зависимости  $\psi_d(\psi_i)$  для разных ориентаций металлической пластины. Кривая A соответствует случаю  $\theta > 90^{\circ}$  (предполагается, что  $180^\circ - \theta < \psi_{dc}$ ), кривая B — случаю  $\theta = 90^\circ$ , кривая C — случаю  $\theta < 90^{\circ} (\theta > \psi_{dc})$ . Кривая A построена по изочастотным кривым рис. 3.13, а. Две другие кривые В и С построены аналогичным образом. Наклонные прямые соединяют начало координат с точками  $(\psi_{ic}, \psi_{dc})$ , а также  $(\psi_{ic}, \psi_{dic})$ , где  $\psi_{dic} = \psi_{ic}$ . Точки 1-4 соответствуют аналогичным точкам на рис. 3.13, *a*. Максимальное значение угла  $\psi_i$ соответствует углу отсечки ПМСВ в свободной ФП  $\psi_{ic}$ . Как отмечено выше,  $\psi_{dc} < \psi_{ic}$ .

Из рисунка видно, что для кривой A на участках между точками 1 и 2, а выполняется соотношение  $\psi_d < 0$ , а между точками 2 и 4 выполняется обратное соотношение  $\psi_d > 0$ . В точке  $3 - \psi_d > 0$ .

Учет расщепления луча за счет дисперсии (разд. 1.3), проявляющегося при распространении ПМСВ под металлической полосой, дает увеличение  $\psi_d$  в тех областях, где кривые A, B, u C пересекают ось Oy(при малых k). При этом максимально возможная величина  $\psi_d$  ограничена углом отсечки в свободной ФП и составляет  $\psi_{dic} = \psi_{ic}$ . Обусловленный дисперсионным расщеплением вид зависимостей  $\psi_d(\psi_i)$ показан на рис. 3.13,  $\delta$  точечными кривыми D.

**3.2.1.5.** Оценка возможности проявления эффектов дисперсионного расщепления волнового пучка в условиях реального эксперимента. Приведенная выше теоретическая картина распространения ПМСВ построена на основе предположения о безграничной протяженности сред по обе стороны от бесконечно длинной общей границы, причем волновой фронт считается бесконечно широким, а затухание отсутствует. Тем не менее, в экспериментах размеры ферритовой пленки и ширина пучка ПМСВ ограничены, а волны затухают, что необходимо учитывать при интерпретации экспериментальных результатов.

В экспериментах использовались пленки железоиттриевого граната (ЖИГ) с шириной резонансной линии порядка 0,5 – 1,0 Э, имевшие форму диска диаметром 60–70 мм. Толщина проводника антенны составляла 12 мкм, что позволяло работать с ПМСВ длиной от нескольких миллиметров до 70 мкм, которые распространялись на расстояние до 3–5 см. Длина металлической полосы, составляла 60–80 мм, а ширина — от 100 мкм до 10 мкм. Величина зазора варьировалась в преде-

лах от 5–10 мкм до 10–20 мкм. На рассматриваемых явлениях заметно сказывается соотношение между длинами ПМСВ и возбуждающей антенны. Действительно, как указывалось в первой главе (разд. 1.3), если длина ПМСВ приближается к ширине волнового пучка, что бывает заметно вблизи нижней границы спектра, то наблюдается расщепление пучка на два, распространяющиеся по направлениям, близким к углам отсечки. При этом, если после преломления волна отклонена от оси *Оу*сильнее, чем до него ( $\psi_d > \psi_i$ ), то ширина преломленного пучка уменьшается, а в обратном случае ( $\psi_d < \psi_i$ ) — увеличивается, т.е. условия расщепления меняются. На одной и той же частоте длина волны в структуре ФДМ, как правило, заметно больше, чем в свободной ФП, т. е. расщепление проявляется сильнее.

Рассмотрим возможность проявления эффектов дисперсионного расщепления волнового пучка в типичных условиях экспериментов, описанных далее. Пусть длина возбуждающей антенны составляет 4 мм, намагниченность насыщения ферритовой пленки — 840 Гс, ее толщина – 16 мкм, постоянное поле – 570 Э. Предположим, что ПМ-СВ распространяются перпендикулярно направлению поля. При этих условиях для свободной ФП границы частотного диапазона существования ПМСВ составляют 2510-2772 МГц. На частоте 2530 МГц волновое число равно 25 см<sup>-1</sup>, длина волны — 2512 мкм, т.е. начальная ширина пучка превышает длину волны менее чем в два раза. При этом расщепление невелико, но может быть заметно. На частоте 2615 МГц волновое число равно 155 см<sup>-1</sup>, длина волны — 405 мкм, т.е. начальная ширина пучка превышает длину волны в десять раз. В этом случае расщепление отсутствует. На частоте 2650 МГц волновое число равно 230 см<sup>-1</sup>, длина волны — 273 мкм, на ширине пучка — пятнадцать длин волн — расщепление тем более отсутствует. При тех же условиях для структуры ФМ границы частотного диапазона существования ПМСВ – 2510–3948 МГц. На частоте 2530 МГц волновое число равно 5 см<sup>-1</sup>, длина волны — 12560 мкм, т. е. длина волны в три раза больше ширины пучка. При этом расщепление велико. На частоте 2650 МГц волновое число равно 30 см<sup>-1</sup>, длина волны — 2093 мкм, т.е. длина волны в два раза меньше ширины пучка и расщепление еще может проявляться. На частоте 3090 МГц волновое число равно 155 см<sup>-1</sup>, длина волны — 405 мкм, т. е. длина волны в десять раз меньше ширины пучка и расщепление отсутствует.

Таким образом, если ПМСВ возбуждаются в интервале частот 2500–2700 МГц, то в свободной ФП явления расщепления волнового пучка могут проявиться лишь в малом участке этого диапазона на частотах ниже 2520-2530 МГц, а в структуре ФМ — на большей части диапазона вплоть до частот 2540-2650 МГц.

**3.2.2. Экспериментальное исследование преломления ПМСВ.** Приведем теперь результаты экспериментального исследования преломления ПМСВ на границе раздела между свободной ФП и структурой

145

ФДМ, выполненной в виде металлической полосы, расположенной над поверхностью ферритовой пленки. Данные будут сопоставлены с результатами машинного расчета тех же зависимостей, выполненного на основе проведенного выше теоретического анализа преломления ПМСВ.

Эксперименты проводились на ферритовой пленке в форме диска диаметром 60 мм из легированного галлием железоиттриевого граната с намагниченностью насыщения 840 Гс, шириной резонансной линии 0,6 Э и толщиной 16 мкм. Возбуждение и прием ПМСВ осуществлялся подвижными антеннами длиной 3,7 мм и диаметром 12 мкм. Металлическая полоса имела ширину 6 мм, длину 40 мм и устанавливалась над ферритовой пленкой между антеннами параллельно ее поверхности. Пленка намагничивалась полем в плоскости, равным 570 Э. При этом спектр ПМСВ для свободной ФП ограничен частотами 2510 и 2772 МГц, а для структуры ФМ — 2510 и 3948 МГц.

**3.2.2.1.** Ориентация полосы вдоль поля. Рассмотрим сначала случай ориентации металлической полосы вдоль направления магнитного поля. Полоса установлена с зазором, который может меняться. Полученные результаты иллюстрируются рисунками (3.14, *a*-3.14, *e*, 3.15, *a*-3.15, *e*), где расчетные кривые представлены сплошными линиями, а экспериментальные данные — точками.

На рис. 3.14, *а* показаны зависимости  $\psi_d(\psi_i)$  для ПМСВ различных частот в диапазоне от 2530 до 2630 МГц (кривые 1–6) при постоянном зазоре p = 185 мкм. Наклонная прямая соответствует  $\psi_d = \psi_i$ . Из рисунка видно, что все кривые начинаются в точке  $\psi_d = \psi_i = 0$  и на начальном участке идут выше прямой  $\psi_d = \psi_i$ . Далее кривые монотонно возрастают, проходя, как выше, так и ниже прямой  $\psi_d = \psi_i$ , после чего снова устремляются к ней, где и заканчиваются в точках, соответствующих углам отсечки  $\psi_{dc} = \psi_{ic}$ , различным для разных частот.

По характеру поведения можно выделить три типа кривых.

Кривые первого типа (1) между начальной и конечной точками дважды пересекают прямую  $\psi_d = \psi_i$ .

Кривые второго типа (2-4) целиком лежат выше прямой  $\psi_d = \psi_i$  и отходят от нее на значительные расстояния (до  $20^\circ - 30^\circ$  по  $\psi_d$ ).

Кривые третьего типа (5,6) также лежат выше прямой  $\psi_d = \psi_i$ , но мало отходят от нее (не более 5°-10° по  $\psi_d$ ).

Эти три типа кривых соответствуют кривым A, B и C, показанным на рис. 3.12,  $\delta$ . При этом кривые первого типа соответствуют случаю низких частот спектра ПМСВ (2510 МГц < f < 2540 МГц), где длина волны под металлом значительно превышает величину зазора в структуре ФДМ, в результате чего изочастотная кривая для этой структуры имеет выпуклость вблизи горизонтальной оси (рис. 3.12, a). Кривые второго типа соответствуют случаю средних частот (2540 МГц < f < 2600 МГц, где длина волны под металлом того



Рис. 3.14. Зависимости угла  $\psi_d$  преломленной волны от различных параметров среды и падающей волны. a – зависимости  $\psi_d(\psi_i)$  при p = 185 мкм и различных частотах f: 1 - 2530 МГц; 2 - 2570 МГц; 3 - 2590 МГц; 4 - 2610 МГц. 6 – зависимости  $\psi_d(\psi_i)$  при f = 2610 МГц и различных зазорах p: 1 - 0 мкм; 2 - 30 мкм; 3 - 100 мкм; 4 - 140 мкм; 5 - 185 мкм. e – зависимости  $\psi_d(f)$  при  $\varphi_i = -22,5^\circ$  и различных зазорах p: 1 - 0 мкм; 2 - 17 мкм; 3 - 70 мкм; 4 - 140 мкм; 5 - 220 мкм;  $6 - \infty$ . e – зависимости  $\psi_d(p)$  при  $\varphi_i = -22,5^\circ$  и различных частотах f: 1 - 2530 МГц; 2 - 2570 МГц; 3 - 2650 МГц

же порядка, что и величина зазора в структуре ФДМ, выпуклость на изочастотной кривой отсутствует, а изочастотные кривые для двух структур разнесены далеко друг от друга. Кривые третьего типа соответствуют случаю высоких частот (2600 МГц < f < 2772 МГц), где длина волны под металлом значительно меньше величины зазора в структуре ФДМ, в результате чего изочастотные кривые для двух структур близки.

Из рисунка видно, что расчетные кривые совпадают с экспериментальными точками тем лучше, чем выше частота ПМСВ. На частоте 2630 МГц (кривая 6) совпадение хорошее во всем интервале изменения угла  $\psi_i$ , на частоте 2610 МГц (кривая 5) — при  $\psi_i > 20^\circ$ , на частоте 2590 МГц (кривая 4) — при  $\psi_i > 30^{\circ}$ , на частоте 2570 МГц (кривая 3) — при  $\psi_i > 40^{\circ}$ . При углах  $\psi_i$  меньших указанных значений экспериментальные точки для частот 2570, 2590 и 2610 МГц лежат выше расчетных кривых 3–6. Такое расхождение обусловлено тем, что при этих углах длина волны ПМСВ становится сравнимой с длиной использовавшейся в экспериментах возбуждающей антенны, а также с шириной металлической пластины, поэтому начинают проявляться эффекты дисперсионного расщепления, обсужденные ранее (кривая D на рис. 3.12,  $\delta$ ). На частотах 2530 МГц и 2550 МГц (кривые 1 и 2) эффекты расщепления отсутствуют только вблизи углов отсечки (из-за ненаблюдаемости в эксперименте эффекта преломления, для этих частот измерения не проводились).

Рассмотрим теперь, как меняются описанные выше зависимости при изменении зазора p между поверхностями ферритовой пленки и металлической пластины. На рис. 3.14, 6 показаны зависимости  $\psi_d(\psi_i)$  для ПМСВ фиксированной частоты 2610 МГц (кривые 1–6) при различных зазорах p от 0 до  $\infty$ . Наклонная прямая соответствует  $\psi_d = \psi_i$ . Общий ход кривых близок к представленному на рис. 3.14, a. Здесь также можно выделить те же три типа кривых, причем кривые первого типа (1,2) наблюдаются при 0 < p < 50 мкм, второго типа (3–5) при 50 мкм < p < 150 мкм третьего типа (6) — при 150 мкм < p <  $\infty$ . Аналогично рис. 3.14, a, при небольших углах  $\psi_i$  экспериментальные точки лежат выше расчетных кривых, что также объясняется эффектами дисперсионного расщепления.

Приведенные на рис. 3.14, а и 3.14, б зависимости описывают преломление ПМСВ достаточно полно, однако в практических целях использовать их не всегда удобно, поскольку в устройствах излучающая антенна, как правило, установлена в одном фиксированном положении, т. е. задан угол  $\varphi_i$ . При этом частота f или зазор p могут меняться. Поэтому для практики желательно знать зависимости угла  $\psi_d$  от частоты или зазора ( $\psi_d(f)$  и  $\psi_d(p)$ ) при  $\varphi_i = \text{const.}$  Эти зависимости иллюстрируются рис. 3.14,  $\varepsilon$  и 3.14,  $\varepsilon$ .

На рис. 3.14, в представлены зависимости  $\psi_d(f)$  при фиксированном значении угла  $\varphi_i = -22,5^\circ$  и различных зазорах p. Кривая 1 соответствует структуре  $\Phi M$ , а кривая 7 — свободной  $\Phi \Pi$ , кривые 2–6 промежуточным значениям зазора для структуры  $\Phi Д M$ . При увеличении частоты все кривые монотонно возрастают тем сильнее, чем больше величина зазора, затем некоторые спадают и все обрываются на частоте, для которой заданное значение угла  $\varphi_i = -22,5^\circ$  равняется углу отсечки  $\varphi_{ic}$  в свободной  $\Phi \Pi$ . По характеру возрастания кривых можно выделить три типа. Первый (кривые 1–3) соответствует малым зазорам (0 < p < 50 мкм) и отличается монотонным возрастанием во всем спектре частот ПМСВ. Эти кривые начинаются в одной точке, соответствующей структуре  $\Phi M$  (кривая 1), и заканчиваются каждая при своем значении угла  $\psi_d$ , тем большем, чем больше величина зазора. Кривые второго типа (4–6) соответствуют средним зазорам

(50 < p < 250 мкм) и сначала резко возрастают, проходят через максимум, спадают, а затем все стремятся к кривой 7, соответствующей свободной ФП. Эти кривые начинаются в той же точке, что и кривые первого типа, и заканчиваются в той же точке, что и кривая 7. Кривые третьего типа (7) соответствуют большим зазорам (250 мкм )и также монотонно возрастают во всем спектре частот ПМСВ. В отличие от кривых первого типа, эти кривые начинаются при значительно больших значениях угла  $\psi_d$ , и заканчиваются в одной точке, соответствующей свободной ФП (7). Описанные свойства зависимостей  $\psi_d(f)$  можно объяснить с помощью построения изочастотных кривых, аналогично рис. 3.12. Так, например, начало кривых 1-6 в одной точке можно объяснить тем, что вблизи нижней границы спектра ПМСВ (2510 МГц) длина волны велика и в широких пределах значительно превышает величину зазора, поэтому свойства волны от конкретной величины зазора практически не зависят (волна распространяется, как в структуре ФМ). С другой стороны, максимум на кривых второго типа (4-6) обусловлен наличием пологого участка на изочастотной кривой для структуры ФДМ.

На рис. 3.14, г представлены зависимости  $\psi_d(p)$  при фиксированном значении угла  $\varphi_i = -22,5^\circ$  и различных частотах f. Кривая 1 соответствует частоте 2530 МГц, лежащей вблизи нижней границы спектра ПМСВ, кривая 5 — частоте 2650 МГц, приближающейся к его верхней границе. При увеличении зазора все кривые сначала монотонно возрастают тем сильнее, чем выше частота, затем, пройдя через максимум, спадают и выходят на горизонтальный участок, соответствующий тем большим значениям угла  $\psi_d$ , чем выше частота. Максимумы на кривых достигаются при тем больших значениях зазора, чем ниже частота. Интересно отметить, что в точке максимума отношение зазора к длине волны практически постоянно, причем произведение волнового числа на величину зазора близко к 0,5. Выход каждой кривой на горизонтальный участок при больших зазорах обусловлен превышением величины зазора над длиной волны, вследствие чего при этом ПМСВ распространяются, как в свободной ФП.

**3.2.2.2. Ориентация полосы произвольная.** Рассмотрим теперь преломление ПМСВ при произвольной ориентации металлической полосы, установленной вплотную на плоскости пленки (с нулевым зазором).

На рис. 3.15, а показаны зависимости  $\psi_d(\psi_i)$  для ПМСВ частоты 2610 МГц, нулевом зазоре p = 0 и различных углах поворота полосы  $\theta$ . Кривые 1-3 соответствуют углам 100°, 90° и 80°. Видно, что эти кривые полностью соответствуют аналогичным кривым A, B и C, приведенным на рис. 3.13,  $\delta$ . При этом  $\psi_i = 57,4^\circ$ ,  $\psi_{dc} = 13,6^\circ$ . Расчетные кривые совпадают с экспериментальными точками тем лучше, чем больше угол  $\psi_i$  отличается от своего значения, соответствующего  $\psi_d = 0$ . Совпадение можно считать хорошим, если указанное различие



Рис. 3.15. Зависимости угла  $\psi_d$  преломленной волны от различных параметров среды и падающей волны. a — зависимости  $\psi_d(\psi_i)$  при f = 2610 МГц, p = 0 и различных углах поворота полосы  $\theta$ :  $1 - 100^\circ$ ,  $2 - 90^\circ$ ,  $3 - 80^\circ$ .  $\delta$  — зависимости  $\psi_d(\theta)$  при  $\varphi_i = -22,5^\circ$ , p = 0 и различных частотах f: 1 - 2550 МГц, 2 - 2590 МГц, 3 - 2630 МГц. e — зависимости  $\psi_d(\theta)$  при f = 2610 МГц, p = 0 и различных углах  $\varphi_i$ :  $1 - 2^\circ$ ,  $2 - 14^\circ$ ,  $3 - 27^\circ$ . e — зависимости  $\psi_d(\theta)$  при f = 2610 МГц,  $\varphi_i = -22,5^\circ$  и различных зазорах p: 1 - 5 мкм, 2 - 20 мкм, 3 - 95 мкм

превышает  $20^{\circ} - 30^{\circ}$ . При меньшем отличии экспериментальные точки отклоняются в стороны больших (по абсолютной величине) значений угла  $\psi_d$ , что объясняется эффектами дисперсионного расщепления и соответствует кривым типа D на рис. 3.12,  $\delta$ .

На рис. 3.15, б показаны зависимости угла  $\psi_d$  преломленной волны от угла поворота полосы  $\theta$  при фиксированном угле  $\varphi_i = -22,5^\circ$ , нулевом зазоре p = 0и различных частотах ПМСВ. Кривые 1–3 соответствуют частотам 2550, 2590 и 2630 Мгц. Общий ход кривых можно объяснить с помощью построения изочастотных кривых для разных частот, аналогично рис. 3.13. Все кривые пересекают горизонтальную ось вблизи угла  $\theta \approx 67,5^\circ$ , который определяется, в первую очередь, значением угла  $\varphi_i = \varphi_i = -22,5^\circ$  и от частоты зависит мало, что обусловлено слабостью частотной зависимости формы изочастотных

кривых для структуры  $\Phi M$  в этом интервале. Аналогично предыдущему случаю, расчетные кривые совпадают с экспериментальными точками тем лучше, чем больше угол  $\theta$  отличается от значения  $\approx 67,5^{\circ}$ , а наблюдаемое различие вблизи этого угла обусловлено эффектами дисперсионного расщепления.

На рис. 3.15, в показаны зависимости угла  $\psi_d$  преломленной волны от угла поворота полосы  $\theta$  при частоте ПМСВ равной 2610 МГц, нулевом зазоре p = 0 и различных углах  $\varphi_i$  падающей волны. Кривые 1–3 соответствуют углам 2°, 14° и 27°, и пересекают горизонтальную ось вблизи углов  $\theta$  равных 92°, 104° и 17° соответственно. Соотношение между теорией и экспериментом аналогично предыдущему случаю.

На рис. 3.15, *е* показаны зависимости угла  $\psi_d$  преломленной волны от угла поворота полосы  $\theta$  при частоте ПМСВ равной 2610 МГц, фиксированном угле  $\varphi_i = -22,5^\circ$  и различных зазорах. Кривые 1-3 соответствуют зазорам 5, 20 и 95 мкм. Увеличение зазора приводит к уменьшению угла  $\theta$ , соответствующего пересечению кривых с горизонтальной осью, а также увеличению углов  $\psi_d$  вдали от этого пересечения. Эти особенности становятся понятными, если учесть, что с увеличением зазора ветви изочастотных кривых отклоняются от вертикали тем сильнее, чем дальше точки этих ветвей удалены от начала координат. Теоретические кривые соотносятся с экспериментальными точками аналогично описанному выше.

**3.2.3. Коэффициент отражения ПМСВ от границы раздела** сред. Рассмотрим теперь коэффициент отражения ПМСВ от границы раздела между свободной ферритовой пленкой (ФП) и структурой феррит-диэлектрик-металл (ФДМ). Воспользуемся той же системой координат Oxyz, что и ранее, с полем вдоль оси Oz (рис. 2.1). Пусть граница раздела между свободной ФП и структурой ФДМ проходит вдоль оси Oy ( $\theta = 0^{\circ}$ ), причем свободной ФП соответствует полуплоскость, где z < 0, а структуре ФДМ — полуплоскость, где z > 0. Предположим, что ПМСВ идет из нижней полуплоскости до оси Oy, где находится граница раздела сред, после чего отражается снова в нижнюю полуплоскость. При этом, благодаря симметрии:  $\psi_r = -\psi_i$ . Условие сохранения амплитуды составляющей поля волны, параллельной границе раздела сред, позволяет найти коэффициент отражения (по энергии) в виде:

$$R = (|k_{iz}| - |k_{dz}|)^2 \cdot (|k_{iz}| + |k_{dz}|)^{-2}, \qquad (3.3)$$

где  $k_{iz}$  и  $k_{dz}$  — проекции волновых векторов ПМСВ на направление поля в свободной ФП и структуре ФДМ соответственно. Эта формула является частным случаем более общего соотношения, полученного в [296] методом задачи сопряжения.

В эксперименте использовалась легированная галлием пленка ЖИГ с намагниченностью насыщения  $4\pi M_0 = 840$  Гс и толщиной 16 мкм. Структура ФДМ была выполнена в виде металлической полосы ши-

риной 6 мм, расположенной на расстоянии  $p = 0 \div 5$  мм над поверхностью ФП. Поле  $H_0$  равнялось 571 Э. Возбуждение и прием ПМСВ осуществлялся с помощью подвижных антенн длиной 4 мм и диаметром 12 мкм, размещенных на расстоянии 5–10 мм от металлической полосы. Коэффициент отражения ПМСВ определялся как отношение мощностей подводимого и принимаемого сигналов за вычетом потерь на преобразование и распространение ПМСВ.

Полученные результаты иллюстрируются рис. 3.16, где представлены экспериментальные (точки) и расчетные (сплошные линии) зависимости R(p) при  $\psi_i = -22,5^\circ$  для различных частот f: 1 - 2530 МГц, 2 - 2550 МГц, 3 - 2570 МГц, 4 - 2610 МГц.



Рис. 3.16. Зависимости коэффициента отражения R от величины зазора p между поверхностями металла и ФП для ПМСВ различных частот f: 1-2530 МГц, 2-2550 МГц, 3-2570 МГц, 4-2610 МГц

Из рисунка видно, что с ростом частоты ПМСВ и величины зазора между  $\Phi\Pi$  и металлической полосой коэффициент отражения быстро убывает, причем теория описывает экспериментальные данные вполне адекватно. Исследование зависимости  $R(\psi_i)$  при фиксированных p и f выявило рост коэффициента отражения по мере уменьшения угла  $\psi_i$ , что также хорошо соответствует теоретическим представлениям.

### **3.3.** Дисперсионые свойства ПМСВ в структурах, содержащих два ферритовых слоя

Рассмотрим теперь дисперсионные свойства поверхностных магнитостатических волн в структурах, содержащих два ферритовых слоя. В основном будем пользоваться материалами работ [568–570, 576–579].

**3.3.1. Структура феррит-феррит (ФФ).** Рассмотрим сначала двухслойную структуру феррит-феррит (ФФ), являющуюся частным

случаем структуры МДФФДМ при  $p \to \infty$  и  $q \to \infty$ . Пусть структура содержит два ферритовых слоя одинаковой толщины: d = r = 7,5 мкм, намагниченных полем H = 437,5 Э. Выберем ту же систему координат Oxyz, что и ранее, с осью Oz вдоль поля H (рис. 2.1) и ограничимся случаем распространения ПМСВ вдоль оси Oy. Предположим, что намагниченность слоя d остается постоянной и проследим за трансформацией спектра ПМСВ при изменении намагниченности слоя r.

Получаемые зависимости иллюстрируются рис. 3.17, где утолщенными линиями показаны дисперсионные кривые при:  $4\pi M_d = 1750$  Гс, и  $4\pi M_r = 875$  Гс (a), 1750 Гс (б) и 2625 Гс (в). Тонкими линиями показаны дисперсионные кривые при тех же параметрах для каждого из слоев, взятых в отдельности (без второго слоя). При этом граничные частоты спектра ПМСВ в изолированном слое d (при  $4\pi M_d = 1750$  Гс) равны:  $f_b = 2739$  МГц,  $f_t = 3675$  МГц. Граничные частоты спектра ПМСВ в изолированном слое r при  $4\pi M_r = 875$  Гс (a) равны  $f_b = 2122$  МГц и  $f_t = 2450$  МГц, при  $4\pi M_r = 1750$  Гс (б) равны:  $f_b = 2739$  МГц и  $f_t = 3675$  МГц и при  $4\pi M_r = 2625$  Гс (в) равны:  $f_b = 3241~{
m M}$ Гц и  $f_t = 4900~{
m M}$ Гц. Буквами A и B обозначены ветви, принадлежащие слою d, буквами C и D – слою r. Распределение динамической намагниченности по толщине слоев получается из решения задачи о вынужденных колебаниях. Анализ, подобный проведенному в работах [223, 224], показывает, что ветви A и D соответствуют распространению ПМСВ по внешним поверхностям слоев d и r соот-



Рис. 3.17. Дисперсионные кривые для ПМСВ в структуре МДФФДМ при различных намагниченностях ферритовых слоев.  $a - 4\pi M_d = 1750$  Гс,  $4\pi M_r = 875$  Гс;  $6 - 4\pi M_d = 1750$  Гс,  $4\pi M_r = 1750$  Гс;  $s - 4\pi M_d = 1750$  Гс,  $4\pi M_r = 2625$  Гс

ветственно, ветвь В соответствует распространению ПМСВ по внутренней поверхности слоя d, а C – по внутренней поверхности слоя r. Взаимодействие между намагниченностями слоев приводит к смещению частот всех ветвей, причем ветви внутренних ПМСВ (В и С) смещаются сильнее ветвей внешних (A и D). При сильном различии намагниченностей слоев (случаи *а* и *в*) ветви внешних ПМСВ (*A* и *D*) взаимно расталкиваются, а ветви внутренних ПМСВ (В и С смещаются вниз по частоте. При малом различии намагниченностей слоев (случай б) ветви внешних и внутренних ПМСВ смещаются вверх по частоте и сливаются (А с С и В с D), переходя в ветви, соответствующие единому слою суммарной толщины d + r. Обе внешние ПМСВ (A и D) всегда прямые. Каждая внутренняя ПМСВ (В или C) при волновых числах меньших некоторого критического значения — прямая, при больших — обратная. Критическое значение волнового числа тем больше, чем больше намагниченность слоя, которому соответствует эта волна.

Все сказанное выше относится к распространению ПМСВ вдоль оси Oy. При произвольном направлении распространения в плоскости Oyz общий характер спектра, в основном, сохраняется, причем, как внутренние, так и внешние ПМСВ распространяются в пределах допустимых углов отсечки. При уменьшении толщин слоев диэлектрика углы отсечки увеличиваются, для внешних волн вплоть до 90°, а для внутренних волн — до величин, тем более близких к 90°, чем меньше намагниченности ферритовых слоев отличаются друг от друга.

3.3.2. Структура металл-диэлектрик-феррит-феррит-диэлектрик-металл (МДФФДМ). Рассмотрим теперь особенности дисперсии ПМСВ в полной структуре МДФФДМ. Пусть структура опять состоит из двух ферритовых слоев одинаковой толщины: d = r = 7,5 мкм, намагниченных полем H = 437,5 Э, причем со стороны слоя d на расстоянии p = 5 мкм расположен слой металла, а внешняя поверхность слоя r оставлена свободной  $(q \to \infty)$ . Предположим, что слой d имеет намагниченность  $4\pi M_d = 1750$  Гс. При этом нижняя граница спектра ПМСВ равна  $f_b = 2739$  МГц, а верхняя для свободной поверхности —  $f_b = 3675$  МГц, и для металлизированной  $f_{tm} = 6125 \text{ M}$ Гц. Значительный интерес представляет случай сильного перекрытия спектров ПМСВ отдельных ферритовых слоев. Исходя из этого выберем намагниченность слоя r равной  $4\pi M_r = 2187,5$  Гс, что дает граничные частоты спектра:  $f_b = 3001$  МГц,  $f_t = 4287$  МГц,  $f_{tm} = 7350$  МГц. Используя систему координат Oxyz, показанную на рис. 2.1, ограничимся случаем распространения ПМСВ вдоль положительного направления оси Оу. Дисперсионные кривые для этого случая представлены на рис. 3.18. Штриховыми линиями 1, 2 и 4, 5 показаны кривые для отдельных (невзаимодействующих) слоев d и r соответственно, для случая свободной (1, 4) и металлизированной (2, 5) поверхностей. Тонкими сплошными линиями 3 и 6 показаны



Рис. 3.18. Дисперсионные кривые для ПМСВ в структуре МДФФДМ при отсутствии (1-6) и наличии (7-10) взаимодействия между ферритовыми слоями (d = r = 7,5 мкм). Намагниченности слоев феррита:  $1-3 - 4\pi M_d = 1750$  Гс,  $4\pi M_r = 0$ ;  $4-6 - 4\pi M_d = 0$ ,  $4\pi M_r = 2187,5$  Гс;  $7-10 - 4\pi M_d = 1750$  Гс,  $4\pi M_r = 2187,5$  Гс. Толщины слоев диэлектрика: 1, 4, 7,  $8 - p \to \infty$ ,  $q \to \infty$ ; 2, 5 - p = 0,  $q \to \infty$ ; 3, 6, 9, 10 - p = 5 мкм,  $q \to \infty$ 

кривые для тех же отдельных (невзаимодействующих) слоев при наличии слоя металла, отстоящего от слоя d на расстояние p = 5 мкм. Утолщенными сплошными линиями 7 и 8 показаны дисперсионные кривые для связанных слоев d и r в отсутствие металла ( $p \to \infty$ ). Утолщенными сплошными линиями 9 и 10 показаны аналогичные кривые для связанных слоев d и r при наличии слоя металла, отстоящего от слоя d на расстояние p = 5 мкм.

Из сравнения кривых 3 и 6 с кривыми 1 и 4 видно, что в отсутствие взаимодействия между ферритовыми слоями металл значительно сильнее сказывается на слое d, чем на слое r (кривая 3 сильнее отличается от кривой 1, чем кривая 6 от кривой 4), что связано с большим расстоянием между ферритовым слоем и слоем металла во втором случае (12,5 мкм, по сравнению с 5 мкм). Взаимодействие между ферритовыми слоями приводит к расталкиванию ветвей, в результате чего без металла ветви для обоих слоев снижаются (кривые 7 и 8 по сравнению с кривыми 1 и 4), аналогично кривым A и C на рис. 3.17, e. Металл, расположенный со стороны слоя d, меняет дисперсионную кривую для этого слоя довольно слабо (кривая 9 близка к кривой 7), тогда как для слоя r аналогичная кривая меняется значительно сильнее (кривая 10 проходит значительно выше кривой 8). Таким образом, слой d является как бы «проводником» и «передает» действие металла на слой r, что, по-видимому, связано с большей намагниченностью слоя r по сравнению со слоем d.

3.3.3. Экспериментальное исследование дисперсии пмсв. Эксперименты проводились на намагниченных в плоскости двухслойных пленках из легированного галлием железоиттриевого граната, выращенных на подложках из гадолиний-галлиевого граната ориентации (111). Металлические слои не рассматривались ( $p \to \infty$  и  $q \to \infty$ ). Дисперсионные кривые для ПМСВ, распространяющихся перпендикулярно направлению поля, снимались методом подвижных антенн, описанным выше. Исследовались две пленки: первая имела намагниченность слоя d равной  $4\pi M_d = 1790$  Гс, и намагниченность слоя rравной  $4\pi M_r = 735$  Гс, толщина слоев составляла соответственно d = 15 мкм и r = 14 мкм. Для второй пленки те же величины равнялись:  $4\pi M_d = 1555$  Гс,  $4\pi M_r = 1830$  Гс, d = 16 мкм, r = 6 мкм. Подмагничивающее поле составляло 573 Э. Расчетные значения граничных частот спектра ПМСВ для первой пленки в изолированном слое d (при  $4\pi M_d = 1790$  Гс) равны:  $f_b = 3258$  МГц,  $f_t = 4110$  МГц, в изолированном слое r (при  $4\pi M_r = 735$  Гс) равны:  $f_b = 2424$  МГц,  $f_t = 2633$  МГц. Для второй пленки аналогичные частоты для слоя d(при  $4\pi M_d = 1555$  Гс) равны:  $f_b = 3092$  МГц,  $f_t = 3781$  МГц, для слоя r (при  $4\pi M_r = 1830$  Гс) равны:  $f_b = 3286$  МГц,  $f_t = 4166$  МГц.

Полученные результаты иллюстрируются рис. 3.19, где сплошные кривые (1-4) рассчитаны для первой пленки, штриховые (5-8) — для второй. Точками показаны экспериментальные значения.



Рис. 3.19. Дисперсионные кривые для ПМСВ в структуре МДФФДМ при  $p \to \infty$  и  $q \to \infty$  и различных параметрах ферритовых слоев.  $1-4 - 4\pi M_d = 1790$  Гс,  $4\pi M_r = 735$  Гс, d = 15 мкм, r = 14 мкм;  $5-8 - 4\pi M_d = 1555$  Гс,  $4\pi M_r = 1830$  Гс, d = 16 мкм, r = 6 мкм

Из рисунка можно видеть, что в эксперименте впервые измерены дисперсионные кривые для всех четырех ветвей спектра ПМСВ, причем, наряду с прямыми, наблюдались и обратные волны (правая часть кривой 2). Соответствие теоретических кривых данным эксперимента — не хуже 2%.

Наряду с описанным выше случаем сравнительно толстых пленок (10–20 мкм) на двухслойных пленках толщиной менее 5–7 мкм наблюдались спин-волновые резонансы (CBP), обусловленные закреплением поверхностных спинов, проявляющиеся в разрывах дисперсионных кривых. Разрывы наблюдались на всех ветвях спектра, причем их частоты удовлетворительно (20–30%) совпадали с рассчитанными только для стоячих мод CBP с номерами от 3 до 7, а в некоторых случаях с номерами 13–17. Некоторые частоты CBP можно было описать лишь на основе модели неполного закрепления спинов и неоднородности намагниченности пленки по ее толщине, что говорит о высокой сложности наблюдаемого явления.

#### Выводы по главе 3

Основные вопросы, рассмотренные в настоящей главе, сводятся к следующему.

1. Построены дисперсионные и изочастотные кривые для поверхностных магнитостатических волн (ПМСВ) в структуре ФДМ при различных толщинах слоя диэлектрика. Выявлены два критических значения этой толщины, первое из которых близко к толщине ферритовой пленки, а второе — к удвоенной толщине той же пленки. Показано, что при толщине диэлектрика меньшей первого критического значения дисперсионная кривая имеет единственный экстремум — максимум, при толщине диэлектрика между первым и вторым критическими значениями — два экстремума — максимум и минимум, при толщине диэлектрика большей второго критического значения — дисперсионная кривая экстремумов не имеет. Соответствующие изочастотные кривые могут быть трех видов: псевдоэллиптическими, переходными и псевдогиперболическими. На плоскости изочастотных кривых построены границы областей существования прямых и обратных ПМСВ. Выявлены два типа прямых волн, отличающихся большими и малыми значениями волнового числа. Показано, что в случае одновременного существования прямых волн обоих типов между ними лежит область обратных волн, волновое число в которой принимает промежуточные значения. Обсуждены возможности экспериментального наблюдения обратных волн, даны рекомендации по выбору геометрии эксперимента и выполнению приемного преобразователя ПМСВ.

2. Рассмотрено распространение ПМСВ в намагниченных однородным полем пространственно неоднородных структурах, в частности, изучены законы преломления и отражения ПМСВ на границе раздела между ферритовой пленкой со свободной поверхностью и структурой ФДМ. При решении этих задач продемонстрирована высокая эффективность метода изочастотных кривых, позволяющего, исходя из условия сохранения проекции волнового вектора на границу раздела сред, найти зависимость ориентации вектора групповой скорости преломленной волны от ориентации вектора групповой скорости падающей волны. Для случая ориентации границы раздела между свободной пленкой и структурой ФДМ вдоль поля показано, что в зависимости от частоты ПМСВ, угол преломления может быть как больше, так и меньше угла падения, причем максимальное отличие наблюдается при промежуточных значениях угла падения между нулем и углом отсечки. Для случая произвольной ориентации границы раздела сред между свободной пленкой и структурой ФМ относительно направления поля показано, что, наряду с различием абсолютных значений углов преломления и падения, только при ориентации границы раздела перпендикулярно направлению поля знаки углов преломления и падения всегда совпадают, а при всех других ориентациях имеются области углов падения, где эти знаки различны. Рассмотрены особенности преломления ПМСВ в условиях реального эксперимента, где конечная длина излучающего преобразователя ПМСВ приводит к явлениям дисперсионного расщепления. Показано, что расщепление проявляется в стремлении направления вектора групповой скорости преломленной волны к углу отсечки, наиболее заметном для структуры ФМ в низкочастотной части диапазона ПМСВ.

3. Экспериментально исследована дисперсия ПМСВ в структуре ФДМ при различной толщине слоя диэлектрика. В спектре ПМСВ выявлены области существования прямых волн первого и второго типа. В частотной области, соответствующей обратным ПМСВ, отмечено сильное затухание сигнала, обусловленное малостью групповой скорости ПМСВ. Выполнено экспериментальное исследование ориентационных зависимостей преломления ПМСВ на границе раздела между свободной пленкой и структурой ФДМ, а также ФМ. Отмечено хорошее (в пределах 10%) соответствие между экспериментальными результатами и выводами теории во всех случаях, где эффекты дисперсионного расщепления отсутствуют. Заметное проявление эффектов расщепления отмечено только в нижней части спектра ПМСВ, составляющей для свободной ферритовой пленки не более 10 % от полной ширины спектра, для структуры ФДМ — от 10% до 20% и для структуры ФМ – до 40-50 %. Наблюдаемые аномалии ориентационных зависимостей угла преломления от угла падения в этих областях полностью согласуются с теоретическими предсказаниями. Рассмотрен коэффициент отражения ПМСВ от границы раздела между свободной ферритовой пленкой и структурой ФДМ. Показано, что при увеличении толщины слоя диэлектрика коэффициент отражения падает тем сильнее, чем выше частота ПМСВ. Экспериментальная проверка подтверждает выводы теории с точностью 10-20 %.

4. Рассмотрены дисперсионные свойства ПМСВ в структурах, содержащих два ферритовых слоя. Показано, что в структуре ФФ имеется четыре ветви ПМСВ, две из которых являются внешними и две внутренними, причем частоты их при сильном различии намагниченностей слоев взаимно расталкиваются. Внешние ПМСВ всегда прямые. Каждая внутренняя ПМСВ при волновых числах меньших некоторого критического значения — прямая, при больших — обратная. Рассмотрены аналогичные зависимости для структуры МДФФДМ. Показано, что дополнительный ферритовый слой, находящийся между основным слоем феррита и металлом, значительно усиливает действие металла на спектр ПМСВ основного слоя. В эксперименте исследована дисперсия ПМСВ в двухслойных ферритовых пленках. Впервые выявлено наличие в спектре ПМСВ всех четырех ветвей, предсказываемых теорией, наблюдалось расталкивание отдельных ветвей, а на одной из внутренних ветвей — участок, соответствующий обратным волнам. Теоретические кривые совпали с экспериментальными в пределах не хуже 2%. На дисперсионных кривых тонких двухслойных пленок (5-7 мкм и менее) на всех ветвях наблюдались разрывы, обусловленные спин-волновыми резонансами, частоты большинства из которых удовлетворительно (до 20-30%) совпали с рассчитанными по модели закрепленных поверхностных спинов.

#### Глава 4

#### МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И АНАЛИЗ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПМСВ В УСЛОВИЯХ ПОДМАГНИЧИВАНИЯ ПРОДОЛЬНО НЕОДНОРОДНЫМ ПОЛЕМ

В настоящей главе изложены результаты теоретического и экспериментального исследования распространения ПМСВ в ферритовых пленках и структурах на их основе, намагниченных продольно неоднородным полем. Рассмотрены основные виды неоднородностей поля и пространственная конфигурация областей распространения ПМСВ. Приведены два основных метода расчета траекторий ПМСВ: изочастотных кривых и Гамильтона–Аулда, обсуждены их достоинства и недостатки. Методом изочастотных кривых проанализированы возможные типы траекторий прямых и обратных ПМСВ в различных структурах. Методом Гамильтона–Аулда рассчитаны траектории, волновое число, фазовая и групповая скорости ПМСВ в ферритовых структурах, намагниченных линейным полем, а также полями типа «долины» и «вала». Исследован набег фазы и групповое время задержки ПМСВ. Описаны основные экспериментальные результаты по наблюдению распространения.

В разделах главы, посвященных распространению ПМСВ в свободной пленке использованы работы [580–592], прямым волнам в структурах ФДМ посвящены работы [593–599], обратным — работы [600–607], набег фазы и время задержки рассмотрены в работах [608–614]. Остальные необходимые ссылки приведены в тексте главы.

### 4.1. Основные виды неоднородностей подмагничивающего поля

Реальные конфигурации неоднородного подмагничивающего поля весьма многообразны. При этом необходимым условием является удовлетворение уравнений магнитостатики:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{0}, \quad \operatorname{div} \mathbf{b} = \mathbf{0}. \tag{4.1}$$

В системе координат Oxyz, показанной на рис. 2.1, неоднородное поле в плоскости Oyz, совпадающей с плоскостью ферритовой пленки, меняется по величине и направлению. Произвольную зависимость поля от y и z в начале координат можно с определенной точностью аппроксимировать с помощью разложения в ряд Тейлора до членов второго порядка.

Важным частным случаем является «продольно неоднородное» поле, направление которого вдоль оси Oz не меняется, а напряженность зависит только от координаты z:

$$H_z(z) = H_0(a_0 + a_1 z + a_2 z^2).$$
(4.2)

Из (4.1) получаем:  $H_y = 0$ ,  $H_x \sim x$ . При этом, если поверхности ферритовой пленки соответствует координата x = 0, то на ней  $H_x = 0$ . Случай  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = a_2 = 0$  соответствует однородному полю. Продольно неоднородное поле в может быть трех видов:

- 1) линейное:  $a_0 = 1$ ,  $a_1 \neq 0$ ,  $a_2 = 0$  линейно нарастает ( $a_1 > 0$ ) или спадает ( $a_1 < 0$ ) по координате z;
- 2) типа «долины»:  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0$ ,  $a_2 > 0$  квадратично нарастает по координате z в обе стороны от оси Oy;
- 3) типа «вала»:  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0$ ,  $a_2 < 0$  квадратично спадает по координате z в обе стороны от оси Oy.

Если градиент поля положителен, будем называть такое поле «возрастающим», если отрицателен — «убывающим».

Другим важным случаем является «поперечно неоднородное» поле, направление которого вдоль оси Oz также не меняется, а напряженность зависит только от координаты y:

$$H_z(y) = H_0(b_0 + b_1 y + b_2 y^2), \tag{4.3}$$

возможны те же основные конфигурации — линейное ( $b_0 = 1$ ,  $b_1 \neq 0$ ,  $b_2 = 0$ ), «долина» ( $b_0 = 1$ ,  $b_1 = 0$ ,  $b_2 > 0$ ) и «вал» ( $b_0 = 1$ ,  $b_1 = 0$ ,  $b_2 < 0$ ). При x = 0, получаем  $H_x = 0$ , однако  $H_y \sim (b_1 + 2b_2y) z$ , т.е.  $H_y = 0$  только при z = 0.

Важным частным случаем поля меняющегося направления является «радиально симметричное» поле, ориентированное вдоль полярного радиуса-вектора из точки y = z = 0, с напряженностью, определяемой расстоянием от начала координат:

$$H_r(r) = H_0(c_0 + c_1r + c_2r^2 + c_3r^3 + \dots), \quad H_{\varphi} = 0, \qquad (4.4)$$

где  $r = \sqrt{y^2 + z^2}$ . Из симметрии следует, что  $c_0 = 0$ . При x = 0 получаем:

$$H_{x} = 0,$$

$$H_{y} = H_{0}y \left(c_{1} + c_{2}\sqrt{y^{2} + z^{2}} + ...\right),$$

$$H_{z} = H_{0}z \left(c_{1} + c_{2}\sqrt{y^{2} + z^{2}} + ...\right).$$
(4.5)

Линии, соответствующие постоянному значению напряженности поля — концентрические кольца с центром в начале координат. Возможны кольцевые конфигурации: кольцевое линейное поле, кольцевая «долина», кольцевой «вал».

Перечисленные случаи позволяют рассмотреть с достаточной точностью особенности распространения ПМСВ для любых конфигураций полей в реальных устройствах. Далее в настоящей главе будет рассмотрено продольно неоднородное поле, а в следующих — некоторые случаи других конфигураций. В гл. 7, посвященной прикладным результатам, описаны поля, создаваемые реальными магнитными системами, используемыми в устройствах.

# 4.2. Пространственная конфигурация областей распространения ПМСВ

Задание фиксированного значения частоты определяет интервал полей, в котором могут существовать ПМСВ. В неоднородном поле этот интервал дает пространственную конфигурацию областей, в которых возможно распространение ПМСВ. Так, например, для ферритовой пленки со свободной поверхностью полевые границы областей существования ПМСВ имеют вид:

$$H_1 = \sqrt{\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 + (2\pi M_0)^2} - 2\pi M_0;$$
(4.6)

$$H_2 = \frac{\omega}{\gamma} - 2\pi M_0. \tag{4.7}$$

Для продольно неоднородного линейного поля с  $a_1 > 0$  находим, что ПМСВ могут распространяться в пределах полосы, границы которой параллельны оси Oy и пересекают ось Oz в точках:

$$z_{1} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^{2} + \left(2\pi M_{0}\right)^{2}} - \left(2\pi M_{0} + H_{0}\right)}{a_{1}H_{0}}; \qquad (4.8)$$

$$z_2 = \frac{\frac{\omega}{\gamma} - (2\pi M_0 + H_0)}{a_1 H_0}.$$
(4.9)

Видно, что  $z_1 > z_2$ . Выражения (4.8) и (4.9) никаких ограничений на величину  $H_0$  не накладывают, однако очевидно, что  $H_0$  должно превышать поле насыщения пленки  $H_S$ .

В случае поля типа «долины» при *a*<sub>2</sub> > 0 получаем:

$$z_{1} = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^{2} + (2\pi M_{0})^{2}} - (2\pi M_{0} + H_{0})}{a_{2}H_{0}}}; \qquad (4.10)$$

$$z_2 = \pm \sqrt{\frac{\frac{\omega}{\gamma} - (2\pi M_0 + H_0)}{a_2 H_0}}.$$
 (4.11)

Два знака в полученных выражениях отражают симметрию поля относительно оси Oy. Очевидно, что  $|z_1| > |z_2|$ . Из полевого интервала существования ПМСВ (4.6) и (4.7), находим, что при  $H_S < H_0 < H_2$  ПМСВ распространяются в пределах двух полос параллельных оси Oy, для которых координата z удовлетворяет неравенствам:  $-z_1 < z < -z_2$  или  $z_2 < z < z_1$ . При  $H_2 < H_0 < H_1$  ПМСВ распространяются в пределах только одной полосы, для которой z удовлетворяет неравенствам:  $-z_1 < z < -z_2$  или  $z_2 < z < z_1$ . При  $H_1 < H_0 < +\infty$  ПМСВ распространяться не могут.

Для поля типа «вала»  $z_{1,2}$  также определяются формулами (4.10) и (4.11), с тем отличием, что  $a_2 < 0$ . При этом, если  $H_S < H_0 < H_2$ , то ПМСВ распространяться не могут. Если  $H_2 < H_0 < H_1$ , то ПМСВ распространяются в пределах одной полосы, для которой  $-z_2 < z < z_2$ . Если  $H_2 < H_0 < +\infty$ , то ПМСВ распространяются в пределах двух полос при  $-z_2 < z < -z_1$  или  $z_1 < z < z_2$ .

В случае структуры  $\Phi M$  картина полностью аналогична, кроме замены в выражениях для  $z_2$  и  $H_2$  величины  $2\pi M_0$  на  $4\pi M_0$ , в результате чего полосы расширяются. В структуре  $\Phi Д M$  величины  $z_2$  и  $H_2$ принимают промежуточные значения, определяемые толщиной слоя диэлектрика. Границы областей распространения ПМСВ для других видов неоднородных полей определяются аналогичным образом.

#### 4.3. Методы анализа распространения ПМСВ в условиях неоднородного подмагничивания (изочастотных кривых и Гамильтона-Аулда

Распространение ПМСВ в условиях неоднородного подмагничивания исследуется далее двумя взаимно дополняющими друг друга методами: изочастотных кривых и Гамильтона-Аулда. Рассмотрим кратко каждый из них в отдельности.

**4.3.1. Метод изочастотных кривых.** Метод изочастотных кривых состоит в разбиении плоскости неоднородно намагниченной ферритовой пленки на участки, в пределах каждого из которых изменение поля настолько мало, что его можно считать однородным, после чего предполагается, что траектория распространения ПМСВ в пределах каждого такого участка остается прямолинейной, а на границах между участками преломляется при условии сохранения проекции волнового вектора на границу раздела. Соотношение между углами падения и преломления определяется с помощью изочастотных кривых аналогично описанному в разд. 3.2.1.

Пример построения траектории для случая продольно неоднородного поля схематически иллюстрируется рис. 4.1, *a*, *б*.



Рис. 4.1. Схема построения траектории МСВ методом изочастотных кривых. a — плоскость ФП, 1-6 — области постоянного значения поля; 6 — плоскость изочастотных кривых, 1-6 — изочастотные кривые, соответствующие полям в областях 1-6 на рисунке «a»

На рис. 4.1, а плоскость Oyz системы координат Oxyz совпадает с плоскостью пленки, а ось Oz направлена вдоль поля, которое монотонно возрастает вдоль этой оси и от координаты y не зависит. Плоскость пленки разбита горизонтальными прямыми на шесть полос (1-6), в пределах каждой из которых поля  $H_{1-6}$  можно считать постоянными, причем  $H_1 > H_2 > H_3 > H_4 > H_5 > H_6$ . На рис. 4.1,  $\delta$ показаны построенные для заданной частоты ПМСВ изочастотные кривые 1-6, соответствующие тем же полям  $H_{1-6}$ . Пусть ПМСВ возбуждается в точке A (рис. 4.1, a), причем направление волнового вектора задано условиями возбуждения, а величина определяется законом дисперсии. На плоскости  $Ok_yk_z$  (рис. 4.1,  $\delta$ ) конец волнового вектора соответствует точке  $A_k$ . Перпендикуляр к касательной к изочастотной кривой 1 в этой точке определяет направление вектора групповой скорости в области поля H<sub>1</sub>, что дает участок траектории в пределах первой полосы. Для построения дальнейшего хода траектории учтем условие сохранения проекция волнового вектора на границы раздела полос. На рис. 4.1, а эти границы параллельны оси Оу, поэтому сохраняется у-компонента начального волнового вектора, которую обозначим через  $k_u^{(0)}$ . Из рис. 4.1, б видно, что концы волновых векторов для полос 2-6 совпадают с точками пересечения вертикальной прямой, проведенной через точку  $A_k$ , с изочастотными кривыми 2-6. Перпендикуляры к касательным к изочастотным кривым в точках пересечения, дают направления векторов групповой скорости в тех же полосах, показанные короткими стрелками. Таким образом, переходя от полосы к полосе, можно свести процедуру построения траектории волны к последовательному нахождению направлений векторов групповой скорости в отдельных полосах. Из рис. 4.1, а видно, что траектория сначала в полосах 1-5 идет в сторону меньших значений поля, после чего в полосе 6 испытывает поворот в сторону больших значений поля, и проходит те же полосы в обратном порядке. Поворот траектории в полосе б обусловлен переходом конца волнового вектора с верхних ветвей изочастотных кривых на нижние.

Описанный алгоритм построения траекторий ПМСВ пригоден для полей любых конфигураций. Требование неизменности направления поля в плоскости пленки не является жестким. Так, если направление поля по пленке меняется, то ориентация систем координат  $Ok_yk_z$ , используемых для построения изочастотных кривых, по разные стороны от границы раздела областей будет различной. Необходимым условием преломления по-прежнему остается сохранение проекции волнового вектора на границу раздела. Построение траектории можно продолжать до тех пор, пока поле в месте распространения волны не выйдет за допустимые пределы, определяемые ее частотой и намагниченностью насыщения пленки. Точность построения тем выше, чем меньше размеры областей разбиения. Наряду с траекторией можно исследовать изменение волнового числа и ориентацию векторов фазовой и групповой скоростей волны. Алгоритм может быть легко реализован в виде машинной программы.

**4.3.2.** Метод Гамильтона-Аулда. Метод Гамильтона-Аулда, основанный на аналогии между МСВ и частицей, движущейся в неоднородном потенциале, впервые описан в работе [272] и использован для расчета траекторий ПМСВ в условиях неоднородного подмагничивания в работе [273]. В системе координат *Охуz*, плоскость *Оуz* которой совпадает с плоскостью ферритовой пленки, система уравнений Гамильтона-Аулда, описывающая распространение ПМСВ, имеет

вид [273] (2.649)-(2.651):

$$\frac{dk}{dy} = k \left(\frac{\partial k}{\partial y}\cos\varphi + \frac{\partial k}{\partial z}\sin\varphi\right) \cdot \left(k\cos\varphi + \frac{\partial k}{\partial \varphi}\sin\varphi\right)^{-1}; \quad (4.12)$$
$$\frac{d\varphi}{dy} = -\left(\frac{\partial k}{\partial y}\sin\varphi - \frac{\partial k}{\partial z}\cos\varphi\right) \cdot \left(k\cos\varphi + \frac{\partial k}{\partial \varphi}\sin\varphi\right)^{-1}; \quad (4.13)$$

$$\frac{dz}{dy} = \left(k\sin\varphi - \frac{\partial k}{\partial\varphi}\cos\varphi\right) \cdot \left(k\cos\varphi + \frac{\partial k}{\partial\varphi}\sin\varphi\right)^{-1}, \quad (4.14)$$

где k — длина волнового вектора ПМСВ,  $\varphi$  — угол между волновым вектором ПМСВ и осью Oy, а частные производные, входящие в правую часть приведенных уравнений, определяются из дисперсионного соотношения  $f(\omega, k, H(y, z)) = 0$ . Подробный вывод этих уравнение приведен в разд. 2.8 (формулы (2.649)–(2.651)).

Система уравнений (1.28)–(1.30) интегрируется численно с помощью традиционного алгоритма численного решения системы трех дифференциальных уравнений первого порядка, например, методом Эйлера или Рунге–Кутта [482]. При этом первое уравнение дает длину волнового вектора ПМСВ k(y), второе — направление этого вектора через угол  $\varphi(y)$  и третье — направление вектора групповой скорости и траекторию ПМСВ, на плоскости Oyz в виде z(y). Конкретные примеры расчета приведены далее.

Описанный метод построения траекторий ПМСВ пригоден для полей любых конфигураций. Допустимые значения поля определяются из граничных частот спектра ПМСВ. Так, нижняя частотная граница спектра ПМСВ  $\omega_b = \gamma \sqrt{H(H + 4\pi M)}$  дает верхнюю границу поля:

$$H_t = -2\pi M + \sqrt{(2\pi M)^2 + (\omega/\gamma)^2}.$$
 (4.15)

Верхние частотные границы спектра для свободной  $\omega_{tf} = \gamma (H + 2\pi M)$  и металлизированной пленки  $\omega_{tm} = \gamma (H + 4\pi M)$  дают нижние границы поля для тех же случаев:

$$H_z = H_0 \left( 1 + a_1 z \right)$$
 и  $H_{bm} = -4 \pi M_0 + \omega / \gamma.$  (4.16)

Траектория строится тем точнее, чем меньше выбран шаг интегрирования системы уравнений (4.12)–(4.14). Волновое число и ориентации векторов фазовой и групповой скоростей волны получаются одновременно с траекторией волны. Машинная реализация алгоритма весьма удобна.

**4.3.3. Сравнение методов анализа траекторий ПМСВ.** Оба описанных метода в одинаковой мере позволяют исследовать свойства траекторий ПМСВ распространяющихся в условиях неоднородного подмагничивания.

Важным достоинством метода изочастотных кривых является его наглядность. Однако, при изменении направления поля по плоскости

пленки, геометрические построения становятся довольно громоздкими, а машинный расчет сложным. В точках, где траектория проходит перпендикулярно полю (область 6 на рис. 4.1, *a*), машинный алгоритм должен быть дополнен правилом, обеспечивающим переход с одной ветви изочастотной кривой на другую. Исследование волнового числа, фазовой и групповой скоростей требует дополнительных действий.

Преимуществом метода Гамильтона-Аулда является простота реализации на ЭВМ. При этом изменение ориентации поля и поворот траекторий учитываются автоматически, не вызывая дополнительных сложностей, что приводит к уменьшению машинного времени расчета, по сравнению с методом изочастотных кривых при сохранении той же точности. Недостатком метода является отсутствие удобной геометрической интерпретации и малая наглядность.

В соответствии со сказанным, дальнейшее исследование распространения ПМСВ в условиях неоднородного подмагничивания будет проводиться, в основном, методом Гамильтона-Аулда, а метод изочастотных кривых будет привлекаться по мере необходимости для качественной интерпретации получаемых результатов.

### 4.4. Распространение ПМСВ в ферритовой пленке со свободными поверхностями

Рассмотрим сначала наиболее простой случай ферритовой пленки со свободными поверхностями. Для выявления наиболее подробной картины распространения ПМСВ используем оба метода: изочастотных кривых и Гамильтона–Аулда.

**4.4.1.** Анализ траекторий пмсв методом изочастотных кривых. Исследуем сначала качественную картину распространения ПМСВ, для чего используем метод изочастотных кривых. Рассмотрим основные конфигурации продольно неоднородного поля: линейное, типа «долины» и «вала».

**4.4.1.1. Линейно неоднородное поле.** Рассмотрим сначала линейно неоднородное возрастающее поле:  $H_z = H_0 (1 + a_1 z)$ , где  $a_1 > 0$ . Построение траекторий для фиксированной частоты иллюстрируется рис. 4.2. На рис. 4.2, *а* показана плоскость пленки. Поле **H** направлено вдоль оси Oz и линейно возрастает с увеличением *z*. ПМСВ могут распространяться в полосе, ограниченной горизонтальными штриховыми прямыми, проходящими через  $z_1$  и  $z_2$ , определяемыми формулами (4.8) и (4.9). На рис. 4.2, *б* показаны изочастотные кривые 1-5 для различных значений поля: большему номеру кривой соответствует большее поле. Прямые 6 соответствуют линиям отсечки при  $H_z = H_1$  (4.7).

Предположим, что ПМСВ возбуждаются на плоскости пленки в точке *A* (рис. 4.2, *a*). Угол между волновым вектором и осью *Oy* определяет характер траектории. Возможны три различных случая: 1)  $\varphi < 0$  — траектория «минус-типа». В точке возбуждения волновому вектору  $\mathbf{k}_1$  соответствует вектор групповой скорости  $\mathbf{s}_1$ , направленный в сторону увеличения поля. При распространении ПМСВ конец волнового вектора на плоскости изочастотных кривых  $Ok_yk_z$  (рис. 4.2,  $\delta$ ) движется вниз вплоть до линии отсечки. Полная траектория показанная кривой  $L_1$  на рис. 4.2, a, после возбуждения монотонно стремится вверх вплоть до границы области существования ПМСВ, определяемой координатой  $z_1$ .

2)  $\varphi = 0$  — траектория «нуль-типа». В точке возбуждения волновому вектору  $\mathbf{k}_2$  соответствует вектор групповой скорости  $\mathbf{s}_2$ , направленный параллельно оси Oy, вследствие чего траектория не может отклониться в сторону большего или меньшего поля и вся представляет собой прямую линию  $L_2$ , параллельную оси Oy. Эта траектория является неустойчивой и в эксперименте не реализуется.

3)  $\varphi > 0$  — траектория «плюс-типа». В точке возбуждения волновому вектору  $\mathbf{k}_3$  соответствует вектор групповой скорости  $\mathbf{s}_3$ , направленный в сторону уменьшения поля. При распространении ПМСВ конец волнового вектора на плоскости  $Ok_yk_z$  (рис. 4.2, б) движется вниз, переходя с верхних ветвей изочастотных кривых через ось  $Ok_y$  на нижние вплоть до линии отсечки. Траектория ПМСВ  $L_3$  (рис. 4.2, *a*), из точки A идет вниз до точки P, откуда поворачивает вверх и устремляется к верхней границе области существования ПМСВ, определяемой координатой  $z_1$ .



Рис. 4.2. Схема построения траекторий ПСМВ для линейно неоднородного поля. *а* — плоскость пленки и траектории ПМСВ; *б* — изочастотные кривые *1*-*6* для различных значений поля, возрастающего с постоянным шагом

Рассмотренная картина соответствует возрастающему полю  $(a_1 > > 0)$ . В убывающем поле  $(a_1 < 0)$  наблюдаются те же три вида траекторий, зеркально отраженные относительно оси Oy.

4.4. Распространение ПМСВ в ферритовой пленке

Эти три вида траекторий являются основными и позволяют объяснить особенности поведения ПМСВ в продольно неоднородных полях любых других конфигураций.

**4.4.1.2. Поле типа** «долины». Рассмотрим теперь распространение ПМСВ в поле типа «долины»:  $H_z = H_0 (1 + a_2 z^2)$ , где  $a_2 > 0$ . Схема формирования траекторий иллюстрируется рис. 4.3, a. Вид траекторий определяется величиной поля «дна долины»  $H_0$ . При  $H_S < H_0 < H_2$  ПМСВ распространяются в пределах двух полос:  $z_2 < z < z_1$  или  $-z_1 < z < -z_2$  (здесь  $H_S$  — поле насыщения,  $H_S$ ,  $z_1$  и  $z_2$  заданы формулами (4.7), (4.10) и (4.11)). В первой полосе поле является возрастающим, во второй — убывающим, поэтому траектории аналогичны случаю линейного поля:  $L_1$  и  $L'_1$  — минус-типа,  $L_2$  и  $L'_2$  — нуль-типа,  $L_3$  и  $L'_3$  — плюс-типа. При увеличении поля  $H_0$  внутренние края полос (при  $\pm z_2$ ), стремятся друг к другу и при  $H_0 = H_2$  сходятся на оси Oy и область существования ПМСВ сливается в одну полосу с границами  $\pm z_1$ . При этом траектория плюс-типа, дошедшая до «дна долины» (ось Oy), переходит в траекторию нуль-типа, распространяющуюся точно вдоль



Рис. 4.3. Схема построения траекторий ПСМВ для квадратично неоднородного поля. *а* — поле типа «долины»; *б* — поле типа «вала»

этого «дна» (при z = 0). Результирующая траектория  $L_4(L'_4)$  показана штриховой линией. Как и в случае линейного поля эта траектория неустойчива.

В интервале полей  $H_2 < H_0 < H_1$  на плоскости  $Ok_yk_z$  семейство изочастотных кривых ограничивается изнутри «предельной» изочастотной кривой, соответствующей полю «дна долины»  $H_0$ . Для траекторий плюс-типа, возбуждаемых при z > 0, конец волнового вектора на плоскости  $Ok_yk_z$  при своем движении вниз доходит до предельной изочастотной кривой, после чего идет вверх вплоть до линии отсечки. При этом траектория плюс-типа вида  $L_3$ , дойдя до «дна долины», переходит через него в область с z < 0, «вливается» в соответствующую траекторию плюс-типа вида  $L'_3$ , и, устремляясь к нижнему краю «долины», заканчивается при  $z = -z_1$ . Результирующая траектория  $L_5$  показана штриховой линией. Возбуждение ПМСВ при z < 0 дает аналогичную траекторию  $L'_5$ . При увеличении поля  $H_0$  полоса существования ПМСВ сужается и при  $H_0 \ge H_2$  их распространение становится невозможным.

Таким образом, благодаря наличию предельной изочастотной кривой, для линейного поля отсутствующей, в поле типа «долины», могут существовать два новых вида траекторий, являющихся комбинацией изученных: траектории плюс-типа, переходящего в нуль-тип и траектории плюс-типа возрастающего поля, переходящего в плюс-тип убывающего поля (и наоборот). Будем называть их траекториями «плюснуль-типа» и «плюс-плюс-типа».

4.4.1.3. Поле типа «вала». Рассмотрим теперь распространение ПМСВ в поле типа «вала»:  $H_z = H_0 (1 + a_2 z^2)$ , где  $a_2 < 0$ . Схема формирования траекторий иллюстрируется рис. 4.3, б. Аналогично предыдущему случаю, характер траекторий определяется полем «вершины вала»  $H_0$ . При  $H_0 > H_2$  ПМСВ распространяются в пределах двух полос:  $-z_2 < z < -z_1$  (поле возрастающее) или  $z_1 < z < z_2$  (поле убывающее). В каждой полосе возможны траектории, характерные для линейного поля: минус-типа  $(L_1 \mu L'_1)$  нуль-типа  $(L_2 \mu L'_2)$  и плюс-типа  $(L_3$  и  $L'_3)$ . При  $H_2 < H_0 < H_1$  ПМСВ распространяются в пределах одной полосы, для которой  $-z_2 < z < z_2$ . На плоскости  $Ok_u k_z$  семейство изочастотных кривых ограничено снаружи «предельной» изочастотной кривой, соответствующей полю «вершины вала» Но. При этом возбужденная при z > 0 траектория минус-типа убывающего поля ( $L_1$ ), перейдя через «вершину вала» (ось *Oy*), продолжается далее как траектория плюс-типа возрастающего поля (подобно  $L'_{2}$ ), т.е. сначала удаляется от «вершины вала», а затем снова поворачивает к ней. Это процесс периодически повторяется, давая в результате «псевдосинусоидальную» траекторию  $L_4$ . Возбужденная при z < 0 траектория минус-типа  $L'_1$ , дает псевдосинусоидальную траекторию  $L'_{4}$ . Траектории плюс-типа  $L_{3}$ и  $L'_3$  дают псевдосинусоидальные траектории  $L_5$  и  $L'_5$ , которые тождественны  $L_4$  и  $L'_4$  с точностью до сдвига фазы. Траектории нуль-типа  $L_2$ 

и  $L'_2$ , как и ранее, неустойчивы. При  $H_0 < H_2$  ПМСВ распространяться

4.4. Распространение ПМСВ в ферритовой пленке

не могут. Таким образом, в поле типа «вала» существует еще один новый вид траекторий — периодические псевдосинусоидальные.

**4.4.2.** Анализ траекторий ПМСВ методом Гамильтона-Аулда. Рассмотрим теперь количественные характеристики распространения ПМСВ при различных параметрах поля и самой волны, для чего воспользуемся методом Гамильтона-Аулда. Наибольшее внимание уделим случаю линейного поля, как основного, а затем рассмотрим особенности траекторий в полях других конфигураций. Во всех рассматриваемых случаях намагниченность насыщения пленки  $4 \pi M_0$  принята равной 1750 Гс, толщина d = 15 мкм.

**4.4.2.1. Линейно неоднородное поле.** Линейному полю соответствуют рис. 4.4–4.7. Это поле описывается формулой (4.2). Для рис. 4.4 и 4.5 входящие в нее величины равны:  $H_0 = 437,5$  Э,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1/16$  см<sup>-1</sup>,  $a_2 = 0$ . Переменным параметром является координата y, отсчитываемая по оси Oy, перпендикулярной направлению



Рис. 4.4. Траектории ПМСВ z(y) (*a*) и соответствующие им зависимости k(y) (*б*),  $\varphi(y)$  (*в*) и  $\psi(y)$  (*г*) в линейном поле для различных частот: 1 - 2800 MГц, 2 - 2900 MГц, 3 - 3000 MГц, 4 - 3100 MГц, 5 - 3200 MГц, 6 - 3300 MГц

поля (ось Oz). Каждый рисунок содержит четыре части, обозначенные буквами *a-г*, причем часть а соответствует траекториям ПМСВ z(y),  $\delta$  — зависимостям волнового числа k от y, s — зависимостям угла  $\varphi$  между волновым вектором и осью Oy от y, z — зависимостям угла  $\psi$  между вектором групповой скорости и осью Oy от y.

На рис. 4.4 показаны упомянутые зависимости при одном и том же начальном угле  $\varphi = 30^{\circ}$  для различных частот. Траектории ПМСВ z(y), приведенные на рис. 4.4, a, являются траекториями «плюс-типа», т. е. сначала идут в сторону меньшего поля, затем поворачивают к большему и обрываются в точках, z-координаты  $z_1$  которых тем больше, чем выше частота, в соответствии с формулой (4.8). Минимумы траекторий также тем глубже и тем дальше отстоят от оси Oy, чем выше частота. При этом более глубоким минимумам соответствует большая протяженность траекторий вдоль оси Oy. На рис. 4.4,  $\delta$  показаны зависимости k(y) для тех же частот. Видно, что большим частотам соответствуют большие волновые числа, причем протяженность этих кривых вдоль оси Oy, очевидно, равна протяженности кривых для той же частоты на рис. 4.4, a. Волновое число минимально при значениях y, соответствующих минимуми на траекториях z(y). На рис. 4.4, e и 4.4, e



Рис. 4.5. Траектории ПМСВ z(y) (a) и соответствующие им зависимости k(y) (b),  $\varphi(y)$  (s) и  $\psi(y)$  (z) в линейном поле при различных начальных углах  $\varphi$ :  $1 - -40^{\circ}, 2 - -20^{\circ}, 3 - 0^{\circ}, 4 - 20^{\circ}, 5 - 40^{\circ}$ 

4.4. Распространение ПМСВ в ферритовой пленке

приведены зависимости  $\varphi(y)$  и  $\psi(y)$  для тех же частот. В начальной точке траектории угол  $\varphi$  для всех частот положителен и равен 30°, а угол  $\psi$  отрицателен, причем его абсолютная величина с повышением частоты растет. По мере развития траекторий абсолютная величина обоих углов сначала уменьшается, затем проходит через нуль при координате y, соответствующей минимуму траектории на рис. 4.4, a, в результате чего углы меняют знак, а после этого увеличивается, достигая значения, равного углу отсечки. Монотонный характер всех приведенных зависимостей от частоты слегка нарушается лишь для кривой 6, соответствующей 3300 МГц. Действительно, при y > 3 см эта кривая пересекает кривую 5, соответствующую более низкой частоте 3200 МГц. Такое поведение указанной кривой обусловлено близостью ее частоты к верхней границе спектра ПМСВ.

На рис. 4.5 приведены аналогичные зависимости при фиксированной частоте 3000 МГц и различных начальных углах  $\varphi$ . Кривые 1 и 2 соответствуют траекториям минус-типа, кривая 3 — нуль-типа, а кривые 4 и 5 — плюс-типа. Минимум на траекториях, а также на зависимостях k(y) наблюдается только для кривых 4 и 5. Все траектории обрываются при значении  $z = z_1$ , которое определяется



Рис. 4.6. Траектории ПМСВ z(y) (*a*) и соответствующие им зависимости k(y) (*б*),  $\varphi(y)$  (*s*) и  $\psi(y)$  (*z*) в линейном поле при различных его градиентах. Параметр  $a_1$ : 1 - 1/4 см<sup>-1</sup>, 2 - 1/8 см<sup>-1</sup>, 3 - 1/16 см<sup>-1</sup>, 4 - 1/32 см<sup>-1</sup>

по формуле (4.8) при частоте 3000 МГц. Угол  $\varphi$ , значение которого при y = 0 определено начальными условиями, по мере увеличения yвсегда стремится в сторону отрицательных значений, а угол  $\psi$ , в основном, в сторону положительных. Максимальные значения углов  $\varphi$  и  $\psi$ соответствуют углам отсечки для заданной частоты. На рис. 4.6 приведены аналогичные зависимости при фиксированной частоте 3000 МГц и меняющемся градиенте поля. В формуле (4.2) параметры  $H_0$ ,  $a_0$  и  $a_2$ остаются прежними, а параметр  $a_1$  принимает меняющиеся значения. Видно, что изменение градиента поля не меняет общего характера кривых, а приводит лишь к изменению масштаба вдоль координатных осей. Так, при уменьшении градиента траектории растягиваются вдоль обеих осей Oy и Oz, а зависимости z,  $\varphi(y)$  и  $\psi(y)$ , оставаясь в неизменных пределах по оси Oz, растягиваются вдоль оси Oy. Такое поведение указанных кривых обусловлено изменением границ полос распространения ПМСВ, в соответствии с формулами (4.8) и (4.9).

Рассмотрим теперь, что происходит с волной, когда она достигает точки, поле в которой определяется формулой (4.8). При этом волновое число остается конечным и принимает значения порядка  $10^2-10^3$  см<sup>-1</sup>. Эта величина недостаточно мала, чтобы ПМСВ преобразовалась в электромагнитную волну путем излучения (для этого k



Рис. 4.7. Траектории ПМСВ z(y) (*a*) и соответствующие им зависимости k(y) (*b*),  $\varphi(y)$  (*b*) и  $\psi(y)$  (*c*) в линейном поле для канала первого типа

4.4. Распространение ПМСВ в ферритовой пленке

должно быть не более  $10 \text{ см}^{-1}$ ). В то же время, она недостаточно велика, чтобы ПМСВ преобразовалась в короткую обменную спиновую волну и затем в тепло (для этого k должно быть не менее  $10^4$  см<sup>-1</sup>). Поэтому можно предположить, что в этой точке ПМСВ отражается от линии постоянного значения поля по закону зеркального отражения. Такое отражение заведомо будет иметь место, если на линии, соответствующей координате z, определяемой формулой (4.8), поместить край пленки. Траектории ПМСВ z(y), а также зависимости k(y),  $\varphi(y)$ и  $\psi(y)$  для этого случая показаны на рис. 4.7. Кривые построены для частоты 2800 МГц при начальном угле  $\varphi = 30^\circ$  и параметре поля y = 1/16 см<sup>-1</sup>. Видно, что все зависимости являются периодическими с периодом около 3,4 см. Таким образом, ПМСВ распространяется вдоль оси Оу как бы в канале, верхняя граница которого определяется формулой (4.8), а нижняя – координатой, при которой траектория испытывает поворот, т. е.  $\varphi = \psi = 0$ . Канал и траектории относительно оси Оу несимметричны. Назовем такой канал «каналом первого типа».

Замечание. Предположение об отражении ПМСВ от линии постоянного значения поля сделано здесь чисто интуитивно без достаточного основания. Реальность такого предположения должна быть проверена в эксперименте, однако в настоящее время авторам настоящей монографии подобные эксперименты не известны. В то же время, отражение от края пленки является безусловным и подтверждение в эксперименте имеет, например в работах [139, 303].

4.4.2.2. Поле типа «долины». В качестве следующего примера рассмотрим распространение ПМСВ в пленке, намагниченной полем типа «долины», определяемым формулой (4.2) с параметрами:  $H_0 = 437,5$  Э,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 1/16$  см<sup>-2</sup>. Здесь по-прежнему  $4\pi M_0 = 1750$  Гс, d = 15 мкм. Траектории ПМСВ  $Ok_u$ , а также зависимости  $k(y), \varphi(y)$  и  $\psi(y)$  для этого случая при разных частотах показаны на рис. 4.8. При этом, в соответствии с принятой терминологией, кривые 1-4 на рис. 4.8, *а* являются траекториями плюс-типа, кривая 5 — траектория плюс-нуль-типа и кривые 6-9 — траектории плюс-плюс-типа. Сверху и снизу эти траектории обрываются при координатах  $z = \pm z_1$ , где  $z_1$  определяется формулой (4.8). Критическая частота, соответствующая продолжающейся до бесконечности траектории плюс-нуль-типа (кривая 5) с точностью до 1 Гц равна 3126,664425 МГц. Отступление от этой частоты на ±5 Гц приводит к отклонению траектории вверх или вниз при  $y \approx 8$  см (кривые 4 и 6). Волновое число здесь (рис. 4.8, б), как и для линейного поля, тем больше, чем выше частота. Угол  $\varphi$  (рис. 4.8, в) на начальном участке траектории для всех частот уменьшается и для частот ниже критической продолжает изменение в том же направлении вплоть до угла отсечки (кривые 1-4). Для критической частоты (кривая 5) при  $4\pi M_0 > 4$  см этот угол становится равным нулю, для частот выше критической (кривые 6-9), пройдя через минимум вблизи нулевого



Рис. 4.8. Траектории ПМСВ z(y) (*a*) и соответствующие им зависимости k(y) (б),  $\varphi(y)$  (в) и  $\psi(y)$  (г) в поле типа «долины» для различных частот: Кривые 1 соответствуют частоте 3000 МГц, 2 — 3100 МГц, 3 — 3124 МГц, 4 — 3126,664420 МГц, 5 — 3126,664425 МГц, 6 — 3126,664430 МГц, 7 — 3129 МГц, 8 — 3200 МГц, 9 — 3300 МГц

значения, увеличивается вплоть до угла отсечки. Угол  $\psi$  (рис. 4.8, e) ведет себя похожим образом с точностью до знака.

В поле типа «долины» также возможно распространение ПМСВ в канале, образование которого для частоты 3129 МГц иллюстрируется рис. 4.9. Здесь отражение ПМСВ происходит при двух координатах  $z = z_1$  и  $z = -z_1$ , где  $z_1$  определяется формулой (4.8). Траектории являются периодическими, симметричными относительно оси Oy, что обусловлено симметрией поля. Назовем такой канал «каналом второго типа». Заметим, что здесь отражение ПМСВ от линий, соответствующих границам канала следует трактовать таким же образом, как в случае канала первого типа (разд. 4.4.2.1)

**4.4.2.3.** Поле типа «вала». Рассмотрим теперь распространение ПМСВ в пленке, намагниченной полем типа «вала», определяемым формулой (4.2) с параметрами:  $H_0 = 437,5$  Э,  $\varphi$ ,  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = -1/16$  см<sup>-2</sup>. Здесь также  $4\pi M_0 = 1750$  Гс, d = 15 мкм. Траектории ПМСВ z(y), а также зависимости k(y),  $\psi(y)$  и  $\psi(y)$  для этого случая при разных частотах показаны на рис. 4.10, a-e. На лю-



Рис. 4.9. Траектории ПМСВ z(y) (*a*) и соответствующие им зависимости k(y) (*b*),  $\varphi(y)$  (*b*) и  $\varphi$  (*c*) в поле типа «долины» для канала второго типа. Частоты — те же, что на рис. 4.8

бой частоте ПМСВ выходят из начала координат с начальным углом  $\varphi = 30^{\circ}$ . В соответствии с принятой терминологией, все траектории (1-3) на рис. 4.10, а являются периодическими псевдосинусоидальными и лежат в пределах  $-z_2 < z < z_2$ , где  $a_0$  определяется формулой (4.9). Размах псевдосинусоидальных кривых по оси Oz и величина периода по оси Oy тем больше, чем выше частота ПМСВ. Вследствие периодического характера траекторий зависимости  $a_1$ ,  $\varphi(y)$  и  $\psi(y)$  также периодические. Волновое число здесь (рис. 4.10,  $\delta$ ), как и ранее, тем больше, чем выше частота и, пройдя через нуль, продолжает изменение в том же направлении вплоть до значения, равного начальному (30°). Таким образом амплитуда всех зависимостей  $\varphi(y)$  одинакова и равна 30°. Зависимости  $\psi(y)$  (рис. 4.10,  $\varepsilon$ ) напоминают предыдущие с противоположным знаком, однако здесь амплитуда тем выше, чем выше частота.

Очевидно, что, благодаря псевдосинусоидальному характеру траекторий, поле типа «вала» для распространения ПМСВ образует канал. Такой канал обусловлен не отражением, а разворотом направления тра-



Рис. 4.10. Траектории ПМСВ z(y) (*a*) и соответствующие им зависимости k(y) (б),  $\varphi(y)$  (*s*) и  $\psi(y)$  (*c*) в поле типа «вала» для различных частот: 1 - 2800 МГц, 2 - 3000 МГц, 3 - 3200 МГц

екторий ПМСВ относительно оси  $a_2$  на обратное в областях достаточно сильного поля. По аналогии с предыдущими его можно назвать «каналом третьего типа». Основные свойства этого канала иллюстрируются рис. 4.11, а-г. На рис. 4.11, а показано изменение траекторий ПМСВ фиксированной частоты 3000 МГц в зависимости от градиента поля. Исходной точкой траекторий является начало координат, начальный угол равен 30°. Можно видеть, что, как амплитуда, так и период траекторий с уменьшением градиента поля (от кривой 1 к кривой 3) растет. На рис. 4.11, б показано изменение выходящих из начала координат траекторий ПМСВ той же частоты (3000 МГц) в зависимости от начального угла  $\varphi$  при постоянном градиенте поля ( $a_2 = -1/16 \text{ см}^{-2}$ ). Здесь амплитуда и период траекторий с увеличением угла  $\varphi$  растут. На рис. 4.11, в показаны траектории различных частот, выходящие из точки с координатами y = 0 и  $z = \pm 2$  см параллельно оси Oy (т.е. при  $\varphi = \psi = 0$ ). Видно, что амплитуды всех траекторий равны начальному значению координаты z (2 см), а период тем больше, чем выше частота. На рис. 4.11, г показаны траектории фиксированной частоты 2800 МГц, выходящие параллельно оси Oy (в начале  $\varphi = \psi = 0$ ) из точек с различными значениями координаты z. При этом координата



Рис. 4.11. Траектории ПМСВ в поле типа «вала» при изменении различных параметров. *а* — меняется параметр градиента поля  $a_2$ :  $1 - -1/8 \text{ см}^{-2}$ ,  $2 - -1/16 \text{ см}^{-2}$ ,  $3 - -1/32 \text{ см}^{-2}$ ; 6 — меняется начальный угол  $\varphi$ :  $1 - 15^{\circ}$ ,  $2 - 30^{\circ}$ ,  $3 - 45^{\circ}$ ;  $\epsilon$  — меняется частота: 1 - 2800 МГц, 2 - 3000 МГц, 3 - 3200 МГц;  $\epsilon$  — меняется координата *z*:  $1 - \pm 1 \text{ см}$ ,  $2 - \pm 2 \text{ см}$ ,  $3 - \pm 3 \text{ см}$ 

у всегда равна нулю. Видно, что амплитуда каждой траектории равна начальному значению координаты z, а период тем больше, чем дальше отстоит ее исходная точка от начала координат. На рис. 4.11, в и 4.11, е при некоторых значениях координаты у наблюдается сильное сужение пучка траекторий, напоминающее фокусировку луча. Такое явление. свойственное траекториям, начальные участки которых параллельны оси Оу, будем называть «псевдофокусировкой». Вдоль оси Оу имеется несколько (2-3 и более) областей псевдофокусировки, тем слабее выраженных, чем дальше они отстоят от начала координат (из-за «расфазировки» периодических кривых). Так на рис. 4.11, в видны две области псевдофокусировки, причем в первой при  $y \approx 2.5$  см размах траекторий составляет  $\pm 0.5$  см, а во второй при  $y \approx 9$  см — размах  $\pm 0.8$  см. На рис. 4.11, г также видны две области псевдофокусировки: первая от  $y \approx 2,5$  см до  $y \approx 4,5$  см и вторая, начинающаяся при  $y \approx 10$  см. Продолжение траекторий рис. 4.11, г (при y > 10 см) показывает, что здесь также с увеличением номера области псевдофокусировки расфазировка и размах траекторий возрастают.

179

# 4.5. Распространение ПМСВ в структуре феррит-металл

Рассмотрим теперь особенности распространения ПМСВ в структуре феррит-металл (ФМ). В этом случае спектр ПМСВ значительно шире, чем для свободной пленки, причем его верхняя граница по полю описывается формулой (4.6), а нижняя — формулой (4.7) с заменой  $2\pi M_0$  на  $4\pi M_0$ . Вид изочастотных кривых при этом подобен аналогичным кривым для свободной пленки, однако точка их пересечения с осью Ок, располагается значительно ближе к началу координат, а раскрыв ветвей значительно больше. Основное качественное отличие этого случая от пленки со свободной поверхностью состоит в отсутствии отсечки волны на нижней частотной (верхней полевой) границе спектра ПМСВ. При этом формально угол отсечки равен 90°, т.е. любые направления распространения ПМСВ допустимы. Во всем остальном спектре ПМСВ угол отсечки меньше 90°, но всегда больше угла отсечки для той же частоты (или поля) в свободной пленке. Качественное построение траекторий ПМСВ в этом случае аналогично свободной пленке, поэтому сразу рассмотрим количественный аспект с помощью метода Гамильтона-Аулда.

4.5.1. Линейно неоднородное поле. Рассмотрим сначала случай линейного поля, описываемого формулой (4.2) с параметрами:  $H_0 = 437,5$  Э,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1/4$  см<sup>-1</sup>,  $a_2 = 0$ . Для этого случая на рис. 4.12, *а* показаны траектории ПМСВ z(y), на рис. 4.12,  $\delta$  — зависимости k(y), на рис. 4.12, e – зависимости  $\varphi(y)$  и на рис. 4.12, e –  $\psi(y)$  для разных частот. Кривые 1 соответствуют частоте 3000 МГц, 2 — 3500 МГц, 3 — 4000 МГц, 4 — 4500 МГц, 5 — 5000 МГц. Начальный угол  $\varphi$  везде равен 30°. Параметры пленки —  $4\pi M_0 = 1750$  Гс, толщина — 15 мкм. Сравнение рис. 4.12 с рис. 4.4 (учитывая различие частот и градиентов поля для сходных зависимостей) показывает, что характер кривых для структуры ФМ по виду близок к характеру аналогичных кривых для пленки со свободной поверхностью (например, все траектории — плюс типа и размах их с частотой увеличивается). Общим отличием кривых для структуры ФМ по сравнению со свободной пленкой является значительно большая (в полтора-два раза) протяженность всех кривых вдоль оси Оу. Размах траекторий по оси Ог для структуры ФМ значительно меньше, чем для свободной пленки. Обе эти особенности объясняются упомянутыми выше отличиями в форме изочастотных кривых. Траектории заданной частоты в свободной пленке (рис. 4.4, а) подходят к горизонтальной линии, соответствующей верхнему граничному значению поля (4.6), под острым углом, соответствующим отсечке, после чего обрываются. В структуре  $\Phi M$  (рис. 4.12, *a*), благодаря отсутствию отсечки при верхнем граничном значении поля, траектории лишь асимптотически приближаются к этой линии, не пересекая ее, что соответствует значе-



Рис. 4.12. Траектории ПМСВ z(y) (*a*) и соответствующие им зависимости k(y) (б),  $\varphi(y)$  (в) и  $\psi(y)$  (г) для структуры ФМ в линейном поле при различных частотах: 1 - 3000 МГц, 2 - 3500 МГц, 3 - 4000 МГц, 4 - 4500 МГц, 5 - 5000 МГц

ниям углов  $\varphi = 90^{\circ}$  и  $\psi = 0^{\circ}$ . Поэтому траектории в такой структуре не обрываются и теоретически могут продолжаться до бесконечности, переходя в горизонтальные прямые линии. Для преодоления такого обстоятельства, которое в эксперименте, несомненно, реализоваться не может, траектории, показанные на рис. 4.12, *а* оборваны искусственно при значении угла  $\varphi = 89.9^{\circ}$ .

Поведение зависимостей k(y) в структуре ФМ (рис. 4.12, б) имеет то заметное отличие от аналогичных зависимостей на рис. 4.4, б, что здесь волновое число при приближении угла  $\varphi \ltimes 90^{\circ}$  ( $\psi \ltimes 0^{\circ}$  резко возрастает, причем тем сильнее, чем выше частота ПМСВ. Для частоты 5000 МГц при  $\varphi = 89,9^{\circ}$  оно достигает  $1,7 \cdot 10^5$  см<sup>-1</sup> (кривая 5). При столь больших значениях волнового числа ПМСВ приобретает обменный характер и рассмотрение на основе безобменного дисперсионного соотношения типа (2.14) теряет смысл. Тем не менее, указанную особенность укорочения ПМСВ в структуре ФМ можно рассматривать, как потенциально возможный вариант возбуждения обменных МСВ для использования в устройствах. Зависимости  $\varphi(y)$  (рис. 4.12, s) и  $\psi(y)$  (рис. 4.12, z) для структуры ФМ аналогичны таким же зависимостям для свободной пленки (рис. 4.4, *в*,*г*), с тем однако отличием, что здесь на конце траекторий для всех частот угол  $\varphi$  стремится к 90°, а угол  $\psi$  — к 0°.

**4.5.2.** Поле типа «долины». Рассмотрим теперь распространение ПМСВ в структуре ФМ, намагниченной полями других конфигураций. Для простоты ограничимся только траекториями, так как характер остальных зависимостей легко можно понять по аналогии со случаем линейного поля. Основные случаи иллюстрируются рис. 4.13, *a*-*c*.

На рис. 4.13, *а* показаны траектории ПМСВ разных частот в структуре ФМ, намагниченной полем типа долины с параметрами:  $H_0 =$ = 437,5 Э,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0$  см<sup>-1</sup>,  $a_2 = 1/4$  см<sup>-2</sup>. Параметры пленки те же, что и ранее. Здесь частота 5154.44996 МГц (кривая 5), соответствующая траектории плюс-нуль-типа, является критической: ниже нее траектории имеют плюс-тип, выше — плюс-плюс-тип. Сравнивая эти кривые с приведенными на рис. 4.8, *a*, можно видеть, что серьезное



Рис. 4.13. Траектории ПМСВ для структуры ФМ в различных полях. a — поле типа «долины», меняется частота: 1 — 3500 МГц, 2 — 4000 МГц, 3 — 4500 МГц, 4 — 5000 МГц, 5 — 5154,44996 МГц, 6 — 5170 МГц, 7 — 5500 МГц; 6 — поле типа «вала», меняется частота: 1 — 3000 МГц, 2 — 4000 МГц, 3 — 5000 МГц, 4 — вспомогательная кривая; 6 — линейное поле, канал первого типа, частота — 4000 МГц; 2 — поле типа «долины», канал второго типа, частота — 5170 МГц

отличие состоит лишь в подгибе концов траекторий для структуры  $\Phi M$  к горизонтальным прямым, что полностью аналогично случаю линейного поля и объясняется теми же причинами.

**4.5.3.** Поле типа «вала». На рис. 4.13,  $\delta$  показаны траектории ПМСВ разных частот в структуре  $\Phi$ М, намагниченной полем типа вала с параметрами:  $H_0 = 437,5$  Э,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0$  см<sup>-1</sup>,  $a_2 = -1/4$  см<sup>-2</sup>. Параметры пленки — прежние. Аналогично случаю свободной пленки, поле типа «вала» здесь также образует канал третьего типа для распространения ПМСВ. Отличие от аналогичных траекторий для свободной пленки (рис. 4.10) только количественное. Для удобства сравнения на том же рис. 4.13,  $\delta$  приведена кривая 4, соответствующая свободной пленке при частоте 3000 МГц. Видно, что кривая 1, построенная при той же частоте для структуры  $\Phi$ М, имеет меньшую амплитуду и больший период, чем кривая 4. Обе эти особенности являются следствием близости к началу координат и большим раскрывом ветвей изочастотных кривых для структуры  $\Phi$ М по сравнению с теми же кривыми для свободной пленки.

**4.5.4. Каналы первого и второго типа.** В структуре ФМ в полях линейном и типа долины, аналогично случаю свободной пленки также возможно создание каналов первого и второго типов. Однако здесь, благодаря тому, что вблизи верхней границы по полю длина ПМСВ резко убывает, а траектория асимптотически стремится к горизонтальной прямой, отражение от этой границы, очевидно, невозможно. Однако, если не доходя до этой границы поместить край пленки, то ПМСВ может отразиться от него, обеспечивая таким образом создание канала. Для этого случая вид траекторий в линейном поле (канал первого типа) и в поле типа «долины» (канал второго типа), показан соответственно на рис. 4.13, в  $(a_1 = 1/4 \text{ см}^{-1}, a_2 = 0 \text{ см}^{-2}, \text{частота 4000 МГц})$ и 3.13,  $e(a_1 = 0 \text{ см}^{-1}, a_2 = 1/4 \text{ см}^{-2}, \text{частота 5170 МГц})$ . Горизонтальными штриховыми линиями обозначены места расположения краев пленки, обеспечивающие отражение ПМСВ. Из сравнения с рис. 4.7, а и 4.9, а видно, что в структуре ФМ вид траекторий в каналах обоих типов аналогичен таким же траекториям в свободной пленке. Заметно большая величина периода ПМСВ для структуры ФМ обусловлена теми же причинами, что и для непериодических траекторий (рис. 4.12, а, 413, а,б). Более плавное закругление траекторий в окрестности верхней границы по полю вызвано теми же причинами, что и загиб концов траекторий на рис. 4.12, а и 4.13, а.

## 4.6. Распространение ПМСВ в структуре феррит-диэлектрик-металл

Рассмотрим теперь особенности распространения ПМСВ в структуре феррит-диэлектрик-металл (ФДМ), которая является обобщением рассмотренных выше. Как и в упомянутых структурах здесь могут распространяться прямые волны обоих типов, а также обратные. Изочастотные кривые имеют псевдоэллиптический, псевдогиперболический или переходный характер. Как и ранее, сначала воспользуемся методом изочастотных кривых, а затем обратимся к методу Гамильтона–Аулда.

**4.6.1.** Анализ траекторий ПМСВ методом изочастотных кривых. Рассмотрим распространение ПМСВ в структуре ФДМ, намагниченной полями различных конфигураций: линейным, типа «долины» и «вала».

4.6.1.1. Линейно неоднородное поле. Рассмотрим линейно неоднородное поле:  $H_z = H_0 (1 + a_1 z)$ , где  $H_0 = 437.5$  Э и  $a_1 > 0$ . Намагниченность пленки положим равной  $4\pi M_0 = 1750$  Гс. Дисперсионные кривые при  $\varphi = 0$  в зависимости от отношения толщины пленки pк толщине диэлектрика d могут быть трех видов: с одним экстремумом — максимумом (подобно 4-7 на рис. АЗ.1), с двумя экстремумами — максимумом и минимумом (8-14 на рис. АЗ.2) и без экстремумов (15-16 на рис. АЗ.2). Рассмотрим здесь наиболее сложный случай двух экстремумов (два других случая сводятся к данному). Для этого возьмем d = 15 мкм, p = 25,5 мкм. При этом p/d = 1,7. Этот случай иллюстрируется рис. 4.14, в верхней части которого показаны изочастотные кривые (в нормированных единицах) на плоскости  $Ok_{y}k_{z}$ , построенные для фиксированной частоты  $\Omega = 0,745$  (3650 МГц) и разных полей. Характер кривых 1-4 — псевдоэллиптический, 6-10 — переходный, 11-19 — псевдогиперболический. Одна из ветвей кривой 5 — псевдоэллиптическая, другая — псевдогиперболическая. Семейство изочастотных кривых ограничено снаружи кривой, соответствующей верхней полевой границе спектра ПМСВ (3.7), равной 0,398 (695 Э) (эта кривая выходит за рамки рисунка).

В нижней части рис. 4.14 схематически показаны траектории на плоскости Oyz. Здесь везде A — начальная точка, задаваемая условиями возбуждения, B — конечная, определяемая верхней полевой границей спектра ПМСВ. Стрелки под траекториями показывают направление распространения ПМСВ относительно оси Oy. Цифры под траекториями указывают их вид, поясняемый далее. В начальной точке  $\varphi > 0$ .

Как и на рис. 3.3, 3.4 линии A'A'' и D'D'' соединяют точки, соответствующие касательным к изочастотным кривым, построенным из начала координат, а линии B'B'' — точки, где изочастотные кривые имеют горизонтальные касательные. Точки L и M соответствуют пересечению этих кривых с осью  $Ok_y$ . Штриховые прямые проведены через эти точки параллельно оси  $Ok_z$ . В области, лежащей левее кривой A'A'' ПМСВ — прямые первого типа, правее кривой D'D'' прямые второго типа, между этими кривыми — обратные. Вне области, ограниченной линиями B'B'' волны распространяются в положительном направлении оси Oy, внутри — в отрицательном. Поле всегда направлено по оси Oz, поэтому в процессе распространения ПМСВ



Рис. 4.14. Изочастотные кривые (1-19) при различных полях (вверху) и траектории ПМСВ (1-3) при различных начальных условиях (внизу) для структуры ФДМ в линейном поле. Все кривые построены для фиксированной частоты  $\Omega = 0.745$  (3650 МГц), но разных полей. Кривая 1 соответствует  $\Omega_H = 0.249$ , 2 - 0.250, 3 - 0.251, 4 - 0.252, 5 - 0.253, 6 - 0.254, 7 - 0.255, 8 - 0.256, 9 - 0.257, 10 - 0.258, 11 - 0.260, 12 - 0.270, 13 - 0.280, 14 - 0.290, 15 - 0.300, 16 - 0.320, 17 - 0.340, 18 - 0.360, 19 - 0.380

у-компонента волнового вектора сохраняется, т.е. конец волнового вектора на плоскости  $Ok_x k_y$  все время находится на вертикальной линии, параллельной оси  $Ok_z$  (аналогично рис. 4.1). Для примера ряд последовательных положений конца волнового вектора для области обратных волн показан на рис. 4.14 открытыми точками, соединенными точечной линией. Стрелками показаны последовательные направления вектора групповой скорости. Результирующий вид траектории показан на том же рисунке внизу (2). Подобный анализ показывает, что в данном случае траектории могут быть трех видов:

- 1) V-образная без поворота первого типа, когда *у*-компонента волнового вектора лежит левее точки L.
- 2) V-образная с поворотом, когда *у*-компонента волнового вектора лежит между точками L и M.
- 3) V-образная без поворота второго типа, когда *у*-компонента волнового вектора лежит правее точки M.

Здесь «поворотом» названо изменение направления распространения ПМСВ относительно оси Oy — с положительного на отрицательное и обратно. Для траекторий 1 и 3 типа, начинающихся вне областей, ограниченных линиями A'A'' и D'D'' ПМСВ — обратные, внутри этих областей — прямые. Таким образом, на границе указанных областей происходит преобразование обратных волн в прямые и наоборот. ПМ-СВ, траектории которых начинаются между штриховыми прямыми, проходящими через точки L и M — всегда обратные.

**4.6.1.2.** Поле типа «долины». Рассмотрим теперь поле типа «долины»:  $H_z = H_0 (1 + a_2 z^2)$ , где  $H_0 = 437,5 \ \exists \ a_2 > 0$ . Соответствующие изочастотные кривые и траектории показаны на рис. 4.15. Параметры, рисунка те же, что и выше. В отличие от предыдущего случая поле типа «долины» ограничено снизу «дном долины» (437,5 Э), которому соответствует изочастотная кривая 5. Внутри нее изочастотных кривых нет. Конец волнового вектора при движения по прямой, параллельной оси  $Ok_z$ , дойдя до кривой 5, поворачивает обратно, что соответствует прохождению траектории ПМСВ через «дно долины». На плоскости  $Ok_yk_z$  имеются новые характерные точки: C, D и E, соответствующие пересечению кривой 5 с осью  $Ok_y$ , а также G' и G'', соответствующие пересечению этой кривой с линией B'B''. Точка пересечения линии G'G'' с осью  $Ok_y$  обозначена через G.

Пусть траектории начинаются в точке A при z > 0 и  $\varphi > 0$ . Случай z < 0 и  $\varphi < 0$  — зеркальное отражение рассматриваемого относительно дна долины. Траектории заканчиваются на положительном (z > 0) или отрицательном (z < 0) склонах долины в точке B, определяемой границей спектра ПМСВ, или уходят на бесконечность вдоль дна долины. Имеется девять характерных видов траекторий:

1) V-образная без поворота первого типа. Конец у-компоненты волнового вектора находится левее точки C. Идет все время в поло-



Рис. 4.15. Изочастотные кривые (1–19) при различных полях (вверху) и траектории ПМСВ (1–9) при различных начальных условиях (внизу) для структуры ФДМ в поле типа «долины»

жительном направлении оси *Oy* и отражается, не дойдя до дна долины. Заканчивается на положительном склоне долины.

- 2) *L*-образная без поворота первого типа. Конец *у*-компоненты волнового вектора соответствует точке *С*. Идет в положительном направлении оси *Оу* и, выйдя на нее, уходит на плюс-бесконечность.
- 3) S-образная без поворота первого типа. Конец у-компоненты волнового вектора находится между точками С и G. Идет в поло-

жительном направлении оси Oy и проходит через дно долины. Заканчивается на отрицательном склоне долины.

- 4) S-образная с поворотом. Конец y-компоненты волнового вектора находится между точками G и D. Если начальная точка на плоскости Okykz лежит выше линии B'B", то траектория сначала идет в положительном направлении оси Oy, затем поворачивает к отрицательному и, пройдя через дно долины возвращается на положительное. Если ниже, то сначала — в отрицательном, а далее аналогично. Заканчивается на отрицательном склоне долины.
- 5) *L*-образная с поворотом. Конец *y*-компоненты волнового вектора соответствует точке *D*. Идет в отрицательном направлении оси *Оу* и, выйдя на нее, уходит на минус-бесконечность.
- 6) V-образная с поворотом. Конец у-компоненты волнового вектора находится между точками D и M. Направление начального участка определяется аналогично траектории 4, после чего идет в отрицательном направлении оси Oy и, сделав петлю, переходит на положительное. Заканчивается на положительном склоне долины.
- 7) V-образная без поворота второго типа. Конец *у*-компоненты волнового вектора находится между точками *M* и *E*. Заканчивается на положительном склоне долины.
- 8) *L*-образная без поворота второго типа. Конец *у*-компоненты волнового вектора соответствует точке *E*. Уходит на плюс-бесконечность.
- 9) S-образная без поворота второго типа. Конец у-компоненты волнового вектора находится правее точки E. Заканчивается на отрицательном склоне долины.

Траектории 1-3 и 7-9 сходны между собой и соответствуют трем основным типам траекторий в поле типа долины для структуры ФМ и свободной пленки. При этом волновые числа для траекторий 7-9больше волновых чисел для траекторий 1-3 примерно на порядок. Траектории 4-6 также напоминают те же три типа с точностью до «зеркального отражения» относительно оси Oz. Это вызвано тем, что в области левее точки G и правее точки M ветви всех изочастотных кривых расходятся, а между этими точками (по крайней мере для кривых 5-10, близких к дну долины) — сходятся, т. е. с точностью до «отражения» ведут себя аналогичным образом. Прямой или обратных характер волн анализируется аналогично случаю линейного поля. Так, траектории вида 1, 2, 3 и 11 могут начинаться как прямыми (внутри кривых A'A'' и D'D''), так и обратными (вне этих кривых) волнами, которые затем переходят в прямые, а заканчиваются всегда обратными. Траектории вида 4-10 всегда соответствуют обратным волнам.

**4.6.1.3. Поле типа «вала».** Рассмотрим теперь поле типа «вала»:  $H_z = H_0 (1 + a_2 z^2)$ , где  $H_0 = 437,5 \ \Im$  и  $a_2 < 0$ . Соответствующие



Рис. 4.16. Изочастотные кривые (1-5) при различных полях (вверху) и траектории ПМСВ (1-6) при различных начальных условиях (внизу) для структуры ФДМ в поле типа «вала»

изочастотные кривые и траектории показаны на рис. 4.16. Параметры рисунка совпадают с принятыми выше. Поле ограничено сверху «вершиной вала» (437,5 Э), которому соответствует изочастотная кривая 5. Вне нее изочастотных кривых нет. Конец волнового вектора при движении по прямой, параллельной оси  $Ok_z$ , дойдя до положительной части изочастотной кривой 5, поворачивает к отрицательной ее части, затем снова к положительной и так далее, в результате чего траектория вдоль оси Oy имеет периодический характер и, как правило, уходит на бесконечность. На плоскости  $Ok_yk_z$  между L и G имеется «критическая» точка H, на изочастотных кривых никак не выделенная и различимая только по результирующему характеру траекторий. Поскольку изочастотные кривые имеются только внутри областей, ограниченных кривой 5, то, когда *у*-компонента волнового вектора находится левее точки С или между *D* и *E*, распространение ПМСВ невозможно. Вне этих областей имеется шесть видов траекторий:

- 1) Волнообразная без поворота плюс-у типа, когда конец у-компоненты волнового вектора находится между точками С и L. Идет в положительном направлении оси Oy.
- 2) Волнообразная с поворотом плюс-у типа, когда конец у-компоненты волнового вектора находится между точками L и H. Сначала идет в положительном направлении оси Oy, затем, не дойдя до вершины вала, поворачивает к отрицательному, пройдя вершину вала поворачивает к положительному и так далее. Общий вид траектории напоминает периодически повторяющиеся две греческие буквы Ω, составленные основаниями друг к другу и сдвинутые на половину периода. Длина участков траектории, проходимых в положительном направлении оси Oy, превышает длину таких же участков, проходимых в отрицательном направлении, в результате чего в целом идет в положительном направлении оси Oy. Если конец у-компоненты волнового вектора близок к точке H, траектория может испытывать самопересечение.
- 3) Восьмиобразная (типа восьмерки), для которой конец у-компоненты волнового вектора точно соответствует критической точке *Н*. Является переходной от типа 2 к типу 4, т.е. длина участков, проходимых в положительном направлении оси *Оу*, равна длине таких же участков, проходимых в отрицательном направлении. Благодаря такому равенству на бесконечность уйти не может.
- 4) Волнообразная с поворотом минус-у типа, когда конец у-компоненты волнового вектора находится между точками Н и G. Аналогична предыдущей, с тем отличием, что длина участков, проходимых в положительном направлении оси Oy, меньше длины тех же участков, проходимых в отрицательном направлении, в результате чего в целом идет в отрицательном направлении оси Oy. Здесь также возможно самопересечение.
- 5) Волнообразная без поворота минус-у типа, когда конец у-компоненты волнового вектора находится между точками G и D. Идет в отрицательном направлении оси Oy.
- 6) Волнообразная без поворота плюс-у типа, когда конец у-компоненты волнового вектора находится правее точки *E*. Идет в положительном направлении оси *Oy*.

Траектории 1 и 6 сходны между собой и аналогичны псевдосинусоидальной траектории для структуры  $\Phi M$  и свободной пленки в поле типа вала. Волновые числа для траектории 6 больше волновых чисел для траектории 1 примерно на порядок. Траектория 5 также напоминают псевдосинусоидальную с точностью до «зеркального» отражения относительно оси Oz. Причина этого та же, что и для поля типа долины. Прямой или обратных характер волн анализируется аналогично предыдущим случаям. Так, ПМСВ, соответствующие траекториям 1 и 6 всегда прямые, кроме небольшого участка между кривой A'A'', вертикальной прямой, проходящей через точку L и изочастотной кривой 5, где они являются обратными. ПМСВ, соответствующие траекториям 2-5 всегда обратные. В рассмотренном случае изочастотная кривая 5, соответствующая вершине вала, состоит из двух частей — псевдоэллиптической и псевдогиперболической, т.е. существование ПМСВ между точками D и E запрещено. При другом выборе параметров эта кривая может стать переходной (разд. 2.1.3), т.е. ПМСВ между этими точками смогут существовать и к изученным типам траекторий между 5 и 6 добавятся еще три траектории, подобные 2-4 с точностью до «зеркального» отражения относительно оси Oz, в результате чего общее число траекторий может возрасти до девяти.

**4.6.1.4.** Общее замечание. Проведенное рассмотрение относится к случаю двух экстремумов на дисперсионной кривой при  $\varphi = 0$ , что определяется выбором частоты и толщины слоя диэлектрика (разд. 2.1.3). При других параметрах, если дисперсионная кривая имеет один экстремум — максимум, в линейном поле реализуются лишь траектории 1 и 2, в поле типа «долины» — 1-6, в поле типа «вала» — 1-4. В случае дисперсионной кривой без экстремумов в линейном поле реализуются траектории 1, в поле типа «долины» — 1-3, в поле типа «вала» — 1-3.

**4.6.2.** Анализ траекторий ПМСВ методом Гамильтона–Аулда. Проведем теперь количественное рассмотрение распространения ПМ-СВ в неоднородно намагниченной структуре ФДМ методом Гамильтона–Аулда. Обратим внимание только на те особенности, которые отличают этот случай от предыдущих. Как и ранее, параметры пленки:  $4\pi M_0 = 1750$  Гс, d = 15 мкм. Толщина слоя диэлектрика везде принята равной p = 25,5 мкм (p/d = 1,7), что обеспечивает на дисперсионной кривой два экстремума. Частота ПМСВ равна 3650 МГц.

**4.6.2.1. Линейно неоднородное поле.** Линейному полю соответствует рис. 4.17. Это поле описывается формулой (3.2), где  $H_0 = 437,5$  Э,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1/4$  см<sup>-1</sup>,  $a_2 = 0$ . На рисунке буквой a обозначены зависимости z(y),  $\delta - k(y)$ ,  $s - \varphi(y)$ ,  $z - \psi(y)$ . Начальная точка траектории -y = 0 см, z = 1,5 см, где поле равно 601,6 Э (в нормированных единицах -0,3438). Цифры на кривых соответствуют трем возможным типам траекторий (рис. 4.14), реализуемым при разных начальных значениях угла  $\varphi$ : кривая  $1 - \varphi = 48,7^{\circ}$  (k = 112,7 см<sup>-1</sup>) — траектория V-образная без поворота первого типа (вида 1 на рис. 4.14),  $2 - \varphi = 41,2^{\circ}$  (k = 601,7 см<sup>-1</sup>) — траектория V-образная с поворотом (вида 2 на рис. 4.14),  $3 - \varphi = 38,63^{\circ}$  (k = 1868,0 см<sup>-1</sup> — траектория V-образная без поворота второго типа (вида 3 на рис. 4.14). Задание частоты ограничивает траектории при координате z = 2,35 см, соответствующий верхней границе спектра ПМСВ по полю (3.6), (3.8) — 695,0 Э (0,3971). Траектория 1 (рис. 4.17, a) по сравнению с траектори



Рис. 4.17. Траектории ПМСВ z(y) (*a*) и соответствующие им зависимости k(y) (*b*),  $\varphi(y)$  (*b*) и  $\psi(y)$  (*c*) для структуры ФДМ в линейном поле при частоте 3650 МГц и различных начальных углах  $\varphi$ :  $1 - 48,7^{\circ}$ ,  $2 - 41,2^{\circ}$ ,  $3 - 38,6^{\circ}$ 

ей 3 продолжается вдоль оси Oy примерно вдвое дальше, а размах ее по оси Oz — в полтора-два раза меньше. При этом ее волновое число k (рис. 4.17,  $\delta$ ) — меньше более чем на порядок, абсолютная величина углов  $\varphi$  (рис. 4.17, s) и  $\psi$  (рис. 4.17, z) на большей части траектории — также меньше, чем для соответствующих кривых 3.

Объяснение перечисленным особенностям состоит в том, что кривые 1 соответствуют сравнительно длинным прямым волнам первого типа, для которых закон дисперсии близок к закону дисперсии в структуре  $\Phi$ M, тогда как кривые 3 соответствуют более коротким прямым волнам второго типа, для которых закон дисперсии близок к свободной пленке (рис. 2.3, *a*, 2.4, *a*). Скачок на кривой 3 зависимости  $\psi(y)$  (рис. 4.17, *c*) отражает резкий поворот траектории 3 *z*(*y*) в минимуме. Кривые 2 занимают промежуточное положение между 1 и 3, так как соответствуют спадающим участкам дисперсионных кривых (рис. 3.2). На траектории 2 хорошо виден петлеобразный участок, предсказанный ранее на основе анализа изочастотных кривых (рис. 4.14, кривая вида 2). Резкий скачок зависимости  $\psi(y)$  для кривой 2 отражает петлеобразный характер соответствующей траектории.

**4.6.2.2.** Поле типа «долины». Рассмотрим теперь распространение ПМСВ в структуре ФДМ, намагниченной полем типа «долины» (3.2) с параметрами:  $H_0 = 437,5 \ \exists, a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0, a_2 = 1/16 \ cm^{-2}$ . Выберем начальные углы  $\varphi$  таким образом, чтобы охватить все возможные типы траекторий, принципиально отличные от случаев, рассмотренных ранее. Начнем траектории из точки  $y = 0 \ cm$ ,  $z = 1,5 \ cm$ , где поле равно 546,9  $\exists$  (0,3125). Полученные траектории ПМСВ z(y), а также зависимости k(y),  $\varphi(y)$  и  $\psi(y)$  показаны на рис. 4.18 (*a-z*). Кривые 1–5 соответствуют различным начальным значениям угла  $\varphi$ .

В соответствии с рис. 4.15 кривая 1 является S-образной с поворотом (вида 4 на рис. 4.15), 2 - L-образной с поворотом (вида 5 на рис. 4.15), 3 - V-образной с поворотом (вида 6 на рис. 4.15), 4 - V-образной без поворота первого типа (вида 1 на рис. 4.15), 5 - S-образной без поворота второго типа (вида 9 на рис. 4.15). Кривые 4 и 5 аналогичны рассмотренным выше в поле типа долины для свободной пленки (5) и структуры  $\Phi M$  (6) и приведены здесь для сравнения. Как и ранее, траектории обрываются при координатах  $z = \pm z_1$ , где  $z_1 = 3,07$  см, что соответствует полю 695,0 Э (0.3971). Расстояние



Рис. 4.18. Траектории ПМСВ z(y) (*a*) и соответствующие им зависимости k(y) (*b*),  $\varphi(y)$  (*b*) и  $\psi(y)$  (*c*) для структуры ФДМ в поле типа «долины» при частоте 3650 МГц и различных начальных углах  $\varphi$ : 34,5° (k = 451,5 см<sup>-1</sup>),  $2 - 33,8212^{\circ}$  (k = 490,39 см<sup>-1</sup>),  $3 - 32,3^{\circ}$  (k = 610,02 см<sup>-1</sup>),  $4 - 36,0^{\circ}$  (k = 138,0 см<sup>-1</sup>),  $5 - 30,9^{\circ}$  (k = 1381,1 см<sup>-1</sup>)



Рис. 4.19. Траектории ПМСВ (*a*) и соответствующие им зависимости k(y) (*b*),  $\varphi(y)$  (*s*) и  $\psi(y)$  (*z*) для структуры ФДМ в поле типа «вала» при частоте 3650 МГц и различных начальных углах  $\varphi$ :  $1 - 5,0^{\circ}$  ( $k = 295,9 \text{ cm}^{-1}$ ),  $2 - 5,0^{\circ}$ , ( $k = 328,7 \text{ cm}^{-1}$ ),  $3 - 5,0^{\circ}$  ( $k = 1226,4 \text{ cm}^{-1}$ ),  $4 - 5,05^{\circ}$  ( $k = 325,1 \text{ cm}^{-1}$ ),  $5 - 5,086^{\circ}$  ( $k = 321,9 \text{ cm}^{-1}$ ),  $6 - 5,10^{\circ}$  ( $k = 320,4 \text{ cm}^{-1}$ )

кривым 1 и 3. Поворот, как изменение направления распространения вдоль оси Oy, для кривых 1–3 отсутствует. Кривые 4–6 принципиально отличаются от кривых 1–3 наличием поворота, причем положительное (6), отрицательное (4) или нейтральное (5) направление распространения волны в целом, а также явление самопересечения определяются причинами, поясненными при анализе изочастотных кривых. Как и траектории *L*-типа в случае долины, восьмиобразная кривая 5 наблюдается только при критическом соотношении между частотой (3650 МГц) и начальным углом (5,086°). Волновые числа траекторий 4–6 (рис. 4.18, б) тем больше, чем меньше их начальные углы. Причина крайней близости значений *k* друг к другу (отличие не более 2%) — таже, что и для поля типа «долины». Ход зависимостей  $\varphi(y)$  (рис. 4.18, *в*) и  $\psi(y)$  (рис. 4.18, *г*) для кривых 4–6 также полностью объясняется наличием поворота. Петлеобразный характер кривых отражает обратное направление распространения волны в области поворота. Важным

вдоль оси *Ou*, проходимое *V*- и *S*-образными траекториями, имеющими поворот (кривые 1,3 на рис. 4.18), меньше в два-три раза, чем такое же расстояние для подобных траекторий без поворота (кривые 4,5 на рис. 4.18), что обусловлено прохождением части этих траекторий в отрицательном направлении оси Оу. Траектория L-типа (2), соответствующая критическому соотношению между частотой (3650 МГц) и начальным углом 33,8212°), уходит на бесконечность в отрицательном направлении оси Оу. Волновые числа траекторий 1-3 (рис. 4.18, б) тем больше, чем меньше их начальные углы. Сравнительная близость значений k друг к другу (отличие не более 30%) обусловлено близостью взаимного расположения экстремумов дисперсионной кривой в рассматриваемых условиях (рис. 3.2). Отличия хода зависимостей  $\varphi(y)$  (рис. 4.18, в) и  $\psi(y)$  (рис. 4.18, г) для кривых 1-3 от хода аналогичных кривых 4,5 обусловлены наличием поворота на этих кривых. Петлеобразный характер кривых отражает обратное направление распространения волны в области поворота. Отметим, что при наличии условий отражения волны от линии, параллельной оси Оу здесь (а также в линейном поле) возможно образование каналов первого или второго типа.

**4.6.2.3.** Поле типа «вала». Рассмотрим теперь распространение ПМСВ в структуре ФДМ, намагниченной полем типа «вала» (3.2) с параметрами:  $H_0 = 437,5 \ \Im, a_0 = 1, a_1 = 0, a_2 = -1/32 \ \mathrm{сm}^{-2}$ . Как и прежде, выберем начальные углы  $H_0$  таким образом, чтобы охватить все возможные типы траекторий, принципиально отличные от случаев, рассмотренных ранее. Начнем траектории из точки  $y = 0 \ \mathrm{cm}, z = 0 \ \mathrm{cm},$  где поле равно 437,5  $\Im$  (0.250). Область существования ПМСВ (3.7) и (3.11) ограничена координатами  $z = \pm z_1$ , где  $z_1 = 0,808 \ \mathrm{cm}$ , соответствующими полю 428,6  $\Im$  (0.245).

Полученные траектории ПМСВ z(y), а также зависимости k(y),  $\varphi(y)$  и  $\psi(y)$ , соответствующие различным значениям начального угла  $\varphi$ , показаны на рис. 4.19, a-e. Кривые 1 и 3, показанные лишь частично, имеют период 0,390 и 0,842 см соответственно. В соответствии с рис. 4.16, кривая 1 является волнообразной без поворота плюс-и типа (вида 1 на рис. 4.16), 2 — волнообразной без поворота минус-и типа (вида 5 на рис. 4.16), 3 — волнообразной без поворота плюс-у типа (вида 6 на рис. 4.16), 4 — волнообразной с поворотом минус-у типа (вида 4 на рис. 4.16 без самопересечения), 5 — восьмиобразной (вида 3 на рис. 4.16), 6 — волнообразной с поворотом плюс-у типа (вида 2 на рис. 4.16 с самопересечением). Кривые 1 и 3 аналогичны рассмотренным выше в поле типа вала для свободной пленки (3) и структуры ФМ (1) и приведены здесь для сравнения. Кривая 2 является промежуточной (по волновому числу) между кривыми 1 и 3 и соответствует спадающему участку дисперсионной кривой, то есть обратным волнам, в результате чего траектория распространяется в отрицательном направлении оси Оу. В остальном ее свойства аналогичны

отличием является то, что период всех кривых, имеющих поворот (4-6)значительно (иногда на порядок и более) меньше периода аналогичных кривых без поворота (кривые 1-3). Такое обстоятельство становится понятным из рассмотрения изочастотных кривых (рис. 4.16). Действительно, в области значений *у*-компоненты волнового числа, соответствующей волнам с поворотом (между точками L и G на рис. 4.16), ход изочастотной кривой 5, отвечающей вершине вала, близок к горизонтальному, в результате чего здесь *у*-компонента групповой скорости мала и траектория вдоль оси *Оу* смещается мало. Везде вне этой области кривая 5 идет круче и период траекторий становится больше.

#### 4.7. Набег фазы и время задержки

Рассмотрим теперь важнейшие интегральные характеристики распространяющейся волны, определяемые ее фазовой и групповой скоростями — набег фазы и время задержки. В неоднородно намагниченной пленке они рассчитываются по формулам (2.589) и (2.594). Сравним особенности поведения этих характеристик для свободной пленки и структуры феррит-металл, намагниченных полями: линейным, типа «долины» и «вала».

**4.7.1. Линейно неоднородное поле.** Линейному полю, описываемому формулой (4.2), где  $H_0 = 437,5$  Э,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1/2$  см<sup>-1</sup>,  $a_2 = 0$ , соответствует рис. 4.20, где буквой *a* обозначены траектории ПМСВ z(y),  $\delta$  — аналогичные зависимости для волнового числа k(y),  $\epsilon$  — набега фазы  $\Phi(y)$  и  $\varepsilon$  — времени задержки T(y). Начальная точка траектории: y = 0 см, z = 0 см (поле 437,5 Э), в этой точке угол между волновым вектором и осью Oy:  $\varphi = 30^\circ$ . Параметры пленки:  $4\pi M_0 = 1750$  Гс, d = 15 мкм. Различные кривые соответствуют двум видам волноведущих структур и разным частотам. Кривые 1 и 2 построены для пленки со свободной поверхностью, 3-5 — для структуры  $\Phi$ М при различных частотах. На рис. 4.20,  $\delta$ - $\varepsilon$  масштаб кривых 1 и 2 соответствует левой шкале, кривых 3-5 — правой.

Из рис. 4.20, *а* видно, что все траектории z(y) имеют *V*-образный вид. Их характер полностью совпадает с рассмотренными ранее подобными траекториями для свободной пленки (рис. 4.4) и структуры ФМ (рис. 4.12). То же относится к зависимостям для волнового числа k(y)(рис. 4.20, *б*). Как в свободной пленке, так и в структуре ФМ набег фазы (рис. 4.20, *в*) и время задержки (рис. 4.20, *г*) тем больше, чем выше частота ПМСВ, что объясняется монотонным ростом закона дисперсии. Благодаря аддитивности, обе эти величины по мере распространения волны всегда монотонно возрастают, причем тем сильнее, чем дальше проходит траектория вдоль оси *Оу*. Закон возрастания набега фазы и времени задержки в свободной пленке близок к линейному на всем протяжении траектории ПМСВ, кроме места, соответствующего минимуму зависимости z(y), где рост этих величин несколько



Рис. 4.20. Траектории ПМСВ (*a*) и соответствующие им зависимости  $k(y)(\delta)$ ,  $\Phi(y)(s)$  и T(y)(z) в линейном поле для различных видов волноведущих структур и частот. Структуры: 1, 2 свободная  $\Phi\Pi$ , 3–5 — структура  $\Phi$ М. Частоты: 1 — 3000 МГц, 2 и 3 — 3300 МГц, 4 — 4300 МГц, 5 — 5300 МГц

замедляется (в 2-3 раза), причиной чего является минимум волнового числа и наклона дисперсионной кривой в этой точке. В структуре ФМ набег фазы и время задержки в начале траектории возрастают также почти линейно, как правило, даже медленнее, чем в свободной пленке, а к концу траектории их рост резко усиливается и соответствующие кривые устремляются к бесконечности. Причина такого их поведения состоит в том, что в свободной пленке траектории ПМСВ 1 и 2 пересекают горизонтальную линию, соответствующую максимальному значению поля  $(z_1$  по формуле (4.8)), под острым углом и в точке пересечения обрываются, тогда как в структуре ФМ траектории ПМСВ 3. 4. 5 эту линию не пересекают. а. асимптотически приближаясь к ней. уходят на бесконечность. Подобное поведение траекторий для рассматриваемых структур уже обсуждалось ранее в разд. 4.4 и 4.5. Здесь, как и в разд. 4.5, построение траекторий для структуры ФМ (3-5) заканчивалось при достижении углом  $\varphi$  значения 89,9°. Из сопоставления рис. 4.20, а с рис. 4.20, б, где показаны для тех же условий зависимо-

сти k(y), видно, что по мере стремления траекторий к большему полю, волновое число всегда растет. Для свободной пленки (кривые 1,2) этот рост ограничен из-за ограничения траекторий (для кривой 2 на уровне 1150 см<sup>-1</sup>). Для структуры  $\Phi M$  (кривые 3–5) ограничение отсутствует, волновое число стремится к бесконечности, и при  $\varphi = 89,9^{\circ}$ , например, для кривой 5 достигает величины  $2 \cdot 10^5$  см<sup>-1</sup>. Набег фазы для любой волны при прочих равных условиях тем больше, чем больше волновое число. При этом, как видно из рис. 4.20, в. для свободной пленки рост набега фазы  $\Phi(y)$  по мере увеличения y ограничен (для кривой 2 на уровне 1500 рад). Для структуры ФМ ограничение отсутствует, набег фазы стремится к бесконечности и при  $\varphi = 89.9^{\circ}$  достигает  $5 \cdot 10^4$  рад (кривая 5). Аналогично ведет себя и время задержки T(y), зависимости для которого показаны на рис. 4.20, г. Для свободной пленки время задержки ограничено (для кривой 2 на уровне 2,1 мкс), а для структуры  $\Phi M$  стремится к бесконечности и при  $\varphi = 89.9^{\circ}$  достигает 300 мкс (кривая 5).

Таким образом, в структуре ФМ, намагниченной линейным полем, набег фазы и время задержки могут превышать аналогичные величины в свободной пленке на один-два порядка и более.

**4.7.2. Поле типа «долины».** В качестве следующего примера рассмотрим набег фазы и время задержки ПМСВ в поле типа «долины», имеющем вид (3.2) с параметрами:  $H_0 = 437,5$  Э,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 1/8$  см<sup>-2</sup>. Этому случаю соответствуют рис. 4.21 и 3.22. На рис. 4.21 буквами б обозначены траектории z(y) для свободной пленки (a) и структуры ФМ (б), буквами в и e — зависимости k(y) для тех же случаев. На рис. 4.22 буквы a и b относятся к набегу фазы  $\Phi(y)$  для свободной пленки (a) и структуры ФМ (б), буквами в и e — ко времени задержки T(y) для тех же случаев. Начальная точка траектории: y = 0 см, z = 1 см (поле 492,2 Э). В этой точке угол между волновым вектором и осью  $Oy - \varphi = 30^\circ$ . Параметры пленки —  $4\pi M_0 = 1750$  Гс, d = 15 мкм.

Различные кривые соответствуют двум видам волноведущих структур и разным частотам. В разд. 4.4.2.2 показано, что траектории, частоты которых лежат ниже критической, имеют V-образный вид, выше критической — S-образный, поэтому для выявления более полной картины частоты траекторий для каждой структуры выбирались как вблизи краев спектра ПМСВ, так и по обе стороны вблизи критической частоты, которая для свободной пленки равна 3377,4 МГц, а для структуры  $\Phi M$  — 4289,2 МГц. Таким образом, траектории 1, 2, 5, 6 — V-образные, а 3, 4, 7, 8 — S-образные, причем траектории 2, 3 и 6, 7, благодаря близости к критической частоте, проходят вдоль оси Oy расстояние значительно большее, чем траектории 1, 4, 5, 8. Заметим прежде всего, что все зависимости k(y),  $\Phi(y)$ и T(y) идут тем выше, чем выше частота ПМСВ, что полностью аналогично случаю линейного поля. Далее, как и в случае линейного



Рис. 4.21. Траектории ПМСВ z(y) (a, 6) и соответствующие им зависимости k(y) (s, z) в поле типа «долины» для свободной ФП (a, e) и структуры ФМ (6, z). Цифры на кривых соответствуют частотам: 1 - 3200 МГц, 2 - 3377 МГц, 3 - 3378 МГц, 4 - 3500 МГц, 5 - 3600 МГц, 6 - 4289 МГц, 7 - 4290 МГц, 8 - 5000 МГц

поля траектории обоих видов в свободной пленке (1-4), дойдя до предельного значения поля, обрываются, а траектории в структуре  $\Phi M$  (5-8) — асимптотически стремятся к горизонтальным прямым, уходя на бесконечность (при этом, как и ранее, расчет выполнялся только до значения  $\varphi = 89,9^{\circ}$ ). По этой причине зависимости волнового числа от координаты y для свободной пленки (рис. 4.21, s) также обрываются на уровне 300–1700 см<sup>-1</sup>, а для структуры  $\Phi M$  (рис. 4.21, s) — достигают (2-5)  $\cdot 10^4$  см<sup>-1</sup> и более. Аналогично набег фазы в свободной пленке (рис. 4.22) ограничен на уровне 500–3900 рад, а в структуре  $\Phi M$  (рис. 4.22,  $\delta$ ) достигает 4000–14900 рад и более. Время задержки в свободной пленке (рис. 4.22, s) также ограничено на уровне 1- $\delta$  мкс, а в структуре  $\Phi M$  (рис. 4.22,  $\varepsilon$ ) достигает 20–46 мкс и более.

Таким образом, в случае поля типа долины набег фазы и время задержки для обеих структур с частотой растет, причем для структуры



Рис. 4.22. Зависимости  $\Phi(y)(a, \delta)$  и  $T(y)(a, \varepsilon)$  в поле типа «долины» для тех же случаев, что и на рис. 4.21. Частоты — те же, что на рис. 4.21

 $\Phi M$  эти величины превышают аналогичные для свободной пленки на один-два порядка и более.

**4.7.3.** Поле типа «вала». Рассмотрим теперь набег фазы и время задержки ПМСВ в поле типа «вала», имеющем вид (3.2) с параметрами:  $H_0 = 437,5$  Э,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0$   $a_2 = -1$  см<sup>-2</sup>. Этому случаю соответствуют рис. 4.23 и 4.24. На рис. 4.23 буквами *а* и *б* обозначены траектории z(y) для свободной пленки (*a*) и структуры ФМ (*б*), буквами *в* и *г* — зависимости k(y) для тех же случаев. На рис. 4.24 буквы *а* и *б* относятся к набегу фазы  $\Phi(y)$  для свободной пленки (*a*) и структуры ФМ (*б*), и структуры ФМ (*б*), буквы *в* и *г* — ко времени задержки T(y) для тех же случаев. Начальная точка траектории: y = 0 см, z = 0,5 см (поле 328,1 Э). В этой точке угол между волновым вектором и осью Oy:  $\varphi = 30^{\circ}$ . Параметры пленки:  $4\pi M_0 = 1750$  Гс, d = 15 мкм.

Принципиальное отличие поля типа «вала» от рассмотренных выше конфигураций полей — линейного и типа «долины», где при достаточном удалении от оси *Оу* поле может быть как угодно велико, состоит в ограниченности поля сверху величиной, соответствующей вершине «вала» (здесь — 437,5 Э). При этом, если частота ПМСВ такова, что весь ее полевой интервал существования (4.6)–(4.7) лежит ниже



Рис. 4.23. Траектории ПМСВ z(y) (a, b) и соответствующие им зависимости k(y) (s, e) в поле типа «вала» для свободной ФП (a, s) и структуры ФМ (b, e). Цифры на кривых соответствуют частотам: 1, 3 - 2740 МГц, 2, 4 - 3000 МГц

поля вершины «вала», то на каждом из склонов «вала» траектории не являются периодическими, а ведут себя аналогично случаю линейного поля, т. е. в свободной пленке обрываются, а в структуре  $\Phi M$  — уходят на бесконечность вдоль оси Oy. Если частота ПМСВ такова, что для нее верхняя полевая граница существования волны (3.6) превышает поле вершины «вала», то траектория становится периодической — псевдосинусоидальной (разд. 3.4.2), причем возможные набег фазы и время задержки тем больше, чем меньше верхняя полевая граница отличается от поля вершины «вала». Исходя из этого требования далее рассмотрена частота 2740 МГц, для которой (при  $4\pi M_0 = 1750$  Гс) верхняя полевая граница ПМСВ равна 437,72 Э, что превышает поле вершины «вала» на 0,22 Э. В качестве контрольной выбрана частота 3000 МГц. Таким образом, кривые 1, 3 на рис. 4.23 и 3.24 соответствуют частоте 2740 МГц, кривые 2 и 4 — 3000 МГц.

Из приведенных рисунков можно видеть, что все траектории (рис. 4.23, a и рис. 4.24, b) имеют периодический псевдосинусоидальный характер, рассмотренный ранее (в разд. 3.4, 3.5). В структуре  $\Phi M$  на траектории 3 частоты 2740 МГц, при ее пересечении с осью Oy наблю-



Рис. 4.24. Зависимости  $\Phi(y)$   $(a, \ b)$  и T(y)  $(b, \ c)$  в поле типа «вала» для тех же случаев, что и на рис. 4.23

даются широкие пологие участки, обусловленные близостью верхней полевой границы спектра ПМСВ для данной частоты (437,72 Э) к полю на этой оси (437,5 Э). На траектории 4 частоты 3000 МГц такие участки практически отсутствуют, так как верхняя полевая граница спектра ПМСВ для этой частоты достаточно высока (508,32 Э). Приведенные на рис. 4.23, в и 4.23, г зависимости k (y) для свободной пленки (1, 2) и структуры  $\Phi M$  (3, 4) также подобны рассмотренным ранее (разд. 3.4, 3.5). Важной особенностью является резкое (более чем на порядок) возрастание волнового числа для частоты 2740 МГц в структуре ФМ, соответствующее пологим участкам траектории 3 на рис. 4.23, б. Набег фазы в свободной пленке (рис. 4.24, а) на обеих частотах монотонно возрастает по закону, близкому к линейному. Кривая 2 лежит выше кривой 1, так как соответствует большей частоте. В структуре ФМ (рис. 4.24) аналогичный близкий к линейному набег фазы наблюдается только на частоте 3000 МГц (кривая 4). Кривая 3 для частоты 2740 МГц имеет ряд резко возрастающих участков, также соответствующих пологим участкам траектории 3 на рис. 4.23, б. Столь быстрый рост набега фазы в этом случае обусловлен большими значениями

волнового числа (рис. 4.23, *г*). В то же время, суммарный набег фазы на заданном расстоянии обусловлен не только участками, где волновое число велико (около 3000 см<sup>-1</sup>), а также и лежащими между ними, где оно сравнительно мало (менее 100 см<sup>-1</sup>). Поэтому общий набег фазы в структуре ФМ на частоте вблизи нижней границы спектра ПМСВ получается сравнимым с набегом фазы в свободной пленке на частотах, лежащих в верхней части спектра ПМСВ. Так суммарный набег фазы в структуре ФМ при y = 25 см, на частоте 2740 МГц составляет около 32000 рад, тогда как в свободной пленке при тех же условиях — 10000 рад. С другой стороны, в свободной пленке на частоте 3000 МГц при y = 25 см набег фазы достигает 29000 рад, что приближается к подобному значению в структуре ФМ.

Время задержки Т (у) в свободной пленке (рис. 4.24, в) на обеих частотах монотонно возрастает, причем на частоте 3000 МГц (кривая 2) по закону, близкому к линейному, а на частоте 2740 МГц (кривая 1) имеет ряд резко возрастающих участков, соответствующих пересечению траекторией оси Оу (кривая 1 на рис. 4.23, а), на которых наклон зависимости T(y) увеличивается в 7–9 раз. В структуре  $\Phi M$ (рис. 4.24, г) близкий к линейному рост времени задержки наблюдается только на частоте 3000 МГц (кривая 4), а на частоте 2740 МГц (кривая 3) наблюдаются те же особенности, что для свободной пленки, выраженные более резко: наклон зависимости T(y) на возрастающих участках увеличивается здесь более, чем в 100 раз. В результате кривая 3 идет значительно выше кривой 4 и после второго пересечения траекторией горизонтальной оси (y = 25 см) время задержки для кривой 3 составляет 220 мкс, тогда как для кривой 4 едва достигает 10 мкс. В аналогичных условиях время задержки в свободной пленке близко к 30 мкс.

Таким образом, максимальные значения набега фазы для любых частот в обеих структурах отличается не более чем на 10-20%, тогда как максимально достижимое время задержки в структуре  $\Phi M$  может превышает аналогичную величину в свободной пленке не менее чем на порядок и является максимальным для частот, близких к нижней границе спектра ПМСВ.

#### 4.8. Экспериментальное исследование траекторий ПМСВ

Для проверки развитых выше теоретических положений было выполнено экспериментальное исследование распространения волновых пучков ПМСВ в ферритовых пленках, намагниченных продольно неоднородными полями различных конфигураций: линейным, типа «долины» и «вала».

**4.8.1. Основные параметры эксперимента.** Эксперименты проводились на измерительном стенде, схема которого приведена

d = 14,5 мкм и шириной линии  $\Phi MP \ 2\Delta H = 0,6$  Э, выращенная на круглой (диаметром 76 мм, толщиной 0,5 мм) подложке из гадолиний-галлиевого граната, ориентированной перпендикулярно кристаллографической оси типа [111]. Возбуждение и прием ПМСВ осуществлялся с помощью наложенных на плоскость пленки подвижных антенн, выполненных из позолоченной вольфрамовой проволоки диаметром 12 мкм и длиной 4 мм. Пленка помещалась в центре симметрии круглых полюсов постоянного магнита диаметром 20 см с расстоянием между ними 10-20 см. Поле менялось от 300 до 700 Э, однородность в пределах плоскости пленки была не менее 3-5%, а в рабочей области — не хуже 2%. Система координат Охуг выбиралась таким образом, что плоскость Оуг совпадала с плоскостью пленки, а ось Ох была ей перпендикулярна. Ось Ог ориентировалась вдоль направления поля постоянного магнита в центре между его полюсами. Неоднородность поля создавалась с помощью цилиндрического шунта из мягкого железа диаметром 10-25 мм и длиной 20-40 см, помещенного вблизи плоскости пленки вдоль оси Оу. В экспериментах возбуждающая антенна была неподвижной, а приемная — перемещалась по плоскости пленки. Ход траекторий волновых пучков ПМСВ регистрировался по максимуму сигнала на приемной антенне. Максимальная доступная измерению длина траекторий, определяемая чувствительностью аппаратуры и затуханием ПМСВ, в случае однородного поля составляла 3-4 см. Результаты исследования траекторий ПМСВ показаны на рис. 4.25-4.27. На каждом рисунке под буквой «а» показана зависимость поля от координаты z, причем точки соответствуют реально измеренным значениям поля, сплошная линия — приближенному закону, использованному в расчетах траекторий. Под буквой «б» показаны траектории ПМСВ, точки — эксперимент, линии теоретические кривые, рассчитанные по методу Гамильтона-Аулда.

**4.8.2. Линейно неоднородное поле.** Линейному полю соответствует рис. 4.25. Для описания зависимости поля H от координаты z использовалось выражение H = 532 + 50 z, где H измеряется в Э, z - в см. Начальная точка всех траекторий: y = 0 см, z = 3,25 см. В этой точке H = 694,5 Э. Начальный угол между осью Oy и волновым вектором  $\varphi = 32^{\circ}$ . Границы спектра ПМСВ в точке возбуждения: 3693 и 4479 МГц. Кривые соответствуют нескольким частотам в интервале от 3790 МГц до 4070 МГц.

Из рассмотрения рис. 4.25,  $\delta$  видно, что наилучшее совпадение расчетных кривых с экспериментом (около 5% по отношению к полному размаху траекторий по оси Oz) наблюдается ближе к середине спектра ПМСВ — для кривых 2 и 3, несколько худшее (10%) — ближе к границам спектра ПМСВ — кривые 1 и 4. При этом в низкочастотной



Рис. 4.25. Зависимость поля H от координаты z (a) и траектории ПМСВ z(y) (б) в этом поле. Линии — теория, точки — эксперимент. Частоты траекторий: I = 3790 МГц, 2 = 3890 МГц, 3 = 3980 МГц, 4 = 4070 МГц

области спектра (кривые 1 и 2) расчетные результаты превышают экспериментальные, а в высокочастотной области (кривые 3 и 4) — лежат ниже их.

**4.8.3. Поле типа** «долины». Траектории в поле типа «долины» иллюстрируются рис. 4.26. Для описания зависимости поля *H* от координаты *z* использовался интерполяционный полином вида:

 $H_z(z) = 554 - 4U_1 - 16U_2 + 8U_3 - 4U_4 + 3, 2U_5 + 2, 32U_6 - 5, 78U_7,$ 

 $U_1 = z, U_n = [z - 0.5 (n - 1)] \cdot U_{n-1}, n = 2, ...7,$  где H измеряется в Э, z - в см. Этот полином соответствует реально измеренным значениям поля, однако, для наилучшего совпадения теории с экспериментом при расчетах траекторий использовались значения поля ниже на 19 Э (3,4%). Возможной причиной необходимости введения такой поправки может быть неучтенная в расчетах анизотропия пленки ЖИГ. Горизонтальная штриховая линия, построенная при z = 2,4 см, соответствует «дну долины» (506 Э). Начальная точка всех траекторий: y = 0 см, z = 0 см. В этой точке H = 554 Э. Начальный угол между осью Oy и волновым вектором  $\varphi = 37^\circ$ . Границы спектра ПМСВ в точке возбуждения: 3204 и 4085 МГц.

Из рис. 4.26, б видно, что критической частоте, соответствующей *L*-образной траектории, больше всего отвечает кривая 4 (3380 МГц). Траектории 1-3 имеют частоты ниже критической и отражаются, не дойдя до «дна долины», траектории 5 и 6, частоты которых выше критической, проходят через «дно долины» насквозь. Расчетные траектории



Рис. 4.26. Зависимость поля H от координаты z (a) и траектории ПМСВ z(y) ( $\delta$ ) в этом поле. Линии — теория, точки — эксперимент. Частоты траекторий: I — 3216 МГц, 2 — 3276 МГц, 3 — 3356 МГц, 4 — 3380 МГц, 5 — 3420 МГц, 6 — 3500 МГц

для частот выше 3356 МГц (кривые 3-6) на всем протяжении совпадают с экспериментом с точностью не хуже 1 %. Траектории более низких частот до отражения также совпадают хорошо, однако после отражения расчетные кривые проходят несколько ниже экспериментальных точек и для частоты 3276 МГц (кривая 2) расхождение составляет 5 %, а для частоты 3216 МГц (кривая 1) — достигает 20 %. Причиной такого расхождения может быть конечная ширина волнового пучка ПМСВ, в расчетах не учитываемая.

**4.8.4.** Поле типа «вала». Траектории в поле типа «вала» иллюстрируются рис. 4.27. Для описания зависимости поля *H* от координаты *z* использовался интерполяционный полином вида:

 $H_z(z) = 295 + 54U_1 - 18U_2 - 38,66U_3 + 11,32U_4,$ 

 $U_1 = z + 1,0, U_n = [z + 1,0 - 0,5 (n - 1)] \cdot U_{n-1}, n = 2, ... 4, где <math>H - \Im, z - B$  см). Этот полином также соответствует реально измеренному полю, а в расчетах траекторий вводилась та же поправка — 19 Э (3,4%). Горизонтальная штриховая линия, построенная при z = 0 см, соответствует «вершине вала» (340 Э). Начальная точка всех траекторий: y = 0 см, z = 0 см. В этой точке H = 340 Э. Начальный угол между осью *Оу* и волновым вектором  $\varphi = 19,5^{\circ}$ . Границы спектра ПМСВ в точке возбуждения: 2394 и 3486 МГц.

Из рис. 4.27, б видно, что расчетные траектории для всех частот в пределах первого полупериода совпадают с экспериментом с точно-



Рис. 4.27. Зависимость поля H от координаты z (a) и траектории ПМСВ z (y) ( $\delta$ ) в этом поле. Линии — теория, точки — эксперимент. Частоты траекторий: 1 - 2570 МГц, 2 - 2710 МГц, 3 - 2870 МГц, 4 - 3150 МГц

стью не хуже 1 %. Далее совпадение начинает постепенно ухудшаться тем сильнее, чем ниже частота. Так, на конце второго полупериода для частоты 3150 МГц (кривая 4) расхождение не превышает 2%, тогда как для частоты 2570 МГц (кривая 1) достигает 20–25%. Причиной постепенного увеличения расхождения с ростом координаты y является высокая чувствительность формы псевдосинусоидальных траекторий в поле типа «вала» к начальным условиям возбуждения волны, а также локальной конфигурации поля, обусловленная их большой протяженностью. При этом с понижением частоты «чувствительность» траекторий к указанным факторам возрастает, так как в неоднородном поле траектории искривляются тем сильнее, чем ниже их частота.

**4.8.5. Изменение различных параметров эксперимента.** Наряду с зависимостью от частоты исследовалось поведение траекторий ПМСВ при изменении других параметров эксперимента. Так измерения траекторий в интервале начальных углов от  $\pm 5^{\circ}$  до  $\pm 45^{\circ}$  также показали хорошее соответствие между теорией и экспериментом. Было выявлено, что значительно более критичной характеристикой является градиент неоднородного поля. Так, измерения траекторий в полях с градиентом от 20 до 300 Э/см показали, что расхождение между теорией и экспериментом в интервале  $20 \div 200$  Э/см не превышает описанного выше, тогда как при градиентах поля выше 200 Э/см расхождение увеличивается и при 300 Э/см достигает 10–20% даже для высоких частот. Особенно критичен градиент поля в области расположения возбуждающего преобразователя. Так, расхождение заметно увеличивается (до 5–10% и более) начиная с 50 Э/см, что обусловлено

расплыванием волнового пучка и даже расщеплением его на два, особенно при расположении возбуждающего преобразователя на «дне долины». В эксперименте это проявляется как резкое (до 90 дБ) затухание ПМСВ на расстояниях менее 1 см от возбуждающего преобразователя. Причина расплывания состоит в том, что разные концы преобразователя находятся в различных полях и излучают волновые пучки разных направлений. При этом расплывание пучка от частоты в пределах спектра ПМСВ меняется мало (не более 5%), но с увеличением начального угла волнового вектора — возрастает. Так, если концы преобразователя удалены друг от друга по оси Ог на 0,4 см, поле на середине преобразователя равно 500 Э, градиент поля (линейного) равен 20 Э/см, а частота ПМСВ равна 3200 МГц, то на расстоянии 1 см от возбуждающего преобразователя ширина пучка (по крайним траекториям) при  $\varphi = 35^{\circ} \pm 5^{\circ}$  равна 0,43 см (превышает начальную на 7,5%). Если градиент поля равен 100 Э/см, то та же величина при  $\varphi = 30^\circ$  равна 0,73 см (больше начальной в 1,8 раза), а при  $\varphi = 40^\circ$ достигает 1,07 см (больше начальной в 2.7 раза). По этой причине в экспериментах для уменьшения расплывания пучка возбуждающий преобразователь размещался в области с возможно меньшим градиентом поля. Особенно сильно расплывание пучка сказывается в поле типа «долины» для частот близких к критической. В поле типа «вала» наоборот расплывание практически отсутствует при любых начальных углах и частотах ПМСВ. Такое поле обладает сильными канализирующими свойствами и как бы «подавляет» дисперсионную расходимость пучка (разд. 1.3), в результате чего затухание ПМСВ в таком канале становится рекордно малым. Поскольку дисперсионная расходимость сильна вблизи нижней границы спектра ПМСВ, уменьшение затухания особенно велико для низких частот. Так на частоте 3150 МГц затухание в однородном поле составляет 8,0 дБ см<sup>-1</sup>, а в поле типа «вала» (рис. 4.27, *a*) — 7,5 дБ см<sup>-1</sup>, тогда как на частоте 2570 МГц те же величины соответственно равны 5,0 дБ см<sup>-1</sup> и 1,0 дБ см<sup>-1</sup>.

#### Выводы по главе 4

Основные вопросы, рассмотренные в настоящей главе, сводятся к следующему.

1. С целью классификации рассмотрены основные виды неоднородностей подмагничивающего поля. Показано, что в плоскости ферритовой структуры удобной является аппроксимация реального поля на основе разложения в ряд Тейлора. Рассмотрены важные частные случаи продольно и поперечно неоднородного, а также радиально симметричного полей. Показано, что с точностью до членов второго порядка возможны три основные конфигурации поля: линейное, типа «долины» и «вала». На основе анализа дисперсионного соотношения получены полевые границы спектра ПМСВ, из которых найдены пространственные границы областей распространения ПМСВ для случаев полей: линейного, типа «долины» и «вала».

2. Рассмотрены два основных метода расчета траекторий ПМСВ в неоднородно намагниченных ферритовых структурах: изочастотных кривых и Гамильтона-Аулда. Проведено сравнение методов, выявлены их достоинства и недостатки. Показано, что метод изочастотных кривых, сочетая в себе высокую простоту и наглядность для случая поля неизменного направления, испытывает определенные трудности при расчете траекторий ПМСВ в полях других конфигураций, а также при исследовании волнового числа, фазовой и групповой скоростей. Метод Гамильтона-Аулда, проигрывая методу изочастотных кривых в простоте и наглядности, является значительно более универсальным, пригоден для полей любой конфигурации, позволяет легко рассчитать волновое число, фазовую и групповую скорости, а также весьма удобен для численной реализации на ЭВМ.

3. Для случая ферритовой пленки со свободной поверхностью, намагниченной продольно неоднородным полем, исследованы траектории ПМСВ в полях: линейном, типа «долины» и «вала». Методом изочастотных кривых показано, что в линейном поле могут существовать три вида траекторий: «минус-типа», имеющие вид слабо изогнутых С-образных кривых, монотонно стремящихся в сторону большего поля вплоть до границы области существования ПМСВ; «плюс-типа», имеющие вид V-образных кривых, сначала идущих в сторону уменьшения поля, а затем поворачивающих в сторону большего поля вплоть до границы области существования ПМСВ; «нуль-типа», имеющие вид прямых, перпендикулярных направлению поля. Относительно малого изменения начальных условий траектории «плюс» и «минус-типа» устойчивы, а траектории «нуль-типа» неустойчивы, легко переходят в траектории «плюс» или «минус-типа» и в эксперименте не реализуются. В поле типа «долины» на каждом ее склоне, аналогично случаю линейного поля, имеются траектории «плюс», «минус» и «нуль-типа», не доходящие до дна «долины». Важным отличием от случая линейного поля является возможность существования неустойчивых траекторий «нуль-типа», имеющих вид прямых, идущих точно по дну «долины». В результате этого обстоятельства возникают два новых вида траекторий: первый — «плюс-нуль-типа», состоящие из траектории «плюс-типа», переходящего в «нуль-тип», имеющие вид *L*-образных кривых, и второй — «плюс-плюс-типа», состоящие из двух переходящих друг в друга траекторий «плюс-типа», расположенных на разных склонах «долины», имеющие вид S-образных кривых. Траектории «плюс-нуль-типа» неустойчивы, «плюс-плюс-типа» — устойчивы. В поле типа «вала» также на каждом его склоне, аналогично случаю линейного поля, имеются траектории «плюс», «минус» и «нуль-типа», не доходящие до вершины «вала». Важнейшим отличием от предыдущих случаев является возможность существования периодических траекторий «псевдосинусоидального» типа, образованных чередующимися траекториями «плюс» и «минус-типа», имеющих вид волнообразных похожих на синусоиды кривых. Эти траектории устойчивы и неограниченно продолжаются вдоль нормали к направлению поля, с сохранением постоянной амплитуды колебаний относительно этой нормали, т.е. поле типа «вала» вдоль указанной нормали образует канал для распространения ПМСВ.

4. Для случая ферритовой пленки со свободной поверхностью, намагниченной продольно неоднородным полем, методом Гамильтона-Аулда проанализированы количественные характеристики всех разобранных видов траекторий. Для случая линейного поля показано, что размах V-образных траекторий «плюс-типа» тем больше, чем выше частота ПМСВ, больше начальное отклонение вектора фазовой скорости от нормали к направлению поля, а также меньше градиент поля. В этих же условиях приобретают больший размах аналогичные зависимости для волнового числа и углов, которые составляют векторы фазовой и групповой скоростей с нормалью к направлению поля. Аналогичные свойства имеют все остальные траектории, свойственные полям типа «долины» и «вала». Для поля типа «долины» выявлена критическая частота, ниже которой траектории имеют вид V-образных кривых «плюс-типа», а выше — S-образных кривых «плюс-плюс-типа». Траектория, соответствующая критической частоте имеет вид *L*-образной кривой и является неустойчивой. Для случая линейного поля при условии отражения ПМСВ от линии, соответствующей верхней полевой границе спектра ПМСВ, предсказана возможность существования канала (первого типа) для распространения ПМСВ, ось которого ориентирована перпендикулярно направлению поля. Траектории ПМСВ в таком канале образованы примыкающими друг к другу V-образными траекториями «плюс-типа». Для случая поля типа «долины» предсказана возможность существования аналогичного канала (второго типа), образованного примыкающими друг к другу S-образными траекториями «плюс-плюс-типа». Исследованы количественные характеристики канала для ПМСВ, образованного полем типа «вала». Показано, что размах траекторий в канале полностью определяется параметрами волны в начальной точке траектории, а полная ширина канала тем больше, чем меньше градиент поля. Для траекторий, начальные участки которых перпендикулярны направлению поля обнаружено явление «псевдофокусировки», состоящее в периодически повторяющемся и постепенно ослабевающем сужении пучка траекторий, выходящих из разных точек излучающего преобразователя ПМСВ.

5. Рассмотрены траектории ПМСВ в структуре ФМ, намагниченной продольно неоднородными полями: линейным, типа «долины» и «вала». Показано, что в этой структуре основные дисперсионные свойства ПМСВ близки к тем же свойствам для свободной ферритовой пленки, однако количественным отличием является значительно большая ширина спектра, больший раскрыв изочастотных кривых и относительная

близость их к началу координат. Основное качественное отличие состоит в отсутствии отсечки волны на нижней частотной границе спектра ПМСВ. В полях линейном, типа «долины» и «вала» основные типы траекторий для этого случая — те же, что и для ферритовой пленки со свободной поверхностью, однако размах траекторий по обеим осям значительно (в два-три раза и более) превышает размах траекторий для свободной пленки. Важнейшим отличием от случая свободной пленки является тот факт, что, благодаря отсутствию отсечки, при приближении траекторий к линии, соответствующей верхней полевой границе спектра ПМСВ, они не обрываются, а лишь асимптотически приближаются к ней, переходя в прямые линии, уходящие на бесконечность перпендикулярно направлению поля. Стремление траектории к бесконечности сопровождается неограниченным ростом волнового числа, что в реальном эксперименте должно приводить к сильному затуханию волны. В поле типа «долины» такой же ход траекторий наблюдается на обоих ее склонах, где поле достигает величины верхней полевой границы спектра ПМСВ. В поле типа «вала» указанная особенность возможна только в том случае, если поле вершины «вала» превышает верхнюю полевую границу спектра ПМСВ, в остальных же случаях траектории ПМСВ имеют периодический «псевдосинусоидальный» характер, подобный случаю свободной пленки. В полях линейном, типа «долины» и «вала» возможны каналы, аналогичные случаю свободной пленки.

6. Рассмотрены траектории ПМСВ в структуре ФДМ, намагниченной продольно неоднородными полями: линейным, типа «долины» и «вала». Показано, что благодаря более сложному, чем для свободной пленки и структуры ФМ закону дисперсии, в структуре ФДМ характер траекторий значительно усложняется. Так, если дисперсионная кривая имеет два экстремума, то в случае линейного поля возможны три вида траекторий: V-образные без поворота первого типа, соответствующие малым значениям волнового числа; V-образные без поворота второго типа, соответствующие большим значениям волнового числа; *V*-образные с поворотом, соответствующие промежуточным значениям волнового числа, где поворот означает изменение направления распространения волны относительно нормали к направлению поля на обратное. Для поля типа «долины» возможны девять видов траекторий: V-, L- и S-образные без поворота первого типа; V-, L- и S-образные с поворотом; V-, L- и S-образные без поворота второго типа. Для поля типа «вала» при распространении волны вдоль оси «вала» возможны шесть видов траекторий: волнообразные без поворота первого и второго плюс-типа; волнообразные без поворота минус-типа; волнообразные с поворотом плюс- и минус-типа; восьмиобразные. Для всех трех случаев поля на плоскости изочастотных кривых определены границы областей, в которых ПМСВ имеют прямой или обратный характер. Показано, что в процессе распространения волны могут пересекать границы этих областей, что соответствует изменению характера волны
с прямого на обратный и наоборот. Наряду с дисперсионной кривой, имеющей два экстремума, рассмотрены случаи, когда дисперсионная кривая имеет лишь один экстремум или не имеет ни одного. Показано, что в этом случае из полного набора возможных траекторий реализуется лишь часть, отвечающая соответствующим участкам дисперсионной кривой. Для всех трех видов полей методом Гамильтона–Аулда рассчитаны количественные характеристики траекторий, а также координатные зависимости волнового числа и углов, определяющих направления векторов фазовой и групповой скоростей ПМСВ. Выявлены интервалы начальных ориентаций вектора фазовой скорости, необходимые для реализации всех рассмотренных видов траекторий. Для поля типа «долины» определены критические соотношения начальных параметров волны, соответствующие *L*-образным траекториям. Для поля типа «вала» определены критические соотношения начальных параметров волны, соответствующее восьмиобразной траектории.

7. Для случаев ферритовой пленки со свободной поверхностью и структуры ФМ, намагниченных продольно неоднородным полем, методом Гамильтона-Аулда рассмотрены набег фазы и время задержки в полях: линейном, типа «долины» и «вала». Показано, что как в свободной пленке, так и в структуре ФМ набег фазы и время задержки по мере распространения волны всегда монотонно возрастают тем сильнее, чем выше частота ПМСВ. Скорость нарастания набега фазы и времени задержки в свободной пленке на протяжении всей траектории сохраняется близкой к своему начальному значению. Аналогичная скорость в структуре ФМ, сначала будучи значительно (более чем на порядок) меньше такой же скорости в свободной пленке, по мере приближения траектории к области пленки, где поле близко к верхней полевой границе спектра ПМСВ, резко (на порядки) возрастает и устремляется к бесконечности. В случае линейного поля это приводит к гигантскому росту набега фазы (104 рад и более) и времени задержки (300-400 мкс и более). В поле типа «долины» такой рост набега фазы и времени задержки наблюдается на обоих ее склонах, а в случае поля типа «вала» — вблизи его вершины. Причиной такого гигантского роста указанных параметров в структуре ФМ является отсутствие отсечки вблизи нижней частотной границы спектра ПМСВ.

8. Выполнено экспериментальное исследование распространения волновых пучков ПМСВ в ферритовых пленках, намагниченных продольно неоднородным полем: линейным, типа «долины» и «вала». В линейном поле исследованы траектории V-образного типа. Выявлено хорошее совпадение расчетных кривых с экспериментальными. Показано, что для частот, близких к середине спектра ПМСВ точность совпадения составляет 5 %, а вблизи краев спектра 10 %. В поле типа «долины» исследованы траектории V и S-образных типов. Найдена критическая частота, соответствующая L-образной траектории. Выявлено хорошее совпадение расчетных данных с экспериментом: так расчетное значение критической частоты совпадает с экспериментальным с точностью 3%, расчетные траектории для частот выше критической совпадают с экспериментальными с точностью 1 %, ниже критической — 5 %. Несколько худшее совпадение отмечено для частоты, близкой к нижнему краю спектра ПМСВ, где оно составляет 20 %. В поле типа «вала» исследованы траектории псевдосинусоидального типа. Совпадение расчетных данных с экспериментом и здесь остается хорошим. Так, в пределах первого полупериода расчетные траектории совпадают с экспериментальными в пределах всего спектра ПМСВ с точностью 1 %. После прохождения второго полупериода расчетные траектории для частот середины и верхней части спектра ПМСВ совпадают с экспериментом с точностью 2%. Несколько худшее совпадение и здесь наблюдается на частотах, близких к нижнему краю спектра ПМСВ, где оно составляет 20 %. Исследованы изменения наблюдаемых траекторий ПМСВ при различных параметрах эксперимента. Показано, что весьма критичной характеристикой является градиент неоднородного поля, особенно в месте расположения излучающего преобразователя ПМСВ, так как при этом различные участки преобразователя, находясь в разном поле, излучают ПМСВ под разными углами и общий волновой пучок теряет единство. В поле типа «долины» выявлено обусловленное той же причиной сильное расплывание и даже расщепление волнового пучка на два в случае, когда излучающий преобразователь расположен на дне «долины», а частота ПМСВ близка к критической. В поле типа «вала», благодаря его канализирующим свойствам, расплывание пучка, обусловленное неоднородностью поля, а также расщепление за счет дисперсионной расходимости полностью компенсируются, что приводит к рекордно малому (до 1,0 дБ см<sup>-1</sup>) затуханию ПМСВ, особенно для частот, близких к нижней границе спектра.

Выводы по главе 4

#### РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНОВЫХ ПУЧКОВ КОНЕЧНОЙ ШИРИНЫ В НЕОДНОРОДНО НАМАГНИЧЕННЫХ ФЕРРИТОВЫХ ПЛЕНКАХ

В предыдущих главах (3, 4) развит аппарат траекторий ПМСВ, позволяющий определить магнитное возмущение, создаваемое волной с заданными начальными параметрами, исходящей из одной определенной точки пленки. Реальные возбудители ПМСВ имеют конечную протяженность, т.е. возбуждают волну не в одной точке, а на некотором отрезке пленки, поле в разных точках которого может быть различным. Полный волновой пучок является совокупностью большого количества единичных траекторий ПМСВ, начинающихся в различных условиях и распространяющихся своими путями и его можно приближенно описать с помощью единичной траектории только в том случае, если он достаточно узкий или неоднородность поля мала настолько, что поле на ширине пучка меняется мало. Именно эта ситуация реализована в описанных в разд. 3.8 и 4.1.2 экспериментах. Во всех других случаях надо учитывать различие начальных условий для траекторий, исходящих из разных точек возбуждающего преобразователя. Рассмотрим особенности распространения широких волновых пучков в неоднородно намагниченных пленках на нескольких примерах.

В настоящей главе, в основном, приведены результаты работ [615-626]. Остальные необходимые ссылки приведены в тексте главы.

# 5.1. Пространственная трансформация широких пучков ПМСВ, распространяющихся в неоднородно намагниченных пленках

Широкий волновой пучок в неоднородно намагниченной пленке пространственную трансформируется: меняется его ширина, поперечный профиль, может произойти расщепление. Рассмотрим важнейшие случаи полей: линейное, типа «долины» и «вала». Будем использовать метод Гамильтона–Аулда. Как и ранее (гл. 3, 4), будем считать  $4\pi M_0 = 1750$  Гс, d = 15 мкм.

**5.1.1. Линейно неоднородное поле.** Пусть линейное поле описывается формулой (3.2) с теми же, что в разд. 3.4.2 параметрами:  $H_0 = 437,5$  Э,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1/16$  см<sup>-1</sup>,  $a_2 = 0$ . Этому случаю соответ-

ствуют рис. 5.1 и 5.2. Преобразователь, возбуждающий ПМСВ имеет вид прямолинейного отрезка проводника, концы которого обозначены буквами S' и S''. На рисунках построены траектории, исходящие из различных равноотстоящих друг от друга точек преобразователя. Края волновых пучков, определяемые траекториями, исходящими из конечных точек преобразователя S' и S'', показаны утолщенными линиями. На рис. 5.1 координаты середины преобразователя: y = 0 см, z = 0 см, точки S': y = -0.36 см, z = 1,00 см, точки S'': y = 0.36 см, z = -1,00 см. Угол между проводником преобразователя и осью Oz составляет 20°, что задает для ПМСВ начальный угол  $\varphi = 20^\circ$ . Построены два волновых пучка для разных частот: 1 - 2900 МГц и 2 - 3200 МГц. Первая частота лежит вблизи начала спектра ПМСВ (при y = 0 см), вторая — вблизи его середины.



Рис. 5.1. Трансформация широких волновых пучков ПМСВ в линейно неоднородном поле для различных частот: 1 — 2900 МГц, 2 — 3200 МГц

Из рис. 5.1 видно, что все траектории имеют V-образный характер и заканчиваются при поле, соответствующем заданной частоте. Пучок 1, соответствующий более низкой частоте, сильно деформирован. Если его начальная (при y = 0 см) ширина по координате z равна 2 см, то уже при y = 1 см она составляет около 3 см, при y = 2 см — более 3,5 см, а далее резко сужается и при y = 4 см составляет около 1,5 см, а при y = 6 см пучок заканчивается. Интенсивность пучка, определяемая количеством траекторий, при координате y = 1,5 см сохраняется равной начальной, но далее резко уменьшается и при y = 3 < 5 см составляет половину от начальной, а при y = 6 см падает до нуля. Пучок 2, частота которого выше, чем 1, сохраняется значительно лучше. Так, после небольшого расширения вблизи y = 2 см (до 3 см) вплоть до y = 7 см его ширина не превышает 2,5 см и только после этого наступает резкий спад до нуля при y = 10 см. Рис. 5.2 соответствует





Рис. 5.2. Трансформация широких волновых пучков ПМСВ частоты 3000 МГц в линейно неоднородном поле при различных углах между проводником преобразователя и осью *Oz*: *1* – 10°, *2* – 30°

двум различным положениям преобразователя: 1 - под углом к оси $Oz - 10^{\circ}$  и  $2 - 30^{\circ}$ . Соответственно для волнового пучка  $1 - \varphi = 10^{\circ}$ ,  $2 - 30^{\circ}$ . В первом положении координаты середины преобразователя: y = 0 см, z = 0 см, точки S': y = -0.18 см, z = 1.00 см, точки S'': y = 0.18 см, z = -1.00 см, во втором — середины преобразователя: y = 0 см, z = 0 см, точки S': y = -0.58 см, z = 1.00 см, точки S'': y = 0.58 см, z = -1.00 см. Частота обоих пучков одинакова и составляет 3000 МГц.

Из рис. 5.2 видно, что первый волновой пучок практически сохраняется вплоть до y = 3 см, тогда как второй существенно деформируется уже при : y = 1,5 см.

Таким образом, при распространении по плоскости пленки, намагниченной линейным полем, волновой пучок сохраняется тем лучше, чем выше его частота и меньше начальный угол  $\varphi$ .

**5.1.2.** Поле типа «долины». В качестве следующего примера рассмотрим распространение ПМСВ в пленке, намагниченной полем типа «долины», которое описывается формулой (3.2) с теми же, что в разд. 3.4.2 параметрами:  $H_0 = 437,5$  Э,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0$  см<sup>-1</sup>,  $a_2 = 1/16$  см<sup>-2</sup>. Этому случаю соответствует рис. 5.3. При этом координаты середины преобразователя: y = 0 см, z = 0 см и его концов: точки S' - y = -0 < 58 см, z = 1,00 см, точки S'' - y = 0,58 см, z = -1,00 см. Угол между проводником преобразователя и осью Oz составляет — 30°, т.е. для ПМСВ  $\varphi = 30^\circ$ . Частота ПМСВ равна 3126,664420 МГц, что соответствует критической частоте для центральной точки преобразователя.



Рис. 5.3. Трансформация широкого волнового пучка ПМСВ частоты 3126,664420 МГц в поле типа «долины». Нумерация частей пучка пояснена в тексте

Из рис. 5.3 видно, что по мере приближения к «дну долины» пучок расщепляется на три части, траектории в которых имеют V-образный (1), L-образный (2) и S-образный (3) характер. При этом V-образный вид имеют траектории, исходящие из той части преобразователя. которая более удалена от дна «долины», S-образный — из той, которая ближе к дну «долины», а *L*-образный — единственная траектория, исходящая из центра преобразователя. Часть пучка 1 при y > 0.5 см приобретает вид отдельного пучка и деформируется аналогично случаю линейного поля (рис. 5.1, 5.2), причем к верхнему краю пучка траектории сгущаются, что обусловлено квадратичным законом нарастания поля по мере удаления от дна «долины». Часть пучка 3 с y > 0,5 см также выделяется в отдельный пучок, который деформируется значительно меньше, чем 1: его начальная (при y = 0 см) ширина по координате z составляет 0,5 см, а при y = 3,5 см увеличивается не более чем до 0,7 см. Траектории сгущаются к нижнему краю пучка по той же причине, что и выше. Часть пучка 2 по координате у не имеет оформленных границ и по мере увеличения у интенсивность ПМСВ в этом месте (на оси Оу) падает. Фактически траектория 2 является границей между пучками 1 и 3.

Таким образом, при распространении по плоскости пленки, намагниченной полем типа «долины», волновой пучок расщепляется на две четко оформленные части, соответствующие различным участкам преобразователя, причем лучше сохраняется та часть, которая соответствует участку преобразователя, ближайшему к «дну долины».

**5.1.3. Поле типа «вала».** Рассмотрим теперь распространение ПМСВ в пленке, намагниченной полем типа «вала», определяемым формулой (3.2) с теми же, что в разд. 3.4.2 параметрами:  $H_0 = 437,5$  Э,



Рис. 5.4. Трансформация широкого волнового пучка ПМСВ частоты 3000 МГц в поле типа «вала». Показаны траектории, исходящие из различных участков преобразователя

 $a_0 = 1, a_1 = 0 \text{ см}^{-1}, a_2 = -1/16 \text{ см}^{-2}$ . Этому случаю соответствует рис. 5.4. Пусть преобразователь ориентирован вдоль оси Oz, причем координаты его концов: точки S' - y = 0 см, z = 1,00 см, точки S'' - y = 0 см, z = -1,00 см. Угол между проводником преобразователя и осью Oz равен 10°, то есть для ПМСВ  $\varphi = 0^\circ$ . Частота ПМСВ равна 3000 МГц.

Из рис. 5.4. видно, что траектории, исходящие из всех участков преобразователя, имеют псевдосинусоидальный характер, а амплитуда их равна удалению начальной точки от оси Oy. По мере распространения вдоль оси Oy максимальная ширина волнового пучка остается равной начальной (2 см), однако пучок претерпевает несколько сужений (псевдофокусировок), глубина которых, благодаря расфазировке отдельных траекторий, по мере увеличения y падает. Так, при начальной (при y = 0 см) ширине пучка равной 2 см, вблизи y = 1,5 см ширина пучка составляет 0,30 см, вблизи y = 4,5 см-0,5 см, вблизи y = 8,0 см-1,1 см.

Таким образом, при распространении по плоскости пленки, намагниченной полем типа «вала», волновой пучок сохраняется тем лучше, чем больше проходимое им расстояние.

#### 5.2. Метод анализа амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик линий передачи на ПМСВ

В предыдущем разд. (5.1) показано, что при распространении в неоднородно намагниченной ферритовой пленке волновой пучок претерпевает пространственную трансформацию. Рассмотрим теперь, как сказывается эта трансформация на характеристиках линии передачи, содержащей излучающий и приемный преобразователи ПМСВ, наложенные на поверхность пленки. Далее описан метод расчета амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) линии передачи самого общего вида, основанный на представлениях геометрической оптики неоднородных сред и заключающийся в исследовании парциальных волновых пучков ПМСВ. Метод применим при любой форме и взаимном расположении преобразователей, для случаев однородно и неоднородно намагниченной пленки любой формы и с любыми неоднородностями (толщины, намагниченности, упругих напряжений). Метод может быть обобщен и на расчет устройств со слоистыми структурами на основе ферритовых пленок.

**5.2.1. Общая схема метода расчета АЧХ и ФЧХ.** Амплитудночастотные и фазо-частотные характеристики линии передачи на МСВ определяются совокупным действием следующих факторов:

- эффективностью возбуждения MCB излучающим преобразователем;
- 2) затуханием МСВ при распространении по пленке, обусловленным процессами релаксации прецессии намагниченности;
- 3) поглощением МСВ препятствиями на пути распространения;
- 4) ограниченностью размеров приемного преобразователя;
- 5) эффективностью приема МСВ приемным преобразователем;
- 6) временной фазой прихода МСВ на приемный преобразователь;
- 7) взаимной ориентацией проводника приемного преобразователя и фазового фронта МСВ, приходящей на этот преобразователь.

Задачу расчета АЧХ и ФЧХ с учетом перечисленных факторов упрощает то, что большинство факторов действует независимо друг от друга и их вклад вычисляется по отдельности. Известна частотная зависимость эффективности преобразования (факторы 1 и 5) и зависимость затухания МСВ от частоты (фактор 2) [136, 139, 294, 415–417, 441]. Эти факторы далее не рассматриваются. Их учет может быть проведен путем умножения полученных ниже результатов на соответствующие коэффициенты из цитированных работ. Итак, рассмотрим факторы 3, 4, 6 и 7. При этом факторы 6 и 7 рассмотрим в совокупности, так как результирующая фаза полного сигнала на приемном преобразователе складывается из запаздывания фазы МСВ на пути между преобразователями и запаздывания, обусловленного непараллельностью фазового фронта волны и проводника приемного преобразователя.

Последовательные шаги предлагаемого метода расчета АЧХ и ФЧХ состоят в следующем.

 Излучающий преобразователь разбивается по длине на конечные участки, каждый из которых рассматривается, как независимый элементарный излучатель, испускающий парциальный волновой пучок.

- 2. Выбирается частота в частотном диапазоне существования МСВ.
- 3. Вычисляются траектории и временные фазы всех парциальных волновых пучков на выбранной частоте.
- 4. Из рассмотрения исключаются пучки, уходящие за геометрические размеры приемного преобразователя и попадающие на препятствия.
- 5. Производится суммирование амплитуд с учетом сдвига фаз пучков, достигших приемного преобразователя, что дает амплитуднофазовую характеристику передачи на данной частоте.
- 6. Частота меняется в заданном диапазоне с выбранным шагом, в результате чего для линии передачи вычисляются полные АЧХ и ФЧХ.

Методика расчета иллюстрируется рис. 5.5–5.7. На рис. 5.5 показана обобщенная схема линии передачи, где плоскость рисунка соответствует плоскости ферритовой пленки, буквами S' и S'' обозначен излучающий преобразователь, а буквами R' и R'' — приемный. В общем случае поле по плоскости пленки неоднородно, а форма проводников преобразователей — произвольна. Заштрихованными областями показаны препятствия, через которые МСВ пройти не может. Излучающий преобразователь S'S'' разбит на n участков одинаковой длины (в данном случае n = 15), из концов которых построены траектории волновых пучков МСВ – всего n + 1 (здесь — 16) траекторий.

Из рис. 5.5 видно, что из 16 траекторий, выходящих из излучающего преобразователя, приемного преобразователя достигают лишь четыре (2, 3, 6, 7), остальные уходят в стороны или задерживаются препятствиями. Таким образом, выходной сигнал на приемном преобразователе создается лишь волновыми пучками, соответствующими этим



Рис. 5.5. Обобщенная схема линии передачи на ПМСВ

четырем траекториям. При этом, если фазы волновых пучков, дошедших до приемного преобразователя, будут одинаковы, то амплитуда выходного сигнала составит 0,25 от амплитуды входного сигнала, т. е. коэффициент передачи  $K_t$ , в данном случае равный отношению числа траекторий, достигших приемного преобразователя, к начальному их количеству, равен 0,25. Если фазы волновых пучков, дошедших до приемного преобразователя, различны, то выходной сигнал надо вычислять с учетом этой разницы фаз и коэффициент передачи будет несколько меньше, чем в первом случае.

Показанное на рис. 5.5 распределение траекторий соответствует какой-то одной определенной частоте MCB. На другой частоте распределение траекторий будет иным и коэффициент передачи  $K_t$ , изменится. Задавая значения частоты с определенным шагом и находя для них коэффициенты передачи с учетом фазы, можно построить полные амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики (АЧХ и ФЧХ) любого исследуемого устройства. В общем случае криволинейных преобразователей и неоднородного поля сетка разбиения излучающего преобразователя должна быть настолько мелкой, чтобы элементарные участки обоих преобразователей можно было считать прямолинейными, а фазовый фронт MCB в пределах ширины одного пучка между соседними траекториями также оставался прямолинейным.

**5.2.2.** Схема построения АЧХ. Построение АЧХ на примере устройства из двух преобразователей в однородном поле иллюстрируется рис. 5.6.

Здесь излучающий преобразователь S'S'' разбит на четыре равных отрезка, из концов которых исходят пять траекторий, являющихся прямыми линиями. Построение проведено для пяти различных частот  $f_1 - f_5$ , таких, что  $f_1 < f_2 < f_3 < f_4 < f_5$ . Частоте  $f_1$  соответствует группа траекторий 1, частоте  $f_2 - 2$ , частоте  $f_3 - 3$ , частоте  $f_4 - 4$ , частоте  $f_5 - 5$ . Из рисунка видно, что на приемный преобразова-



Рис. 5.6. Схема построения АЧХ на примере устройства из двух преобразователей в однородном поле. 1-5 — волновые пучки различных частот

тель R'R'' попадают лишь две траектории частоты  $f_2$ , пять траекторий частоты  $f_3$  и две — частоты  $f_4$ . Соответствующая частотная зависимость коэффициента передачи (без учета фазы) показана слева внизу. Там же штриховой линией показана АЧХ, построенная с меньшим частотным шагом. Наблюдаемая АЧХ имеет хорошо выраженный колоколообразный характер.

**5.2.3. Схема построения ФЧХ.** Рассмотрим теперь фазовые свойства линии передачи на МСВ. Общий выходной сигнал на приемном преобразователе складывается из сигналов от отдельных волновых пучков, один из которых схематически показан на рис. 5.7. Концы элементарного отрезка излучающего преобразователя обозначены буквами B и C. Исходящий из этого отрезка волновой пучок ограничен траекториями CN и BD, где точки N и D соответствуют пересечению траекторий, исходящих из точек C и B, с проводником приемного преобразователя. Линия равной фазы пучка, проходящую через точку N, обозначена через NA, где точка A принадлежит траектории BD. В силу сделанных выше предположений BC, ND, NA, AD — отрезки прямых линий. Для удобства геометрических построений введены следующие системы координат:

- 1) Оуг система координат, связанная с пленкой;
- O'y'z' система координат, начало которой O' совпадает с точкой N, ось Δ направлена вдоль отрезка ND приемного преобразователя, а ось O'y' перпендикулярна ему;
- О" y" z" система координат, начало которой О" совпадает с точкой N, ось О" z" направлена вдоль NA, а ось О" y" перпендикулярна NA;
- 5) O'''y'''z''' система координат, начало которой O''' совпадает с точкой N, а оси параллельны осям системы Oyz.



Рис. 5.7. Схема, поясняющая расчет фазовых свойств линии передачи на ПМСВ

С помощью рис. 5.7 можно показать, что сигнал на приемном преобразователе, создаваемый исходящим из излучающего преобразователя *i*-м волновым пучком, равен:

$$S_i = \frac{W_s}{n} A_i \cos\left(\omega t - \varphi_i\right),\tag{5.1}$$

где  $A_i$  — амплитуда сигнала на участке ND приемного преобразователя с учетом запаздывания фазы внутри треугольника  $\Delta AND$ ,  $\varphi_i$  — набег фазы по кратчайшей траектории *i*-го пучка — CN, равный:

$$\varphi_i = \int_{y_N}^{y_C} k(y, z) \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2} \, dy.$$
(5.2)

Выражение для  $A_i$  можно получить из решения треугольника  $\Delta AND$ . Особенно простым оно становится, когда угол  $\angle NAD$  близок к 90°. В этом случае  $A_i$  сводится к интегралу, хорошо известному в геометрической оптике [481], и равно:

$$A_i = \frac{\sin \alpha_i}{\alpha_i},\tag{5.3}$$

где  $\alpha_i = \frac{1}{2} \cdot b_i k_i \sin \beta_i$ ,  $b_i = ND$ ,  $k_i$  — волновое число МСВ внутри треугольника  $\Delta AND$ ,  $\beta_i$  — угол  $\angle AND$ .

Найдем теперь полный выходной сигнал на приемном преобразователе. Обозначим через  $W_S$  полный исходный сигнал, подаваемый на излучающий преобразователь. Если этот преобразователь разбит на n участков, равной длины, то полный сигнал на приемном преобразователе равен:

$$W_R = \sum_{i=1}^n S_i = \frac{W_S}{n} \sum_{i=1}^n A_i \cos(\omega t - \varphi_i),$$
(5.4)

причем  $A_i$  и  $\varphi_i$  определяются по формулам (5.2) и (5.3) для каждого пучка в отдельности из соответствующего треугольника  $\Delta AND$  и траектории CN.

Приведенное выше значение выходного сигнала  $W_R$  (5.4) получено только на одной заранее заданной частоте  $\omega$ . Для получения полных АЧХ и ФЧХ в диапазоне частот следует задать сетку частот  $\omega_j$  в этом диапазоне и вычислить на ней значения  $W_R(\omega_j)$ . Так, например, если исходный сигнал на излучающем преобразователе описывается выражением

$$W_S(\omega_j) = W_{S0}(\omega_j) \cos \omega_j t, \qquad (5.5)$$

а выходной сигнал на приемном преобразователе равен

$$W_R(\omega_j) = W_{R0}(\omega_j) \cos\left[\omega_j t + \varphi_R(\omega_j)\right], \tag{5.6}$$

то АЧХ находится путем вычисления коэффициентов передачи:

$$K_t(\omega_j) = W_{R0}(\omega_j) / W_{S0}(\omega_j).$$
(5.7)

Частотная зависимость  $K_t(\omega_j)$  и является искомой АЧХ, а ФЧХ, определяемая разностью фаз между  $W_R(\omega_j)$  и  $W_S(\omega_j)$ , выражается зависимостью  $\varphi_R(\omega_j)$ .

Замечание. С целью упрощения задачи и выявления основных закономерностей рассматриваемых явлений, приведенные далее в разд. 5.3–5.5 амплитудно-частотные характеристики получены без учета возможного рассогласования фазы между отдельными парциальными пучками ПМСВ. Вообще говоря, учет такого рассогласования может привести к некоторой изрезанности АЧХ, так что приведенные далее АЧХ следует рассматривать как «огибающие» полных характеристик. Более подробно вопрос о формировании фазо-частотных свойств линий передачи рассматривается в следующей главе.

#### 5.3. Амплитудно-частотные характеристики пропускания линий передачи на ферритовых пленках, намагниченных полями различных конфигураций

В предыдущем разд. (5.2) описан общий метод, позволяющий рассчитать АЧХ и ФЧХ пропускания линии передачи на ПМСВ, распространяющихся в произвольно намагниченной ферритовой пленке. Рассмотрим теперь конкретные примеры расчета АЧХ сначала для однородного поля, а затем для основных случаев продольно неоднородного поля — линейного, типа «долины» и «вала».

**5.3.1. Однородное поле.** Рассчитаем АЧХ полосно-пропускающего фильтра на ПМСВ, распространяющихся в ферритовой пленке, намагниченной однородно. Схема устройства показана на рис. 5.8.

Ферритовая пленка, плоскость которой совпадает с плоскостью рисунка, намагничена однородным полем **H**, направленным вдоль оси *Oz*. Намагниченность насыщения пленки составляет 1750 Э, ее толщина —



Рис. 5.8. Схема полоснопропускающего фильтра на ПМСВ в однородном поле

15 мкм, поле равно 437,5 Э. Излучающий S'S" и приемный R'R" преобразователи выполнены в виде прямолинейных проводников толщиной 10 мкм и длиной 5 мм. Такая длина достаточна для устранения дисперсионного расщепления волнового пучка (разд. 1.3) практически во всем диапазоне существования ПМСВ. Угол между проводником излучающего преобразователя S'S'' и осью Oz равен  $30^{\circ}$ . Перед приемным преобразователем размещена диафрагма со щелью W'W" длиной 5 мм, задача которой состоит в обеспечении постоянства апертуры приемного преобразователя при различных углах падения ПМСВ на него. Диафрагма вместе с приемным преобразователем может перемещаться по плоскости пленки, а ориентация проводника преобразователя R'R''выбирается параллельной фазовому фронту принимаемого волнового пучка, что обеспечивает оптимальные условия приема. В данном случае поле однородно, поэтому траектории ПМСВ представляют собой прямые линии, а направление фазового фронта ПМСВ не меняется и остается параллельным проводнику излучающего преобразователя S'S'', поэтому проводник приемного преобразователя R'R'' также параллелен S'S'', и составляет с осью Oz угол 30°. При принятых параметрах задачи начало спектра ПМСВ соответствует 2739 МГц, конец — 3675 МГц. В расчетах излучающий преобразователь был разбит на 100 участков, а шаг по частоте составлял 10 МГц.

На рис. 5.9 показано изменение АЧХ при перемещении приемного преобразователя вдоль волнового пучка, соответствующего частоте 3000 МГц с шагом по оси *Оу* равным 1 см. Из рисунка видно, что все АЧХ имеют колоколообразный вид, причем, по мере удаления прием-



Рис. 5.9. Изменение АЧХ при перемещении приемного преобразователя вдоль волнового пучка частоты 3000 МГц. Номера кривых соответствуют изменению *у*-координаты верхнего конца преобразователя от 1 до 6 см с шагом 1 см. Кривые соответствуют следующим координатам конца R' приемного преобразователя:  $I - y_{R'} = 1$  см,  $z_{R'} = -0.68$  см;  $2 - y_{R'} = 2$  см,  $z_{R'} = -1.38$  см;  $3 - y_{R'} = 3$  см,  $z_{R'} = -2.07$  см;  $4 - y_{R'} = 4$  см,  $z_{R'} = -2.78$  см;  $5 - y_{R'} = 5$  см,  $z_{R'} = -3.47$  см;  $6 - y_{R'} = 6$  см,  $z_{R'} = -4.17$  см

ного преобразователя от излучающего ширина АЧХ уменьшается. При малом расстоянии между преобразователями (кривая 1) на приемный преобразователь попадают волновые пучки практически всех частот, в результате чего ширина АЧХ (на половине высоты) близка к полной ширине спектра ПМСВ (при  $\varphi = 30^\circ - \sim 500$  МГц) и составляет 450 МГц. По мере увеличения расстояния (кривые 2–4) на приемный преобразователь перестают попадать пучки сначала более высоких, а затем и более низких частот, что приводит к сужению АЧХ сначала со стороны высоких (кривые 2, 3), а затем и низких (кривые 3, 4) частот. При расстоянии более 4,5 см (кривые 5, 6) сужение АЧХ несколько замедляется и ширина ее уменьшается до  $\sim 100$  МГц.

Рассмотрим теперь изменение AЧХ при перемещении приемного преобразователя вдоль осей координат. На рис. 5.10 показаны AЧХ, соответствующие перемещению преобразователя вдоль оси Oz с шагом 0,5 см при постоянном расстоянии  $y_{R'}$  между точкой R' и осью Oz, равном 2,0 см.

Из рис. 5.10 видно, что большинство АЧХ (1–3) имеют колоколообразный более или менее симметричный вид, несимметричность кривой 4 обусловлена ограничением спектра ПМСВ снизу частотой 2739 МГц. При удалении приемного преобразователя от оси Oy центральная частота АЧХ смещается в сторону более высоких частот, а ширина АЧХ уменьшается. Причина этого явления состоит в том, что при малом расстоянии между преобразователями (кривая 4) на приемный преобразователь попадают волновые пучки только низких частот (2740–2950 МГц), которые наименее отклонены от оси Oy. При увеличении этого расстояния (кривые 3, 2) на приемный преобразователь попадают волновые пучки более высоких частот (2900–3200 МГц).



Рис. 5.10. Изменение АЧХ при перемещении приемного преобразователя вдоль оси Oz с сохранением расстояния между верхним концом преобразователя и осью Oz равном 2,0 см. Номера кривых соответствуют *z*-координате конца преобразователя  $R': 1 - z_{R'} = -2,5$  см;  $2 - z_{R'} = -2,0$  см;  $3 - z_{R'} = -1,5$  см;  $4 - z_{R'} = -1,0$  см

сильнее отклоненные от оси Oy, а низкочастотные (2740–2850 МГц) проходят мимо. При большом расстоянии (кривая 1) на приемный преобразователь попадают волновые пучки только самых высоких частот (3250–3350 МГц), которые отклоняются от оси Oy наиболее сильно. В результате максимум АЧХ смещается от 2750 МГц (кривая 4) до 3270 МГц (кривая 1). Сопровождающее такое смещение сужение АЧХ обусловлено увеличением расстояния между преобразователями, аналогично кривым, приведенным на рис. 5.9. При этом АЧХ сужается с ~ 300 МГц (кривые 4, 3) до ~ 60 МГц (кривая 1). Увеличение расстояния между точкой R' и осью Oz приводит к дальнейшему сужению АЧХ. Так при  $y_{R'} = 4,0$  см и  $z_{R'} = -2,5$  см максимум АЧХ приходится на 2920 МГц, а ширина составляет 180 МГц, при  $z_{R'} = -5,0$  см те же величины равны 3300 МГц и 30 МГц. Причина такого сужения АЧХ та же, что и для кривых, приведенных на рис. 5.9.

5.3. Амплитудно-частотные характеристики

На рис. 5.11 показаны АЧХ, соответствующие перемещению преобразователя вдоль оси Oy с шагом 0,5 см при постоянном расстоянии  $z_{R'}$  между точкой R' и осью Oy, равном — 1,0 см.

Из рисунка видно, что большинство АЧХ (1–3) имеют колоколообразный более или менее симметричный вид, несимметричность кривой 4 обусловлена ограничением спектра ПМСВ снизу частотой 2739 МГц. При увеличении y-координаты конца R' приемного преобразователя центральная частота АЧХ смещается в сторону низких частот, а ширина АЧХ увеличивается (особенно для кривых 1, 2). Причина этого явления состоит в том, что при малом расстоянии между преобразователями (кривая 1) на приемный преобразователь попадают волновые пучки только высоких частот (3100–3300 МГц), которые отклонены от оси *Оу* наиболее сильно. При увеличении этого рассто-



Рис. 5.11. Изменение АЧХ при перемещении приемного преобразователя вдоль оси Oy с сохранением расстояния между верхним концом преобразователя и осью Oy равном 1,0 см. Кривые соответствуют следующим значениям *у*-координаты точки R':  $1 - y_{R'} = 1,0$  см;  $2 - y_{R'} = 1,5$  см;  $3 - y_{R'} = 2,0$  см;  $4 - y_{R'} = 2,5$  см

яния (кривые 2, 3) на приемный преобразователь попадают волновые пучки более низких частот (2750-3100 МГц), менее отклоненные от оси Оу, а высокочастотные (3150-3300 МГц) проходят мимо. При большом расстоянии (кривая 4) на приемный преобразователь попадают волновые пучки только самых низких частот (2740-2800 МГц), которые отклоняются от оси Оу меньше всех других. В результате максимум АЧХ смещается от 3250 МГц (кривая 1) до 2750 МГц (кривая 4). Ширина АЧХ при таком смещении сначала увеличивается с ~ 200 МГц (кривая 1) до ~ 400 МГц, после чего уменьшается до 20 МГц (кривая 4). Расширение АЧХ обусловлено увеличением частотного диапазона волновых пучков, попадающих на приемный преобразователь, а последующее сужение — ограничением спектра ПМСВ на уровне 2739 МГц. Увеличение расстояния между точкой R' и осью Oy приводит к дальнейшему сужению АЧХ. Так при  $z_{B'} = -2.0$  см и  $y_{B'} = 4,5$  см максимум АЧХ приходится на 3310 МГц, а ширина составляет 60 МГц, при  $y_{R'} = 2.5$  см те же величины равны 2830 МГц и 190 МГц. Причина такого сужения АЧХ при увеличении расстояния между преобразователями — та же, что и в предыдущем случае.

**5.3.2. Линейно неоднородное поле.** Рассмотрим теперь АЧХ полосно-пропускающего фильтра на ПМСВ, распространяющихся в ферритовой пленке, намагниченной линейно неоднородным полем. Схема устройства и его основные параметры — те же, что и ранее (разд. 5.3.1), однако здесь из-за неоднородности поля траектории ПМСВ представляют собой кривые *V*-образного вида (разд. 3.4). Предположим, что поле описывается формулой (3.2), где  $H_0 = 437,5$  Э,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1/16$  см<sup>-1</sup>,  $a_2 = 0$ .

На рис. 5.12 показаны волновые пучки, исходящие из преобразователя S'S'', на шести частотах. На врезках показана геометрия излучающего (слева) и приемного (справа) преобразователей. Проводник R'R'' приемного преобразователя ориентирован параллельно фазовому фронту волны в месте приема. Вид траекторий полностью совпадает с рассмотренным в разд. 3.4 и обсужден там достаточно подробно. Здесь же основное внимание будет сосредоточено на получающихся АЧХ.

На рис. 5.13, (a, 6) и 5.14, (s, 2) показано изменение АЧХ при некоторых фиксированных значения координаты y: a - y = 2 см, 6 - y = 4 см, s - y = 6 см, z - y = 8 см, в процессе перемещения приемного преобразователя вдоль оси Oz от -3,5 см до 4,5 см с шагом 0,5 см. Отметим прежде всего, что при увеличении координаты y интервал по z, в котором АЧХ отлична от нуля, смещается вверх по координате z, что связано с общим отклонением волновых пучков всех частот в сторону более сильного поля (рис. 5.12). При этом нижняя граница АЧХ смещается в сторону более высоких частот: при y = 2 см она составляет 2740 МГц (кривая 9 на рис. 5.13, a), при y = 4 см близка к 2800 МГц (кривые 10, 11 на рис. 5.13, 6), при y = 6 см увеличивается



Рис. 5.12. Схема полоснопропускающего фильтра на ПМСВ в линейно неоднородном поле. Пучок 1 соответствует частоте 2800 МГц, 2 — 2900 МГц, 3 — 3000 МГц, 4 — 3100 МГц, 5 — 3200 МГц, 6 — 3300 МГц. На врезках — схемы преобразователей

до 2870 МГц (кривые 11, 12 на рис. 5.14, s) и при y = 8 см достигает 2950 МГц (кривая 13 на рис. 5.14, s). Такое увеличение нижней границы АЧХ связано с ограничением распространения пучков вдоль оси Oy тем более сильным, чем ниже их частота (рис. 5.12).

Рассмотрим теперь изменение АЧХ при y = 2 см, показанное на рис. 5.12, *a*, более детально. Видно, что АЧХ при любом значении координаты *z* имеет колоколообразный вид, причем по мере увеличения *z* ее максимум смещается вниз с 3320 МГц (кривая 1) до 2820 МГц (кривая 9), а ширина сначала увеличивается с 50 МГц (кривая 1) до 150 МГц (кривая 6), после чего уменьшается до 60 МГц (кривая 9). При этом максимальное значение АЧХ увеличивается с 0,35 (кривая 1) до 1,0 (кривая 5), а затем уменьшается до 0,55 (кривая 9).

Такое поведение АЧХ обусловлено тем, что при y = 2 см расстояние между преобразователями настолько мало, что траектории волновых пучков ПМСВ (кроме самых низких частот) еще не испытали поворота в сторону большего поля и мало отличаются от прямых линий (рис. 5.12). Поэтому изменение АЧХ при изменении координаты z близко к случаю однородного поля, показанному на рис. 5.10. Для АЧХ, соответствующих y = 4 см, показанных на рис. 5.12, 6, эти тенденции выражены, в основном так же сильно, однако при -2,0 см < z < 0,0 см (кривые 4-8) в области высоких частот на АЧХ, кроме основного (подобного предыдущему случаю), имеется отдельный дополнительный



Рис. 5.13. Изменение АЧХ при перемещении приемного преобразователя вдоль оси Oz при *у*-координате его верхнего конца:  $a - 2 \, \text{см}, \, 6 - 4 \, \text{см}$ . Номера кривых соответствуют изменению *у* от -3,5 до 1,5 см с шагом 0,5 см. Цифры 1-17 соответствуют следующим значениям *z*-координаты верхнего края W' диафрагмы W'W'':  $1 - -3,5 \, \text{см}; 2 - -3,0 \, \text{см}; 3 - -2,5 \, \text{см}; 4 - -2,0 \, \text{см}; 5 - -1,5 \, \text{см}; 6 - -1,0 \, \text{см}; 7 - -0,5 \, \text{см}; 8 - 0,0 \, \text{см}; 9 - 0,5 \, \text{см}; 10 - 1,0 \, \text{см}; 11 - 1,5 \, \text{см}; 12 - 2,0 \, \text{см}; 13 - 2,5 \, \text{см}; 14 - 3,0 \, \text{см}; 15 - 3,5 \, \text{см}; 16 - 4,0 \, \text{см}; 17 - 4,5 \, \text{см};$ 



Рис. 5.14. (продолжение рис. 5.13). Изменение АЧХ при перемещении приемного преобразователя вдоль оси Oz при *у*-координате его верхнего конца: s - 6 см, z - 8 см. Номера кривых — те же, что на рис. 5.13

пик, частота которого при увеличении z увеличивается с 3250 МГц (кривая 4) до 3350 МГц (кривая 8), ширина составляет 20–50 МГц, а максимальная величина достигает 0,8 (кривая 5). Как можно видеть из рис. 5.12, этот пик обусловлен пучком 6 (а также другими, на рисунке не показанными, частоты которых близки к 3300 МГц).

Благодаря его «перехлестыванию» через пучки 5, 4 и частично 3, максимум АЧХ, соответствующий этому пучку, обособлен и проявляется при больших значениях координаты z, чем максимумы, обусловленные пучками более низких частот (2–5 на рис. 5.12). Для АЧХ, соответствующих y = 6 см (рис. 5.14, e) эти тенденции проявляются еще более сильно: основной максимум теперь сопровождается дополнительным на большей части диапазона изменения координаты z (кривые 9-12), а при z = 2,5 см остается единственным. При y = 8 см (рис. 5.14, e) дополнительный максимум уже превышает основной по амплитуде (кривые 13, 14) и остается единственным при z > 3,5 см. Эти особенности связаны с увеличением упомянутого «перехлестывания» траекторий высокочастотных пучков по мере увеличения координаты y (рис. 5.12).

**5.3.3.** Поле типа «долины». Рассмотрим теперь АЧХ полоснопропускающего фильтра на ПМСВ, распространяющихся в ферритовой пленке, намагниченной неоднородным полем типа «долины». Пусть поле описывается формулой (3.2), где  $H_0 = 437,5$  Э,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0$  см<sup>-1</sup>,  $a_2 = 1/32$  см<sup>-2</sup>. В таком поле траектории ПМСВ, в зависимости от частоты, имеют V-, L- или S-образный характер (разд. 3.4). Схема устройства и его основные параметры — те же, что и ранее (рис. 5.8). Координаты концов излучающего преобразователя: точка S' - y = 0 см, z = 2 см, точка S'' - y = 0,25 см, z = 1,567 см. Проводник R'R'' приемного преобразователя параллелен фазовому фронту волны в месте приема.

На рис. 5.15 показаны волновые пучки, исходящие из преобразователя S'S'', на шести частотах. Форма пучков аналогична рассмотренной в разд. 5.1.

Из рис. 5.15 видно, что пучки частот ниже ~ 3150 МГц (1 и 2) имеют V-образный характер, пучки частот выше ~ 3350 МГц (5 и 6) — S-образный, а пучки, частоты которых лежат между 3150 и 3350 МГц (3 и 4) расщепляются на два, один из которых V-образный, а другой — S-образный. Расщепление начинается с y ~ 4 см, поэтому для анализа АЧХ были выбраны два значения этой координаты, лежащие по обе стороны от указанного значения, а именно: 2 см и 6 см. Полученные АЧХ показаны на рис. 5.16 (y = 2 см) и 5.17 (y = 6 см). Каждая серия АЧХ соответствует перемещению приемного преобразователя вдоль оси Oz с шагом 0,5 см. При этом z-координата верхнего конца окна приемного преобразователя W' меняется от -3,75 см до 3,25 см.

Из рис. 5.16 (y = 2 см) видно, что по мере перемещения окна приемного преобразователя вверх, максимум АЧХ смещается от частоты 3450 МГц (кривая 3) до частоты 3100 МГц (кривая 14), ширина АЧХ сначала растет от 50 МГц (кривая 3) до 300 МГц (кривые 9–11), а затем снова падает до 50 МГц (кривая 14). Максимум коэффициента пропускания сначала увеличивается с 0,45 (кривая 3) до 1,0 (кривые 8, 9), после чего уменьшается до 0,15 (кривая 14). Таким образом, частота максимума АЧХ все время падает, а ее наибольшая ширина



Рис. 5.15. Волновые пучки в поле типа «долины», исходящие из излучающего преобразователя на различных частотах: 1 - 3000 МГц, 1 - 3100 МГц, 3 - 3200 МГц, 4 - 3300 МГц, 5 - 3400 МГц, 6 - 3500 МГц

и максимум коэффициента пропускания достигаются посередине диапазона перемещения окна приемного преобразователя, вблизи оси Oy.

Из рис. 5.17, соответствующего y = 6 см, видно, что в этом случае при перемещения окна приемного преобразователя вверх, максимум АЧХ сначала слегка перемешается вниз от частоты 3380 МГц (кривая 1) до частоты 3250 МГц (кривая 7), после чего АЧХ раздваивается на частоты 3220 МГц и 3350 МГц (кривая 8) и в таком виде некоторое время почти не меняется (кривые 9-11), после чего АЧХ снова становится единой и максимум ее медленно смешается от частоты 3210 МГц (кривая 12) до частоты 3180 МГц (кривая 14), после чего стремится к частоте 3300 МГц. Ширина АЧХ сначала быстро увеличивается с 50 МГц (кривая 1) до 120 МГц (кривая 2) после чего медленно спадает до 70 МГц (кривая 7), при раздвоении ширина каждой части остается в пределах 50-70 МГц (кривые 8-11), а после слияния сначала плавно увеличивается до 220 МГц (кривая 14) после чего резко падает до 100 МГц (кривая 15). Максимум коэффициента пропускания сначала быстро увеличивается с 0,25 (кривая 1) до 1,0 (кривая 2), после чего плавно уменьшается до 0,20 (кривая 7), в области раздвоения сохраняется в пределах 0,15–0,20 (кривые 8–11), после чего плавно увеличивается до 0,65 (кривая 14) и резко падает до 0,40 (кривая 15). Таким образом, основным отличием АЧХ от предыдущего случая (y = 2 см) является ее расщепление, когда окно приемного преобразователя находится вблизи оси Оу. Частота максимума АЧХ все время уменьшается, однако значительно меньше, чем при y=2 см, ширина АЧХ и ее максимальная величина велики на краях диапазона



Рис. 5.16. Изменение АЧХ при перемещении приемного преобразователя вдоль оси Oz при y-координате его верхнего конца равной 2 см. Номера кривых соответствуют следующим значениям этой координаты: 1 - -3,75 см; 1 - -3,25 см; 3 - -2,75 см; 4 - -2,25 см; 5 - -1,75 см; 6 - -1,25 см; 7 - -0,75 см; 8 - -0,25 см; 9 - 0,25 см; 10 - 0,75 см; 11 - 1,25 см; 12 - 1,75 см; 13 - 2,25 см; 14 - 2,75 см; 15 - 3,25 см;

перемещения окна приемного преобразователя, т.е. вдали от оси *Oy*, а в области расщепления (вблизи *Oy*) малы.

Описанное поведение АЧХ наглядно объясняется с помощью рис. 5.15, из которого видно, что при y = 2 см волновые пучки разных частот еще не успели заметно разойтись, поэтому поведение АЧХ близко к случаю линейного поля при малом расстоянии между преобразователями (рис. 5.13, *a*). При y = 6 см пучки разных частот расходятся по сторонам «долины» очень сильно, поэтому поведение АЧХ в случае, когда приемный преобразователь находится ниже «дна долины», напоминает случай однородного поля (рис. 5.10), а в случае,



Рис. 5.17. Изменение АЧХ при перемещении приемного преобразователя вдоль оси Oz при *y*-координате его верхнего конца равной 6 см. Номера кривых — те же, что на рис. 5.16

когда он находится выше «дна долины» — случай линейного поля при большом расстоянии между преобразователями (рис. 5.14, *в*,*г*, за исключением явления «перехлеста»). Уменьшение максимума и ширины AЧХ, а также ее расщепление при нахождении приемного преобразователя вблизи оси Oy, обусловлены разрежением траекторий вблизи дна «долины», совпадающего с осью Oy. Такое разрежение наглядно иллюстрируется рис. 5.3, где количество траекторий пучков 1 и 3 по мере удаления от оси Oy возрастает, вблизи же этой оси количество траекторий крайне мало.

**5.3.4.** Поле типа «вала». Рассмотрим теперь АЧХ полоснопропускающего фильтра на ПМСВ, распространяющихся в ферритовой пленке, намагниченной неоднородным полем типа «вала». Пусть поле описывается формулой (3.2), где  $H_0 = 437,5$  Э,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0$  см<sup>-1</sup>,  $a_2 = -1/8$  см<sup>-2</sup>. Такое поле для ПМСВ образует канал (разд. 3.4), параллельный оси *Оу*.

Границы спектра ПМСВ, соответствующие полю вершины «вала» (437,5 Э при z = 0), равны: 2739 и 3675 МГц. При удалении от вершины «вала» спектр частот понижается. Значения координаты z, при которых верхняя граница спектра опускается до 2739 МГц, равны  $\pm 2,473$  см (края «вала»). На краях «вала» нижняя частота спектра ПМСВ равна 1224 МГц.

Пусть излучающий преобразователь S'S'' ориентирован вдоль оси Oz, причем z-координата точки S' равна +2,5 см, а точки S'' - -2,5 см, т.е. он перекрывает весь канал целиком. Участки излучающего преобразователя, расположенные вблизи вершины «вала» (z = 0) возбуждают ПМСВ в диапазоне 2739-3675 МГц, а аналогичные участки, приходящиеся на край «вала»  $(z = \pm 2,473 \text{ см})$  — в диапазоне 1224-2739 МГц. Участки, преобразователя, расположенные между краем и вершиной «вала», дают спектр ПМСВ в промежуточном диапазоне. Пусть приемный преобразователь W'W'' также ориентирован вдоль оси Oz, имеет длину 0,5 см и перемещается вдоль оси Ozот одного края канала до другого. Очевидно, в силу симметрии задачи, достаточно рассмотреть перемещение приемного преобразователя от одного из краев канала до его середины, так как далее вся картина симметрично повторяется.

Рассмотрим сначала траектории волновых пучков, исходящих из излучающего преобразователя на различных частотах. Соответствующая картина поясняется рис. 5.18, где показаны траектории различных частот, исходящие из точек с координатами y = 0 см,  $z = \pm 2$  см. Аналогичные траектории обсуждались ранее в разд. 3.4.

На рис. 5.18 видны два характерных вида траекторий. Первые (кривые 1-4) устремляются к вершине «вала» тем сильнее, чем выше их частота, но до вершины «вала» не доходят, обрываясь в точке, тем более близкой к вершине «вала», чем частота траектории выше. Вторые (кривые 5-10) тоже устремляются к вершине «вала» тем сильнее, чем выше их частота, но в отличие от первых достигают ее, проходят насквозь и далее совершают периодические осциллирующие (псевдосинусоидальные (разд. 3.4)) колебания. Частотная граница раздела между траекториями обоих видов соответствует нижней границе спектра ПМСВ для вершины «вала» — 2739 МГц. Псевдосинусоидальные траектории вблизи y = 2 см испытывают «псевдофокусировку» (разд. 3.4). Вблизи y = 6 см для траекторий 5-9 наблюдается вторая область «псевдофокусировки», выраженная значительно слабее. Вблизи y = 4,0 см траектории максимально удаляются от вершины «вала», т.е. происходит их «расфокусировка». При *y* > 6 см траектории распределены по поперечному сечению «вала» более или менее равномерно, что соответствует установившемуся режиму волнового канала. Для выявления наиболее сильных различий АЧХ рассмотрим перемещение



Рис. 5.18. Траектории в поле типа «вала», исходящие из точек с координатами y = 0 см,  $z = \pm 2$  см для частот: 1 - 2000 МГц, 2 - 2200 МГц, 3 - 2400 МГц, 4 - 2600 МГц, 5 - 2800 МГц, 6 - 2850 МГц, 7 - 2900 МГц, 8 - 2950 МГц, 9 - 3000 МГц, 10 - 3050 МГц

приемного преобразователя вдоль оси Oz в непосредственной близости от излучающего преобразователя, а также в областях псевдофокусировки и расфокусировки.

На рис. 5.19 показаны АЧХ для первого случая, когда расстояние между преобразователями составляет 0.5 см (y = 0.5 см), при изменении *z*-координаты верхнего конца преобразователя от -2,00 до 0,25 см с шагом 0,25 см. При этом кривая 1 соответствует расположению приемного преобразователя вблизи края «вала», кривая 10 — вблизи его вершины. Из рисунка видно, что при движении приемного преобразователя от края к середине канала, АЧХ смещаются в сторону более высоких частот. Так, при расположении приемного преобразователя вблизи края канала АЧХ заключена в пределах от 1200 до 2500 МГц, при его расположении вблизи середины канала эти границы составляют приблизительно 2700-3700 МГц. При этом средняя величина АЧХ сначала увеличивается в 2,3 раза (кривые 1-3), а затем (без учета высокочастотного пика) остается более или менее постоянной (кривые 4-10). В высокочастотной области АЧХ наблюдается подъем (в полтора-два раза) тем более резко выраженный, чем ближе приемный преобразователь находится к середине канала.

Наблюдаемые особенности АЧХ объясняются следующим. Как указывалось выше, излучающий преобразователь испускает волновые пучки в диапазоне от 1224 до 3675 МГц, причем конкретный интервал частот, испускаемых каждым элементом преобразователя, определяется полем в месте расположения этого элемента: чем больше удален



Рис. 5.19. Изменение АЧХ при перемещении приемного преобразователя вдоль оси Oz при y = 0.5 см. Цифры соответствуют *z*-координате верхнего конца приемного преобразователя W' равной: 1 - -2.00 см; 2 - -1.75 см; 3 - -1.50 см; 4 - -1.25 см; 5 - -1.00 см; 6 - -0.75 см; 7 - -0.50 см; 8 - -0.25 см; 9 - 0.00 см; 10 - 0.25 см;

элемент от середины канала, тем его интервал частот ниже. При малом расстоянии между преобразователями на приемный преобразователь попадают лишь те волновые пучки, траектории которых исходят из участков излучающего преобразователя, расположенных напротив приемного преобразователя с захватом некоторой «периферии», ширина которой определяется расстоянием между преобразователями и тем меньше, чем ближе друг к другу расположены преобразователи. Поэтому, так как поле на концах излучающего преобразователя меньше, чем на его середине, интервал частот, проходящих через всю систему в целом, тем выше, чем ближе приемный преобразователь находится к середине канала, что объясняет первую из перечисленных выше особенностей АЧХ. Далее, стремление траекторий к середине канала проявляется тем сильнее, чем дальше от середины канала находится тот элемент излучающего преобразователя, из которого они исходят. Поэтому вблизи краев канала на приемный преобразователь попадает меньше траекторий, чем вблизи его середины, причем это обстоятельство проявляется заметно лишь на краях канала. Этим объясняется рост абсолютной величины АЧХ с последующей ее стабилизацией при перемещении приемного преобразователя от краев канала к середине. Высокочастотные траектории стремятся к середине канала сильнее,

чем низкочастотные (рис. 5.18), поэтому приемный преобразователь «собирает» на себя траектории с тем более длинного участка излучающего преобразователя, чем выше частота, чем и объясняется наблюдаемый на АЧХ пик в области высоких частот (кривые 4–10).

Рассмотрим теперь случай, когда приемный преобразователь в своем перемещении поперек канала проходит через первую область псевдофокусировки. Эта ситуация соответствует расстоянию между излучающим и приемным преобразователями равному 1,5 см. Полученные АЧХ показаны на рис. 5.20.

Из сравнения этого рисунка с рис. 5.19 видно, что все АЧХ смещены в область частот выше 2400 МГц, причем при изменении *z*-координаты точки W' от -2,50 см до -1,50 см (кривые 1-3) прохождение сигнала отсутствует. При дальнейшем перемещении приемного преобразователя АЧХ состоит из двух областей: низкочастотной — от 2450 до 2900 МГц и высокочастотной — от 3100 до 3600 МГц (кривые 4-7), которые движутся друг к другу и постепенно сливаясь, образуют одну широкую полосу пропускания от 2700 до 3900 МГц (кривые 8-10), максимум которой приходится приблизительно на 2900–3100 МГц. Имеется также небольшой максимум на высокочастотном конце АЧХ вблизи 3600–3700 МГц.

Наблюдаемые особенности АЧХ также определяются траекториями волновых пучков ПМСВ, показанными на рис. 5.18. Действительно,



Рис. 5.20. Изменение АЧХ при перемещении приемного преобразователя вдоль оси Oz при y = 1,5 см. Номера кривых соответствуют тем же положениям точки W', что и для рис. 5.19

волновые пучки частот ниже 2739 МГц, которые в канале распространяться не могут, обрываются не дойдя до области псевдофокусировки (кривые 1-4 на рис. 5.18), поэтому при расположении приемного преобразователя вне области псевдофокусировки соответствующие АЧХ равны нулю (кривые 1-3 на рис. 5.20). Небольшой максимум в области частот 2450-2739 МГц на кривых 5-7 обусловлен теми траекториями ПМСВ, которые в канале распространяться не могут, но перед обрывом наиболее близко подходят к вершине «вала». Когда приемный преобразователь входит в область псевдофокусировки, на него сначала попадают волновые пучки самых низких и самых высоких частот, могущих распространяться в канале (траектории 10 и симметричная к 5, соответствующие 3050 Мгц и 2800 МГц), что дает на АЧХ два максимума в области этих частот (кривые 7-8 на рис. 5.20). Появление нескольких максимумов в области частот 3200-3600 МГц (кривые 4-7) обусловлено траекториями, исходящими из центральных участков излучающего преобразователя. При приближении к вершине «вала» частоты попадающих на приемный преобразователь волновых пучков приближаются к середине спектра частот, распространяющихся в канале (траектории 9 и симметричная к 6, а затем 8 и симметричная к 7 на рис. 5.18), вследствие чего максимумы на АЧХ постепенно сближаются, расширяются, а затем сливаются в единую АЧХ (кривые 8-10 на рис. 5.20). Максимум на этой АЧХ в области 2900-3100 МГц (кривая 10) обусловлен оптимальными условиями попадания на приемный преобразователь, расположенный на середине канала, тех волновых пучков, частоты которых лежат вблизи середины спектра пропускания канала (траектории 6-9 и симметричные к ним на рис. 5.18). Небольшой максимум на высокочастотном конце АЧХ (3600-3700 МГц) обусловлен теми же причинами, что и аналогичный максимум АЧХ на рис. 5.19. При перемещении приемного преобразователя вдоль оси Ог во второй области псевдофокусировки (у = 6,0 см) АЧХ меняются аналогичным образом, однако они значительно более изрезаны, что обусловлено более разреженным расположением траекторий волновых пучков во второй области «псевдофокусировки» по сравнению с первой.

Рассмотрим теперь перемещение приемного преобразователя поперек канала в тех же пределах, но в области расфокусировки, т.е. при y = 4.0 см. Полученные АЧХ показаны на рис. 5.21.

Из рис. 5.21 видно, что при движении приемного преобразователя от края канала к его середине, сначала пропускание возникает вблизи середины спектра частот, распространяющихся в канале (2900–3000 МГц, кривые 1–4), а затем появляется также на более высоких частотах (3200–3600 МГц — кривые 2–5), после чего обе области пропускания сливаются, образуя единую широкую АЧХ, охватывающую все частоты, распространяющиеся в канале (2739–3675 МГц).

Наблюдаемый вид АЧХ также объясняется с помощью траекторий волновых пучков ПМСВ, показанных на рис. 5.18. Действительно, при расположении приемного преобразователя вблизи края канала, на него



Рис. 5.21. Изменение АЧХ при перемещении приемного преобразователя вдоль оси Oz при y = 4,0 см. Номера кривых аналогичны приведенным на рис. 5.19

попадают траектории только тех пучков, частоты которых близки к середине полного спектра ПМСВ (кривые 7 и 8 на рис. 5.18, имеющие частоты 2900 и 2950 МГц соответственно). Этому случаю соответствуют АЧХ 1 и 2 на рис. 5.21. При дальнейшем движении приемного преобразователя к середине канала на него попадают траектории 6 и 9, соответствующие частотам 2850 и 3000 МГц, что вызывает появление на АЧХ двух максимумов (кривые 3-6 на рис. 5.21). Частотный промежуток между этими максимумами постепенно заполняется за счет траекторий, исходящих из элементарных участков излучающего преобразователя, расположенных ближе к середине канала, чем показанные на рис. 5.18, что в конце концов приводит к расширению АЧХ на весь диапазон частот, распространяющихся в канале (кривые 9, 10 на рис. 5.21). Наличие нескольких не резко выраженных максимумов обусловлено неравномерностью распределения траекторий по ширине канала.

Приведенные на рис. 5.19–5.21 АЧХ соответствуют длине приемного преобразователя равной 0,5 см. При увеличении его длины в два-три раза общий характер АЧХ меняется мало, а изрезанность заметно уменьшается, что связано с ослаблением влияния локального распределения отдельных пучков.

Таким образом, в результате проделанных исследований показано, что АЧХ волноведущего канала, образованного подмагничиванием ферритовой пленки полем типа «вала» существенно зависит от места расположения приемного преобразователя по поперечному сечению канала, причем может меняться более чем на порядок (от 100 МГц для кривой *1* на рис. 5.21, до 900 МГц для кривых *10* на рис. 5.19–5.21). При этом характер АЧХ может быть как непрерывным (кривые *1–10* на рис. 5.19, *8–10* на рис. 5.20 и другие), так и дискретным (кривые *5–7* на рис. 5.20 и другие).

#### 5.4. Амплитудно-частотные характеристики волноведущего канала для ПМСВ, образованного неоднородным полем типа «вала»

В предыдущем разделе (5.3.4) рассмотрены АЧХ фильтра на основе пленки, намагниченной полем типа «вала». В то же время, как показано в разд. 3.4 и 3.8, такое поле создает волноведущий канал для МСВ, обладающий весьма малыми потерями на распространение. Рассмотрим здесь частотные свойства такого канала. Геометрия задачи аналогична рассмотренной в разд. 5.3.4. Траектории волновых пучков ПМСВ показаны на рис. 5.18. Поскольку далее нас будут интересовать канализирующие свойства поля типа «вала», т.е. предполагается ответить на вопрос, ПМСВ каких частот распространяются внутри канала, а какие нет, предположим, что, как излучающий, так и приемный преобразователи выполнены в виде прямых проводников параллельных оси Ог, причем приемный преобразователь перекрывает весь канал целиком, а длину излучающего преобразователя будем варьировать. При этом предполагаем, что излучающий преобразователь относительно Oy неподвижен и всегда находится при y = 0 см, а приемный можно перемещать вдоль оси Оу.

**5.4.1. Изменение длины канала.** Предположим сначала, что оба преобразователя полностью перекрывают весь канал, т.е. имеют длину по оси Oy от -2,5 см до +2,5 см, излучающий преобразователь находится в начале координат, а приемный перемещается вдоль оси Oy. Получающиеся АЧХ для этого случая показаны на рис. 5.22. Кривые 1-5 соответствуют перемещению приемного преобразователя от y = 0,5 см до y = 2,5 см с шагом 0,5 см. При увеличении y более 2,5 см АЧХ не меняется и совпадает с кривой 5.

Из рис. 5.22 видно, что при любых расстояниях между преобразователями АЧХ имеет максимум вблизи частоты 2739 МГц, по обе стороны от которого наблюдаются плавные спады. При расстояниях между преобразователями менее 2,5 см низкочастотный спад плавный, при больших расстояниях — резкий. Чем меньше расстояние, тем низшая частота низкочастотного спада ниже. Форма высокочастотного спада от расстояния между преобразователями практически не зависит.

Наблюдаемые особенности АЧХ объясняются следующим. Как указывалось выше (разд. 5.3.4), излучающий преобразователь испускает волновые пучки в диапазоне от 1224 до 3675 МГц, причем частота пучка, испускаемого каждым отдельным элементом преобразователя,



Рис. 5.22. Изменение АЧХ при перемещении приемного преобразователя вдоль оси Oy. Номера кривых соответствуют следующим значениям *y*-координаты верхнего конца преобразователя: 1 - 0.5 см; 2 - 1.0 см; 3 - 1.5 см; 4 - 2.0 см; 5 - 2.5 см;

определяется полем в месте расположения этого элемента: чем он дальше от оси «вала», тем частота ниже. При малом расстоянии между преобразователями (0,5 см) практически все пучки, выходящие из излучающего преобразователя, попадают на приемный. При этом АЧХ простирается от 1224 до 3675 МГц (кривая 1). При удалении приемного преобразователя от излучающего (0,5 см < y < 2,5 см), волновые пучки более низких частот, начинающиеся вблизи концов излучающего преобразователя, обрываются (см. рис. 5.18), т.е. не попадают на приемный преобразователь. При этом АЧХ со стороны низких частот сужается (кривые 1-4). При еще большем удалении приемного преобразователя все пучки, не проходящие через вершину «вала» обрываются, а проходящие далее распространяются в канале, т.е. попадают на приемный преобразователь всегда. Такая ситуация соответствует интервалу частот от 2739 до 3675 МГц. При этом вид АЧХ (кривая 5) не меняется. Критическое расстояние, начиная с которого вид АЧХ остается неизменным, определяется конечной точкой траектории частоты 2739 МГц, исходящей из конца излучающего преобразователя. Эта точка лежит на оси «вала» и соответствует расстоянию около 2.5 см. Максимум АЧХ вблизи частоты 2739 МГц обусловлен тем, что пучки этой частоты излучаются по всей длине преобразователя, пучки более низких частот — областями вблизи концов преобразователя, более высоких — областями вблизи его середины. Поэтому вблизи частоты 2739 МГц из преобразователя исходит наибольшее число траекторий ПМСВ, что и дает максимум на АЧХ.

**5.4.2. Изменение условий возбуждения канала.** Рассмотрим теперь ситуацию, когда расстояние между преобразователями больше критического, т. е. до приемного преобразователя доходят только те волновые пучки, которые распространяются внутри канала. Пусть при этом приемный преобразователь перекрывает всю ширину канала целиком и находится относительно излучающего преобразователя при *у*-координате равной 6 см. Рассмотрим различные вариации условий возбуждения, определяемые длиной и положением излучающего преобразователя.

**5.4.2.1. Симметричное возбуждение.** Будем сначала менять длину излучающего преобразователя симметрично по обе стороны от оси Oy. Этому случаю соответствует рис. 5.23, где *у*-координата приемного преобразователя равна 6 см, а *z*-координаты концов излучающего преобразователя меняются от  $\pm 0,25$  см до  $\pm 2,50$  см с шагом 0,25 см. Минимальная длина излучающего преобразователя равна 0,5 см (кривая 1), максимальная — 5,0 см (кривая 10).

Из рис. 5.23 видно, что все АЧХ лежат в интервале частот от 2739 до 3675 МГц, что соответствует волновым пучкам, проходящим через вершину «вала». Со стороны низких частот все АЧХ обрываются резко, а со стороны высоких частот спадают плавно, причем своими спадами все кривые (1-9) вписываются в АЧХ, соответствующую максимальной длине излучающего преобразователя (кривая 10), а между этими спадами имеют плоский горизонтальный участок, расположенный тем



Рис. 5.23. Изменение АЧХ при изменении длины излучающего преобразователя симметрично относительно оси Oy. Номера кривых соответствуют следующей его длине:  $1 - \pm 0,25$  см;  $2 - \pm 0,50$  см;  $3 - \pm 0,75$  см;  $4 - \pm 1,00$  см;  $5 - \pm 1,25$  см;  $6 - \pm 1,50$  см;  $7 - \pm 1,75$  см;  $8 - \pm 2,00$  см;  $9 - \pm 2,25$  см;  $10 - \pm 2,50$  см;

выше, чем больше длина излучающего преобразователя. Такой вид АЧХ объясняется тем, что в формировании АЧХ, соответствующей максимальной длине излучающего преобразователя (кривая 10) участвуют волновые пучки, исходящие из всей длины преобразователя, а при уменьшении длины излучающего преобразователя участки, расположенные вблизи его концов, постепенно исключаются, что приводит к понижению АЧХ. Горизонтальность центральной части АЧХ отражает тот факт, что амплитуда волнового пучка, исходящего из каждого элементарного участка излучающего преобразователя, не зависит от частоты в пределах, определяемых полем в месте расположения этого элемента. Общий плавный спад АЧХ со стороны высоких частот, соответствующей максимальной длине излучающего преобразователя (кривая 10), обусловлен теми же причинами, что и высокочастотный спад АЧХ на рис. 5.18.

**5.4.2.2. Несимметричное возбуждение.** Рассмотрим теперь случай когда длина излучающего преобразователя меняется относительно оси Oy несимметрично. Этой ситуации соответствует рис. 5.24, где *z*-координата нижнего конца излучающего преобразователя фиксирована и равна -2,5 см, а верхнего меняется от -2,0 см до +2,5 см с шагом 0,5 см.

Полученные АЧХ во многом напоминают предыдущий случай, однако теперь все они имеют максимум вблизи 2820 МГц, после которого плавно спадают в сторону высоких частот. Общий вид кривых объяс-



Рис. 5.24. Изменение АЧХ при несимметричном относительно оси Oy изменении длины излучающего преобразователя. Номера кривых соответствуют следующим значениям *z*-координаты верхнего конца преобразователя: I = -2,0 см; 2 = -1,5 см; 3 = -1,0 см; 4 = -0,5 см; 5 = 0,0 см; 6 = 0,5 см; 7 = 1,0 см; 8 = 1,5 см; 9 = 2,0 см; 10 = 2,5 см;

няется действием тех же факторов, что и для рис. 5.23. Здесь, однако, нижний конец излучающего преобразователя (при z = -2,5 см) жестко фиксирован, т. е. исходящие из него волновые пучки, соответствующие меньшему полю и наиболее низким частотам, распространяющимся в канале, участвуют в формировании АЧХ при любой длине преобразователя. По этой причине все АЧХ в низкочастотной области (вблизи 2820 МГц) имеют максимум.

**5.4.2.3.** Поперечный сдвиг излучающего преобразователя. Рассмотрим теперь такой случай, когда длина излучающего преобразователя не меняется, а весь он, как целое, перемещается вдоль оси Oz. В силу симметрии задачи, достаточно ограничиться перемещением преобразователя лишь от одного из краев «вала» до его вершины. Этому случаю соответствует рис. 5.25, где *у*-координата приемного преобразователя равна 6 см, длина излучающего преобразователя сохраняется фиксированной равной 0,5 см, *z*-координата нижнего конца меняется от -2,5 см до -2,0 см, а верхнего — от -2,0 см до 0,0 см с шагом 0,5 см.

Из рис. 5.25 видно, что при расположении излучающего преобразователя вблизи края «вала» АЧХ имеет максимум вблизи частоты 2820 МГц, и плавные спады по обе стороны от этой частоты (кривая 1). При перемещении преобразователя от края «вала» к его вершине АЧХ расширяется, причем величина максимума сначала увеличивается, а затем, начиная с кривой 2, ограничивается на постоянном уровне,



Рис. 5.25. Изменение АЧХ при перемещении излучающего преобразователя длиной 0,5 см вдоль оси Oz при y = 6 см. Номера кривых соответствуют следующим значениям *z*-координат концов преобразователя:  $1 - z_1 = -2,5$  см и  $2 - z_2 = -2,0$  см; 2 - -2,0 см и -1,5 см; 3 - -1,5 см и -1,0 см; 4 - -1,5 см и -0,5 см; 5 - -0,5 см и 0,0 см

в результате чего на вершине АЧХ появляется плоский участок (кривые 2-5), который по мере перемещения преобразователя к вершине «вала» постепенно расширяется, достигая полной ширины спектра частот, могущих распространяться в канале (кривая 5), что составляет от 2739 до 3675 МГц. Такой вид наблюдаемых АЧХ объясняется тем, что в формировании АЧХ, соответствующей расположению излучающего преобразователя вблизи края «вала» участвуют лишь те волновые пучки, частоты которых соответствуют полю вблизи этого края, т.е. являются достаточно низкими. Этому случаю соответствует кривая 1. При перемещении излучающего преобразователя к вершине «вала» поле в месте его расположения увеличивается, в результате чего в игру вступают пучки более высоких частот, что приводит к расширению АЧХ (кривые 2-5). Благодаря фиксированной длине излучающего преобразователя, число волновых пучков, исходящих из его элементарных участков имогущих распространяться в канале, при изменении частоты начиная с кривой 2 не меняется, в результате чего на АЧХ, показанных кривыми 2-5 наблюдается плоский участок. Абсолютная же величина АЧХ в пределах этого участка определяется, как и в предыдущих случаях, лишь длиной излучающего преобразователя.

Таким образом, в результате проделанных исследований показано, что АЧХ волноведущего канала, образованного подмагничиванием ферритовой пленки полем типа «вала» существенно зависит от длины и места расположения излучающего преобразователя по поперечному сечению канала, причем полная ширина АЧХ меняется более чем на порядок (от 200 МГц для кривой 1 на рис. 5.25 до 2450 МГц для кривой 1 на рис. 5.22).

#### 5.5. Амплитудно-частотные характеристики линии передачи на ПМСВ при произвольной ориентации подмагничивающего поля

В предыдущих разделах (5.3 и 5.4) рассмотрены АЧХ для случая неизменного направления поля в плоскости пленки. Рассмотрим теперь, что происходит с АЧХ, когда направление поля меняется. В качестве примера возьмем полоснопропускающий фильтр, состоящий из двух прямолинейных преобразователей ПМСВ, наложенных на пленку, намагниченную в плоскости однородным полем произвольного направления.

**5.5.1. Общая геометрия двух вариантов расположения преобразователей: взаимно противолежащего и взаимно сдвинутого.** Геометрия задачи показана на рис. 5.26. Плоскость чертежа совпадает с плоскостью пленки и плоскостью *Oyz* системы координат *Oxyz*. Излучающий *S'S''* и приемный *W'W''* преобразователи выполнены в виде отрезков прямых проводников одинаковой длины, причем эти проводники всегда параллельны друг другу и оси *Oz*, а расстояние



Рис. 5.26. Общая геометрия задачи. a — фильтр первого типа, взаимно противолежащая геометрия;  $\delta$  — фильтр второго типа, взаимно сдвинутая геометрия. Точечные, штриховые и штрих-пунктирные линии — положения волнового пучка при различных углах  $\alpha$ 

между ними по оси Oy может меняться. Подмагничивающее поле **H** ориентировано в плоскости пленки, угол между направлением поля и осью Oy обозначен через  $\alpha$ .

В такой геометрии излучающий преобразователь S'S'' испускает пучок ПМСВ, направление которого определяется ориентацией поля и законом дисперсии ПМСВ, а полная ширина — длиной излучающего преобразователя. В силу однородности поля траектории отдельных волновых пучков, выходящих из излучающего преобразователя, представляют собой прямые параллельные друг другу линии, на рисунке схематически показанные пунктиром (штриховыми прямыми). Угол между направлением распространения этих волновых пучков и осью *Оу* обозначен через  $\psi$ . На том же рисунке точечными и штрих-пунктирными линиями показаны траектории волновых пучков при других углах  $\alpha$ или частотах.

Рассмотрим фильтры двух типов — первого, в котором приемный преобразователь расположен точно напротив излучающего (рис. 5.26, *a*) и второго, в котором приемный преобразователь сдвинут вдоль оси Oz относительно излучающего на расстояние, равное длине излучающего преобразователя (рис. 5.26, *б*). Для каждого типа фильтров зададим два различных расстояния между преобразователями: равное длине излучающего (или приемного) преобразователя (1) и вдвое большее нее (2). Для краткости будем называть расстояние между преобразователями, равное их одинарной длине — «малым», а удвоенной длине — «большим». Заметим, что приведенная здесь геометрия преобразователей выбрана лишь исходя из удобства и максимальной наглядности, так как, очевидно, используемый метод волновых пучков в этом плане каких-либо ограничений не имеет. Как и ранее, намагниченность пленки возьмем равной 1750 Гс, а ее толщину — 15 мкм. Поле H = 437,5 Э. При этом спектр ПМСВ лежит в пределах 2739–3675 МГц. Пусть длина преобразователей равна 0,5 см, а расстояние между ними равно 0,5 см (малое) или 1,0 см (большое).

**5.5.2.** Фильтрация первого типа, взаимно противолежащая геометрия. Рассмотрим сначала АЧХ для фильтра первого типа с малым расстоянием между преобразователями (рис. 5.26, a - 1). Благодаря симметрии задачи относительно оси Oy, достаточно рассмотреть только  $\alpha > 90^{\circ}$ , так как при  $\alpha < 90^{\circ}$  вся картина симметрично повторяется. Получающиеся АЧХ показаны на рис. 5.27, где угол  $\alpha$  меняется от 90° до 110° с шагом в 2°.

Из рис. 5.27 видно, что при увеличении  $\alpha$  низкочастотная граница АЧХ остается на месте, а высокочастотная снижается, что приводит к сужению АЧХ вплоть до нуля. При этом вершина АЧХ, будучи сначала практически горизонтальной, постепенно переходит в наклонную, приводя к изменению формы АЧХ от прямоугольной к треугольной, а максимальная величина АЧХ понижается от единицы до нуля. Так, при  $\alpha = 90^{\circ}$  (кривая 1) нижняя граница АЧХ равна 2739 МГц, а верхняя — 3675 МГц, т.е. АЧХ перекрывает весь спектр ПМСВ и является практически прямоугольной. Ее ширина на половине высоты составляет 930 МГц. При увеличении  $\alpha$  на 2° (кривая 2) низкочастотная граница АЧХ составляет по-прежнему 2739 МГц, а верхняя снижается до 3650 МГц. При этом АЧХ, хотя и несколько спадает в сторону высоких частот, но остается еще близкой к прямоугольной, а ее максимальная величина снижается до 0,8–0,9 от той же величины при  $\alpha = 90^{\circ}$ . Ширина АЧХ уменьшается до 900 МГц. Дальнейшее



Рис. 5.27. АЧХ для фильтра первого типа с малым расстоянием между преобразователями при различных ориентациях поля.  $1-90^\circ$ ;  $2-92^\circ$ ;  $3-94^\circ$ ;  $4-96^\circ$ ;  $5-98^\circ$ ;  $6-100^\circ$ ;  $7-102^\circ$ ;  $8-104^\circ$ ;  $9-106^\circ$ ;  $10-108^\circ$ ;  $11-110^\circ$ 

увеличение  $\alpha$  приводит к более резкому сужению АЧХ и переходу от прямоугольной формы к треугольной, причем максимум АЧХ всегда остается вблизи нижней границы спектра ПМСВ. При  $\alpha = 106^{\circ}$  (кривая 9) АЧХ становится практически треугольной, ее нижняя граница остается близкой к 2739 МГц, а верхняя составляет 3095 МГц. При этом максимум АЧХ приходится на 2780 МГц, высота АЧХ в максимуме составляет 0,22 от максимума при  $\alpha = 90^{\circ}$ , а ширина АЧХ приближается к 160 МГц. При  $\alpha = 110^{\circ}$  (кривая *11*) АЧХ сужается до 40–50 Мгц, а ее величина становится менее 0,01 от максимума при  $\alpha = 90^{\circ}$ . При дальнейшем увеличении угла  $\alpha$  прохождение сигнала с излучающего преобразователя на приемный отсутствует.

Наблюдаемые особенности АЧХ объясняются следующим. Излучающий преобразователь испускает волновые пучки в диапазоне 2739-3675 МГц, причем в силу однородности поля, траектории волновых пучков всех частот прямолинейны. Излучающий преобразователь прямой, поэтому отдельные пучки на каждой заданной частоте между собой параллельны, а направление их распространения (угол  $\psi$ на рис. 5.26) определяется конкретным значением угла  $\alpha$  и частотой волны. Угол  $\psi$  тем больше, чем больше  $\alpha$ , а при фиксированном  $\alpha$ тем больше, чем выше частота ПМСВ. При  $\alpha = 90^{\circ}$  волновые пучки, исходящие из всей длины излучающего преобразователя на всех частотах, распространяются параллельно оси Oy ( $\psi = 0^{\circ}$ ), вследствие чего все без исключения попадают на приемный преобразователь, что дает прямоугольную АЧХ максимальной величины (кривая 1). При  $\alpha > 90^{\circ}$  волновые пучки одной частоты оставаясь параллельными друг другу, распространяются не точно вдоль оси Oy, а под углом  $\psi$  к ней, который тем больше, чем выше частота. В результате АЧХ формируется в первую очередь за счет пучков более низких частот, следствием чего является ее треугольный характер. С другой стороны, при увеличении z угол  $\psi$  также всегда увеличивается, поэтому часть пучков даже самых низких частот проходит мимо приемного преобразователя, приводя к общему уменьшению максимальной величины АЧХ. Начиная с некоторого значения  $\alpha$  (несколько большего 110°) пучки любых частот перестают доходить до приемного преобразователя, что приводит к падению АЧХ до нуля.

Аналогичные АЧХ для фильтра первого типа с большим расстоянием между преобразователями (рис. 5.26, a - 2) показаны на рис. 5.28. Шаг по углу и номера кривых — те же, что и ранее.

Из рис. 5.28 видно, что общий вид АЧХ для этого случая подобен предыдущему, однако интервал углов  $\alpha$ , при которых фильтр пропускает сигнал, сужен приблизительно вдвое (с  $90^{\circ} - 110^{\circ}$  до  $90^{\circ} - 100^{\circ}$ ). При этом АЧХ, построенные с тем же шагом, что и на рис. 5.27 (2°), располагаются теперь значительно реже, т.е. критичность вида АЧХ к ориентации поля значительно возрастает. Наблюдаемое поведение АЧХ в сравнении с предыдущим случаем вполне очевидным образом



Рис. 5.28. АЧХ для фильтра первого типа с большим расстоянием между преобразователями при различных ориентациях поля.  $1 - 90^\circ$ ;  $2 - 92^\circ$ ;  $3 - 94^\circ$ ;  $4 - 96^\circ$ ;  $5 - 98^\circ$ ;  $6 - 100^\circ$ 

объясняется ходом волновых пучков, показанных на рис. 5.26, *a*, при учете увеличения расстояния между преобразователями.

**5.5.3.** Фильтрация второго типа, взаимно сдвинутая геометрия. Рассмотрим теперь АЧХ для фильтра второго типа с малым расстоянием между преобразователями (рис. 5.26,  $\delta - 1$ ). Поскольку в этом случае приемный преобразователь сдвинут вдоль оси Oz относительно излучающего, то симметрия АЧХ по углу  $\alpha$  отсутствует и надо рассматривать изменение этого угла относительно оси Oy в обе стороны. Полученные АЧХ показаны на рис. 5.29, где угол  $\alpha$  меняется от 92° до 122° с шагом в 2°.

Из рис. 5.29 видно, что, как и в предыдущих случаях, при увеличении  $\alpha$  низкочастотная граница АЧХ остается на месте, а высокочастотная снижается, что приводит к сужению АЧХ вплоть до нуля. При этом форма АЧХ значительно меняется. Имеется критическое значение угла  $\alpha = 110^{\circ}$ , ниже которого АЧХ со стороны низких частот увеличивается сначала скачкообразно, а затем полого вплоть до максимума, после которого спадает до нуля. С увеличением  $\alpha$ в интервале от 92° до 110° низкочастотный скачок растет с 0,1 при  $\alpha = 92^{\circ}$  (кривая 1) до единицы при  $\alpha = 110^{\circ}$  (кривая 10), протяженность пологого участка уменьшается от ~ 800 МГц (кривая 1) до нуля (кривая 10), протяженность высокочастотного спада увеличивается с 50 МГц (кривая 1) до 600 МГц (кривая 10). Ширина АЧХ на половине высоты увеличивается с 75 МГц (кривая 1) до 500 МГц (кривая 10). При этом частота максимума уменьшается с 3650 МГц (кривая 1) до 2750 МГц (кривая 10), а максимальная величина АЧХ во всем интервале  $92^{\circ} < y < 110^{\circ}$  остается близкой к единице. При уве-



Рис. 5.29. АЧХ для фильтра второго типа с малым расстоянием между преобразователями при различных ориентациях поля.  $1 - 92^\circ$ ;  $2 - 94^\circ$ ;  $3 - 96^\circ$ ;  $4 - 98^\circ$ ;  $5 - 100^\circ$ ;  $6 - 102^\circ$ ;  $7 - 104^\circ$ ;  $8 - 106^\circ$ ;  $9 - 108^\circ$ ;  $10 - 110^\circ$ ;  $11 - 112^\circ$ ;  $12 - 114^\circ$ ;  $13 - 116^\circ$ ;  $14 - 118^\circ$ ;  $15 - 120^\circ$ ;  $16 - 122^\circ$ 

личении  $\alpha$  выше критического значения 110°, АЧХ со стороны низких частот сначала по-прежнему скачкообразно увеличивается, достигает максимума, после чего плавно спадает до нуля. С увеличением  $\alpha$  в интервале от 110° до 122° величина низкочастотного скачка падает от единицы (кривая 10) до 0,1 (кривая 16), при этом максимум АЧХ, всегда оставаясь вблизи начала спектра ПМСВ (2740–2750 МГц), уменьшается от единицы (кривая 10) до 0,1 (кривая 16). Частота спада АЧХ до нуля уменьшается с 3300 МГц (кривая 10) до 2850 МГц (кривая 16). При этом ширина АЧХ спадает с 500 МГц (кривая 10) до 90 МГц (кривая 16).

Наблюдаемые особенности АЧХ, объясняются аналогично случаю фильтра первого типа, однако здесь при ориентации поля точно вдоль оси Ог ни один волновой пучок, выходящий из излучающего преобразователя, не попадает на приемный, так как верхний (по рис. 5.26, б) край излучающего преобразователя S' приходится на нижний край приемного W", а пучки идут параллельно оси Оу. При увеличении угла α все волновые пучки отклоняются вверх, в результате чего часть из них начинает попадать на приемный преобразователь. Сильнее отклоняются пучки более высоких частот, в результате чего на АЧХ наблюдается высокочастотный максимум (кривые 1-9). В то же время, пучки наиболее высоких частот раньше всего выходят за пределы верхнего края приемного преобразователя, в результате чего верхняя частотная граница АЧХ во всем интервале увеличения а, постепенно понижается (кривые 2-16). Отклонение пучков от горизонтальной оси происходит тем сильнее, чем больше угол  $\alpha$ . Критическому значению  $\alpha = 110^{\circ}$  соответствует ситуация, когда волновой пучок низшей часто-



Рис. 5.30. АЧХ для фильтра второго типа с большим расстоянием между преобразователями при различных ориентациях поля.  $I - 92^{\circ}$ ;  $2 - 94^{\circ}$ ;  $3 - 96^{\circ}$ ;  $4 - 98^{\circ}$ ;  $5 - 100^{\circ}$ ;  $6 - 102^{\circ}$ ;  $7 - 104^{\circ}$ ;  $8 - 106^{\circ}$ ;  $9 - 108^{\circ}$ ;  $10 - 110^{\circ}$ 

ты спектра ПМСВ (~ 2740 МГц), выходящий из нижнего края излучающего преобразователя (S'') попадает на нижний край приемного преобразователя (W''). При  $\alpha < 110^{\circ}$  всегда находится такая частота, при которой все пучки, исходящие из излучающего преобразователя точно попадают на приемный, в результате чего максимум АЧХ приближается к единице (кривые 1–10). При  $\alpha > 110^{\circ}$  такая частота отсутствует, поэтому максимум АЧХ уменьшается (кривые 11–16).

Аналогичные АЧХ для фильтра второго типа с большим расстоянием между преобразователями (рис. 5.26, *a* — 2) показаны на рис. 5.30. Шаг по углу и номера кривых — те же, что и ранее.

Наблюдаемые особенности по сравнению с предыдущим случаем подобны особенностям АЧХ для фильтра первого типа при переходе от малого расстояния между преобразователями к большому. Здесь также наблюдается сужение допустимого интервала  $\alpha$  с 92°–122° до 92°–110°, а АЧХ, построенные с тем же шагом, что и на рис. 5.29 (2°), подобно рис. 5.28, располагаются здесь значительно реже. Все перечисленные особенности также объясняются прямолинейностью распространения волновых пучков в сочетании с увеличением расстояния между преобразователями.

# 5.6. Экспериментальное исследование пучков ПМСВ конечной ширины и амплитудно-частотных характеристик

Для проверки развитых выше теоретических положений было выполнено экспериментальное исследование распространения широких волновых пучков ПМСВ, а также амплитудно-частотных характеристик в неоднородно намагниченных ферритовых пленках. Эксперименты проводились на той же установке, в той же геометрии и с теми же образцами, что и исследование траекторий, описанное в разд. 3.8. В результате исследований распространения пучков ПМСВ конечной ширины были подтверждены основные положения, изложенные в разд. 5.1. Исследование амплитудно-частотных характеристик также подтвердило теоретические выводы, изложенные в разд. 5.3, 5.4. Рассмотрим кратко некоторые экспериментальные результаты.

5.6.1. Линейно неоднородное поле. Случай линейного поля исследовался в экспериментальной ситуации, описанной в разд. 4.8 (рис. 4.25). Длина излучающего преобразователя равнялась 0,4 см, центр его располагался в точке с координатами y = 0 см, z = 3,5 см, угол  $\varphi$  составлял 32°. Границы спектра ПМСВ в месте расположения излучающего преобразователя равнялись 3693 МГц и 4479 МГц. Преобразователь возбуждал ПМСВ в полосе частот 3700-4200 МГц (по удовню — 40 дБ от максимума вблизи 3750 МГц). Исследовалось изменение АЧХ при перемещении приемного преобразователя вдоль оси Oz при фиксированном значении координаты y. В первом положении было установлено y = 0.5 см. При этом для z = 2.5 см границы АЧХ по уровню — 10 дБ от максимума составили 4000-4100 МГц. При z = 2.8 см те же величины были равны 3750-4150 МГц. При z = 3,1 см они равнялись 3700-4100 МГц. Второе положение соответствовало y = 1,5 см. При этом для z = 2,3 см границы АЧХ составили 3960-4120 МГц. При z = 2,7 см те же величины были равны 3860-3990 МГц. При z = 3,2 см они равнялись 3760-3920 МГц. В третьем положении y = 2,5 см. При этом для z = 2,7 см границы АЧХ составили 3960–4120 МГц. При z = 3,3 см те же величины были равны 3860-3990 МГц. При *z* = 3,7 см они равнялись 3800-3910 МГц.

Таким образом, при перемещении приемного преобразователя в положительном направлении оси Oz во всех случаях наблюдалось смещение АЧХ в сторону низких частот, ширина АЧХ составляла 100–400 МГц, а ее максимум приходился на середину допустимого диапазона изменения *z*-координаты приемного преобразователя. Все эти особенности полностью соответствуют поведению АЧХ в линейном поле, описанному в разд. 5.3.2, рис. 5.13 и 5.14. Отщепление от АЧХ отдельного пика в области высоких частот, отмеченное на рис. 5.13, *б* и 5.14, *а*, *б* также наблюдалось вблизи частоты 4200 МГц, причем его амплитуда составляла около — 20 дБ от максимума, а ширина равнялась 50 МГц. Столь малая амплитуда была обусловлена падением эффективности возбуждения ПМСВ излучающим преобразователем по мере увеличения частоты из-за уменьшения длины ПМСВ.

**5.6.2.** Поле типа «долины». Случай поля типа «долины» исследовался в экспериментальной ситуации, аналогичной описанной в разд. 4.8, (рис. 4.26), однако здесь, для более наглядного выявления

расщепления волнового пучка, центр излучающего преобразователя располагался точно на дне «долины», а начало системы координат совмешалось с центром преобразователя. Угол  $\varphi$  был выбран равным -5°. Границы спектра ПМСВ в месте расположения излучающего преобразователя равнялись 3031 МГц и 3951 МГц. Преобразователь возбуждал ПМСВ в полосе частот 3050-3840 МГц (по уровню -40 дБ от максимума вблизи 3100 МГц). В экспериментах наблюдалось раздвоение пучка, подобное показанному на рис. 5.3 и 4.26, выраженное тем сильнее, чем ниже частота ПМСВ. Так, для частоты 3790 МГц границы пучка по уровню –10 дБ от максимума при y = 0.5 см составляли 0,1 см и 0,7 см, при y = 1,0 см-0,7 см и 1,3 см, при y = 1,5 см-1,1 см и 1,9 см, т.е. ширина пучка немного увеличивалась, но раздвоение отсутствовало. В то же время, для частоты 3200 МГц те же величины при y = 0.5 см, когда раздвоение еще отсутствовало, составляли -0.4 см и 0.5 см, при y = 1.0 см, когда раздвоение только начинало проявляться — -0.5 см и 0.9 см, а при y = 1.5 см, когда пучок был уже четко раздвоен, границы отдельных пучков равнялись: для первого — -0,8 см и -0,2 см, для второго — 0,2 см и 1,4 см. Исследование АЧХ, выполненное при перемещении приемного преобразователя вдоль оси Ог, показало, что, несмотря на расщепление пучка, АЧХ всегда остается единой и для постоянного значения y = 0.5 см, при z = -0.3 см заключена в пределах 3100-3700 МГц, при z = 0.0 см — в пределах 3200-3750 МГц, и при z = 0.5 см в пределах 3300-3800 МГц. При y = 1,5 см АЧХ при z = -0,5 см заключена в пределах 3100-3200  $M\Gamma$ ц, при z = 0.0 см прохождение сигнала практически отсутствует, при z = 0.5 см сигнал снова появляется и границы АЧХ составляют 3100-3200 МГц, при z = 1,0 см ее границы равны 3200 и 3600 МГц, а при z = 1,5 см — 3400 и 3800 МГц. Наблюдаемое смещение АЧХ в сторону высоких частот обусловлено отрицательным значением начального угла  $\varphi$ . Падение величины АЧХ до нуля при y = 1.5 см и z = 0.0 см соответствует расположению приемного преобразователя в промежутке между двумя отдельными волновыми пучками, на которые расщепился исходный пучок (аналогично кривым 7-10 на рис. 5.17). Такое поведение волновых пучков и АЧХ в поле типа «долины» соответствует описанному в разд. 5.3.3.

**5.6.3. Поле типа** «вала». Случай поля типа «вала» исследовался в экспериментальной ситуации, описанной в разд. 4.8 (рис. 4.27). Границы спектра ПМСВ на вершине «вала» равнялись 2394 и 3486 МГц. Исследование распределения сигнала по поперечному сечению канала показало, что профиль полного волнового пучка, распространяющегося в канале, начиная с координаты y = 2 см, не критичен к величине начального угла  $\varphi$  в пределах не менее  $\pm 20^\circ$ , а также к значению *z*-координаты центра излучающего преобразователя в пределах не менее  $\pm 0.8$  см (рис. 3.27). Во всех этих случаях ширина пучка по уровню –10 дБ составляла 0,6–0,8 см. При y < 2 см наблюдалась осцилляция

ширины пучка, подобная показанной на рис. 5.4. Максимальная амплитуда осцилляций ширины пучка ПМСВ относительно стационарного значения (при y>2 см) на частоте 2570 МГц составляла  $\sim 10$  %, а на частоте 3150 МГц —  $\sim 50$  %.

Важнейшим свойством поля типа «вала» является подавление любой расходимости пучка, в результате чего потери волны при распространении значительно падают (разд. 3.8). Так, в однородном поле с напряженностью, равной полю вершины «вала», при  $\varphi = 0^{\circ}$  ширина пучка ПМСВ по мере распространения вдоль оси Oy растет тем быстрее, чем ниже частота ПМСВ. При y = 3 см на частоте 3150 МГц она возрастает в 1,4 раза по сравнению с начальной, а затухание волны превышает 27 дБ, тогда как в поле типа «вала» ширина пучка остается равной 0,6 см, а затухание составляет менее 19 дБ. При том же значении y на частоте 2570 МГц ширина пучка в однородном поле возрастает в 2,5 раза, а затухание превышает 17 дБ, тогда как в поле типа «вала» ширина пучка в однородном поле возрастает в 2,5 раза, а затухание превышает 17 дБ, тогда как в поле типа «вала» ширина пучка в однородном поле возрастает в 3 дБ.

Таким образом, наблюдаемое в эксперименте поведение широких волновых пучков и АЧХ в поле типа «вала» также соответствует развитым в разд. 5.3 и 5.4 теоретическим положениям.

#### Выводы по главе 5

Основные вопросы, рассмотренные в настоящей главе, сводятся к следующему.

1. Рассмотрены особенности распространения широких волновых пучков поверхностных магнитостатических волн (ПМСВ) в неоднородно намагниченных ферритовых пленках. Показано, что в этих условиях широкий волновой пучок пространственно трансформируется: меняется его ширина, поперечный профиль, может произойти расщепление. При распространении по плоскости пленки, намагниченной линейным полем, волновой пучок сохраняется тем лучше, чем выше его частота и меньше начальный угол между волновым вектором и нормалью к направлению поля. В случае поля типа «долины», волновой пучок расщепляется на две четко оформленные части, соответствующие различным участкам преобразователя, причем лучше сохраняется та часть, которая соответствует участку преобразователя, ближайшему к дну «долины». В поле типа «вала» волновой пучок в начале пути испытывает несколько сужений (псевдофокусировок), глубина которых по мере распространения пучка падает и его ширина приближается к начальной, т.е. в целом волновой пучок сохраняется тем лучше, чем больше проходимое им расстояние.

2. Рассмотрено формирование амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) линий передачи на магнитостатических волнах. Для расчета АЧХ и ФЧХ таких систем предложен метод парциальных волновых пучков МСВ, распространяющихся в неоднородно намагниченной ферритовой пленке в соответствии с законами геометрической оптики. Метод включает в себя анализ траекторий отдельных волновых пучков, исходящих из дискретных участков излучающего преобразователя, с последующим суммированием результирующего выходного сигнала на приемном преобразователе. Метод применим при любой форме и взаимном расположении преобразователей, для случаев однородно и неоднородно намагниченной пленки любой формы и с любыми неоднородно намагниченной а также допускает рассмотрение линий передачи, выполненных на основе многослойных ферритовых структур. Разработан машинный алгоритм расчета, пригодный для анализа АЧХ и ФЧХ линий передачи на ферритовых пленках, намагниченных однородным и неоднородным полем, линейным, типа «долины» и «вала».

3. Рассмотрены АЧХ пропускания линий передачи на ферритовых пленках, намагниченных полями различных конфигураций. Для случая однородного поля показано, что все АЧХ имеют колоколообразный вид, причем по мере удаления приемного преобразователя от излучающего ширина АЧХ уменьшается. При удалении приемного преобразователя от оси линии передачи центральная частота АЧХ смещается в сторону высоких частот, а ширина АЧХ уменьшается. При удалении приемного преобразователя от излучающего вдоль оси линии передачи центральная частота а центральная частота АЧХ смещается, а затем уменьшается. Максимальная ширина АЧХ соответствует полной ширине спектра ПМСВ, минимальная — 2-5% от максимальной.

4. Для случая линейно неоднородного поля показано, что при перемещении приемного преобразователя перпендикулярно оси линии передачи имеется два характерных варианта изменения АЧХ: первый соответствует малому расстоянию между преобразователями, до поворота волновых пучков в сторону большего поля; второй соответствует большому расстоянию между преобразователями, после упомянутого поворота. В первом случае, по мере приближения приемного преобразователя к оси линии передачи, АЧХ, сохраняя колоколообразный вид, смещается в сторону низких частот, постепенно расширяясь. Во втором случае, при том же перемещении приемного преобразователя, АЧХ расщепляется на две части, одна из которых, низкочастотная, ведет себя подобно первому случаю, а другая, высокочастотная — смещается в сторону высоких частот, постепенно сужаясь. Максимальная ширина низкочастотной части АЧХ приближается к полной ширине спектра ПМСВ, максимальная ширина высокочастотной части — в 5-10 раз меньше.

5. В случае поля типа «долины» при аналогичном перемещении приемного преобразователя также имеется два характерных варианта изменения АЧХ: первый соответствует малому расстоянию между преобразователями, до момента расщепления волнового пучка на два, второй — большому расстоянию после расщепления. В первом случае, по

мере приближения приемного преобразователя к оси линии передачи, частота максимума AЧХ все время падает, а ее наибольшая ширина и максимум коэффициента пропускания достигаются при расположении приемного преобразователя вблизи оси линии передачи. Во втором случае, при том же перемещении приемного преобразователя, частота максимума AЧХ также время падает, но медленнее, чем в первом случае, причем при расположении приемного преобразователя вблизи оси линии передачи ширина AЧХ и коэффициент пропускания минимальны.

6. В случае поля типа «вала» при аналогичном перемещении приемного преобразователя также имеется два характерных варианта изменения АЧХ: первый соответствует малому расстоянию между преобразователями, когда в системе имеются траектории, не доходящие до вершины «вала», второй — большому, при котором остаются только периодические траектории, проходящие через вершину «вала». В первом случае, по мере приближения приемного преобразователя к оси линии передачи, частота максимума АЧХ увеличивается, а ее ширина приближается к полной ширине спектра ПМСВ. Низшая частотная граница АЧХ определяется началом спектра ПМСВ в поле, соответствующем краю «вала», верхняя — концом спектра ПМСВ в поле, соответствующем вершине «вала». Во втором случае, при том же перемещении приемного преобразователя, ширина АЧХ все время остается близкой к полной ширине спектра, АЧХ заметно изрезана, а ее частотные границы определяются границами спектра ПМСВ в поле, соответствующем вершине «вала».

7. Рассмотрены частотные свойства волноведущего канала для ПМ-СВ, образованного полем типа «вала». Показано, что в случае, когда оба преобразователя перекрывают весь канал целиком, при любых расстояниях между ними частота максимума АЧХ близка к нижней частотной границе спектра ПМСВ, соответствующего полю вершины «вала». По обе стороны от максимума наблюдаются плавные спады, причем при малых расстояниях между преобразователями низкочастотный спад является плавным, при больших — резким, а форма высокочастотного спада от расстояния между преобразователями не зависит. Полная ширина полосы пропускания при больших расстояниях между преобразователями приближается к ширине спектра ПМСВ в поле вершины «вала». Изменение длины излучающего или приемного преобразователей, а также их взаимного расположения приводит к изменению АЧХ, в основном, со стороны высоких частот, положение максимума, как правило, остается вблизи нижней частотной границы спектра ПМСВ, соответствующего полю вершины «вала», а полная ширина АЧХ меняется более чем на порядок.

8. Рассмотрены АЧХ линии передачи на ПМСВ при произвольной ориентации подмагничивающего поля. Для случая двух идентичных прямолинейных параллельно ориентированных преобразователей показано, что вид АЧХ сильно зависит от ориентации направления поля

относительно преобразователей и может меняться от прямоугольного, охватывающего практически весь спектр ПМСВ, до треугольного с шириной на порядок меньшей. При этом частота максимума АЧХ может располагаться в любом месте спектра ПМСВ, а коэффициент пропускания в области максимума меняется более чем на порядок.

9. Выполнено экспериментальное исследование распространения широких пучков ПМСВ, а также АЧХ линий передачи на неоднородно намагниченных ферритовых пленках. Рассмотрены основные конфигурации поля: линейное, типа «долины» и «вала». Выявлено хорошее соответствие экспериментальных результатов выводам теории. Так, в линейном поле при перемещении приемного преобразователя перпендикулярно оси линии передачи наблюдались оба характерных варианта изменения АЧХ: соответствующий малому и большому расстоянию между преобразователями. В обоих случаях наблюдалось смещение АЧХ в сторону низких частот, а при большом расстоянии отщепление от АЧХ отдельного пика в области высоких частот. В поле типа «долины» наблюдалось расщепление волнового пучка на два, две частотных области расположения АЧХ, соответствующие этим пучкам и резкое падение коэффициента пропускания при расположении приемного преобразователя вблизи дна «долины». В поле типа «вала» наблюдались четко выраженные волноведущие свойства, проявляющиеся в формировании канала для ПМСВ и независимости ширины АЧХ от места расположения приемного преобразователя по длине этого канала, полное подавление дисперсионной расходимости волнового пучка и рекордно малые потери ПМСВ при распространении в канале, составляющие единицы дБ/см.

#### Глава б

#### АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ СВОЙСТВА ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ НА МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛНАХ С УЧЕТОМ НАБЕГА ФАЗЫ

В настоящей главе изложены результаты исследования амплитудночастотных характеристик линий передачи на ПМСВ, формируемых волновыми пучками конечной ширины. На основе учета набега фазы отдельных составляющих полного волнового пучка выполнен подробный учет фазовых соотношений, обеспечивающих интерференцию сигнала на приемном преобразователе. Исследована деформация плоского волнового фронта поверхностных магнитостатических волн, распространяющихся в ферритовых пленках, намагниченных линейно неоднородным полем. Отмечены наблюдаемые в эксперименте особенности АЧХ и ФЧХ реальных линий передачи, приведены рекомендации для их оптимизации.

В настоящей главе использованы результаты работ [118, 274, 275, 282, 397, 582, 585, 615, 616, 617, 627-633]. Остальные ссылки приведены по тексту.

### 6.1. Общие характеристики типичных линий передачи на ПМСВ

Рассмотрим сначала основные общие характеристики типичных линий передачи на ПМСВ. Традиционная линия передачи на ПМСВ содержит пленку ЖИГ, на поверхности которой расположены излучающий и приемный преобразователи, выполненные в виде антенн из тонкой проволоки. Пленка намагничена в плоскости постоянным полем, создаваемым внешним магнитом. Обработка сигналов производится за счет общего или локального изменения величины, направления или зависимости от времени подмагничивающего поля, а также путем надлежащего выбора формы или взаимного расположения преобразователей. Для линии передачи на ПМСВ типичный диапазон частот составляет 1–20 ГГц, диапазон подмагничивающих полей — 100–10000 Э, длина проводников преобразователей — 2–20 мм, расстояние между ними — того же порядка. Типичная среда для распространения ПМ-CВ — пленки ЖИГ толщиной 5–20 мкм, имеющие намагниченность  $4\pi M_0 = 1750$  Гс.

При таких условиях длина ПМСВ составляет от 50 мкм до 5 мм, т.е., как правило, значительно меньше расстояния между преобразователями, поэтому набег фазы волны при ее распространении от излучающего преобразователя до приемного получается достаточно большим и может составлять десятки и сотни радиан. С другой стороны, длина ПМСВ, как правило, значительно меньше длины преобразователей, поэтому волны, возбуждаемые различными участками излучающего преобразователя, приходят на приемный преобразователь в различных фазах и интерферируют между собой, приводя к искажению выходного сигнала. Таким образом, набег фазы волны на пути ее распространения может коренным образом изменить характеристики пропускания линии передачи.

В предыдущей главе методом парциальных волновых пучков получены АЧХ линий передачи в различных условиях. Проведенное там рассмотрение предполагает полную синфазность сигналов, наводимых ПМСВ, поступающими на отдельные участки приемного преобразователя. Рассмотрим теперь более общий случай, когда такая синфазность отсутствует благодаря различию набега фазы для отдельных парциальных волновых пучков.

#### 6.2. Общий случай волн в магнитной среде

Рассмотрим сначала общий случай однородной магнитной среды без затухания с законом дисперсии вида  $F(\omega, k) = 0$  и предположим, что геометрические размеры преобразователей значительно (не менее, чем на порядок) превышают длину волны в среде. Такое предположение дает возможность рассматривать задачу в приближении геометрической оптики, т.е. далее какие-либо возможные дифракционные эффекты, а также дисперсионное расщепление волновых пучков учитывать не будем. Предположим также, что затухание волны при распространении в среде между преобразователями достаточно мало, т.е. им можно пренебречь.

Для решения подобных задач в предыдущей главе был предложен и успешно опробован метод парциальных волновых пучков, состоящий в анализе траекторий отдельных волновых пучков, исходящих из дискретных участков излучающего преобразователя, с последующим суммированием результирующего выходного сигнала на приемном преобразователе [615, 616].

Воспользуемся здесь этим методом для решения задачи, общая геометрия которой показана на рис. 6.1. Пусть плоскость ферритовой пленки совпадает с плоскостью рисунка. Воспользуемся декартовой системой координат Oxyz, плоскость Oyz которой с совпадает с плоскостью пленки, а ось Ox ей перпендикулярна. Пленка намагничена в плоскости однородным полем  $H_0$ , приложенным вдоль оси Oz. Проводник излучающего преобразователя S'S'' ориентирован параллельно



Рис. 6.1. Общая геометрия задачи о суммарном набеге фазы

оси Oz,а проводник приемного W'W'' — составляет с этой осью угол $\vartheta.$ 

В такой геометрии волны, возбуждаемые излучающим преобразователем, распространяются прямолинейно вдоль оси Oy в виде параллельного пучка, ширина которого равна длине преобразователя. Положим далее, что приемный преобразователь расположен точно напротив излучающего, а длина его такова, что *z*-координаты точек S'' и W', а также точек S'' и W'' попарно совпадают. При таком условии приемный преобразователь всю ширину пучка волн, возбуждаемого излучающим преобразователем.

Будем считать далее, что набег фазы волны в среде при распространении между преобразователями намного больше набега фазы электромагнитного сигнала на длине каждого преобразователя, т.е. набегом фазы на длине отдельного преобразователя можно пренебречь и каждый преобразователь в отдельности работает в единой фазе.

Разобьем теперь излучающий преобразователь на равные участки точками 0–5. Число участков равное пяти выбрано здесь только исходя из удобства чертежа, в реальном же расчете чем больше точек, тем полученный результат точнее. Построим траектории волновых пучков, исходящих из этих точек. В силу однородности поля и ориентации излучающего преобразователя параллельно полю, эти траектории представляют собой прямые линии, параллельные оси Oy. Траектория, выходящая из точки S' излучающего преобразователя, при этом попадает в точку W' приемного. Из точки W'' построим вспомогательный отрезок W''W''' параллельный S'S'' такой, чтобы точка W''' лежала на прямой S'W'. Очевидно, S''S'W'''W'' — прямоугольник, т. е. в сечение W'''W'' все траектории приходят в одинаковой фазе. Поэтому для расчета результирующего сигнала на приемном преобразователе достаточно учесть набег фазы лишь на отрезках траекторий, заключенных внутри треугольника W'''W'''W''. Из точки W' построим вспомогательный отрезок W'W''' параллельный S'S'' такой, чтобы точкаW''' лежала на прямой S''W''. Очевидно, S''S'W'W''' - прямоугольник, т.е. в сечение W'''W' все траектории приходят в одинаковой фазе. Поэтому для расчета результирующего сигнала на приемном преобразователе достаточно учесть набег фазы лишь на отрезках траекторий, заключенных внутри треугольника W''W'''W'.

Предположим, что сигнал в сечении W'''W' равен

$$U_s = A_0 \cos \omega t, \tag{6.1}$$

где  $A_0$  — постоянная начальная амплитуда,  $\omega$  — частота, t — время. При этом в пределах треугольника W''W'''W' распространяется волна вида:

$$U_w = A_0 \cos\left(\omega t - k y\right),\tag{6.2}$$

где координата *у* отсчитывается от сечения *W*<sup>'''</sup>*W*'.

Рассмотрим сначала набег фазы волнового пучка. выходящего из точки 1. Длина участка траектории этого пучка внутри треугольника W''W'''W' равна:

$$\Delta y = \Delta z \operatorname{tg} \vartheta, \tag{6.3}$$

где  $\Delta z$  — длина участка излучающего преобразователя между точками 0 и 1. Набег фазы волны на участке траектории длиной  $\Delta y$  равен:

$$\Delta \varphi_1 = -k \,\Delta y = -k \,\Delta z \,\mathrm{tg} \,\vartheta, \tag{6.4}$$

где k — волновое число, определяемое полем, частотой и законом дисперсии для волн в среде. Полагая:

$$\Delta z = \frac{L}{N},\tag{6.5}$$

где L — длина излучающего преобразователя S'S'', N — количество участков, на которые разбит излучающий преобразователь, получаем набег фазы от первого участка преобразователя в виде:

$$\Delta \varphi_1 = -\frac{kL \operatorname{tg} \vartheta}{N}.$$
(6.6)

Аналогично набег фазы пучка, выходящего из точки с номером n, равен:

$$\Delta \varphi_n = -\frac{kL \operatorname{tg} \vartheta}{N} \cdot n. \tag{6.7}$$

Полный сигнал на приемном преобразователе является суммой N + 1 сигналов вида:

$$U_n = \frac{A_0}{N+1} \cdot \cos\left(\omega t + \Delta \varphi_n\right). \tag{6.8}$$

Преобразуя это выражение, получаем:

$$U_n = \frac{A_0}{N+1} \cdot \left[\cos\omega t \cdot \cos\left(\Delta\varphi_n\right) - \sin\omega t \cdot \sin\left(\Delta\varphi_n\right)\right].$$
(6.9)

Суммируя по всем отрезкам, на которые разбит излучающий преобразователь, получаем полный сигнал на приемном преобразователе в следующем виде:

$$U = \frac{A_0}{N+1} \times \left[ \cos \omega t \sum_{n=0}^{N} \cos \left( \frac{kL \operatorname{tg} \vartheta}{N} n \right) + \sin \omega t \sum_{n=0}^{N} \sin \left( \frac{kL \operatorname{tg} \vartheta}{N} n \right) \right]. \quad (6.10)$$

Введем обозначения:

$$B = \frac{A_0}{N+1} \sum_{n=0}^{N} \cos\left(\frac{kL \operatorname{tg} \vartheta}{N} n\right), \tag{6.11}$$

$$D = \frac{A_0}{N+1} \sum_{n=0}^{N} \sin\left(\frac{kL \operatorname{tg} \vartheta}{N} n\right).$$
(6.12)

Суммы, входящие в выражения для *В* и *D*, можно преобразовать, используя известные формулы [630]:

$$\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha + \dots + \cos n\alpha = \frac{\cos\left(\frac{n+1}{2}\alpha\right) \cdot \sin\left(\frac{n\alpha}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}; \quad (6.13)$$
$$\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha + \dots + \sin n\alpha = \frac{\sin\left(\frac{n+1}{2}\alpha\right) \cdot \sin\left(\frac{n\alpha}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}. \quad (6.14)$$

При этом получаем:

$$B = \frac{A_0}{N+1} \cdot \left\{ 1 + \frac{\cos\left[\frac{(N+1)kL \operatorname{tg}\vartheta}{2N}\right] \cdot \sin\frac{kL \operatorname{tg}\vartheta}{2}}{\sin\frac{kL \operatorname{tg}\vartheta}{2N}} \right\}; \quad (6.15)$$
$$D = \frac{A_0}{N+1} \cdot \frac{\sin\left[\frac{(N+1)kL \operatorname{tg}\vartheta}{2N}\right] \cdot \sin\frac{kL \operatorname{tg}\vartheta}{2}}{\sin\frac{kL \operatorname{tg}\vartheta}{2N}}. \quad (6.16)$$

Теперь полный сигнал на приемном преобразователе можно записать в виде:

$$U = B \cdot \cos \omega t + D \cdot \sin \omega t = R \cdot \cos (\omega t + \theta), \tag{6.17}$$

где

$$R = \sqrt{D^2 + B^2},$$
 (6.18)

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{D}{B}.$$
 (6.19)

В полученные выражения (6.15) и (6.16) входит число точек разбиения N, тогда как очевидно, что конечные выражения (6.18) и (6.19) не должны зависеть от этого числа. Действительно, расчет должен быть тем точнее, чем больше N, т.е. B и D при  $N \to \infty$  должны стремиться к определенному пределу. Пользуясь известными правилами нахождения пределов [631], при  $N \to \infty$  получаем:

$$B = A_0 \frac{\sin\left(kL \operatorname{tg} \vartheta\right)}{kL \operatorname{tg} \vartheta}; \tag{6.20}$$

$$D = A_0 \, \frac{1 - \cos\left(kL \, \mathrm{tg} \,\vartheta\right)}{kL \, \mathrm{tg} \,\vartheta}.\tag{6.21}$$

Подставляя (6.20) и (6.21) в (6.18) и (6.19), получаем:

$$R = A_0 \, \frac{\sin\left(\frac{kL \operatorname{tg} \vartheta}{2}\right)}{\frac{kL \operatorname{tg} \vartheta}{2}}; \tag{6.22}$$

$$\theta = \frac{kL \operatorname{tg} \vartheta}{2}.$$
(6.23)

В результате из (6.17), (6.22) и (6.23) получаем полный сигнал на приемном преобразователе в виде:

$$U = A_0 \frac{\sin\left(\frac{kL \operatorname{tg} \vartheta}{2}\right)}{\frac{kL \operatorname{tg} \vartheta}{2}} \cdot \cos\left(\omega t + \frac{kL \operatorname{tg} \vartheta}{2}\right). \tag{6.24}$$

Относительная амплитуда этого выражения  $U_0/A_0$  в зависимости от волнового числа k ведет себя подобно функции  $\sin x/x$  и при  $k \to 0$  стремится к единице, далее по мере увеличения k проходит через ряд нулей и максимумов и при  $k \to \infty$  стремится к нулю. Значения волнового числа, соответствующие нулям (6.24), определяются выражением:

$$k_m = \frac{2\pi m}{L \lg \beta},\tag{6.25}$$

где  $m = 1, 2, \ldots$  — целое число.

Набег фазы сигнала на приемном преобразователе с увеличением волнового числа k увеличивается линейно тем сильнее, чем больше угол между преобразователями  $\vartheta$  и ширина волнового пучка L, задаваемая длиной излучающего преобразователя.

Выполненная здесь подстановка полученных выражений для *В* и *D* в формулу для *U* позволяет заменить громоздкое суммирование на сравнительно простое вычисление тригонометрических функций. Такая замена, наряду с наглядностью, дает большое удобство при построении машинных алгоритмов расчета характеристик линий передачи на ПМСВ.

#### 6.3. Случай поверхностных магнитостатических волн

В полученные выражения частота сигнала и параметры магнитной среды входят через волновое число *k*, определяемое законом дисперсии волны в среде. Для случая ферритовой пленки со свободной поверхностью, вдоль которой распространяются ПМСВ, дисперсионное соотношение имеет вид [118]:

$$\beta - 1 - 2\mu\alpha \cdot \operatorname{cth}(kd\alpha) = 0, \qquad (6.26)$$

или, разрешенное относительно волнового числа:

$$k = \frac{1}{2d\alpha} \cdot \ln \frac{\beta - 1 + 2\mu\alpha}{\beta - 1 - 2\mu\alpha},\tag{6.27}$$

где

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sin^2 \varphi}{\mu} + \cos^2 \varphi}; \qquad (6.28)$$

$$\beta = \left(\nu^2 - \mu^2 + \mu\right)\cos^2\varphi - \mu; \tag{6.29}$$

$$\mu = 1 + \eta; \tag{6.30}$$

$$\eta = \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2};\tag{6.31}$$

$$\nu = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2};\tag{6.32}$$

$$\Omega_H = \frac{H_0}{4\pi M_0};\tag{6.33}$$

$$\Omega = \frac{\omega}{4\pi\gamma M_0};\tag{6.34}$$

 $\varphi$  — угол между направлением волнового вектора k и осью Oy, отсчитываемый от оси Oy в направлении к оси Oz (в нашей геометрии  $\varphi=0$ ), d — толщина ферритовой пленки,  $\gamma$  — гиромагнитная постоянная. При заданных магнитных параметрах границы спектра ПМСВ по частоте определяются формулами [118]:

нижняя:

$$\Omega_b = \sqrt{\Omega_H \left(\Omega_H + 1\right)}, \qquad (6.35)$$

верхняя:

$$\Omega_t = \Omega_H + 1/2. \tag{6.36}$$

Теперь для получения полного сигнала на приемном преобразователе достаточно (6.27) с учетом (6.28)-(6.34) подставить в (6.24).

Таким образом, у нас имеются все формулы, необходимые для расчета амплитудно-частотных характеристик линии передачи на ПМСВ с учетом фазы сигнала, к чему мы и перейдем в следующем разделе.

## 6.4. Характеристики пропускания линии передачи по амплитуде при различных ее геометрических параметрах

Рассмотрим сначала, как зависят характеристики пропускания линии передачи по амплитуде при различных геометрических параметрах задачи, а именно: при изменении взаимной ориентации преобразователей и полной ширины пучка ПМСВ. Сначала проследим изменение амплитуды проходящего сигнала, а затем его фазы. Полученные зависимости иллюстрируются рис. 6.2. Магнитные параметры задачи следующие: толщина магнитной пленки — 15 мкм, намагниченность —  $4 \pi M_0 = 1750$  Гс, поле в плоскости пленки — 437,5 Э.

**6.4.1. Зависимость амплитуды проходящего сигнала от частоты при изменении взаимной ориентации преобразователей.** На рис. 6.2 показаны зависимости относительной амплитуды сигнала, проходящего через линию передачи  $A/A_0$ , от его частоты  $\omega$  при различных значениях угла  $\vartheta$  между преобразователями. Длина излучающего преобразователя равна 0,5 см. Соответственно ширина пучка ПМСВ тоже равна 0,5 см и неизменна, а длина приемного преобразователя выбирается такой, чтобы он целиком перекрывал весь пучок ПМСВ. Вертикальными пунктирными линиями на рисунке показаны границы спектра ПМСВ, определяемые формулами (6.35) и (6.36), для заданных магнитных параметров задачи равные 2740 МГц и 3675 МГц.

Из рисунка видно, что все зависимости имеют сильно изрезанный многолепестковый характер, причем ширина лепестков по мере увеличения частоты уменьшается, а общее количество хорошо разрешенных лепестков тем больше, чем больше угол  $\vartheta$ . Очевидно, многолепестковый характер кривых обусловлен интерференцией сигналов, приходящих на приемный преобразователь от различных участков излучающего, а увеличение количества разрешенных лепестков и их сужение с увеличением угла  $\vartheta$  обусловлено тем, что с увеличением указанного угла разность хода между отдельными волновыми пучками, приходящими на приемный преобразователь от различных участков излучающего преобразователя, возрастает. В целом зависимость  $A/A_0$ от частоты отражает ход функции  $\sin x/x$  (формула (6.22)), причем вблизи нижней границы спектра ПМСВ А/А<sub>0</sub> равно единице, а вблизи верхней — стремится к нулю. По величине особенно выделяется первый лепесток, примыкающий к нижней границе спектра ПМСВ: его максимум равен единице, тогда как следующий за ним едва превышает 0,2, а величина всех последующих — еще меньше. При каждом фиксированном значении угла частотная ширина интервалов между соседними нулями или максимумами с увеличением частоты уменьшается. Такое ее поведение обусловлено тем, что значения волнового числа k, соответствующие нулям функции  $A/A_0$ , кратны ряду последовательных натуральных чисел (формула (6.25)), тогда как



Рис. 6.3. Зависимость частотной ширины главного лепестка АЧХ от угла между преобразователями на различных уровнях от максимума: 1 - 0.2; 2 - 0.5; 3 - 0.8

зависимость волнового числа от частоты для ПМСВ нелинейна [118] и вблизи верхней границы спектра ПМСВ волновое число k стремится к бесконечности, что и приводит к сгущению нулей и максимумов функции  $A/A_0$  по мере приближения частоты к этой границе.

Поскольку с увеличением угла  $\vartheta$  ширина главного лепестка функции  $A/A_0$  уменьшается, интересно проследить количественный ход этой зависимости. Ответ на этот вопрос дает рис. 6.3, где показаны зависимости частоты спада главного лепестка от угла  $\vartheta$  на различных уровнях от максимума. Взаимное расположение кривых отражает плавный спад главного лепестка по мере увеличения частоты.

Из рисунка видно, что все кривые по мере увеличения угла  $\vartheta$  спадают, причем при малых значениях  $\vartheta$  (менее 10°) спад довольно резкий, а по мере увеличения  $\vartheta$  спад замедляется. Такое их поведение становится понятным, если учесть, что набег фазы при распространении волны между преобразователями в соответствии с формулой (6.23) пропорционален tg  $\vartheta$ , т.е. при малых  $\vartheta$  он невелик, а с увеличением  $\vartheta$  резко возрастает. Поэтому при малых  $\vartheta$  разность хода между крайними лучами общего волнового пучка невелика и главный лепесток остается широким, а по мере увеличения  $\vartheta$  разность хода возрастает тем сильнее, чем больше  $\vartheta$  приближается к 90°, в результате чего лепесток резко сужается и в пределе его ширина стремится к нулю.

**6.4.2.** Зависимость амплитуды проходящего сигнала от частоты при изменении ширины волнового пучка. Рассмотрим далее, как зависят характеристики пропускания линии передачи по амплитуде при изменении полной ширины пучка ПМСВ. Предположим, что длина излучающего преобразователя задана, а длина приемного выбрана таким образом, что он перекрывает полностью всю ширину пучка ПМСВ.

266



Рис. 6.2. Зависимость амплитуды выходного сигнала от частоты при различных значениях угла между преобразователями:  $a - \vartheta = 1^{\circ}$ ,  $\delta - \vartheta = 2^{\circ}$ ,  $s - \vartheta = 5^{\circ}$ ,  $e - \vartheta = 10^{\circ}$ ,  $\partial - \vartheta = 40^{\circ}$ 



Рис. 6.4. Зависимость амплитуды выходного сигнала от частоты при различной ширине пучка ПМСВ: a - 0.2 см,  $\delta - 0.4$  см, s - 0.7 см, c - 1.2 см,  $\partial - 2.0$  см

В выбранной геометрии (рис. 6.1) полная ширина пучка ПМСВ равна длине излучающего преобразователя. Магнитные параметры задачи возьмем теми же самыми, что и в предыдущем случае. Полученные зависимости иллюстрируются рис. 6.4 и 6.5.

На рис. 6.4 показаны зависимости относительной амплитуды сигнала, проходящего через линию передачи  $A/A_0$ , от частоты сигнала при различной ширине пучка ПМСВ L. Значение угла  $\vartheta$  между преобразователями постоянно и равно 3°. Вертикальными пунктирными линиями на рисунке показаны границы спектра ПМСВ, определяемые формулами (6.35) и (6.36), для заданных магнитных параметров задачи равные 2740 МГц и 3675 МГц.

Из рисунка видно, что, подобно предыдущему случаю, все зависимости имеют сильно изрезанный многолепестковый характер, причем ширина лепестков по мере увеличения частоты уменьшается, а общее количество лепестков тем больше, чем больше ширина пучка L. Наблюдаемый здесь многолепестковый характер кривых также обусловлен интерференцией сигналов, приходящих на приемный преобразователь от различных участков излучающего, а увеличение количества лепестков и их сужение с увеличением ширины пучка L обусловлено возрастанием разности хода между крайними лучами общего волнового пучка, благодаря увеличению расстояния между соответственными концами излучающего и приемного преобразователей. Как и ранее, зависимость  $A/A_0$  от частоты отражает ход функции  $\sin x/x$  (формула (6.22)), причем вблизи нижней границы спектра ПМСВ А/А0 равно единице, а вблизи верхней — стремится к нулю. Остальные особенности кривых аналогичны предыдущему случаю, что становится понятным, если учесть, что в формулу (6.22) ширина пучка ПМСВ L входит таким же образом, что и tg  $\vartheta$ , т.е. обе системы кривых подобны



Рис. 6.5. Зависимость частотной ширины главного лепестка АЧХ от ширины пучка ПМСВ на различных уровнях от максимума: *1* – 0,2; *2* – 0,5; *3* – 0,8

с точностью до функции тангенса, которая растет быстрее значений своего аргумента, поэтому «сжатие» кривых в сторону низких частот на рис. 6.4 происходит менее резко, чем на рис. 6.2.

На рис. 6.5 показаны зависимости частоты спада главного лепестка от ширины пучка ПМСВ *L* на различных уровнях от максимума. Взаимное расположение кривых отражает плавный спад главного лепестка по мере увеличения частоты.

Из рисунка видно, что все кривые по мере увеличения ширины пучка спадают, причем при малых значениях L (менее 0,5 см) спад довольно резкий, а по мере увеличения L спад замедляется. Такое их поведение с точностью до функции тангенса полностью аналогично ходу кривых, показанных на рис. 6.3.

**6.4.3.** Зависимость амплитуды проходящего сигнала от взаимной ориентации преобразователей при фиксированной частоте сигнала. Рассмотрим теперь, что происходит с принимаемым сигналом фиксированной частоты при изменении взаимной ориентации преобразователей. Пусть длина излучающего преобразователя задана, а длина приемного такова, что он перекрывает всю ширину пучка ПМСВ. Магнитные параметры задачи остаются теми же, что и ранее. Полученные зависимости иллюстрируются рис. 6.6 и 6.7.

На рис. 6.6 показаны зависимости относительной амплитуды сигнала, проходящего через линию передачи  $A/A_0$ , от угла между преобразователями  $\vartheta$  на различных частотах. Ширина пучка ПМСВ постоянна и равна 0,5 см.

Из рисунка видно, что, подобно предыдущим случаям, все зависимости имеют сильно изрезанный многолепестковый характер, причем по мере увеличения угла  $\vartheta$  ширина лепестков уменьшается, а общее количество лепестков увеличивается. Наблюдаемые особенности кривых вызваны теми же причинами, что и в предыдущих случаях, т.е. зависимость  $A/A_0$  от угла  $\vartheta$  отражает ход функции  $\sin x/x$  (формула (6.22)). Некоторое различие обусловлено тем, что на рис. 6.2 и 6.4 приведены зависимости проходящего сигнала от частоты, входящей в формулу (6.22) неявно через волновое число k и закон дисперсии ПМСВ (6.26)–(6.27), а здесь (рис. 6.6) угол  $\vartheta$  входит в формулу (6.22) в явном виде под знаком тангенса.

Интересно отметить, что спад главного лепестка кривых происходит тем резче, чем выше частота ПМСВ. Более подробно эта особенность иллюстрируется рис. 6.7, где показаны зависимости половины (при  $\vartheta > 0$ ) угловой ширины главного лепестка от частоты на различных уровнях от максимума. Взаимное расположение кривых отражает сужение главного лепестка по мере увеличения частоты.

Из рисунка видно, что все кривые по мере увеличения частоты спадают, причем при частотах ниже 2900 МГц спад довольно резкий, а далее замедляется и ширина лепестка стремится к нулю. Такое поведение кривых обусловлено законом дисперсии ПМСВ, благодаря



Рис. 6.6. Зависимость амплитуды выходного сигнала от угла между преобразователями на различных частотах: a-2800 МГц,  $\delta-2900$  МГц, e-3000 МГц, c-3150 МГц,  $\partial-3400$  МГц



Рис. 6.7. Зависимость половины (при  $\vartheta > 0$ ) угловой ширины главного лепестка АЧХ от частоты на различных уровнях от максимума: 1 - 0.2; 2 - 0.5; 3 - 0.8

которому при приближении частоты к верхней границе спектра ПМСВ (3675 МГц) волновое число k, а с ним и набег фазы волны неограниченно возрастают и коэффициент при tg  $\vartheta$  в формуле (6.22) также стремится к бесконечности.

**6.4.4.** Зависимость фазы проходящего сигнала от частоты при изменении взаимной ориентации преобразователей. Рассмотрим теперь, как меняется фаза сигнала, проходящего через линию передачи на ПМСВ, при изменении ее геометрических параметров. Из формулы (6.23) легко видеть, что набег фазы  $\theta$  линейно зависит от ширины пучка ПМСВ L, а также от тангенса угла между преобразователями  $\vartheta$ . Значительно более сложной является зависимость фазы проходящего сигнала от его частоты, так как она определяется дисперсионным соотношением (6.26)–(6.27), дающим частотную зависимость волнового числа k. Эту зависимость можно получить в явном виде, для чего достаточно подставить (6.28) и (6.29) в (6.27), а затем (6.27) в (6.23). Результаты такой процедуры иллюстрируются рис. 6.8 и 6.9.

На рис. 6.8 показаны зависимости фазы выходного сигнала от частоты при различных значениях угла между преобразователями.

Кривые построены в предположении, что ширина пучка ПМСВ неизменна и равна 0,5 см, а приемный преобразователь перекрывает весь волновой пучок. Вертикальными пунктирными линиями показаны границы спектра ПМСВ, определяемые формулами (6.35) и (6.36), равные 2740 МГц и 3675 МГц.

Из рисунка видно, что все кривые имеют восходящий характер, тем более крутой, чем больше угол  $\vartheta$ , что отражает пропорциональность величины  $\theta$  тангенсу  $\vartheta$  (формула (6.23)). Нелинейный рост набега фазы от частоты обусловлен нелинейностью закона дисперсии ПМСВ,



Рис. 6.8. Зависимость фазы выходного сигнала от частоты при различных значениях угла  $\vartheta$  между преобразователями:  $1 - 10^{\circ}$ ,  $2 - 20^{\circ}$ ,  $3 - 30^{\circ}$ ,  $4 - 40^{\circ}$ ,  $1 - 50^{\circ}$ ,  $6 - 60^{\circ}$ ,  $7 - 70^{\circ}$ ,  $8 - 80^{\circ}$ 

благодаря которому при приближении частоты к верхней границе спектра волновое число стремится к бесконечности, обеспечивая такое же стремление к бесконечности для набега фазы.

На рис. 6.9 показаны зависимости набега фазы выходного сигнала от угла *θ* между преобразователями на различных частотах.

Из рисунка видно, что по мере увеличения угла  $\vartheta$  все кривые плавно нарастают в соответствии с формулой (6.23), где набег фазы  $\theta$ пропорционален tg  $\vartheta$ . Видно также, что чем выше частота, тем соответствующая кривая проходит выше. Такое их расположение отвечает



Рис. 6.9. Зависимость фазы выходного сигнала от угла между преобразователями на различных частотах: 1-2800 МГц, 2-3000 МГц, 3-3200 МГц, 4-3400 МГц, 5-3600 МГц

закону дисперсии ПМСВ, согласно которому волновое число, а с ним и набег фазы, при увеличении частоты увеличивается.

#### 6.5. Влияние набега фазы на АЧХ

В предыдущих разделах приведены примеры простейших АЧХ линий передачи на ПМСВ при условии, что приемный преобразователь расположен точно напротив излучающего, а длина его такова, что *z*-координаты концевых точек излучающего преобразователя, попарно совпадают с *z*-координатами концевых точек приемного преобразователя. То есть приемный преобразователь перехватывает всю ширину пучка ПМСВ, возбуждаемого излучающим преобразователем.

Рассмотрим теперь более реалистичный, но и более сложный случай — расположения приемного преобразователя со смещением по оси Oz относительно излучающего преобразователя. При этом длина приемного преобразователя может отличаться от длины излучающего преобразователя. Таким образом, приемный преобразователь перехватывает только ту часть полного пучка ПМСВ, исходящего от излучающего преобразователя, которая приходится на его длину между начальной и конечной точками.

**6.5.1.** Геометрия задачи при относительном взаимном смещении преобразователей. Общая геометрия задачи при произвольном взаимном смещении и относительной длине преобразователей иллюстрируется рис. 6.10.

На рисунке показана плоскость ферритовой пленки. Декартова система координат Oxyz выбрана таким образом, что плоскость Oyz совпадает с плоскостью. пленки, а ось Ox — ей перпендикулярна (направлена навстречу читателю). Ось Oz ориентирована вдоль направления постоянного поля **H**, лежащего в плоскости пленки.



Рис. 6.10. Взаимное расположение излучающего (*AB*) и приемного (*CD*) преобразователей при их взаимном смещении

Излучающий и приемный преобразователи представляют собой прямолинейные отрезки проводников. Концы излучающего преобразователя обозначены буквами A и B, приемного — буквами C и D. Начало декартовой системы координат Oxyz совпадает с верхним по рисунку концом излучающего преобразователя, т.е. с точкой B. Излучающий преобразователь AB отклонен от направления поля, т.е. оси Oz на угол  $\varphi$ . Приемный преобразователь CD параллелен оси Oz, его y-координата обозначена через  $y_S$ .

В такой геометрии волновой вектор излучаемой волны  $\mathbf{k}$ , перпендикулярный длине излучающего преобразователя AB, составляет с осью Oy тот же угол  $\varphi$ , что и излучающий преобразователь с осью Oz. Вектор групповой скорости s составляет с осью Oy угол  $\psi$ , определяемый законом дисперсии. Создаваемый излучающим преобразователем волновой пучок распространяется вдоль направления вектора  $\mathbf{s}$ , причем в ситуации, показанной на рисунке, нижний край этого пучка приходится на внутреннюю часть приемного преобразователя (выше точки C, но ниже точки D), а верхний — проходит мимо него (выше точки D). При изменении частоты направление распространения волнового пучка, определяемое углом  $\psi$ , меняется, так что область приемного преобразователя, перекрываемая волновым пучком, также меняется, что и приводит к формированию частотнозависимой AЧХ.

**6.5.2.** Формирование амплитудно-частотной характеристики. В разд. 5.3–5.5 приведены различные варианты формирования АЧХ в неоднородных полях — линейном, типа «долины» и типа «вала». Приведенные там АЧХ предполагают синфазность поступающих на приемный преобразователь парциальных волновых пучков, т.е. при нелинейном характере волнового фронта форма приемного преобразователя обязана повторять конфигурацию такого фронта. В случае несовпадения конфигураций на приемном преобразователе имеет место интерференция волновых пучков, приводящая к трансформации изначально заданной конфигурации АЧХ.

Рассмотрим такую трансформацию на примере линии передачи, выполненной на основе свободной ферритовой пленки с намагниченностью  $4\pi M_0 = 1750$  Гс и толщиной — 15 мкм, намагниченной однородным полем с напряженностью 437,5 Э.

Пусть излучающий преобразователь имеет длину 0,50 см и отклонен от оси Oz на угол 30°. Приемный преобразователь имеет длину 0,45 см и параллелен оси Oz. Расстояние между преобразователями по оси Oy составляет 1,00 см. Координаты концов излучающего преобразователя:  $y_A = 0,29$  см,  $z_A = -0,50$  см;  $y_B = 0,00$  см,  $z_B = 0,00$  см. Координаты концов приемного преобразователя:  $y_C = 1,00$  см,  $z_C = -1,13$  см;  $y_D = 1,00$  см,  $z_D = -0,68$  см.

Для формирования парциальных пучков излучающий преобразователь был разбит на 100 отрезков, длиной соответственно 0,005 см. Расчет амплитуды и набега фазы сигнала на приемном преобразователе производился по методике, приведенной в разд. 6.2 с помощью формул (6.18)–(6.19). Вследствие неполного перекрытия исходящим пучком длины приемного преобразователя, использование укороченных формул (6.15)–(6.16) было неприемлемым, поэтому расчет проводился путем непосредственного суммирования по исходным формулам (6.11)–(6.12), в которых учитывались только те парциальные пучки, которые попадали на приемный преобразователь, т. е. проходили между точками C и D на рис. 6.10.

Полученные результаты иллюстрируются рис. 6.11. На этом рисунке кривой 1 показана АЧХ без учета набега фазы, т.е. подобная получавшимися в разд. 5.3–5.5, а кривой 2 - АЧХ с учетом набега фазы, полученная по методике разд. 6.2. На рис. 6.11, a приведены обе АЧХ в линейном масштабе. На рис. 6.11, b -те же кривые в логарифмическом масштабе по вертикальной оси, позволяющем разглядеть детали более подробно.

Из рисунка видно, что во-первых, АЧХ с учетом фазы имеет сильно изрезанный характер, и во-вторых, что ее амплитуда, кроме



Рис. 6.11. Амплитудно-частотные характеристики линии передачи из двух взаимно смещенных преобразователей без учета (1) и с учетом (2) набега фазы. а — линейный масштаб, б — логарифмический масштаб

сравнительно небольшого начального участка, значительно (на порядок и более) меньше амплитуды сигнала без учета фазы.

Причина изрезанности АЧХ, очевидно, та же, что и изрезанность АЧХ, рассмотренных в разд. 6.4, и по внешнему виду отражает ту же функцию вида  $\sin x/x$ . Небольшой выброс вблизи 3200 МГц является случайным и при изменении параметров задачи не повторяется. Наблюдаемое значительное уменьшение амплитуды АЧХ является результатом интерференции большого количества парциальных пучков, приходящих на приемный преобразователь в различных фазах.

Весьма характерным является резкий выброс амплитуды на начальной частоте спектра ПМСВ, т.е. вблизи частоты 2740 МГц. При этом нормированная амплитуда в обоих случаях, как без учета фазы, так и при нем, весьма близко стремится к единице.

Такой выброс обусловлен тем, что в этой области длина ПМСВ довольно велика и может составлять несколько сантиметров, т.е. становится сравнимой или даже превышающей расстояние между преобразователями, так что в этом случае набеги фазы для различных парциальных пучков друг от друга отличаются мало и заметной интерференции не происходит.

**6.5.3.** Формирование фазо-частотной характеристики. Рассмотрим теперь набег фазы ПМСВ, соответствующих различным частотам в пределах полной АЧХ, для чего обратимся к рис. 6.12, где показана фазо-частотная характеристика при тех же параметрах задачи, что и АЧХ на рис. 6.10.

Из рис. 6.12, *а* можно видеть, что ФЧХ представляет собой частопериодическую пилообразную кривую, верхние и нижние концы зубцов которой приходятся на  $\pm \pi/2$  ( $\pm 1,57$ ), что соответствует непрерывному набегу фазы, складывающегося из последовательно следующих отрезков по  $2\pi$ . По мере увеличения частоты крутизна зубцов пилы возрастает, то есть набег фазы становится тем большим, чем частота выше. В более крупном масштабе по частоте структура зубцов показана на рис. 6.12, *б* и 6.12, *в*, соответствующих низкочастотному концу ФЧХ (рис. 6.12, *б*) и высокочастотному ее концу (рис. 6.12, *в*). Видно, что период зубцов с повышением частоты уменьшается, т.е. набег фазы по мере увеличения частоты также увеличивается. Такое поведение набега фазы соответствует наблюдаемому на рис. 6.8 (разд. 6.4.4) ускорению роста приведенных там кривых по мере увеличения частоты и объясняется теми же причинами.

**6.5.4.** Влияние длины преобразователей на структуру АЧХ. Рассмотрим теперь, в какой мере на формировании АЧХ сказывается изменение длины преобразователей. В принятой геометрии (рис. 6.10) такое изменение длины приводит к изменению количества и условий интерференции парциальных пучков, попадающих на приемный преобразователь, что сказывается на формировании АЧХ.



Рис. 6.12. Фазо-частотные характеристики линии передачи из двух преобразователей. Все параметры — те же, что на рис. 6.11. а — ФЧХ в полном диапазоне частот пропускания фильтра; б, в – фрагменты ФЧХ в низкочастотной (б) и высокочастотной (г) областях полного диапазона частот пропускания

В дальнейшем рассмотрении ограничимся случаем уменьшения длины преобразователей, так как увеличение в пределе должно привести к полному перекрытия приемным преобразователем волнового пучка, исходящего из излучающего преобразователя, что уже рассмотрено в разд. 6.2-6.4.

Обратимся к рис. 6.13, где показаны АЧХ без учета (кривые 1) и с учетом (кривые 2) набега фазы при уменьшении длины излучающего (a, b) и приемного (b, c) преобразователей в линейном (a, b)и логарифмическом (б, г) масштабе. Для удобства сравнения уменьшение длины в обоих случаях производится в близком соотношении: для излучающего преобразователя в 4 раза, для приемного — в 3,75 раз.

Из рис. 6.13 можно видеть, что в обоих случаях при уменьшении длины как излучающего, так и приемного преобразователей ширина



Рис. 6.13. Трансформация AYX при изменении длины излучающего (a, b)и приемного (в, г) преобразователей. 1 — АЧХ без учета набега фазы, 2 - c учетом набега фазы. a, b - vменьшение длины излучающего преобразователя, его длина 0,125 см (исходная — 0,50 см), сохраняется *z*-координата верхнего конца ( $z_B = 0.00$  см); в, z - уменьшение длины приемного преобразователя, его длина — 0,12 см (исходная — 0,45 см), сохраняется *z*-координата верхнего конца ( $z_D = -0.68$  см). Все остальные параметры совпадают с принятыми на рис. 6.11. а, в — линейный масштаб; б, г — логарифмический масштаб

АЧХ уменьшается. Так при исходной длине преобразователей АЧХ расположена между 2740 и 3260 МГц, т. е. ее ширина по минимальному уровню составляет 520 МГц. При малой длине излучающего преобразователя АЧХ границы АЧХ составляют 2895 МГц и 3260 МГц, т.е. ширина равняется 365 МГц. При малой длине приемного преобразователя АЧХ заключена между 2740 и 3105 МГц, т.е. ее ширина составляет те же 365 МГц. Таким образом, в обоих случаях происходит сужение АЧХ в 1,42 раза. При уменьшении длины излучающего преобразователя АЧХ сужается с низкочастотного конца, при уменьшении длины приемного преобразователя АЧХ сужается с высокочастотного конца.

В обоих случаях сохраняется достаточно интенсивный пик на частоте начала спектра ПМСВ – 2740 МГц, аналогичный подобному на рис. 6.11. Надо полагать, что природа такого пика — та же, что

на рис. 6.11 и обусловлена значительной длиной ПМСВ вблизи этой частоты.

При малой длине излучающего преобразователя (рис. 6.13) между пиком начала спектра ПМСВ на частоте 2740 МГц вплоть до частоты 2895 МГц (т. е. на протяжении 155 МГц) на АЧХ наблюдается широкий провал. Такой провал на АЧХ в этом случае обусловлен тем, что в этом интервале угол  $\psi$  настолько мал, что волновой пучок, исходящий из излучающего преобразователя, весь целиком проходит выше верхнего конца приемного преобразователя (выше точки D).

Характерным свойством АЧХ с учетом фазы (кривые 2) при уменьшении длины того или иного преобразователя является уменьшение изрезанности соответствующей характеристики, так что ширина каждого пика между соседними минимумами увеличивается в несколько (3–5) раз. Такое расширение пиков в общем случае обусловлено свойствами функции типа  $\sin x/x$ , где, согласно (6.22) (разд. 6.2) в качестве x фигурирует величина  $k L \operatorname{tg} \vartheta/2$ , где L — ширина волнового пучка. При уменьшении длины того или иного преобразователя ширина попадающего на приемный преобразователь пучка уменьшается, так что интервал между первыми минимумами функции  $\sin x/x$  увеличивается. Так при уменьшении x в 4 раза упомянутый интервал увеличивается также приблизительно в 4 раза (первые минимума с ±4,5 переходят на ±17,5). Такое увеличение интервалов между минимумами происходит по всей ширине АЧХ, что и проявляется как уменьшение ее изрезанности.

# 6.6. Деформация волнового фронта поверхностных магнитостатических волн в ферритовых пленках, намагниченных линейно неоднородным полем

В разд. 6.2-6.5 было показано, что АЧХ линий передачи в зависимости от частоты, волнового числа и ширины пучка магнитостатических волн, а также взаимной ориентации преобразователей имеют многолепестковый характер, обусловленный интерференцией между ПМСВ, приходящими на различные участки приемного преобразователя. В то же время, для ряда применений желательно иметь АЧХ, имеющую всего один лепесток, т.е. явления интерференции желательно исключить. Для однородного поля подмагничивания эта задача разрешается использованием двух прямолинейных преобразователей, расположенных параллельно друг другу. Ситуация значительно усложняется в случае неоднородного поля. При этом, очевидно, для исключения интерференции проводник приемного преобразователя должен располагаться в тех местах, куда ПМСВ приходят с одинаковым набегом фаз, т.е. по линиям постоянной фазы волны. Если при этом излучающий преобразователь выбран прямолинейным, то приемный преобразователь может быть изогнут довольно сложным образом, определяемым неоднородной конфигурацией подмагничивающего поля. Для выяснения формы приемного преобразователя необходимо исследовать структуру линий постоянной фазы ПМСВ, испускаемых излучающим преобразователем. Дальнейшие разделы посвящены рассмотрению этого вопроса для случая линейно неоднородного поля постоянного направления.

6.6. Деформация волнового фронта

В данном рассмотрении использованы материалы работ [282, 397, 582, 585, 615-617, 627, 632, 633].

**6.6.1. Общая геометрия задачи.** Пусть общая геометрия задачи имеет вид, представленный на рис. 6.14. Прямоугольной рамкой с краевой штриховкой показана плоскость ферритовой пленки, на которой расположены преобразователи: AB — излучающий, CD — приемный. В выбранной системе координат Oxyz плоскость Oyz совпадает с плоскостью пленки, ось Ox ей перпендикулярна и на чертеже направлена к читателю. Пусть подмагничивающее поле  $\mathbf{H}_0$  направлено вдоль оси Oz.

Рассмотрим далее «продольно неоднородное» поле, направление которого вдоль оси Oz не меняется, а напряженность зависит от координаты z линейно:

$$H_z(z) = 4\pi M_0(a_0 + a_1 z). \tag{6.37}$$

Задание фиксированного значения частоты определяет интервал полей, в котором могут существовать ПМСВ. В неоднородном поле этот интервал дает пространственную конфигурацию областей, в которых возможно распространение ПМСВ. Для ферритовой пленки со свобод-



Рис. 6.14. Общая геометрия задачи
ной поверхностью полевые границы существования ПМСВ имеют вид:

$$H_1 = \frac{\omega}{\gamma} - 2\pi M_0. \tag{6.38}$$

$$H_2 = \sqrt{\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 + (2\pi M_0)^2} - 2\pi M_0.$$
 (6.39)

Для продольно неоднородного линейного поля с  $a_1 > 0$  находим, что ПМСВ могут распространяться в пределах полосы, границы которой параллельны оси Oy и пересекают ось Oz в точках:

$$z_1 = \frac{\frac{\omega}{\gamma} - (2\pi M_0 + 4\pi M_0 \cdot a_0)}{4\pi M_0 \cdot a_1};$$
(6.40)

$$z_{2} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^{2} + \left(2\pi M_{0}\right)^{2}} - \left(2\pi M_{0} + 4\pi M_{0} \cdot a_{0}\right)}{4\pi M_{0} \cdot a_{1}}.$$
 (6.41)

Из (6.38)–(6.41) видно, что  $H_1 < H_2$  и  $z_1 < z_2$ . Приведенные выражения никаких ограничений на величину  $H_0$  не накладывают, однако очевидно, что  $H_0$  должно превышать поле насыщения пленки  $H_S$ .

Предположим, что вся ограниченная рамкой на рис. 6.14 часть плоскости пленки лежит в пределах между  $z_1$  и  $z_2$ , и рассмотрим работу изображенной линии передачи. Согласно методу парциальных волновых пучков [615, 616], разобьем излучающий преобразователь AB на отрезки точками 1–5 и построим исходящие из этих точек траектории ПМСВ, показанные тонкими сплошными линиями 1-1'-5-5', где точки 1'-5' соответствуют концам траекторий, приходящих на приемный преобразователь. На рисунке точки излучающего и приемного преобразователей, лежащие на одной и той же траектории ПМСВ, показаны большими круглыми точками. Утолщенными сплошными линиями EF, GH и LM, пересекающими траектории ПМСВ 1-1'-5-5', показаны линии на которых ПМСВ, распространяющиеся по любой из траекторий, имеют один и тот же набег фазы. Будем называть далее такие линии «линиями постоянной фазы» волны.

Из рисунка видно, что ПМСВ, исходящие из различных точек прямолинейного излучающего преобразователя, благодаря неоднородности подмагничивающего поля, криволинейны и линии постоянной фазы — также криволинейны. Можно сказать, что линия постоянной фазы представляет собой фронт волны в фиксированный момент времени. Излучающий преобразователь, будучи прямолинейным, создает плоский волновой фронт. При распространении ПМСВ в неоднородном поле этот фронт искривляется. Это означает, что, если приемный преобразователь, как и излучающий, также прямолинеен, то ПМСВ, исходящие из различных участков излучающего преобразователя, приходят на приемный в разной фазе.

Действительно, пусть проводник приемного преобразователя расположен на прямой линии СЛ, проходящей через точки 1" и 2", совпадающие с точками 1' и 2'. При этом все ПМСВ, выходящие из участка 1-2 излучающего преобразователя попадают на участок 1"-2" приемного преобразователя в одинаковой фазе, а ПМСВ, выходящие из участков 2-3, 3-4 и 4-5, попадающие на участки 2"-3", 3"-4" и 4"-5", запаздывают по фазе тем сильнее, чем выше номер участка. На участок 5<sup>"</sup>-6" приемного преобразователя ПМСВ вообще не приходят. Вследствие различия фаз сигналов на разных участках приемного преобразователя суммарный сигнал, снимаемый с приемного преобразователя в целом искажается. Для неискаженного приема все волны, выходящие из любых участков излучающего преобразователя, должны приходить на приемный преобразователь в одинаковой фазе, для чего приемный преобразователь должен быть изогнут по форме линии постоянной фазы волны, как это и сделано для преобразователя, обозначенного буквами СД.

**6.6.2.** Различные случаи ориентации излучающего преобразователя. Теперь, когда общие положения задачи на качественном уровне выяснены, рассмотрим количественные решения для ряда частных случаев, а именно, покажем, что происходит с линиями постоянной фазы при изменении ориентации излучающего преобразователя, частоты сигнала и градиента подмагничивающего поля.

**6.6.2.1.** Ориентация, соответствующая  $\varphi = 30^{\circ}$ . Общий характер линий постоянной фазы при различных ориентациях излучающего преобразователя иллюстрируется рис. 6.15–6.17. Здесь и везде далее намагниченность ферритовой пленки  $4\pi M_0 = 1750$  Гс, ее толщина d = 15 мкм.

На рис. 6.15, а показаны траектории ПМСВ (мелкий пунктир) и линии постоянной фазы волны (сплошные утолщенные) при  $\varphi = 30^{\circ}$ , параметрах поля  $a_0 = 1/4$ ;  $a_1 = 1/8$  см<sup>-1</sup> (т.е.  $H_z = 4\pi M_0 (1/4 + z/8))$ , для частоты f = 3000 МГц. При указанных параметрах поля ПМСВ могут распространяться в полосе от  $z_1 = -1,1020$  см до  $z_2 = 0,3238$  см. Начальная точка преобразователя А расположена вблизи верхнего края этой полосы и соответствует y = 0.00 см, z = 0.29 см. Длина преобразователя выбрана равной 1 см. При этом конечная точка преобразователя В соответствует y = 0.5 см, z = -0.71 см. При расчете отдельные траектории были построены из точек излучающего преобразователя, отстоящих друг от друга с шагом по координате y равным 0.01 см, по координате z = 0.017321 см, при этом шаг по длине преобразователя равнялся 0,02 см. На длине излучающего преобразователя (1 см) укладывалось 50 шагов. На рисунке из рассчитанных траекторий показана каждая пятая. При этом представлены лишь те части траекторий, которые соответствуют набегу фазы не более 160 рад, оставшиеся части траекторий не показаны. Линии постоянной фазы волны построены в интервале от 20 до 160 рад с шагом в 20 рад. Цифры на кривых



Рис. 6.15. Траектории ПМСВ и зависимости волнового числа от координаты y, а также линии постоянной фазы при  $\varphi = 30^{\circ}$ . a — траектории (мелкий пунктир), линии постоянной фазы (сплошные линии);  $\delta$  — волновое число (мелкий пунктир), линии постоянной фазы (сплошные линии). Цифры на кривых соответствуют набегу фазы: I — 20 рад; 2 — 40 рад; 3 — 60 рад; 4 — 80 рад; 5 — 100 рад; 6 — 120 рад; 7 — 140 рад; 8 — 160 рад; 9 — 5 рад; 10 — 10 рад

соответствуют набегу фазы. Для сгущения сетки на том же рисунке пунктиром (с удлиненными штрихами) показаны линии постоянной фазы для набега в 5 и 10 рад — кривые 9 и 10 соответственно.

Из рис. 6.15, *а* видно, что область, в которой распространяются ПМСВ с набегом фазы, не превышающим определенного заданного значения, имеет форму криволинейного треугольника, обращенного вершиной вниз. При этом одна из сторон этого треугольника прямолинейна и совпадает с верхней границей области существования ПМСВ, другая — также прямолинейна и совпадает с линией проводника излучающего преобразователя, а третья — в верхней части, составляющей до 80–90 % общей длины, почти (с точностью до единиц процентов) прямолинейна, а в нижней (не более 20–40 % длины) отклоняется в сторону при набеге фазы менее 60–100 рад — от излучающего преобразователя, а при набеге фазы более 100 рад — к нему.

В работах [397, 582, 585] было показано, что в описанной геометрии все траектории должны иметь V-образный характер и заканчиваться на верхней границе области существования ПМСВ (6.40) при Oz = 0,3238 см. Из рис. 6.15, а видно, что именно такой характер имеют первые четыре траектории, начинающиеся на верхнем участке излучающего преобразователя, обозначенного буквами AP, однако на этих траекториях набег фазы всегда меньше 160 рад. Траектория PQявляется первой, на которой набег фазы в 160 рад достигается на верхней границе области существования ПМСВ. Все траектории, начинающиеся на излучающем преобразователе ниже точки P, набирают фазу, равную 160 рад, не доходя до указанной верхней границы — на кривой, обозначенной цифрой 8.

Все линии постоянной фазы в верхней части имеют практически прямолинейный участок (для линии 8 — от точки Q до точки S), длина которого увеличивается по мере роста набега фазы. Наклон этого участка положительный, угол между линиями постоянной фазы и осью Oz несколько меньше угла  $\varphi$  излучающего преобразователя, составляет около 25° и от величины набега фазы практически не зависит. Ниже прямолинейного участка линии постоянной фазы изгибаются сначала в сторону излучающего преобразователя, а затем от него, в результате чего их наклон сначала, будучи положительным, слегка увеличивается (до 30°–40°), а затем уменьшается, для линий с набегом фазы менее 100 рад сменяясь отрицательным.

Из рис. 6.15, *а* видно, что по мере увеличения набега фазы линии постоянной фазы, построенные с одинаковым шагом по фазе, постепенно сгущаются: так расстояние между прямолинейными участками линий *1* и *2* составляет около 0,15 см, а между линиями 7 и *8* — менее 0,05 см.

Приведенные особенности линий постоянной фазы можно объяснить путем рассмотрения изменения волнового числа при распространении ПМСВ в неоднородном поле, иллюстрируемого рис. 6.15, *б*.

На рис. 6.15, б сплошные линии соответствуют линиям постоянной фазы волны на плоскости y - k, мелкий пунктир — зависимости волнового числа от координаты y на траекториях ПМСВ. Все кривые построены при тех же параметрах задачи, что использовались при построении кривых на рис. 6.15, *а*. Точки *A*, *B*, *P*, *Q*, *R*, *S* соответствуют точкам, обозначенным теми же буквами на рис. 6.15, *а*. Цифры на кривых также соответствуют цифрам, приведенным на рис. 6.15, *а*.

Из рис. 6.15, бвидно, что преобразователь АВ, будучи прямым на рис. 6.15, a, трансформируется в изогнутую линию AB на рис. 6.15, b. Такую трансформацию легко понять, если учесть закон дисперсии ПМСВ, согласно которому при неизменной частоте большим полям соответствуют меньшие волновые числа и наоборот, причем, чем ближе поле к нижней полевой границе области существования ПМСВ, тем волновое число меняется сильнее. В рассматриваемом случае границы области существования ПМСВ по полю равны  $H_1 = 196,4286$  Э, y = 508,3236 Э, что соответствует границам по координате  $z_1 = -1,1020$  см, y = 0,3238 см. При этом точка A, для которой z = 0.29 см расположена вблизи верхней границы по координате и по полю, а точка *B*, для которой z = -0,71 см — приближается к нижней границе. Поэтому волновое число k в точке A близко к нулю, а в точке  $\dot{B}$  составляет более 1600 см<sup>-1</sup>. Нелинейный рост волнового числа kпри линейном изменении у по кривой АВ на рис. 6.15, б отражает нелинейный характер дисперсии ПМСВ.

Далее, последовательное расположение траекторий сверху вниз на рис. 6.15, а соответствует последовательному расположению кривых

k(y) (пунктир) на рис. 6.15, б снизу вверх. Такой обратный ход обусловлен уменьшением поля на рис. 6.15, а сверху вниз и связанным с этим увеличением волнового числа в соответствии с законом дисперсии ПМСВ, что и дает повышение кривых k(y) на рис. 6.15, б. Сужение кверху области, заключенной между кривой АВ и линией постоянной фазы 8 на рис. 6.15, б, отражает сужение вниз аналогичной области на рис. 6.15, а. Заметим, что это сужение отражает требование сохранения постоянства интегрального набега фазы, определяемого через произведение волнового числа на координату по траектории ПМСВ, т.е. увеличение волнового числа вследствие уменьшения поля приводит к укорочению траектории в этом поле. Сгущение линий постоянной фазы по мере увеличения координаты у на обоих рисунках 2 и 3 происходит из-за того, что в образовании этих линий с большим набегом фазы (с увеличением номера кривых) участвуют траектории, расположенные в области меньших полей (ниже по рис. 6.15, *a*), т.е. там, где волновые числа больше и заданный набег фазы достигается скорее.

Таким образом, зависимости для волнового числа, приведенные на рис. 6.15, *б*, с учетом дисперсионного соотношения для ПМСВ, позволяют объяснить все особенности кривых на рис. 6.15, *a*.

**6.6.2.2.** Другие ориентации. Рассмотрим теперь другие ориентации прямолинейного излучающего преобразователя. Пусть  $\varphi = 0^{\circ}$ , т.е. проводник преобразователя вытянут вдоль оси Oz. При этом все остальные параметры линии передачи оставим прежними. Этот случай иллюстрируется рис. 6.16, на котором (*a*) представлены траектории (пунктир) и линии постоянной фазы (сплошные), а также (*б*) зависимости волнового числа  $\varphi = 0^{\circ}$  от координаты y (пунктир), и линии постоянной мазы в y - k координатах. Все буквы и цифры на кривых полностью аналогичны приведенным на рис. 6.15. Шаг по фазе для кривых 1-8 тот же 20 рад, т.е. кривая 8 соответствует набегу фазы в 160 рад. Здесь, однако, длина излучающего преобразователя AB продолжена на всю ширину области существования ПМСВ, чего нельзя было сделать для рис. 6.15 из-за сужения спектра ПМСВ при угле  $\varphi$  отличном от нуля.

В целом рис. 6.16, a и 6.16, b во многом аналогичны рис. 6.15, a и 6.15, b, поэтому не будем повторяться и остановимся только на заметных отличиях.

Так, на рис. 6.16, *а* область распространения ПМСВ с набегом фазы, не превышающим 160 рад, представляет собой криволинейный треугольник с прямым углом при вершине A, тогда как на рис. 6.15, *а* аналогичный угол — острый. Это обстоятельство вызвано только ориентацией излучающего преобразователя, выстроенного вдоль оси Oz. Далее все траектории здесь отходят от излучающего преобразователя под прямым углом параллельно оси Oy, после чего поворачивают вверх — в сторону увеличения поля вдоль оси Oz. Такое их пове-



Рис. 6.16. Траектории ПМСВ и зависимости волнового числа от координаты y, а также линии постоянной фазы при  $\varphi = 0^{\circ}$ . a — траектории (мелкий пунктир), линии постоянной фазы (сплошные линии);  $\delta$  — волновое число (мелкий пунктир), линии постоянной фазы (сплошные линии). Цифры на кривых соответствуют тому же набегу фазы, что на рис. 6.15

дение тоже известно и отмечалось ранее в работах [397, 582, 585]. Аналогично рис. 6.15, а здесь имеется критическая траектория PQ, обладающая теми же свойствами: на всех траекториях выше нее набег фазы составляет менее 160 рад, на всех траекториях ниже — более 160 рад. Заметим, что здесь, в отличие от рис. 6.15, а линии постоянной фазы 1-8 прямее аналогичных линий на рис. 6.15, а, однако явно выраженный прямолинейный участок, подобный отрезку QS на рис. 6.15, а, отсутствует и вся линия BQ искривлена приблизительно в одинаковой степени.

На рис. 6.16,  $\delta$  область между излучающим преобразователем AB и линией постоянной фазы  $\delta$  ограничена слева вертикальной прямой линией, что обусловлено тем, что здесь все траектории начинаются на оси Oz. В остальном поведение кривых на этом рисунке аналогично кривым на рис. 6.15,  $\delta$ .

Рассмотрим теперь ориентацию прямолинейного излучающего преобразователя, соответствующую  $\varphi = -30^{\circ}$ , при сохранении всех остальных параметров задачи прежними. Этот случай иллюстрируется рис. 6.17.

Все обозначения полностью аналогичны приведенным на предыдущих рисунках. Здесь длина излучающего преобразователя AB, как и на рис. 6.15, a, ограничена пределами спектра ПМСВ, соответствующими  $\varphi = -30^{\circ}$ .

Из рис. 6.17, *а* видно, что область распространения ПМСВ с набегом фазы, не превышающим 160 рад, представляет собой криволинейный треугольник с тупым углом при вершине *A*, что отвечает



Рис. 6.17. Траектории ПМСВ и зависимости волнового числа от координаты у, а также линии постоянной фазы при  $\varphi = -30^{\circ}$ . *а* — траектории (мелкий пунктир), линии постоянной фазы (сплошные линии); б — волновое число (мелкий пунктир), линии постоянной фазы (сплошные линии). Цифры на кривых соответствуют тому же набегу фазы, что на рис. 6.15 и 6.16

соответствующей ориентации излучающего преобразователя. Далее все траектории здесь отходят от излучающего преобразователя под острым углом вверх и сразу стремятся к верхней границе области существования ПМСВ, на которой лежит граница области распространения ПМСВ AQ. Такое поведение траекторий также отмечалось в работах [397, 582, 585]. Следствием столь быстрого стремления траекторий к линии AQ является резкое сужение области распространения ПМСВ по сравнению с подобными областями на рис. 6.15, a и 6.16, a. Аналогично рис. 6.15, a и 6.16, a здесь имеется критическая траектория PQ, обладающая теми же свойствами раздела траекторий на две группы по величине набега фазы. Как и на рис. 6.16, a здесь линии постоянной фазы 1-8 прямее аналогичных линий на рис. 6.15, a, однако явно выраженный прямолинейный участок, подобный отрезку QS на рис. 6.15, a, также отсутствует.

На рис. 6.17, б область между излучающим преобразователем AB и линией постоянной фазы 8 ограничена слева кривой линией, изогнутой в ту же сторону, что и линии постоянной фазы 1-8. Такой ее ход обусловлен расположением точки B излучающего преобразователя, соответствующей меньшему полю и большему волновому числу, левее по координате y, чем точка A, соответствующая большему полю и меньшему волновому числу. В остальном поведение кривых на рис. 6.17, a подобно аналогичным кривым на рис. 6.15, 6 и 6.16, 6.

#### 6.7. Общий характер трансформации области распространения ПМСВ при изменении различных параметров структуры

Обобщая приведенные результаты, можно заключить, что общая конфигурация области распространения ПМСВ с набегом фазы, не превышающим заданного значения, представляет собой криволинейный треугольник с вершиной, обращенной вниз. Рассмотрим трансформацию областей распространения ПМСВ при изменении различных параметров более подробно.

**6.7.1. Изменение ориентации излучающего преобразователя.** При изменении ориентации излучающего преобразователя верхний край области распространения ПМСВ с набегом фазы, не превышающим заданного значения, остается на месте и соответствует верхней границе области существования ПМСВ, ее левый край следует за излучающим преобразователем, а правый соединяет нижний конец излучающего преобразователя с точкой окончания критической траектории на верхней границе области.

Общая конфигурация области распространения ПМСВ с набегом фазы, не превышающим заданного значения, на плоскости y - k представляет собой криволинейный треугольник с вершиной, обращенной вверх. При изменении ориентации излучающего преобразователя левый край указанной области определяется линией, соответствующей излучающему преобразователю и следует за ней, а правый определяется линией, соответствующей заданному набегу фазы, нижний же край всегда располагается в области небольших значений волнового числа (не более 300 см<sup>-1</sup>) и, слегка возрастая по координате y, в целом меняется мало.

**6.7.2. Изменение частоты.** Рассмотрим теперь, что происходит с линиями постоянной фазы при изменении частоты распространяющихся ПМСВ. Указанное изменение иллюстрируется рис. 6.18.

На рис. 6.18, *а* показаны границы области распространения ПМСВ с набегом фазы равным 160 рад для различных частот. Излучающий преобразователь ориентирован вдоль оси Oz, т.е.  $\varphi = 0^{\circ}$ , параметры поля следующие:  $a_0 = 1/4$ ;  $a_1 = 1/8$  см<sup>-1</sup> (т.е.  $H_z = 4\pi M_0 (1/4 + z/8)$ ).

Из рис. 6.18, a видно, что все области имеют форму обращенного одной из вершин вниз прямоугольного треугольника подробно разобранную при рассмотрении рис. 6.16, a. При увеличении частоты области смещаются вверх вдоль оси Oz почти не меняясь, что отражает в данном диапазоне частот близкий к линейному характер зависимости резонансного поля от частоты. Действительно, в соответствии с линейным законом, поле по координате z линейно увеличивается, что приводит к аналогичному росту резонансной частоты и подъему области распространения ПМСВ вдоль той же координаты. В рас-



Рис. 6.18. Границы по координате (*a*) и по волновому числу (*б*) областей распространения ПМСВ с набегом фазы равным 160 рад для различных частот: *1* — 2800 МГц, *2* — 3000 МГц, *3* — 3200 МГц, *4* — 3400 МГц, *5* — 3600 МГц

сматриваемом диапазоне частот 2800–3600 МГц при намагниченности  $4\pi M_0 = 1750$  Гс зависимость частоты от поля в соответствии с формулами (7) и (8), при  $\omega/\gamma \gg H$  приближается к линейному виду типа  $\omega \sim \gamma H$ . Некоторое укорочение области вдоль оси Oy (от 0,75 см при 2800 МГц до 0,60 см при 3600 МГц) отражает небольшое отклонение от линейности зависимости частоты ПМСВ от поля, описываемое формулой (8).

На рис. 6.18, б показаны границы по волновому числу для различных частот тех же условиях. Из рисунка видно, что границы области по волновому числу почти не меняются, что отражает сохранение подобия дисперсионной кривой ПМСВ, описываемой формулой (1) при изменении частоты или поля. Некоторое укорочение этой области по координате y при увеличении частоты обусловлено теми же причинами, что аналогичное изменение подобной области на рис. 6.18, a.

**6.7.3. Изменение градиента поля.** Рассмотрим теперь, что происходит с линиями постоянной фазы при изменении градиента подмагничивающего поля. Указанное изменение иллюстрируется рис. 6.19.

На рис. 6.19, *а* показаны границы области распространения ПМСВ с набегом фазы равным 160 рад для различных градиентов поля. Излучающий преобразователь ориентирован вдоль оси Oz, т. е.  $\varphi = 0^{\circ}$ , частота f = 3000 МГц. Параметры поля следующие:  $a_0 = 1/4$ ;  $a_1 -$ меняется (т. е.  $H_z = 4\pi M_0 (1/4 + a_1 \cdot z)$ ).

Из рис. 6.19, *а* видно, что все области 3–5 имеют форму обращенного одной из вершин вниз прямоугольного треугольника подробно разобранную при рассмотрении рис. 6.16, *а*. Увеличение этих областей по оси *Oz* при уменьшении градиента поля отражает расширение области



Рис. 6.19. Границы по координате (*a*) и по волновому числу (*б*) областей распространения ПМСВ с набегом фазы равным 160 рад для различных градиентов поля  $a_1$ :  $I - 1/2 \text{ см}^{-1}$ ;  $2 - 1/4 \text{ см}^{-1}$ ;  $3 - 1/8 \text{ см}^{-1}$ ;  $4 - 1/16 \text{ см}^{-1}$ ;  $5 - 1/32 \text{ см}^{-1}$ 

существования ПМСВ, описываемое формулами (6.40) и (6.41). Удлинение их по оси Oy при тех же условиях отражает более медленный набор необходимого набега фазы (160 рад) при меньших градиентах поля, так как при уменьшении градиента поля волна проходит все более значительную часть траектории при поле, близком к начальному и сравнительно нескоро попадает в область малых полей, где набег фазы наибольший. Области 1 и 2 вырождены в прямую линию, параллельную оси Oy, так как при столь больших градиентах на заданной частоте (3000 МГц) набег фазы в 160 рад не достигается (волна настолько сильно стремится в сторону большего поля, что не успевает набрать достаточную фазу).

На рис. 6.19, б показаны границы по волновому числу тех же областей распространения ПМСВ для различных градиентов поля, тех же, что на рис. 6.19, а. Из этого рисунка видно, что ход кривых в основном аналогичен подробно рассмотренному при обсуждении рис. 6.16, б. Возрастающие по y участки кривых соответствуют горизонтальным границам областей на рис. 6.19, a, где заданный набег фазы (160 рад) не достигается. Спадающие по y участки кривых 3-5 аналогичны приведенным на рис. 6.16,  $\delta$  и их характер обусловлен теми же причинами. Такие участки для кривых 1 и 2 отсутствуют, так как на них набег фазы недостаточен. Различная протяженность кривых вдоль оси Oy соответствует такой же протяженности вдоль этой оси областей распространения ПМСВ, приведенных на рис. 6.19, a.

### 6.8. Рекомендации для оптимизации параметров линии передачи на ПМСВ

Полученные результаты позволяют выработать определенные рекомендации для оптимизации параметров линии передачи на ПМСВ с заданным набегом фазы, работающей в условиях неоднородного подмагничивания. Рассмотрим возможности оптимизации указанных параметров на примере кривых, приведенных на рис. 6.15.

Предположим, что мы хотим иметь приемный преобразователь в виде прямолинейного проводника при набеге фазы равном 160 рад. В этом случае на линии постоянной фазы, соответствующей указанному набегу (на рисунке это кривая 8) надо выбрать прямолинейный участок максимальной длины. Заметим, что требование максимальности длины участка обусловлено желательностью сведения к минимуму эффектов дисперсионного расщепления волнового пучка [282, 314-318]. Участком кривой 8, удовлетворяющим указанным требованиям, является отрезок, заключенный между точками Q и S. Из рисунка видно, что на него попадают только те траектории, которые выходят из излучающего преобразователя на отрезке между точками Р и R, Можно сказать, что траектории PQ и RS являются как бы критическими: только те траектории, которые заключены между этими двумя, попадают с излучающего преобразователя на приемный с заданным набегом фазы. Все траектории, выше PQ уходят на верхнюю границу области существования ПМСВ, где и заканчиваются. Все траектории ниже RS проходят мимо прямолинейного участка приемного преобразователя и в формировании выходного сигнала линии передачи не участвуют. Таким образом, участки АР и RB излучающего преобразователя могут быть удалены без ущерба для параметров устройства.

Если по условию форма приемного преобразователя может отличаться от прямолинейной, то ее целесообразно выбирать по линии постоянной фазы. При этом из двух критических траекторий остается лишь одна PQ, т.е. излучающий преобразователь нет смысла продолжать выше точки P и полная его длина должна составлять лишь отрезок PB. Приемный преобразователь должен продолжаться от точки Q до нижней вершины криволинейного треугольника.

Аналогичные рекомендации можно дать по всем другим рассмотренным выше вариантам линии передачи на ПМСВ.

#### Выводы по главе 6

Основные вопросы, рассмотренные в настоящей главе, сводятся к следующему.

1. Рассмотрена роль набега фазы волны в формировании выходного сигнала линии передачи на ПМСВ, распространяющихся в однородной магнитной среде без затухания при условии малости длины волны

по сравнению с размерами преобразователей и расстоянием между ними. Методом парциальных волновых пучков рассчитан полный сигнал на приемном преобразователе при различных геометрических параметрах линии передачи. Показано, что амплитудные характеристики пропускания сигнала в зависимости от частоты, волнового числа, взаимной ориентации преобразователей и ширины пучка ПМСВ имеют многолепестковый характер, подобный функции  $\sin x/x$ , с учетом закона дисперсии ПМСВ, определяемого магнитными параметрами среды. Фазовая характеристика пропускания сигнала пропорциональна волновому числу, ширине волнового пучка и тангенсу угла между преобразователями. Наблюдаемые особенности характеристик пропускания объяснены на основе геометрии задачи и дисперсионных свойств ПМСВ.

2. Рассмотрена роль набега фазы волны в формировании выходного сигнала линии передачи на ПМСВ, содержащей два преобразователя произвольной длины, при взаимном их смещении относительно друг друга в направлении, параллельном постоянному полю, так что приемный преобразователь перехватывает лишь часть волнового пучка, исходящего из излучающего преобразователя. Показано, что в общем случае взаимной ориентации преобразователей, АЧХ с учетом фазы имеет сильно изрезанный характер, причем ее амплитуда, кроме сравнительно небольшого начального участка, значительно (на порядок и более) меньше амплитуды сигнала без учета фазы. Отмечено, что причиной изрезанности являются свойства формирующей АЧХ функции вида  $\sin x/x$ , имеющей кроме основного максимума множество боковых максимумов, перемежающихся минимумами. В качестве причины малости амплитуды предложена интерференция большого количества парциальных пучков, приходящих на приемный преобразователь в различных фазах. На начальной частоте спектра ПМСВ на АЧХ отмечен резкий пик, для интерпретации которого предложена гипотеза о решающей роли увеличения длины ПМСВ в начале спектра, ослабляющего роль интерференции в формировании АЧХ.

3. Рассмотрено формирование фазо-частотной характеристики в той же линии передачи. Показано, что ФЧХ представляет собой частопериодическую пилообразную кривую, соответствующую непрерывному набегу фазы по мере увеличения частоты. Отмечено, что набег фазы в пределах спектра ПМСВ ускоряется тем более чем частота становится выше.

4. Рассмотрена трансформация АЧХ при изменении длины излучающего и приемного преобразователей. Показано, что при уменьшении длины излучающего преобразователя АЧХ сужается с низкочастотного конца спектра ПМСВ, а в случае уменьшения длины приемного преобразователя АЧХ сужается со стороны высокочастотного конца. В обоих случаях сужение сопровождается уменьшением изрезанности АЧХ за счет расширения максимумов функции вида  $\sin x/x$ , причем

такое расширение происходит пропорционально величине уменьшения длины преобразователей.

5. Методом парциальных волновых пучков рассчитаны линии постоянной фазы поверхностных магнитостатических волн (ПМСВ), распространяющихся в ферритовой пленке, намагниченной в плоскости линейно неоднородным полем постоянного направления. Показано, что в этих условиях области распространения ПМСВ с заданным набегом фазы имеют форму обращенного вершиной вниз криволинейного треугольника. Рассмотрены случаи изменения ориентации излучающего преобразователя, частоты и градиента подмагничивающего поля. Трансформации области распространения ПМСВ при указанных изменениях объяснены характером поведения волнового числа в соответствии с законом дисперсии при распространении ПМСВ в неоднородном поле.

6. На основе полученных результатов выработаны практические рекомендации по оптимизации параметров линии передачи на ПМСВ.

#### Глава 7

#### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНО НАМАГНИЧЕННЫХ ФЕРРИТОВЫХ ПЛЕНКАХ ДЛЯ УСТРОЙСТВ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И ДРУГИХ ТЕХНИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЙ

Описанные в гл. 3–6 свойства магнитостатических волн в неоднородно намагниченных ферритовых пленках открывают богатые возможности для различных технических приложений. Перечислим кратко некоторые наиболее яркие из них, которые непосредственно следуют из полученных результатов.

## 7.1. Краткий обзор возможных технических приложений

Использование многослойных магнитных структур (разд. 2.5–2.6) позволяет формировать закон дисперсии МСВ с заранее заданными свойствами. Дисперсией МСВ можно управлять, меняя намагниченности и толщины магнитных слоев, а также толщину слоя диэлектрика между ферритом и металлом. На основе таких структур можно создать линии задержки бездисперсионные, а также с линейной или другой желаемой зависимостью времени задержки от частоты. Использование на дисперсионной кривой переходных от прямых к обратным волнам участков с горизонтальной касательной (разд. 3.1.1) позволяет резко увеличить время задержки для достаточно длинных МСВ, затухание которых относительно невелико, что дает надежду создать линии задержки с большим временем задержки (5–10 мкс и более) и малым затуханием (не более 10–20 дБ).

Аномальные законы отражения и преломления МСВ на границе раздела двух многослойных сред с разными параметрами (разд. 3.2) позволяют осуществить пространственное разделение волновых пучков МСВ разных частот, что может стать основой для создания многоканальных фильтров СВЧ диапазона. Сильная зависимость углов отражения и преломления от поля позволяет осуществить переключение каналов путем изменения поля.

Подмагничивание пленки линейно неоднородным полем (разд. 4.4–4.8), в результате которого траектории приобретают *V*-образный характер, обеспечивает сильное пространственное разнесение

волновых пучков разных частот, что позволяет создать многоканальный частотноразделительный фильтр с числом неперекрывающихся каналов до 10–12.

Еще больше возможностей в этом плане дает подмагничивание пленки полем типа «долины» (разд. 4.4–4.8), которое разводит пучки частот выше и ниже критической по разные стороны от дна «долины».

Подмагничивание пленки полем типа «вала» (разд. 4.4–4.8) позволяет создать для MCB высокоэффективный волноведущий канал с весьма малыми потерями (до 1 дБ/см), что позволяет передавать MCB без существенных потерь на десятки сантиметров. На основе такого канала можно создать линии задержки с большим временем задержки (десятки мкс). Широкий диапазон скоростей MCB позволяет варьировать длину линий задержки от единиц миллиметров до десятков сантиметров, выполнять отводы и располагать по длине линии задержки дополнительные устройства обработки сигналов.

Аномально большой набег фазы в неоднородно намагниченных структурах типа феррит-металл (разд. 4.5) позволяет создать фазовращатель с большим поворотом фазы, управляемый малым полем.

Используя сильную зависимость от поля формы траекторий обратных MCB в неоднородно намагниченных структурах ФДМ (разд. 4.6), можно создать устройства, осуществляющие пространственное переключение волновых пучков вплоть до изменения направления распространения волны на обратное.

Метод парциальных волновых пучков (разд. 5.2) позволяет не только рассчитать вид АЧХ и ФЧХ при самых разнообразных конфигурациях преобразователей и подмагничивающего поля, но также и синтезировать форму преобразователей при заданной конфигурации поля. Будучи дополненным методами расчета магнитных систем, он позволит оптимизировать параметры магнитной системы при заданных характеристиках устройства.

Наряду с устройствами обработки информации полученные результаты позволяют разработать принципиально новые методы измерения параметров пленок со сложным характером анизотропии.

Приведенный список является далеко не полным. В данной главе будут приведены некоторые конкретные примеры реализации упомянутых прикладных возможностей.

В основном будем пользоваться источниками литературы [634-654].

# 7.2. Волноведущие структуры для ПМСВ на ферритовых пленках, намагниченных полем типа «вала»

Основой большинства устройств аналоговой обработки информации в СВЧ диапазоне являются волноведущие структуры, выполняемые обычно в виде полосковых линий. Общим недостатком таких структур

являются довольно большие размеры, обусловленные большой длиной электромагнитной волны. Другой недостаток заключается в невозможности изменения в процессе работы исходной заранее заданной геометрической конфигурации структуры, что усложняет реализацию различного рода переключательных функций. Использование в качестве носителя информации поверхностных магнитостатических волн, распространяющихся в пленках железоиттриевого граната, позволяет, с одной стороны, благодаря малой длине ПМСВ, резко уменьшить габариты волноведущих систем, а с другой стороны, благодаря сильной зависимости направления распространения ПМСВ от величины и направления поля, существенно облегчить конструирование переключательных устройств. В то же время, использование в качестве волноведущей структуры для ПМСВ пленки ЖИГ, намагниченной однородным полем, малоэффективно из-за большой расходимости и расщепления пучка ПМСВ, приводящей к неоправданно высоким потерям и искажению передаваемого сигнала.

В разд. 4.4–4.8 было показано, что эффективными волноведущими свойствами обладает структура, состоящая из пленки ЖИГ, намагниченной полем типа «вала». В такой структуре какая-либо расходимость пучка ПМСВ отсутствует, в результате чего потери сигнала резко уменьшаются и могут быть сделаны не более нескольких децибел на сантиметр.

В соответствии со сказанным, объектом исследования настоящего раздела явились волноведущие свойства пленок ЖИГ, намагниченных полем типа «вала». Такое поле создавалось плоским магнитом, выполненным в форме тонкой полосы, плоскость широкой грани которой была параллельна плоскости пленки ЖИГ, а магнитные полюса располагались на узких боковых гранях полосы. При этом составляющая поля в плоскости пленки ЖИГ ориентировалась практически перпендикулярно длинному размеру полосы. В экспериментах такой магнит выполнялся методом пленочной технологии. В ходе работы была составлена программа для ЭВМ, позволяющая рассчитывать структуру полей таких магнитов сложной формы, в том числе Y-образных магнитных систем, дающих возможность создать разветвленные волноведущие структуры. Сравнение данных расчета с экспериментально измеренными значениями поля для пленочных магнитов из SmCo<sub>5</sub> показало совпадение результатов в пределах 10%.

Исследование составляющей поля в плоскости пленки ЖИГ, создаваемой описанным выше магнитом, показало, что возможны два крайних случая: расстояние от плоскости полосового магнита до плоскости пленки ЖИГ значительно меньше ширины полосы магнита; это же расстояние значительно больше ширины полосы магнита. В первом случае в плоскости пленки ЖИГ создаются два параллельных магнитных «вала» с «провалом» между ними, соответствующие расположению полюсов на боковых краях полосового магнита. Во втором случае имеется только один магнитный «вал», по обе стороны от которого поле спадает. Этот «вал» вытянут посередине вдоль оси симметрии магнита. При расстояниях между плоскостями магнита и пленки ЖИГ, сравнимых с шириной полосы магнита, наблюдается плавный переход между этими двумя случаями.

Анализ траекторий ПМСВ, рассчитанных методом, описанным в разд. 4.3.2, показал, что в обоих случаях ПМСВ распространяются по траекториям, близким к синусоидам, осциллирующим вдоль осей соответствующих магнитных «валов». При этом в первом случае наблюдаются два параллельных волноведущих канала, соответствующих двум магнитным «валам», а во втором случае — один волноведущий канал, соответствующий единственному магнитному «валу».

Наряду с магнитами в виде прямых полос были рассмотрены также магниты, выполненные в виде разветвленных Y-образных полос. Для первого случая (малого расстояния между плоскостями магнита и пленки ЖИГ) такой магнит до области разветвления формирует два параллельных магнитных «вала», аналогично простому полосовому магниту. После области разветвления каждое плечо магнита формирует свою систему из двух параллельных магнитных «валов», причем магнитные «валы» из неразветвленной части плавно переходят в магнитные «валы» разветвленной части, соответствующие внешним краям разветвленных плеч магнита. Магнитные «валы», соответствующие внутренним краям разветвленных плеч магнита, сливаются вместе в точке разветвления и в неразветвленной части продолжения не имеют.

Во втором случае (большого расстояния между плоскостями магнита и пленки ЖИГ) единственный магнитный «вал» из неразветвленной части магнита плавно разветвляется на два и переходит в магнитные «валы», соответствующие каждому плечу разветвленной части магнита. В обоих случаях в области разветвления наблюдается некоторое (до 20%) снижение напряженности магнитного поля на вершинах магнитных «валов», что обусловлено неизбежным расширением полосы магнита в области разветвления и связанным с этим взаимным удалением расположенных в этой области разноименных полюсов магнита.

Выполненный для разветвленного магнита анализ траекторий ПМСВ показал, что в зависимости от расстояния между плоскостями магнита и пленки ЖИГ возможно как разведение двух исходных волноведущих каналов каждого в свое плечо, так и разветвление одного волноведущего канала на два, что соответствует геометрии магнитных «валов».

Описанные выше результаты расчетов были проверены в экспериментах. При этом исследовалось распространение ПМСВ частот 2-4 ГГц в пленках ЖИГ, подмагниченных пленочными магнитными системами, выполненными из SmCo<sub>5</sub>. Пленочные магниты представляли собой полосы толщиной 500-700 мкм, шириной 5-6 мм и длиной 4-5 см, нанесенные на подложки из меди. Разветвленные *Y*-образные магниты были выполнены из таких же полос, расходя-

щихся в месте разветвления на угол 50°-70°. Все магнитные полосы были намагничены в плоскости перпендикулярно их максимальному размеру. Расстояние между плоскостью магнита и плоскостью пленки ЖИГ варьировалось в пределах 1-5 мм. Поля, создаваемые магнитами в плоскости пленки ЖИГ на вершинах магнитных «валов» вдали от области разветвления, составляли 200-500 Э, в области разветвления поле уменьшалось на 50-100 Э.

Исследование распространения ПМСВ с помощью подвижных антенн показало хорошее совпадение его результатов с расчетами. Наблюдалось как распространение ПМСВ вдоль одного или двух параллельных каналов на простых полосовых магнитах, так и разветвление одного пучка ПМСВ на два или слияние двух пучков в один на разветвленных Y-образных магнитных системах. Затухание ПМСВ в волноведущих каналах было значительно меньше, чем в однородно намагниченной пленке и составляло в зависимости от частоты не более 1–6 дБ/см. В области разветвления затухание дополнительно возрастало на 5–7 дБ.

Полученные результаты позволяют надеяться на возможность разработки нового класса СВЧ устройств, использующих волноведущие свойства описанных неразветвленных и разветвленных магнитных структур.

#### 7.3. Оптимизация формы преобразователей ПМСВ для устройств на неоднородно намагниченных ферритовых пленках

Важной задачей, возникающей при конструировании устройств на ПМСВ является из миниатюризация, требующая уменьшения размеров магнитной системы. Такое уменьшение приводит к неоднородности постоянного магнитного поля в области расположения прямолинейных преобразователей ПМСВ. Эффективность работы преобразователей падает, так как их различные участки, находящиеся в разных магнитных полях, возбуждают и принимают ПМСВ с различной длиной и ориентацией волнового фронта. Это приводит к нежелательным интерференционным явлениям, существенно ухудшающим амплитудно-частотную характеристику устройств. В настоящем разделе приводится описание алгоритма расчета такого взаимного расположения и формы преобразователей, при котором интерференционные явления отсутствуют.

Физический принцип расчета основан на размещении проводников излучающего и приемного преобразователей на линиях одинаковой фазы ПМСВ, распространяющихся в неоднородно намагниченной ферритовой пленке. В этом случае все излучаемые ПМСВ будут приходить на приемный преобразователь в одинаковой фазе и интерференция сигнала будет отсутствовать. 300



Рис. 7.1. Общая схема устройства. 1 — пленка ЖИГ, 2 — магнит, 3, 4 — преобразователи

Рассмотрим алгоритм расчета преобразователей на примере взаимного расположения магнита и пленки ЖИГ, показанного на рис. 7.1. Здесь 1 - плоскость ферритовой пленки, 2 - магнит, 3 и 4 - излучающий и приемный преобразователи ПМСВ. Начало системы координат Oxyz находится на плоскости пленки, координатная плоскость Oyz совпадает с плоскостью пленки. Пленка вырезана в форме прямоугольника с размером вдоль оси Oy - 12 мм, вдоль оси Oz - 8 мм. Магнит выполнен из SmCo<sub>5</sub> в форме прямоугольного параллелепипеда с ребрами a, b и c (где  $a \ll b < c$ ), параллельными осям Ox, Oy и Oz соответственно, причем: a = 1 мм, b = 6 мм, c = 10 мм. Центр широкой грани магнита совмещен с осью Ox. Расстояние между центром магнита и плоскостью пленки – g = 1,7 мм. Магнит намагничен параллельно короткому ребру b широкой грани, т.е. вдоль оси Oz. Полюса магнита находятся на боковых гранях, параллельных плоскости Oxy.

Такой магнит создает в плоскости пленки поле, иллюстрируемое рис. 7.2, где показаны линии постоянных значений *z*-составляющей поля в плоскости *Oyz*. Цифры на кривых соответствуют величине поля. Видно, что поле сильно неоднородно и меняется от центра к краям пленки более чем на 25 %, поэтому ожидаемая форма преобразователей должна быть сильно искривлена.

Поле симметрично относительно оси Oz, поэтому предполагаем, что волновые пучки, выходящие из разных участков излучающего преобразователя, пересекают эту ось под прямым углом и фаза их на этой оси одинакова. Далее, поле симметрично относительно оси Oy, поэтому и преобразователи должны быть симметричны относительно этой оси. Таким образом, в качестве опорной линии достаточно выбрать отрезок оси Oz от 0 до  $z_m$ , величина которого определит участок пленки, через который пройдут ПМСВ на своем пути от излучающего преобразователя к приемному. Разбивая этот отрезок на равные участки, проводя из точек разбиения траектории ПМСВ, пересекающие ось Ozпод прямым углом, и откладывая по длине этих траекторий заданное





Рис. 7.2. Конфигурация подмагничивающего поля. Цифры на кривых — значения *z*-составляющей поля в эрстедах

число длин ПМСВ, получим линию постоянной фазы, вдоль которой должен размещаться проводник преобразователя. В силу симметрии поля относительно оси Oz, картина траекторий, линии постоянной фазы и проводники обоих преобразователей также симметричны относительно этой оси.

Результаты расчета для частоты 2850 МГц иллюстрируются рис. 7.3, где показаны контуры преобразователей (сплошные линии) и некоторые траектории ПМСВ (пунктир), построенные для  $z_m = 2$  мм. Цифры на кривых соответствуют числу длин ПМСВ N, укладывающихся вдоль половин траекторий, соответствующих y > 0.



Рис. 7.3. Контуры преобразователей (сплошные линии) и траектории ПМСВ (пунктир). Цифры на кривых — число длин ПМСВ на половине длины траектории

Пересечение траекторий вблизи y = 2 мм приводит к появлению петель на линиях постоянной фазы, поэтому при расчете контура преобразователя следует задавать число N небольшим, не более 2,3, когда петли еще не образуются. Для других частот контуры преобразователей получаются другими. Так для частоты 3150 МГц при N = 2, как середины, так и концы преобразователей сдвигаются к оси Oz в полтора-два раза, причем в разной степени. Сигналы, поступающие на приемный преобразователь от различных участков излучающего преобразователя, синфазны только на частоте 2850 МГц, а при отстройке от этой частоты возникает расфазировка, приводящая к падению амплитуды сигнала. Поэтому АЧХ пропускания всей системы в целом обладает четко выраженными частотноселективными свойствами, а ее ширина с увеличением N уменьшается.

По данным расчета при N = 2 был изготовлен полоснопропускающий фильтр на частоту 2850 МГц с шириной полосы около 200 МГц. По сравнению с аналогичной конструкцией, использующей прямолинейные преобразователи, потери в полосе пропускания уменьшились на 2–3 дБ, а вне этой полосы увеличились на 12–15 дБ. В аналогичном фильтре, использующем фокусирующие преобразователи, учет неоднородности поля привел к сужению полосы пропускания с 50 до 20 МГц и уменьшению потерь на центральной частоте на 10–12 дБ.

### 7.4. Многоканальный фильтр на ферритовой пленке, намагниченной полем типа «долины»

Одной из важных задач обработки информации в СВЧ диапазоне является частотноселективное разделение каналов. Удобное средство для решения этой задачи дает распространение магнитостатических волн в ферритовой пленке, намагниченной полем типа «долины», описанное в разд. 4.4–4.8. Такое поле разделяет волновые пучки частот выше и ниже критической на две группы, распространяющиеся по разные стороны относительно дна «долины», и кроме того, внутри каждой группы пространственно разводит пучки различающихся частот на значительные расстояния.

Таким образом, для построения многоканального частотноселективного фильтра достаточно установить на пути каждого из пучков заданной частоты отдельный приемный преобразователь. Длина излучающего преобразователя должна быть достаточной для устранения явлений расходимости, а приемные преобразователи должны быть установлены на достаточном расстоянии друг от друга, чтобы избежать перекрытия пучков. При этом с увеличением длины траекторий пространственное разделение каналов улучшается, но и затухание волны возрастает, т. е. требования максимального числа каналов и минимального затухания противоречивы. 303

В экспериментах было установлено, что в диапазоне частот 2-4 ГГц длина излучающего преобразователя должна быть не менее 3-4 мм, а максимальное число каналов при уровне затухания не более 40-50 дБ и взаимной развязке между соседними каналами не менее 20 дБ, составляет 12-15. В виде рабочих макетов были изготовлены четыре фильтра на 2, 4, 5 и 7 каналов. В качестве примера рассмотрим конструкцию пятиканального фильтра. Схема взаимного расположения пленки ЖИГ и магнита совпадала с показанной на рис. 7.1. Конфигурация поля типа «долины» создавалась путем выполнения магнита из трех полос  $SmCo_5$ , параллельных оси Oy, имевших различную толщину. При этом более толстые полосы располагались по краям, а более тонкие — посередине. Длина полос составляла 25 мм, ширина каждой полосы — 6 мм, толщина крайних полос была 3 мм, средней — 2 мм. Сложенные вместе полосы составляли магнит с внешними размерами  $3 \times 18 \times 25$  мм. Расстояние между центром магнита и плоскостью пленки составляло 2.5 мм. Такой магнит создавал в плоскости пленки поле типа «долины» с дном, параллельным оси Оу. Поле на оси Оу равнялось 510 Э, на расстоянии ±6 мм от этой оси - 550 Э.

Схема расположения преобразователей для пятиканального фильтра показана на рис. 7.4. Здесь 1 — плоскость ферритовой пленки, 2 — излучающий преобразователь, 3-7 — приемные преобразователи. Горизонтальной пунктирной линией показано дно «долины». Тонкими сплошными линиями показаны траектории для различных частот.

Преобразователи располагались на металлизированной с одной стороны пластине из поликора размерами  $20 \times 30 \times 0.5$  мм, наложенной на ферритовую пленку. Излучающий преобразователь 2 был выполнен



Рис. 7.4. Схема расположения преобразователей многоканального фильтра. 1 — ферритовая пленка, 2 — излучающий преобразователь, 3–7 — приемные преобразователи

в виде прямого проводника длиной 3 мм и толщиной 12 мкм. Сигнал СВЧ подводился к одному из его концов (нижнего по рисунку) с помощью микрополосковой линии (показана широкой зачерненной полосой). Другой конец преобразователя заземлялся через отверстие в поликоре на слой металла на другой стороне пластины (заземление показано зачерненным кружком). Конструкция приемных преобразователей 3–7 была аналогична.

На рис. 7.5. показаны АЧХ пропускания различных каналов фильтра. Цифры на кривых — порядковые номера каналов.

Все АЧХ отдельных каналов имеют колоколообразный вид. Центральная частота канала 1 (соответствующего преобразователю 3) равняется 3280 МГц, канала 2 (преобразователь 4) — 3340 МГц, канала 3 (преобразователь 5) — 3400 МГц, канала 4 (преобразователь 6) — 3460 МГц, канала 5 (преобразователь 7) — 3520 МГц. Ширина полосы пропускания каналов меняется от 40 МГц (канал 1) до 15 МГц (канал 5), взаимная развязка между соседними каналами — более 20 дБ, затухание — от 16 до 20 дБ. Общие габариты устройства вместе с СВЧ разъемами составляют  $20 \times 30 \times 40$  мм. Параметры остальных фильтров были аналогичны.

## 7.5. Многоканальный фильтр на пакетированных ферритовых структурах

В предыдущем разд. 7.4 рассмотрено построение многоканального фильтра за счет разнесения траекторий волновых пучков в плоскости пленки. В то же время, магнитная система создает поле не только в плоскости пленки, но также и по обе стороны от нее. Располагая дополнительные пленки в области действия этого поля выше и ниже основной в виде плоскопараллельного пакета, можно получить значительное



Рис. 7.5. Амплитудно-частотные характеристики многоканального фильтра на поле типа «долины». 1–5 — различные частотные каналы

увеличение числа каналов, во столько раз, сколько будет установлено пленок. При этом размеры магнитной системы, определяющие общие габариты устройства, остаются практически прежними.

В экспериментах был изготовлен такой фильтр на пакете из трех, расположенных друг над другом ферритовых структур. Схема устройства показана на рис. 7.6. Конструктивной основой фильтра является магнитная система, состоящая из П-образного ярма 1 из мягкого железа, на внутренних стенках которого закреплены магниты 2 и 3 из SmCo<sub>5</sub>, выполненные в виде нормально намагниченных квадратных пластин размерами 30 × 30 × 8 мм. Зазор между широкими гранями магнитов равен 17 мм. В этом зазоре установлены три двухканальных фильтра 4, 5 и 6, основу каждого из которых составляет латунная пластина 7, на которой расположена пластина из поликора 8, с выполненными на ней одним излучающим и двумя приемными преобразователями, соединенными соответственно с одним входным 9 и двумя выходными 10 и 11 СВЧ разъемами. Сверху на преобразователи наложена пленка ЖИГ 12. Преобразователи выполнены в виде проволочных антенн длиной 3 мм и толщиной 12 мкм, расстояние между излучающим и приемными преобразователями составляет 4-8 мм, все пленки ЖИГ идентичны, имеют намагниченность 1750 Гс, ширину линии ФМР – 0,6 Э, размеры —  $10 \times 15$  мм и толщину — 10 мкм.



Рис. 7.6. Схема многоканального фильтра на пакетированных структурах. 1 — ярмо, 2, 3 — магниты, 4-6 — отдельные фильтры, 7 — латунная пластина, 8 — пластина из поликора, 9 — входной разъем, 10, 11 — выходные разъемы, 12 — пленка ЖИГ

Центр используемой системы координат Oxyz находится на середине расстояния между магнитами 2 и 3 в центре их широких граней (на рисунке система координат для удобства чертежа показана отдельно на врезке). Плоскость Oxy совпадает с плоскостями магнитов, ось Oz им перпендикулярна, а оси Ox и Oy параллельны ребрам магнитов. Плоскости ферритовых пленок параллельны координатной плоскости Oyz, а направление поля в плоскости пленок близко к оси Oz.

В описанной магнитной системе по ходу оси Ox при y = 0 z-составляющая поля максимальна в центре системы и спадает к краям. Так при x = 0 она равна 2200 Э, при  $x = \pm 10$  мм — 2000 Э, при  $x = \pm 20$  мм — 1000 Э. По ходу оси Oz в плоскости Oxz при x = 0 мм *z*-составляющая поля в пределах 6 мм < *z* < 6 мм практически однородна и составляет 2200 Э, при 0 < x < 16 мм имеет профиль «долины», при x = 16 мм — тоже практически однородна и равна 1420 Э, а при x > 16 мм — имеет профиль «вала». Поле типа «долины», например при x = 15 мм на ее «дне» равно 1620 Э, а при  $z = \pm 6$  мм возрастает до 2100 Э. Поле типа «вала», например при x = 20 мм на его «вершине» равно 860 Э, а при  $z = \pm 6$  мм спадает до 500 Э. Таким образом, в магнитной системе по координате  $4\pi M_0 - H_A$  есть три области, расположение в которых волноведущей структуры в плоскости Оуг благоприятно для распространения ПМСВ: вблизи ее центра, а также при удалении от центра в ту или другую сторону на расстояние более 16 мм. В этих областях поле однородно или имеет профиль «вала», поэтому затухание ПМСВ при распространении невелико, тогда как между этими областями, где поле имеет профиль «долины», энергия ПМСВ рассеивается в стороны и затухание значительно возрастает. Так при ориентации излучающего и приемного преобразователей вдоль оси Ог и расстоянии между ними 3 мм, затухание сигнала (на частоте, где оно минимально) при -5 мм < x < 5 мм равно 15 дБ, при -25 мм < x < 16 мм и 16 мм < x < 25 мм — равно 10-12 дБ, а между этими областями — 20-30 дБ и более. В соответствии с этим одна из пленок ЖИГ располагалась точно в центре магнитной системы при x = 0, а две другие — при x = -17 мм и x = 19 мм. На каждой пленке был выполнен двухканальный фильтр. В этих фильтрах разделение каналов осуществлялось за счет расположения излучающего преобразователя под углом  $20^{\circ} - 30^{\circ}$  к оси Oz, что обеспечивало пространственное разделение пучков ПМСВ разных частот. В процессе настройки места расположения двух приемных преобразователей подбирались предварительно с помощью подвижных антенн такими, чтобы обеспечить оптимальный прием каждого из каналов, после чего преобразователи устанавливались стационарно.

Полученные амплитудно-частотные характеристики пропускания всего фильтра в целом показаны на рис. 7.7. Здесь АЧХ 1 и 2 соответствуют пленке ЖИГ, установленной при x = 19 мм, 3 и 4 — пленке, установленной при x = -17 мм, а 5 и 6 — пленке, установленной при x = 0 мм. Видно, что частоты каждой пары каналов тем ниже,

чем дальше от центра системы находится соответствующая пленка ЖИГ. Расстояние по частоте между низшей и средней парами близко к 1350 МГц, между средней и высшей — 2450 МГц, внутри каждой пары каналы разнесены на  $\sim 100$  МГц. Центральная частота самого низшего канала равна 4380 МГц, самого высшего — 8245 МГц. Ширина полосы пропускания всех каналов составляет 25–70 МГц, затухание на центральной частоте — 12–17 дБ. Развязка между каналами на частоте их перекрытия внутри каждой пары составляет 30–40 дБ, а между парами превышает 70 дБ.



Рис. 7.7. Амплитудно-частотные характеристики фильтра на пакетированных структурах. 1-6 — различные частотные каналы

Дальнейшее усовершенствование фильтра должно идти по пути оптимизации размеров магнитной системы с целью уменьшения расстояний между отдельными ферритовыми пленками и увеличения их общего числа, а также оптимизации конструкции каждого одиночного фильтра для увеличения числа каналов при сохранении хорошей развязки между ними. При выполнении этих требований возможно заметное увеличение числа каналов, так каждый одиночный фильтр можно сделать четырехканальным при общем числе таких фильтров не менее пяти, т. е. общее число каналов может достигать 20 и более при общих габаритах системы в целом не более  $40 \times 40 \times 40$  мм.

## 7.6. Линия задержки сигнала СВЧ на ферритовой пленке, намагниченной полем типа «вала»

Наряду с фильтрацией важнейшей задачей аналоговой обработки сигналов является задержка во времени. Магнитостатические волны обеспечивают удобное средство для решения этой задачи благодаря их малой по сравнению с электромагнитными волнами скорости. В большинстве известных конструкций линий задержки на МСВ для подмагничивания ферритовой пленки используется однородное поле, которое, во-первых, создается магнитной системой значительных размеров, и, во-вторых, никак не препятствует дифракционной расходимости и дисперсионному расщеплению пучка MCB и связанным с этим потерям энергии, катастрофически возрастающим при больших временах задержки (более 100 нс). В то же время, как показано в разд. 4.4–4.8, неоднородное поле типа «вала», за счет образования волноведущего канала для ПМСВ, полностью подавляет любую расходимость и обеспечивает весьма малые потери энергии волны при распространении.

В настоящем разделе описано использование такого поля для построения линии задержки импульсного СВЧ сигнала. В качестве волноведущей среды использовалась пленка ЖИГ с намагниченностью 1790 Гс и толщиной 12 мкм, вырезанная в виде прямоугольника размерами 15 × 68 мм. Магнит был выполнен в виде прямоугольного параллелепипеда из SmCo<sub>5</sub> размерами 7 × 15 × 70 мм, намагниченного вдоль размера 15 мм. Взаимное расположение пленки и магнита совпадало с показанным на рис. 7.1. Расстояние между центром магнита и плоскостью пленки составляло 9 мм. Магнит создавал в плоскости пленки магнитный «вал», поле на вершине которого равнялось 750 Э, а при удалении на 5 мм от вершины спадало до 580 Э. Такое поле обеспечивало волноведущий канал шириной около 6 мм. Излучающий и приемный преобразователи ПМСВ были выполнены в виде прямых антенн длиной 4 мм и диаметром 12 мкм, ориентированных вдоль оси Ог (рис. 7.1). Частота СВЧ составляла 3800-4400 МГц, длительность импульсов — 100-200 нс.

Полученные характеристики линии задержки иллюстрируются рис. 7.8.

На рис. 7.8, а показана зависимость времени задержки сигнала частоты 4100 МГц от расстояния между излучающим и приемным преобразователями. На рис. 7.8, 6 — зависимость ослабления сигнала при распространении для тех же условий. Видно, что с увеличением расстояния между преобразователями время задержки увеличивается, а затухание сигнала возрастает. Обе зависимости близки к линейным с угловыми коэффициентами 100 нс/см и 8 дБ/см соответственно. Столь малое затухание позволило при ослаблении сигнала менее 60 дБ удалить приемный преобразователь от излучающего более чем на 6 см. При этом время задержки достигло 600 нс. В однородном поле затухание на той же частоте составляет 17-25 дБ/см и не позволяет раздвинуть преобразователи более чем на 2-3 см, а также получить время задержки более 150-200 нс. На рис. 7.8, в показана зависимость времени задержки от частоты сигнала СВЧ в диапазоне 3900-4300 МГц при расстоянии между преобразователями равном 5 см. На рис. 7.8, г – зависимость ослабления сигнала при распространении для тех же условий. Видно, что с увеличением частоты время задержки увеличивается. Это обстоятельство связано с уменьшением групповой скорости ПМСВ при увеличении частоты. На частоте 3900 МГц угловой коэффициент роста времени задержки равен 0,7 нс/МГц, а на частоте 4200 МГц -



Рис. 7.8. Характеристики линии задержки. *а*, *б* — зависимость времени задержки (*a*) и ослабления сигнала (*б*) от расстояния между преобразователями; *в*, *г* — аналогичные зависимости от частоты сигнала

2,7 нс/МГц. Такой нелинейный характер приведенной зависимости отражает нелинейный вид закона дисперсии ПМСВ. Увеличение затухания при этом обусловлено укорочением длины ПМСВ, что также соответствует закону дисперсии.

Использование поля типа «вала» позволяет получить на частоте 4240 МГц при ослаблении сигнала менее 70 дБ столь большое время задержки, как 800 нс. При этом расстояние между преобразователями составляет 5–6 см, что позволяет разместить на пути волны дополнительные отводы и устройства обработки сигнала.

### 7.7. Измерение параметров пленок железоиттриевого граната со сложным характером анизотропии

Для успешного конструирования устройств обработки информации на пленках ЖИГ необходимо возможно более полное знание параметров этих пленок. Используемые в настоящей работе методы измерения параметров пленок ЖИГ и полученные результаты уже описаны в разд. 4.8, поэтому здесь, не повторяя изложенного ранее, приведем лишь сравнительный анализ эффективности СВЧ и магнитооптического методов измерения параметров пленок ЖИГ со сложным характером анизотропии. Ниже перечислены зависимости, которые непосредственно измерялись в экспериментах, а также указано, какие параметры пленок определялись из этих измерений. Все ориентационные зависимости снимались при вращении пленки вокруг нормали к ее плоскости.

1. Ориентационные зависимости начальной частоты спектра ПМСВ, соответствующей частоте однородного ФМР. По этим зависимостям определялось расположение проекций осей кубической анизотропии на плоскость пленки, а также с помощью методики, описанной в работах [651, 653], величина  $4\pi M_0 - H_A$ .

2. Частота начала спектра МСВ, соответствующая частоте однородного ФМР, при намагничивании пленки полем, перпендикулярным ее плоскости. По этой частоте определялась величина  $4\pi M_0 - H_A$ .

3. Ориентационные зависимости дисперсионной кривой для ПМ-СВ. По этим зависимостям с помощью методики, описанной в [368], определялось расположение проекций осей кубической анизотропии на плоскость пленки, ориентация и угол отклонения от нормали к плоскости пленки оси одноосной анизотропии, поле кубической анизотропии, толщина пленки.

4. Ориентационные зависимости поля исчезновения доменной структуры. По этим зависимостям с помощью методики, описанной в [651, 653], определялось расположение проекций осей кубической анизотропии на плоскость пленки.

Кроме того, в качестве контрольных, для исследованных пленок имелись данные об ориентации осей кристаллографической анизотропии, полученные из рентгеноструктурного анализа, а также значения толщины пленок, полученные интерференционным методом.

Сравнение перечисленных методик показало, что к параметрам пленки очень чувствительна доменная структура, а также ФМР и дисперсия МСВ при наличии доменной структуры. При этом построение качественной модели анизотропии (ее вида и ориентации осей) не составляет труда, однако, из-за отсутствия адекватной модели доменной структуры, количественные результаты получить трудно. ФМР и дисперсия МСВ в области насыщения к небольшим вариациям параметров пленок чувствительны значительно меньше. По этим данным качественную модель удовлетворительно можно построить лишь для кубической анизотропии, а точную ориентацию оси одноосной анизотропии найти значительно труднее. Нельзя также отделить одноосную анизотропию от намагниченности. В работе [368] утверждается, что по дисперсии МСВ такое разделение осуществимо, однако, в настоящей работе использование этого метода хороших результатов не дало. В то же время, если качественная модель анизотропии уже построена (например, по исследованию доменной структуры), то, благодаря простоте резонансной модели и высокой точности СВЧ измерений,

для величины  $4\pi M_0 - H_A$  и кубической анизотропии можно получить хорошие количественные результаты.

### 7.8. Исследование пространственного распределения магнитного поля с помощью датчика на ПМСВ

Для конструирования устройств СВЧ диапазона на ферритах чрезвычайно важна задача локального измерения магнитного поля в малых объемах. Размеры традиционных датчиков поля (например Холла) довольно велики, поэтому точность измерений невысока. В настоящей работе была исследована возможность применения для этой цели пучков поверхностных магнитостатических волн (ПМСВ), траектории которых в неоднородном поле сильно искривлены (гл. 4). Датчик поля содержит пленку железоиттриевого граната (ЖИГ) толщиной 15 мкм на дисковой подложке диаметром 5 см и толщиной 0,5 мм. На поверхности пленки размещены преобразователи ПМСВ в виде прямых проводников длиной Змм и толщиной 12 мкм, которые могут поворачиваться и перемещаться по всей площади пленки. Толщина всей конструкции — 3 мм. Датчик помещается в ту область пространства, где измеряется распределение поля, после чего на частоте 3000 МГц снимается траектория пучка ПМСВ. Процесс измерения параметров траектории аналогичен описанному в разд. 4.8. Поле определяется путем решения задачи, обратной к задаче интегрирования системы трех нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, определяющих параметры траектории волнового пучка ПМСВ (разд. 4.3.2). Процесс решения состоит в разбиении траектории с определенным шагом на конечные участки и нахождении поля в начальной точке каждого участка, предполагаемого линейным, а поле на нем — однород-



Рис. 7.9. Измерение поля с помощью датчика на ПМСВ. *а* — траектория ПМСВ (1) и координатная зависимость угла между вектором фазовой скорости и направлением поля (2); *б* —зависимость поля от координаты, измеренная по траектории ПМСВ (1) и с помощью датчика Холла (2)

ным. Необходимым условием однозначности решения является задание трех параметров: координат начальной и конечной точек исследуемого участка и направления вектора фазовой скорости. В качестве третьего параметра можно взять также фазу волны или время задержки импульсного сигнала.

Результаты измерений иллюстрируются рис. 7.9. На рис. 7.9, а показана траектория ПМСВ (1) и соответствующая ей зависимость угла между вектором фазовой скорости и направлением поля (2). На рис. 7.9, б приведена измеренная по траектории зависимость поля от координаты (1) и та же зависимость, измеренная датчиком Холла (2). Значения поля, полученные с помощью датчика на ПМСВ совпадают с данными по эффекту Холла с точностью 2%. Пространственное разрешение по уровню 1% составляет около 0,5 мм.

### 7.9. Использование линии передачи на ПМСВ для опеделения ориентации магнитного поля

Для конструирования малогабаритных устройств СВЧ диапазона на ферритовых пленках важна задача исследования локальной ориентации магнитного поля. Размеры традиционных датчиков поля (например Холла) довольно велики, поэтому точность измерений невысока. В настоящей работе исследована возможность применения для этой цели линии передачи на поверхностных магнитостатических волнах (ПМСВ), составляющей основу большинства пленочных ферритовых устройств.

Схема линии передачи, показана на рис. 7.10, a-s. Координатная плоскость Oyz совпадает с плоскостью ферритовой пленки. Преобразователи ПМСВ — излучающий I'-I'', и приемный W'-W'', ориентированы вдоль  $\beta$ . Вектор **H** — магнитное поле, вектор **s** — направление распространения пучка ПМСВ,  $\alpha$  — угол между вектором **H** и осью Oz,  $\beta$  — угол между вектором **s** и осью Oy.

На рис. 7.10, *а* поле параллельно проводникам преобразователей. При этом  $\alpha = \beta = 0$ . На рис. 7.10, *б* поле слегка отклонено от оси Oz, на рис. 7.10, *в* — отклонение больше. В обоих случаях  $\beta > \alpha$ , причем при увеличении  $\alpha$  угол  $\beta$  растет быстрее, чем  $\alpha$ , что повышает чувствительность измерений. Когда поле параллельно оси Oz, весь волновой пучок, создаваемый излучающим преобразователем, попадает на приемный (рис. 7.10, *a*). При этом сигнал на приемном преобразователе максимален. При отклонении поля от оси Oz часть пучка проходит мимо приемного преобразователя (рис. 7.10, *б*) и сигнал на нем уменьшается. При еще большем отклонении поля весь пучок уходит в сторону (рис. 7.10, *в*) и сигнал на приемном преобразователе падает до нуля.

Зависимость относительной амплитуды выходного сигнала от угла  $\alpha$  показана на рис. 7.11. Сплошные кривые 1-5 соответствуют рас-



Рис. 7.10. Схема хода волнового пучка в линии передачи при изменении ориентации поля. *a*, *б*, *в* — последовательное увеличение отклонения поля от оси *Oz* 



Рис. 7.11. Зависимости амплитуды выходного сигнала различных частот от угла  $\alpha$  при поле 437,5 Э и расстоянии между преобразователями 5 мм (сплошные линии) и 10 мм (пунктир). Кривые 1 и 6 соответствуют 2800 МГц, 2 и 7 — 3000 МГц, 3 и 8 — 3200 МГц, 4 и 9 — 3400 МГц, 5 и 10 — 3600 МГц

стоянию между преобразователями равному 5 мм, пунктирные 6--10-10 мм.

Для измерения ориентации поля надо измерить амплитуду сигнала на приемном преобразователе, после чего найти  $\alpha$  по калибровочным кривым, подобным приведенным на рис. 7.11. Чувствительность измерения ориентации поля определяется наклоном кривых 1-10 и растет при увеличении частоты ПМСВ и расстояния между преобразователями. Так при частоте 2800 МГц и расстоянии 5 мм сигнал меняется от нуля до максимума при изменении  $\alpha$  на 20°, а при частоте 3600 МГц и расстоянии 10 мм — при изменении  $\alpha$  всего лишь на 2°. В этом случае, если точность измерения выходного сигнала составляет 1 %, то минимальное регистрируемое изменение ориентации поля равно 0,02 градуса. Заметим, что датчик Холла в аналогичных условиях позволяет зарегистрировать угол не менее 8°, что хуже приведенного значения в 400 раз.

#### Выводы по главе 7

Основные вопросы, рассмотренные в настоящей главе, сводятся к следующему.

1. Рассмотрены возможности использования магнитостатических волн в неоднородно намагниченных ферритовых пленках для устройств обработки информации и других технических приложений. Выявлен ряд перспективных направлений, а именно: использование многослойных магнитных структур для формирования закона дисперсии с заранее заданными свойствами, на основе которых можно создать линии задержки — бездисперсионные, с линейной или другой желаемой зависимостью времени задержки от частоты, с большим временем задержки (5-10 мкс и более) и малым затуханием (не более 10-20 дБ); использование аномальных законов отражения и преломления МСВ на границе раздела двух многослойных сред с разными параметрами для создания многоканальных фильтров и переключателей каналов СВЧ диапазона; использование неоднородных полей — линейного и типа «долины» для создания многоканальных частотноразделительных фильтров с числом каналов до 10-12 и более; использование неоднородного поля типа «вала» для создания высокоэффективного волноведущего канала с весьма малыми потерями (до 1 дБ/см), а также линий задержки с большим временем задержки (десятки мкс) и большим количеством отводов (5-10 и более); использование аномально большого набега фазы в неоднородно намагниченных структурах типа феррит-металл для создания фазовращателя с большим поворотом фазы (десятки и сотни радиан), управляемый малым полем (единицы эрстед); использование сильной зависимости от поля формы траекторий обратных МСВ в неоднородно намагниченных структурах ФДМ для создания устройств, осуществляющих пространственное переключение волновых пучков; использование метода парциальных волновых пучков для расчета АЧХ и ФЧХ устройств, синтеза формы преобразователей и оптимизации параметров магнитных систем; использование полученных результатов для измерения параметров пленок со сложным характером анизотропии, а также определения параметров подмагничивающего поля.

2. Экспериментально исследованы свойства волноведущих структур для ПМСВ на ферритовых пленках, намагниченных полем типа «вала», создаваемым плоским магнитом, выполненным в форме тонкой полосы, плоскость широкой грани которой параллельна плоскости пленки Выводы по главе 7

ЖИГ, а полюса располагаются на узких боковых гранях. Показано, что в зависимости от расстояния между плоскостями магнита и пленки, в плоскости пленки можно создать один или два параллельных магнитных «вала», образующих соответственно один или два параллельных канала для ПМСВ. Рассмотрены также магниты, выполненные в виде разветвленных Y-образных полос. Показано, что с помощью такой системы возможно формирование или двух параллельных волноведущих каналов, расходящихся после разветвления магнита в разные стороны, или одного канала, разветвляющегося на два, соответствующие разным плечам магнита. При частоте СВЧ 2–4 ГГц для магнитов из SmCo<sub>5</sub> затухание ПМСВ в волноведущих каналах составляло 1–6 дБ/см и в области разветвления дополнительно возрастало на 5–7 дБ. Выполненный расчет полей магнитных систем и параметров волновых пучков ПМСВ, распространяющихся в каналах показал соответствие с экспериментом в пределах 10%.

3. На основе метода парциальных волновых пучков разработан алгоритм расчета и оптимизации формы преобразователей ПМСВ для устройств, использующих неоднородное подмагничивание ферритовых пленок. Рассчитана форма преобразователей для магнита в виде прямоугольной пластины, широкая грань которой параллельна плоскости пленки, а полюса располагаются на противоположных узких гранях. Показано, что по мере увеличения расстояния между преобразователями их форма приобретает вид широких дуг, обращенных выпуклостями наружу, после чего на концах дуг появляются петлеобразные участки, где проводники преобразователей испытывают самопересечение. Выявлены сильные частотноселективные свойства такой системы, возрастающие по мере удаления преобразователей друг от друга. По данным расчетов изготовлены макеты полоснопропускающих фильтров на частоты 2-3 ГГц с шириной полосы от 20 до 200 МГц. Сравнение с фильтрами на линейных преобразователях выявило снижение потерь в полосе пропускания на 2-3 дБ и увеличение их вне этой полосы на 12-15 дБ.

4. Реализованы новые принципы создания многоканальных фильтров: на неоднородном поле типа «долины» и на пакетированных ферритовых структурах. Показано, что в фильтре на поле типа «долины» в диапазоне частот 2–4 ГГц возможно размещение не менее 12–15 каналов при уровне затухания не более 40–50 дБ и взаимной развязке между каналами не менее 20 дБ. В лабораторном макете фильтра на пять каналов получена ширина полосы пропускания каждого из каналов  $20 \pm 5$  МГц при взаимной развязке между каналами  $16 \pm 4$  дБ. В фильтре на пакетированных структурах в диапазоне 2–10 ГГц возможно размещение 20 и более каналов при уровне затухания не более 30-40 дБ и взаимной развязке между каналами не менее 20 дБ. В лабораторном макете фильтра на шесть каналов, выполненном на основе пакета из трех двухканальных ферритовых структур в диапазоне 4,3–8,4 ГГц получена ширина полосы

пропускания каждого из каналов 25–70 МГц при взаимной развязке между каналами более 30–40 дБ и затухании 12–17 дБ.

5. Реализована линия задержки сигнала на ферритовой пленке, намагниченной полем типа «вала». Показана возможность создания линии задержки с большим временем задержки (единицы мкс) и рекордно малыми потерями (единицы дБ). В лабораторном макете линии задержки на частоту 4,2 ГГц при ослаблении сигнала менее 70 дБ получено время задержки более 800 нс, что лучше аналогичных величин в однородном поле более чем на порядок. Важным достоинством линии задержки на поле типа «вала» является значительное расстояние между преобразователями — 5-6 см и более, что позволяет разместить на пути волны дополнительные отводы и устройства обработки сигнала.

6. Разработан метод измерения пространственного распределения неоднородного магнитного поля, основанный на исследовании траекторий волновых пучков ПМСВ. Показана возможность создания датчика неоднородного поля на МСВ с высоким пространственным разрешением. Лабораторный макет датчика позволил измерять поле с точностью 1–2% при пространственном разрешении 0,5 мм. Продемонстрирована возможность использования линии передачи на ПМСВ для определения ориентации магнитного поля. Выявлена высокая чувствительность метода, позволяющая регистрировать изменение ориентации поля на сотые доли градуса, что превышает возможности датчика Холла в аналогичных условиях более чем на два порядка.

#### Список литературы

- Landau L.D., Lifshitz E.M. On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies // Phys. Zs. der Sowjetunion. 1935. V. 8, № 2. P. 153.
- 2. *Гуревич А.Г.* Ферриты на сверхвысоких частотах. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1960.
- *Гуревич А.Г.* Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука, 1973.
- 4. *Гуревич А.Г., Мелков Г.А.* Магнитные колебания и волны. М.: ФИЗ-МАТЛИТ, 1994.
- 5. Вонсовский С.В., Шур Я.С. Ферромагнетизм. М.: ОГИЗ Гостехиздат, 1948.
- 6. Ферриты в нелинейных сверхвысокочастотных устройствах / Сб. статей под ред. Гуревича А.Г. М.: ИЛ, 1961.
- Ферромагнитный резонанс и поведение ферромагнетиков в переменных магнитных полях / Сб. статей под ред. Вонсовского С.В. М.: ИЛ, 1952.
- 8. Ферромагнитный резонанс / Сб. статей под ред. Вонсовского С.В. М.: Физмаггиз, 1961.
- 9. Лакс Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферримагнетики. М.: Мир, 1965.
- 10. Моносов Я.А. Нелинейный ферромагнитный резонанс. М.: Наука, 1971.
- 11. Суху Р. Магнитные тонкие пленки. М.: Мир, 1967.
- 12. Вонсовский С.В. Магнетизм. М.: Наука, 1971.
- Антонов Л.И., Миронова Г.А., Лукашева Е.В., Малова Т.И. Изучение явления ферромагнитного резонанса (ФМР) и определение характера магнитной анизотропии ферромагнитного монокристалла. Препринт МГУ № 5/1999. М.: 1999.
- 14. Козлов В.И. Исследование неоднородности и анизотропии магнитных пленок с помощью гиромагнитных эффектов. Автореферат дисс. на соиск. уч. степ. д.ф.-м.н. М.: МГУ, 1997.
- 15. Дмитриев В.Ф., Калиникос Б.А. Возбуждение спиновых волн в перпендикулярно намагниченных ферритовых пленках // ЖТФ. 1987. Т. 57, № 11. С. 2212.
- 16. Калиникос Б.А. Возбуждение дипольно-обменных спиновых волн в ферромагнитных пленках: спин-волновые функции Грина // ЖТФ. 1984. Т. 54, № 9. С. 1846.
- 17. Калиникос Б.А., Митева С.И. Дисперсия дипольно-обменных спиновых волн в слоистой структуре // ЖТФ. 1981. Т.51, № 10. С. 2213.
- 18. *Rodrigue G.P.* A generation of microwave ferrite devices // Proc. IEEE. 1988. V. 76, № 2. Р. 121. Перевод: Родриг Г.П. Этапы развития ферритовой аппаратуры диапазона СВЧ // ТИИЭР. 1988. Т. 76, № 2. С. 29.
- 19. *Glass H.L.* Ferrite films for microwave and millimeter wave devices // Proc. IEEE. 1988. V. 76, № 2. Р. 151. Перевод: Гласс Х.Л. Ферритовые пленки для СВЧ-устройств // ТИИЭР. 1988. Т. 76, № 2. С. 64.

- Курушин Е.П., Нефедов Е.И. Применение тонких монокристаллических пленок ферритов в устройствах СВЧ-микроэлектроники // Микроэлектроника. 1977. Т. 6, № 6. С. 549.
- 21. Саланский Н.М., Ерухимов М.Ш. Физические свойства и применение магнитных пленок. Новосибирск: Наука, 1975.
- 22. Яковлев Ю.М., Генделев С.Н. Монокристаллы ферритов в радиоэлектронике. М.: Сов. радио, 1975.
- 23. Tsutaoka T., Ueshima M., Tokunaga T. Nakamura T., Hatakeyama K. Frequency dispersion and temperature variation of complex permeability of Ni-Zn ferrite composite materials // JAP. 1995. V. 78, № 6. P.3983.
- Микаэлян А.Л. Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах. М.: Госэнергоиздат, 1963.
- 25. Ранкис Г.Ж. Динамика намагничивания поликристаллических ферритов. Рига: Зинатне, 1981.
- 26. Бажуков К.Ю. Частотные свойства магнитомягких ферритов с различной микроструктурой и формой. Дисс. на соиск. уч. ст. к.ф.-м.н. М., 1999.
- Бажуков К.Ю. Частотные свойства магнитомягких ферритов с различной микроструктурой и формой. Автореферат дисс. на соиск. уч. ст. к.ф.-м.н. М.: ИРЭ РАН, 1999.
- 28. *Котов Л.Н., Бажуков К.Ю*. Расчет проницаемости поликристаллического феррита // ЖТФ. 1998. Т. 68, № 11. С. 72.
- 29. *Котов Л.Н., Бажуков К.Ю*. Расчет магнитных спектров ферритов // РЭ. 1999. Т. 36, № 7. С. 41.
- 30. Park D. Magnetic rotation phenomena in a polycrystalline ferrite // PR. 1955. V. 97, № 1. P. 60.
- 31. *Sparks M*. Ferromagnetic resonance porosity linewidth theory in polycrystalline insulators // JAP. 1965. V. 36, № 5. P. 1570.
- Grimes C.A., Grimes D.M. Permeability and permittivity spectra of granular materials // PR(B). 1991. V. 43. P. 10780.
- 33. Пономаренко В.И., Бержанский В.Н., Журавлев С.И., Першина Е.Д. Диэлектрическая и магнитная проницаемости искусственного диэлектрика с металлизированными ферритовыми частицами на сверхвысоких частотах // РЭ. 1990. Т. 35, № 10. С. 2208.
- 34. Ribas R., Labarta A. Magnetic relaxation of a one-domain model for small particle system with dipolar interaction. Monte Carlo simulation // JAP. 1996. V. 80, № 9. P. 5192.
- 35. Беспятых Ю.И., Тарасенко В.В., Харитонов В.Д. Эффективные диэлектрическая и магнитная проницаемости ансамбля ферромагнитных частиц // РЭ. 1988. Т. 33, № 4. С. 872.
- 36. Пономаренко В.И., Бержанский В.Н., Журавлев С.И. Расчет, конструирование и синтез согласованных радиопоглощающих структур на основе магнитных материалов // XI Межд. конф. по гиромагн. электрон. и электродин.: Тез. докл. Т. 1. Украина, Алушта, 1992. С. 38.
- 37. *Kwon H.J.*, *Shin J.Y.*, *Oh J.H.* The microwave absorbing and resonance phenomena of Y-type hexagonal ferrite microwave absorbers // JAP. 1994. V. 75, № 10. P. 6109.
- 38. Покусин Д.Н., Чухлебов Э.А., Залесский М.Ю. Комплексная магнитная проницаемость ферритов в области естественного ферромагнитного резонанса // РЭ. 1991. Т. 36, № 11. С. 2085.

- 39. Sparks M., Tittmann B.R., Mee J.F.. Newkirk C. Ferromagnetic resonance in epitaxial garnet thin films // JAP. 1969. V. 40, № 3. P. 1518.
- 40. Laulicht I., Suss J.T., Barak J. The temperature dependence of the ferromagnetic and paramagnetic resonance spectra in thin yttrium-iron garnet films // JAP. 1991. V.70, № 4. P. 2251.
- 41. Chen H., De Gasperis P., Marcelli R., Pardavi-Horvath M., McMichael R., Wigen P.E. Wide-band linewidth measurements in yttrium iron garnet films // JAP. 1990. V. 67, № 9. P. 5530.
- 42. Помялов А.В., Зильберман П.Е. Магнитные резонансы в малых тонкопленочных образцах железоиттриевого граната // РЭ. 1986. Т. 31, № 1. С. 94.
- 43. Archer J.L., Bongianni W.L., Collins J.H. Magnetically tunable microwave bandstop filters using epitaxial YIG film resonators // JAP. 1970. V.41, № 3. P. 1360.
- 44. Hansen P., Krumme J.P. Determination of the local variation of the magnetic properties of liquid-phase epitaxial iron garnet films // JAP. 1973. V. 44, № 6. P. 2847.
- 45. *Телеснин Р.В., Козлов В.И., Дудоров В.Н.* Ферромагнитный резонанс в эпитаксиальных пленках Y<sub>3</sub>Fe<sub>5-x</sub>Ga<sub>x</sub>O<sub>12</sub> // ФТТ. 1974. Т.16, № 11. С. 3532.
- 46. *Algra H.A.*, *Robertson J.M.* A FMR study on horizontally dipped LPE grown (La,Ga):YIG films // JAP. 1979. V. 50, № 3. P. 2173.
- 47. Аваева И.Г., Лисовский Ф.В., Осика В.А., Щеглов В.И. Исследование эпитаксиальных пленок смешанных ферритов-гранатов методом ферромагнитного резонанса // ФТТ. 1975. Т. 17, № 10. С. 3045.
- 48. Аваева И.Г., Лисовский Ф.В., Осика В.А., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в эпитаксиальных пленках смешанных ферритов-гранатов // РЭ. 1976. Т. 21, № 9. С. 1894.
- 49. Аваева И.Г., Лисовский Ф.В., Осика В.А., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в эпитаксиальных пленках смешанных ферритов-гранатов с кубической анизотропией // ФТТ. 1976. Т. 18, № 12. С. 3694.
- 50. Hsia L.C., Wigen P.E., De Gasperis P., Borghese C. Enhancement of uniaxial anisotropy constant by introducing oxygen vacancies in Ca-doped YIG // JAP. 1981. V.52, № 3. P.2261.
- 51. Темирязев А.Г., Тихомирова М.П., Зильберман П.Е., Маряхин А.В., Хе А.С. СВЧ свойства Ga,Sc-замещенных пленок ЖИГ с малой намагниченностью // XIV Всес. шк.-сем. «Новые магнитные материалы микроэлектроники»: Тез. докл. Ч. 1. М., 1994. С. 57.
- 52. Silliman S.D., Gualtieri D.M., Stancil D.D. Improvement of FMR linewidth in Bi-substituted luthetium iron garnet thin films for the MSW-optical-mode interaction // JAP. 1993. V. 73, № 10. P.6460.
- 53. Butler J.C., Kramer J.J., Esman R.D., Craig A.E., Lee J.N., Ryuo T. Microwave and magneto-optic properties of bismuth-substituted yttrium iron garnet thin films // JAP. 1990. V. 67, № 9. P.4938.
- 54. Grishin A.M., Dellalov V.S., Nikolayev E.I., Shkar V.F., Yampolskii S.V. FMR doublet in two-layer iron garnet films (abstract) // JAP. 1994. V.76, № 10. P.6560.
- 55. Barak J., Ruppin R. Ferromagnetic resonance of double yttrium-iron-garnet films: perpendicular field // JAP. 1990. V. 67, № 5. P. 2549.

- 56. Глущенко А.Г., Курушин Е.П., Кошкин Л.И. Микроустройства СВЧ на тонких монокристаллических пленках Mg-Mn феррита // Изв. вузов, Радиоэлектроника. 1975. Т. 18, № 11. С. 93.
- 57. Глущенко А.Г., Курушин Е.П., Кошкин Л.И. Использование тонких монокристаллических пленках Mg-Mn феррита в микрополосковых линиях передачи СВЧ // РЭ. 1974. Т. 19, № 11. С. 2397.
- 58. *Пузырев В.А.* Тонкие ферромагнитные пленки в радиотехнических цепях. М.: Сов. рад., 1974.
- 59. Goryunov Yu.V., Khaliullin G.G., Garifullin I.A., Tagirov L.R., Schreiber F., Budeker P., Bruhl K., Morave Ch., Mohge Th., Zabel H. FMR studies of magnetic properties Co and Fe thin films on Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, and MgO substrates // JAP. 1994. V. 76, № 10. P. 6096.
- 60. Kohmoto O., Munakata M. Ferromagnetic resonance in evaporated Co-CoO films // JAP. 1995. V.77, № 12. P. 6712.
- Krishnan R., Lassri H., Seddat M., Fessier M., Guruswamy S., Sahay S. Magnetic and ferromagnetic resonance studies in Co-Cu composite films // JAP. 1994. V. 75, № 10. P. 6607.
- 62. Жерихов С.П., Бочкарев В.Ф., Русов Г.И., Торба Г.Ф. Особенности ферромагнитного резонанса в аморфных гадолиний-кобальтовых пленках // Физика магнитных пленок. Иркутск: изд-во ИГПИ, 1976. С.63.
- 63. Погорелый А.Н., Подъяловский Д.И. Спин-волновой резонанс в аморфных пленках Тb-Fe при 200-400 К // ФТТ. 1992. Т. 34, № 3. С. 972.
- 64. Acharya B.R., Prasad S., Venkataramani N., Kaabouchi M., Krishnan R., Sella C. Ferromagnetic resonance studies of Fe/Ni and Fe/CoNbZr multilayers: Modes and experiments // JAP. 1995. V. 78, № 6. P. 3992.
- 65. Dupuis V., Perez J.P., Tuaillon J., Paillard V., Melinon P., Perez A., Barbara B., Thomas L., Fayeulle S., Gay M. Magnetic properties of nanostructured thin films of transition metal obtained by low energy cluster beam deposition // JAP. 1994. V. 76, № 10. P. 6676.
- 66. Zhou I., Zhang Z., Wigen P.E., Ounadjela K. Interlayer exchange coupling versus ferromagnetic layer thickness in asymmetric Co/Ru/Co trilayer films // JAP. 1994. V.76, № 10. P. 7078.
- 67. Wigen P.E., Zhang Z., Zhou I., Ye M., Cowen J.A. The dispersion relation in antiparallel coupled ferromagnetic films // JAP. 1993. V. 73, № 10. P. 6338.
- 68. Rezende S.M., Moura J.A.S., de Aguiar F.M., dos Santos C.A., Schreiner W.R., Feixeira S.R. Ferromagnetic resonance in Ag coupled Ni films // JAP. 1993. V.73, № 10. P.6341.
- 69. Kordecki R., Meckenstock R., Pelzl J., Nikitov S. Investigations of surface and bulk spin wave modes in as-prepared and annealed FeNi multilayers by spin wave resonance // JAP. 1993. V. 73, № 10. P. 6359.
- 70. Artman J.O., DeSmet D.J., Shao X., Cates J.C., Alexander C., Parker M.R., Lacey E.T., Lord D.G., Grundy P.J. Ferromagnetic resonance studies of anisotropy in PtCo multilayers // JAP. 1991. V.70, № 10. P. 6038.
- 71. Guslienko K.Yu., Lesnik N.A., Mitsek A.J., Vozniuk B.P. FMR in ferromagnetic films with coupled layers // JAP. 1991. V. 69, № 8. P. 5316.
- 72. Вознюк Б.П., Гуслиенко К.Ю., Козлов В.И., Лесник Н.А., Мицек А.И. Влияние взаимодействия слоев на ФМР в двухслойных ферромагнитных пленках // ФТТ. 1991. Т. 33, № 2. С. 438.

- 73. *Гуслиенко К.Ю*. Спин-волновые моды в обменно-связанных многослойных магнитных пленках // ФТТ. 1995. Т. 37, № 6. С. 1603.
- 74. Высоцкий С.Л., Казаков Г.Т., Кац М.Л., Филимонов Ю.А. Влияние закрепления поверхностных спинов на спектр спин-волнового резонанса структуры с двумя обменно-связанными пленками // ФТТ. 1993. Т. 35, № 5. С. 1190.
- 75. Krebs J.J., Lind D.M., Berry S.D. // Ferromagnetic resonance and spin anisotropy in iron oxide thin films and iron oxide/nickel oxide superlattices // JAP. 1993. V. 73, № 10. P. 6457.
- 76. *Ерухимов М.Ш.*, *Ерухимов Г.М.*, *Беренштейн Б.Э.* Спектр спиновых волн и намагниченность ферромагнитных сверхрешеток // ФТТ. 1994. Т. 36, № 6. С. 1621.
- 77. Wang W.N., Jiang Z.S., Du Y.W. Ferromagnetic resonance study on Fe-SiO<sub>2</sub> granular films // JAP. 1995. V. 78, № 11. P. 6679.
- 78. Jiang Z.S., Ge X., Ji J.T., Sang H., Guo G., Du Y.W., Zhang S.Y. Magnetic properties of the FeSi-SiO<sub>2</sub> granular films // JAP. 1994. V. 76, № 10. P. 6490.
- 79. Rubinstein M., Das B.N., Koon N.C., Chrisey D.B., Horwitz J. Granular giant magnetoresistive materials and their ferromagnetic resonances // JAP. 1994. V. 76, № 10. P. 6823.
- 80. Chubing P., Haiying C., Guozhong L., Daosheng D. Magnetic properties of the Fe<sub>x</sub>Cu<sub>1-x</sub> granular alloy films // JAP. 1994. V. 76, № 10. P. 7102.
- 81. Rubinstein M., Das B., Chrisey D.B., Horwitz J., Koon N.C. Ferromagnetic resonance studies of granular materials // JAP. 1994. V.75, № 10. P. 6622.
- 82. Kordecki R., Meckenstock R., Pelzl J., Mbhlbauer H., Dumpich G., Nikitov S. Ferromagnetic resonance investigations of spin waves in Fe-Ni multilayers // JAP. 1991. V. 70, № 10. P. 6418.
- Вержанский В.Н., Петров В.Е., Кокоз В.Л. Спин-волновой резонанс в ионно-имплантированных феррит-гранатовых структурах // ФТТ. 1991. Т. 33, № 11. С. 3372.
- 84. Зюзин А.М., Бажанов А.Г. Трансформация спектров спин-волнового резонанса в многослойных пленках при переходе через точку Кюри слоя закрепления // ЖЭТФ. 1997. Т. 112, № 4(10). С. 1430.
- 85. Свистов Л.Е., Сафонов В.Л., Хачеватская К.Р. Спин-волновые резонансы в неоднородно деформированных пластинах FeBO<sub>3</sub> // ЖЭТФ. 1997. Т. 112, № 2(8). С. 564.
- 86. Мирошников Ю.Ф., Храмов Б.В. Перпендикулярная анизотропия в двухосных пленках // Изв. вузов. Физика. 1974. № 11(150). С. 119.
- 87. Гаврилин В.П., Березин Д.Г., Мирошников Ю.Ф. Ферромагнитный резонанс и магнитная кристаллографическая анизотропия монокристаллических пленок литиевого феррита // Изв. вузов. Физика. 1973, № 9(136). С. 86.
- 88. Meckenstock R., von Geisau O., Peizl J., Wolf J.A. Conventional and photothermally modulated ferromagnetic resonance investigations of anisotropy fields in an epitaxial Fe (001) film // JAP. 1995. V.77, № 12. P. 6439.
- 89. Komenou K., Zebrowski J., Wilts C.H. Ferromagnetic resonance study of the anisotropy field and nonmagnetic regions in implanted layers of bubble garnet films // JAP. 1979. V. 50, № 8. P. 5442.

- 90. Wilts C.H., Zebrowski J., Komenou K. Ferromagnetic resonance study of the anisotropy profile in implanted bubble garnets // JAP. 1979. V. 50, № 9. P. 5878.
- 91. Cregg P.J., Crothers D.S.F., Wickstead A.W. An approximate formula for the relaxation time of a single domain ferromagnetic particle with uniaxial anisotropy and collinear field // JAP. 1994. V. 76, № 8. P. 4900.
- 92. Dorsey P., Sokoloff J.B., Vittoria C. Ferrimagnetic resonance lineshape asymmetry due to Suhl instabilities // JAP. 1993. V. 74, № 3. P. 1938.
- 93. *Зюзин А.М., Ваньков В.Н.* Угловая зависимость интенсивности линии ФМР в анизотропных магнитных пленках // ФТТ. 1990. Т. 32, № 7. С. 2015.
- 94. *Халваши Э*. Ширина линий магнитного резонанса в окрестности фазового перехода // ФТТ. 1994. Т. 36, № 4. С. 1175.
- 95. *Зюзин А.М., Радайкин В.В.* Влияние дисперсии полей орторомбической анизотропии на ширину линии ферромагнитного резонанса в пленках феррит-гранатов // ЖТФ. 1997. Т. 67, № 8. С. 131.
- 96. *Hoekstra B., van Stapele R.P., Robertson J.M.* Spin-wave resonance spectra of inhomogeneous bubble garnet films // JAP. 1977. V. 48, № 1. P. 382.
- 97. Robson M.C., Kwon C., Kim K.-C., Sharma R.P., Venkatesan T., Lofland S.E., Bhagat S.M., Ramesh R., Dominguez M., Tyagi S.D. Characterization of epitaxial La<sub>0.7</sub>Ba<sub>0.3</sub>MnO<sub>3</sub> structures using ferromagnetic resonance // JAP. 1996. V. 80, № 4. P. 2334.
- 98. Беляев Б.А., Журавлев В.А., Кириченко В.И., Сусляев В.И., Тюрнев В.В. Исследование электромагнитных параметров бикомплексных сред на СВЧ с помощью нерегулярного микрополоскового резонатора. Препринт № 735Ф. Красноярск: ИФ СО РАН, 1994.
- 99. Беляев Б.А., Иваненко А.А., Лексиков А.А., Макиевский И.Я., Пашкевич А.З., Тюрнев В.В. Спектрометр ферромагнитного резонанса локальных участков тонких магнитных пленок. Препринт № 761Ф. Красноярск: ИФ СО РАН, 1995.
- 100. *Morgenthaler F.R.* Electromagnetic signal processor forming localized regions of magnetic wave energy in gyro-magnetic material // Patent USA № 4,152,676. Int.Cl.:H01P 1/34. May 1, 1979.
- 101. Басс Ф.Г., Кагаловский В.А., Конотоп В.В. Неоднородный ферромагнитный резонанс в магнетиках с флуктуирующими параметрами // ФТТ. 1990. Т. 32, № 1. С. 77.
- 102. Аверкиев Н.С., Вихнин В.С., Саблина Н.И. Новая форма резонансных линий, уширенных дислокациями в тонких пленках // ФТТ. 1996. Т. 38, № 1. С. 138.
- 103. Барьяхтар В.Г., Еременко В.В., Звягин С.А., Пашкевич Ю.Г., Пишно В.В., Соболев В.Л., Шахов В.В. Ширина линии обменных мод магнитного резонанса в четырехподрешеточном ромбическом антиферромагнетике // ЖЭТФ. 1991. Т. 100, № 6(12). С. 1893.
- 104. *McMichael R.D.* Method for determining both magnetostriction and elastic modulus by ferromagnetic resonance // JAP. 1994. V. 75, № 10. P. 5650.
- 105. Oliver S.A., Harris V.G., Vittoria C. Magnetostriction measurements on thin films by a slot-line ferromagnetic resonance technique // JAP. 1990. V. 67,  $N_{2}$  9. P. 5019.

- 106. Дикитейн И.Е., Мальцев О.А. Ферромагнитный резонанс и магнитостатические волны в неоднородно деформированных пленках ферритов-гранатов // РЭ. 1992. Т. 37, № 11. С. 2003.
- 107. Smith A.B., Jones R.V. Magnetostriction constants from ferromagnetic resonance // JAP. 1963. V. 34, № 5. P. 1283.
- 108. *Morgenthaler F.R.* Two-dimensional magnetostatic resonances in a thin film disk containing a magnetic bubble // JAP. 1979. V. 50, № 3. P. 2209.
- 109. Sürig C., Hempel K.A. Interaction effects in particulate recording media studied by ferromagnetic resonance // JAP. 1996. V. 80, № 6. P. 3426.
- 110. Orth Th., Pelzl J., Chantrell R.W., Veitch R., Jakusch H. Ferromagnetic resonance and transverse susceptibility measurements on particulate recording media // JAP. 1993. V. 73, № 10. P. 6738.
- 111. Yu Y., Harrell J.W., Doyle W.D. Ferromagnetic resonance spectra of oriented barium ferrite tapes // JAP. 1994. V. 75, № 10. P. 5550.
- 112. Гобов Ю.Л., Шматов Г.А. Считывание информации на основе ферромагнитного резонанса в магнитных пленках, помещенных в неоднородное магнитное поле // ФММ. 1995. Т. 79, № 6. С. 68.
- 113. Kabychenkov A. Some effects at the resonant interaction of a discrete spectrum light field with microwave ferrite // Proc. XIV Intern. Conf. on Microwave Ferrites (Gyromagn. Electron. and Electrodyn.). Hungary. Eger. 1998. V. 1. P. 117.
- 114. Bahlmann N., Gerhardt R., Wallenhorst M., Dutsch H. Determination of the ferrimagnetic precession cone of in-plane magnetized garnet films using optical modulation technique // JAP. 1996. V. 80, № 7. P. 3977.
- 115. Mendik M., Frait Z., von K∂nel H., Onda N. Ferromagnetic resonance and Brillouin light scattering from epitaxial Fe<sub>x</sub>Si<sub>1-x</sub> films on Si (111) // JAP. 1994. V. 76, № 10. P. 6897.
- 116. Meckenstock R., Schreiber F., von Geisau O., Peizl J. Photothermally modulated ferromagnetic resonance investigations of epitaxially grown thin films // JAP. 1994. V.75, № 10. P. 6508.
- 117. Уокер Л. Магнитостатические типы прецессии при ферромагнитном резонансе // Ферриты в нелинейных сверхвысокочастотных устройствах [6]. М.: ИЛ, 1961. С. 470.
- 118. Damon R.W., Eshbach J.R. Magnetostatic modes of a ferromagnet slab // J. Phys. Chem. Solids. 1961. V. 19, № 3/4. P. 308.
- 119. ЛеКроу Р., Спенсер Е., Портер К. Ширина кривой ферромагнитного резонанса в монокристаллах иттриевого феррита со структурой граната // Ферриты в нелинейных сверхвысокочастотных устройствах [6]. М.: ИЛ, 1961. С. 433.
- 120. Диллон Дж., Нильсен Дж. Влияние редкоземельных примесей на ферромагнитный резонанс в иттриевом гранате // Ферриты в нелинейных сверхвысокочастотных устройствах [6]. М.: ИЛ, 1961. С. 442.
- 121. Флетчер П., Белл Р. Магнитостатические типы прецессии в ферримагнитных сферах // Ферриты в нелинейных сверхвысокочастотных устройствах [6]. М.: ИЛ, 1961. С. 497.
- 122. Schlömann E., Joseph R.I. Instability of spin waves and magnetostatic waves in a microwave field applied parallel to the dc field // JAP. 1961. V. 32, № 6. P. 1006.

Список литературы

- 123. Auld B.A. Walker modes in large ferrite samples // JAP. 1960. V.31, № 9. P. 1642.
- 124. Fletcher P.C., Kittel C. Consideration on the propagation and generation of magnetostatic waves and spin waves // PR. 1960. V. 120, № 6. P. 2004.
- 125. Damon R.W., Van de Vaart H. Propagation of magnetostatic spin waves at microwave frequencies. II. Rods // JAP. 1966. V. 37, № 6. P. 2445.
- 126. Damon R.W., Van de Vaart H. Propagation of magnetostatic spin waves at microwave frequencies in a normally-magnetized disk // JAP. 1965. V. 36, № 11. P. 3453.
- 127. Damon R.W., Eshbach J.R. Magnetostatic modes of a ferromagnet slab // JAP. 1960. V. 31, № 5. P. 104S.
- 128. Eshbach J.R., Damon R.W. Surface magnetostatic modes and surface spin waves // PR. 1960. V. 118, № 5. P. 1208.
- 129. Joseph R.I., Schlömann E. Theory of magnetostatic modes in long, axially magnetized cylinders // JAP. 1961. V. 32, № 6. P. 1001.
- 130. Seshadri S.R. Magnetostatic surface waves in ferrite slab // Proc. IEEE. 1970. V. 58, № 3. Р. 506. Перевод: Сешадри. Поверхностные магнитостатические волны в ферритовой пластине // ТИИЭР. 1970. Т. 58, № 4. С. 105.
- 131. Van de Vaart H. Influence of metal plate on surface magnetostatic modes of magnetic slab // El. Lett. 1970. V. 6, № 19. P. 601.
- 132. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967.
- 133. Sodha M.S., Srivastava N.S. Microwave propagation in Ferrimagnetics. New York: Plenum Press, 1981.
- 134. Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П. Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1993.
- 135. Вендик О.Г., Калиникос Б.А. Волновые процессы в пленочных ферритовых слоистых структурах – физические основы спин-волновой электроники // Изв. вузов. Физика. 1988. Т. 31, № 11. С. 3.
- 136. Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е. Магнитоупругие волны в пластинах и пленках ферромагнетиков // Изв. вузов. Физика. 1988. Т. 31, № 11. С.6.
- 137. Дмитриев В.Ф., Калиникос Б.А. Возбуждение распространяющихся волн намагниченности микрополосковыми антеннами // Изв. вузов. Физика. 1988. Т. 31, № 11. С. 24.
- 138. *Преображенский В.Л.*, *Фетисов Ю.К.* Магнитостатические волны в нестационарной среде // Изв. вузов. Физика. 1988. Т. 31, № 11. С. 54.
- 139. Вашковский А.В., Стальмахов А.В., Шахназарян Д.Г. Формирование, отражение и преломление волновых пучков магнитостатических волн // Изв. вузов. Физика. 1988. Т. 31, № 11. С. 67.
- 140. Вороненко А.В., Герус С.В., Харитонов В.Д. Дифракция поверхностных магнитостатических волн на магнитных решетках в режиме Брэгга // Изв. вузов. Физика. 1988. Т. 31, № 11. С. 76.
- 141. Игнатьев А.А., Стальмахов В.С. Экспериментальные исследования магнитостатических волн в миллиметровом диапазоне // Изв. вузов. Физика. 1988. Т. 31, № 11. С. 86.
- 142. *Кудинов Е.В., Берегов А.С.* Использование принципа декомпозиции при построении математических моделей спин-волновых устройств // Изв. вузов. Физика. 1988. Т. 31, № 11. С. 106.

- 143. Morgenthaler F.R. An overview of electromagnetic and spin angular momentum mechanical waves in ferrite media // Proc. IEEE. 1988. V.76, № 2. Р.138. Перевод: Моргенталер Ф.Р. Электромагнитные и спиновые волны в ферритовых средах // ТИИЭР. 1988. Т.76, № 2. С. 50.
- 144. Уайт Р., Солт И. Мультиплетный ферромагнитный резонанс в ферритовых сферах // Ферриты в нелинейных сверхвысокочастотных устройствах [6]. М.: ИЛ, 1961. С. 529.
- 145. *Eshbach J.R.* Spin-wave propagation and the magnetoelastic interaction in yttrium iron garnet // JAP. 1963. V. 34, № 4. P. 1298.
- 146. *Eggers F.G.*, *Strauss W*. A UHF delay line using single-crystal yttrium iron garnet // JAP. 1963. V. 34, № 4. P. 1180.
- 147. Pizzarello F.A., Collins J.H., Coerver L.B. Magnetic steering of magnetostatic waves in epitaxial YIG films // JAP. 1970. V.41, № 3. P. 1016.
- 148. Huben P., McKinstry K.D., Kabos P. Coupled edge-guided magnetostatic waves // JAP. 1993. V.73, № 10. P. 7015.
- 149. O'Keeffe T.W., Patterson R.W. Magnetostatic surface wave propagation in finite samples // JAP. 1978. V.49, № 12. P. 4886.
- 150. Parekh J.P. Theory for magnetostatic forward volume excitation // JAP. 1979. V. 50, № 3. P. 2452.
- 151. *Никитов С.А., Гаврилин С.Н.* Дисперсия поверхностных магнитостатических волн при распространении по шероховатой поверхности // РЭ. 1988. Т. 33, № 11. С. 2415.
- 152. *Рухадзе А.А., Чоговадзе М.Е.* Распространение поверхностных спиновых волн в изотропных средах // ФТТ. 1991. Т. 33, № 4. С. 1055.
- 153. Грибкова Ю.В., Каганов М.И. Магнитостатический спектр поперечнонамагниченной пластины (качественный анализ) // ФТТ. 1991. Т. 33, № 2. С. 508.
- 154. Зайко Ю.Н., Лазерсон А.Г. Распространение импульсов поверхностных магнитостатических волн // РЭ. 1988. Т. 33, № 2. С. 409.
- 155. *Прокушкин В.Н., Шараевский Ю.П.* Поверхностные магнитостатические волны в ферритовой структуре с импедансными границами // РЭ. 1987. Т. 32, № 8. С. 1750.
- 156. Сучков С.Г. Вариационный метод расчета характеристик магнитостатических волн в косо-намагниченных двумерно-ограниченных ферромагнитных пленках // РЭ. 1985. Т. 30, № 6. С. 1080.
- 157. *Щучинский А.Г.* Поверхностные волны в касательно намагниченном ферритовом слое // РЭ. 1984. Т. 29, № 9. С. 1700.
- 158. Ганн В.В. Неоднородный резонанс в ферромагнитной пластине // ФТТ. 1966. Т. 8, № 11. С. 3167.
- 159. Михайловская Л.В., Хлебопрос Р.Г. Магнитостатический спектр ферромагнитной пленки // ФТТ. 1969. Т. 11, № 10. С. 2854.
- 160. *Фетисов Ю.К.* Влияние ориентации постоянного поля на дисперсию магнитостатических волн в пленке феррита // РЭ. 1988. Т. 33, № 10. С. 2217.
- 161. Дунаев С.Н., Фетисов Ю.К. Влияние импульсного оптического нагрева на распространение магнитостатических волн в пленке феррита // РЭ. 1996. Т. 41, № 1. С. 89.

- 162. Есиков О.С., Толокнов Н.А., Фетисов Ю.К. Спектры передачи СВЧмощности на поверхностных магнитостатических волнах в пластинках ИЖГ // РЭ. 1980. Т. 25, № 1. С. 128.
- 163. Костылов В.Н., Митлина Л.А., Янковская Т.В. Распространение магнитостатических волн в пленках магний-марганцевого феррита // XIV Всес. шк.-сем. «Новые магнитные материалы микроэлектроники». Тез. докл. Ч. 1. М.: МГУ, 1994. С. 55.
- 164. Берегов А.С. Магнитостатические волны в структуре с произвольно намагниченной пленкой кубического ферромагнетика // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1984. Т. 27, № 10. С. 9.
- 165. Казаков Г.Т., Сухарев А.Г., Филимонов Ю.А., Шеин И.В. Влияние кубической анизотропии на спектр спиновых волн произвольно намагниченной пленки ЖИГ с плоскостью (111) // ЖТФ. 1989. Т. 59, № 2. С. 186.
- 166. *Reimann H., Hsia L.C., Wigen P.E.* Magnetostatic mode spectra of uniaxial ferromagnets // JAP. 1981. V. 52, № 3. P. 2264.
- 167. Дудко Г.М., Казаков Г.Т., Сухарев А.Г., Филимонов Ю.А., Шеин И.В. Магнитостатические волны в косонамагниченных слоях анизотропного феррита // РЭ. 1990. Т. 35, № 5. С. 966.
- 168. Бобков В.Б., Зависляк И.В., Романюк В.Ф. Магнитостатические волны в ферритовых пленках с тригональной анизотропией // ФТТ. 1993. Т. 35, № 2. С. 431.
- 169. *Каганов М.И.*, *Пустыльник Н.Б.* Поверхностные магнитные колебания в одноосном антиферромагнетике // ЖЭТФ. 1995. Т. 107, № 4. С. 1298.
- 170. Высоцкий С.Л., Казаков Г.Г., Маряхин А.В., Нам Б.П., Сухарев А.Г., Филимонов Ю.А., Хе А.С. Магнитостатические волны в слабо анизотропных Ga, Sc-замещенных пленках железо-иттриевого граната // РЭ. 1992. Т. 37, № 6. С. 1086.
- 171. *Медведь А.В., Никитин И.П., Филимонова Л.М.* Влияние кристаллографической анизотропии на спектр магнитостатических волн в пленках железоиттриевого граната // РЭ. 1987. Т. 32, № 7. С. 1557.
- 172. LeCraw R.C., Walker L.R. Temperature dependence of the spin-wave spectrum of yttrium iron garnet // JAP. 1961. V. 32, № 3. P. 167S.
- 173. *Кабыченков А.Ф.* Влияние светового поля на дисперсию магнитодипольных волн в ферромагнетиках // ЖТФ. 1994. Т. 64, № 8. С. 159.
- 174. *Луговской А.В.*, *Щеглов В.И*. Спектр обменных и безобменных спин-волновых возбуждений в пленках ферритов-гранатов // РЭ. 1982. Т. 27, № 3. С. 518.
- 175. Дудоров В.Н., Рандошкин В.В. Спин-волновой резонанс в пленках иттрий-железистого граната // ФТТ. 1994. Т. 36, № 6. С. 1790.
- 176. Adam J.D., O'Keeffe T.W., Patterson R.W. Magnetostatic wave to exchange resonance coupling // JAP. 1979. V. 50, № 3. P. 2446.
- 177. *Schiltz W*. Experimental evidence for coupling between dipole and exchange dominated spin waves in epitaxial YIG // Solid State Comm. 1972. V. 11, № 3. P. 615.
- 178. *Schiltz W*. Spin-wave propagation in epitaxial YIG-films // Phil. Res. Rep. 1973. V. 28, № 1. P. 50.
- 179. Wolfram T., de Wames R.E. Effects of exchange on the magnetic surface states of yttrium iron garnet films // Solid State Comm. 1970. V.8, № 1. P. 191–194.

- 180. *De Wames R.E.*, *Wolfram T*. Dipole-exchange spin waves in ferromagnetic films // JAP. 1970. V.41, № 4. P.987.
- 181. Wolfram T., de Wames R.E. Magnetoexchange branches and spin wave resonance in conducting and insulating films — perpendicular resonance // PR(B). 1971. V. 4, № 9. P. 3125.
- 182. Дмитриев В.Ф., Калиникос Б.А., Ковшиков Н.Г. Наблюдение обменных осцилляций излучения при возбуждении спиновых волн в нормально намагниченных пленках железо-иттриевого граната // ЖТФ. 1985. Т. 55, № 10. С. 2051.
- 183. Chen M., Patton C.E. New perspective on the Green's function dipoleexchange spin waves theory for thin films // JAP. 1994. V. 75, № 10. P. 6084.
- 184. Chernakova A.K., Cash A., Peruyero J., Stancil D.D. Orientation dependence of dipole gaps in the magnetostatic wave spectrum of Bi-substituted iron garnets // JAP. 1994. V. 75, № 10. P. 6606.
- 185. Казаков Г.Т., Сухарев А.Г., Филимонов Ю.Л. Радиационные обменные потери магнитостатических волн Дэймона-Эшбаха в пленках железоиттриевого граната // ФТТ. 1990. Т. 32, № 12. С. 3571.
- 186. Андреев А.С., Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Кравченко В.Б., Луговской А.В., Огрин Ю.Ф., Темирязев А.Г., Филимонова Л.М. Распространение магнитостатических волн в пленках железо-иттриевых гранатов субмикронной толщины // ЖЭТФ. 1984. Т. 86, № 3. С. 1005.
- 187. Зильберман П.Е., Темирязев А.Г., Тихомирова М.П. Возбуждение и распространение обменных спиновых волн в пленках железо-иттриевого граната // ЖЭТФ. 1995. Т. 108, № 1(7). С. 281.
- 188. Зильберман П.Е., Луговской А.В., Шарафатдинов А.А. Спин-волновой резонанс и распределение обменных спиновых волн в неоднородных по толщине ферритовых пленках // ФТТ. 1995. Т. 37, № 7. С. 2010.
- 189. Temiryasev A.G., Tikhomirova M.P., Zil'berman P.E. «Exchange» spin waves in nonuniform yttrium iron garnet films // JAP. 1994. V. 76, № 9. P. 5586.
- 190. Gulyaev Yu.V., Temiryazev A.G., Tikhomirova M.P., Zil'berman P.E. Magnetoelastic interaction in yttrium iron garnet films with magnetic inhomogeneities through the film thickness // JAP. 1994. V.75, № 10. P. 5619.
- 191. Кайбичев И.А., Шавров В.Г. Поверхностные магнитостатические волны в неоднородном ферромагнетике с отклонением намагниченности от нормали к поверхности // РЭ. 1998. Т. 43, № 1. С. 90.
- 192. Morgenthaler F.R. Magnetostatic surface modes in nonuniform thin films with in-plane bias fields // JAP. 1981. V. 52, № 3. P. 2267.
- 193. Зильберман П.Е., Темирязев А.Г., Тихомирова М.П. Обменные спиновые волны в неоднородных ферритовых слоях: возбуждение, распространение, перспективы применения // I Объед. конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. 1995. М.: ИРЭ РАН. С. 128.
- 194. Зильберман П.Е., Темирязев А.Г., Тихомирова М.П. Распространение импульсов спиновых и акустических волн по толщине неоднородных пленок ЖИГ // I Объед. конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. 1995. М.: ИРЭ РАН. С. 204.

- 195. Беспятых Ю.И., Василевский В., Харитонов В.Д. Затухание поверхностных магнитостатических волн в случайно неоднородной анизотропной среде // РЭ. 1998. Т. 43, № 5. С. 622.
- 196. Гайнович И.Ю., Головач Г.П., Зависляк И.В., Романюк В.Ф. Дипольные и обменные спиновые возбуждения в неоднородных ферритовых пленках // ФТТ. 1992. Т. 34, № 6. С. 1680.
- 197. Гайнович И.Ю., Зависляк И.В., Романюк В.Ф. Обратные объемные магнитостатические волны в неоднородных ферритовых {111} пленках железо-иттриевого граната // РЭ. 1994. Т. 39, № 1. С. 33.
- 198. *Мэзон У.П.* (ред). Физическая акустика. Т. ЗБ. Динамика решетки. М.: Мир. 1968.
- 199. *Kingner C.*, *Heil J.*, *Lethi B.* Surface acoustic wave propagation in paramagnets and ferromagnets // JAP. 1981. V. 52, № 3. P. 2270.
- 200. Гуляев Ю.В., Никитов С.А. Дифракция внешней электромагнитной волны на звуке в феррите // РЭ. 1985. Т. 30, № 5. С. 1027.
- 201. Зависляк И.В., Коцаренко Н.Я., Рапопорт Ю.Г. Преобразование магнитостатических волн в акустическую с большим понижением частоты в ферромагнитной пластине // РЭ. 1985. Т. 30, № 5. С. 1028.
- 202. Киндяк А.С. Нелинейные поверхностные магнитостатические волны в феррит-полупроводниковой структуре // ЖТФ. 1999. Т. 69, № 6. С. 119.
- 203. *Strauss W*. Elastic and magnetoelastic waves in yttrium iron garnet // Ргос. IEEE, 1965. V. 53, № 10. Р. 1485. Перевод: Страусс. Упругие и магнитоупругие волны в железоиттриевом гранате // ТИИЭР. 1965. Т. 53, № 10. С. 1673.
- 204. *Comstock R.L.* Magnetoelastic coupling constants of the ferrites and garnets // Proc. IEEE. 1965. V. 53, № 10. Р. 1508. Перевод: Комсток Р.Л. Константы магнитоупругой связи ферритов со структурой шпинели и со структурой граната // ТИИЭР. 1965. Т. 53, № 10. С. 1698.
- 205. Андреев А.С., Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Кравченко В.Б., Огрин Ю.Ф., Темирязев А.Г., Филимонова Л.М. Магнитоупругие эффекты в касательно намагниченных пленках железоиттриевого граната // РЭ. 1985. Т. 30, № 10. С. 1992.
- 206. Бугаев А.С., Горский В.Б. Магнитоупругие эффекты в ферритовых пленках с участием высших толщинных обменных магнитостатических мод // РЭ. 1992. Т. 37, № 6. С. 961.
- 207. *Тарасенко С.В.* Магнитоупругий механизм формирования бегущей поверхностной спиновой волны // ФТТ. 1991. Т. 33, № 10. С. 3021.
- 208. *Тарасенко С.В.* Аномальный характер дифракции спиновых волн в условиях сильного линейного магнон-фононного взаимодействия // ФТТ. 1991. Т. 33, № 8. С. 2394.
- 209. Крышталь Р.Г., Медведь А.В. Устройства обработки СВЧ-сигналов, основанные на явлении рассеяния магнитостатических волн на поверхностных акустических волнах // РЭ. 1991. Т. 36, № 8. С. 1571.
- 210. Крышталь Р.Г., Медведь А.В., Попков А.Ф. Влияние затухания поверхностных магнитостатических волн на параметры их рассеяния на поверхностной акустической волне в пленках железоиттриевого граната // РЭ. 1994. Т. 39, № 4. С. 647.
- 211. Участкин В.И. Поверхностные магнитоупругие волны // ФТТ. 1971. Т. 13, № 8. С. 2499.

- 212. *Kittel C.* Interaction of spin waves and ultrasonic waves in ferromagnetic crystals // PR. 1958. V. 110, № 5. P. 836.
- 213. *Seavey M.H.* Phonon generation by magnetic films // Proc. IEEE. 1965. V. 53, № 10. Р. 1387. Перевод: Сиви. Генерация фононов магнитными пленками // ТИИЭР. 1965. Т. 53, № 10. С. 1567.
- 214. Adam J.D. Analog signal processing with microwave magnetics // Proc. IEEE. 1988. V. 76, № 2. Р. 159. Перевод: Адам Дж.Д. Аналоговая обработка сигналов с помощью СВЧ-ферритов // ТИИЭР. 1988. Т. 76, № 2. С. 73.
- 215. *Ishak W.S.* Magnetostatic wave technology: а review // Proc. IEEE. 1988. V. 76, № 2. Р. 171. Перевод: Исхак В.С. Применение магнитостатических волн: обзор // ТИИЭР. 1988. Т. 76, № 2. С. 86.
- 216. *Schlömann E.F.* Circulators for microwave millimeter wave integrated circuits // Proc. IEEE. 1988. V. 76, № 2. Р. 188. Перевод: Шлеман Э.Ф. Циркуляторы для интегральных СВЧ-схем // ТИИЭР. 1988. Т. 76, № 2. С. 105.
- 217. Вашковский А.В., Стальмахов А.В. Внутренние магнитостатические волны на границе скачка намагниченности // РЭ. 1984. Т. 29, № 12. С. 2409.
- 218. *Зубков В.И., Епанечников В.А.* Поверхностные магнитостатические волны в двухслойных ферромагнитных пленках // ПЖТФ. 1985. Т. 11, № 23. С. 1419.
- 219. Зубков В.И., Епанечников В.А. Спектр поверхностных магнитостатических волн в планарной структуре с тремя ферромагнитными компонентами, разделенными диэлектрическими слоями // РЭ. 1986. Т. 31, № 4. С. 656.
- 220. Зубков В.И., Епанечников В.А. Спектр поверхностных магнитостатических волн в трехслойных ферромагнитных пленках // ЖТФ. 1987. Т. 57, № 4. С. 625.
- 221. Зубков В.И., Епанечников В.А. Влияние металлических плоскостей на спектр поверхностных магнитостатических волн в двухслойных ферромагнитных пленках // ЖТФ. 1989. Т. 59, № 9. С. 53.
- 222. Новиков Г.М., Борисов С.А., Дубовицкий С.А., Петрунькин Е.З. Исследование дисперсионных характеристик магнитостатических волн в составных структурах феррит-диэлектрик-металл // РЭ. 1983. Т. 28, № 1. С. 121.
- 223. Васильев И.В., Макеева Г.С. Распространение магнитостатических волн в металлизированной ферритовой структуре конечных размеров // РЭ. 1984. Т. 29, № 3. С. 419.
- 224. Бабичев Р.К., Зубков В.И. Влияние экрана на характеристики магнитостатических волн в слоистой структуре с ферритовой пленкой при произвольном подмагничивании // РЭ. 1989. Т. 34, № 5. С. 973.
- 225. Бабичев Р.К., Зубков В.И. Влияние двух экранов на характеристики магнитостатических волн в слоистой структуре с ферритовой пленкой при произвольном подмагничивании // РЭ. 1989.Т.34, № 10. С. 2074.
- 226. Зильберман П.Е., Уманский А.В. Магнитостатические волны в периодически неоднородной ферритовой пластине // РЭ. 1990. Т. 35, № 8. С. 1623.

- 227. Кайбичев И.А., Шавров В.Г. Щелевые магнитостатические волны в ферромагнетиках с противоположным направлением намагниченностей // РЭ. 1993. Т. 38, № 10. С. 1816.
- 228. Buris N.E. Crystalline anisotropy and loss effects on magnetostatic waves in layered yttrium iron garnet films // JAP. 1991. V. 68, № 12. P. 6442.
- 229. Высоцкий С.Л., Казаков Г.Т., Филимонов Ю.Л., Шеин И.В., Хе А.С. Магнитостатические волны в касательно намагниченной структуре с двумя ферритовыми слоями ориентации (111) // РЭ. 1990. Т. 35, № 5. С. 959.
- 230. Высоцкий С.Л., Казаков Г.Т., Маряхин А.В., Филимонов Ю.А., Хе А.С. Поверхностные магнитостатические волны в обменно-связанных ферритовых пленках // ФТТ. 1996. Т. 38, № 2. С. 407.
- 231. Дмитриев В.Ф., Калиникос Б.А. Самосогласованная теория возбуждения спиновых волн микрополосковой антенной в касательно намагниченной слоистой структуре // РЭ. 1988. Т. ЗЗ, № 11. С. 2248.
- 232. Балашова Е.В., Казаков Г.Т., Филимонов Ю.А. Влияние идеально проводящего металла на резонансное взаимодействие магнитостатических волн с обменными упругими волнами в тонкопленочной ферритовой структуре // РЭ. 1985. Т. 30, № 10. С. 1930.
- 233. *Schlömann E.* Amplification of magnetostatic surface waves by interaction with drifting charge carriers in crossed electric and magnetic fields // JAP. 1969. V. 40, № 3. P. 1422.
- 234. Кудряшкин И.Г., Фетисов Ю.К. Взаимодействие поверхностных магнитостатических волн с электронами проводимости в тонкопленочной структуре феррит-полупроводник // ПЖТФ. 1989. Т. 15, № 8. С. 47.
- 235. Киндяк А.С. Распространение поверхностной магнитостатической волны в светочувствительной структуре феррит-полупроводник // РЭ. 1996. Т. 41, № 5. С. 526.
- 236. Высоцкий С.Л., Казаков Г.Т., Сухарев А.Г., Филимонов Ю.А. Исследование эффекта генерации статической ЭДС бегущими поверхностными магнитостатическими волнами в тонкопленочной структуре железоиттриевый гранат-п-InSb // РЭ. 1986. Т. 31, № 2. С. 411.
- 237. Казаков Г.Т., Филимонов Ю.А. Поверхностные магнитостатические волны в феррит-полупроводниковых структурах конечной ширины // РЭ. 1987. Т. 32, № 5. С. 1105.
- 238. Бугаев А.С., Филимонов Ю.А. Деформационный механизм взаимодействия магнитостатических волн с электронами проводимости // РЭ. 1984. Т. 29, № 1. С. 141.
- 239. Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е. Взаимодействие СВЧ-спиновых волн и электронов в слоистых структурах полупроводник-феррит (обзор) // РЭ. 1978. Т. 23, № 5. С. 897.
- 240. Беспятых Ю.И., Вашковский А.В., Зубков В.И. Неустойчивость поверхностных магнитостатических волн в структуре полупроводник-ферромагнетик-диэлектрик-металл // РЭ. 1975. Т. 20, № 5. С. 1003.
- 241. Вашковский А.В., Зубков В.И., Кильдишев В.Н. Исследование усиления поверхностных волн в слоистой структуре феррит-полупроводник // «Физика магнитных явлений». Материалы VII Всесоюзн. школы-семинара по гиромагнитной электронике и электродинамике. Ашхабад, 1973. С. 249.
- 242. Зильберман П.Е. Механизм Ландау электронного поглощения и усиления спиновых волн // ФТТ. 1977. Т. 19, № 10. С. 2986.

- 243. Вашковский А.В., Зубков В.И., Кильдишев В.Н., Мансветова Е.Г., Салыганов В.И. Магнитоэлектрический резонанс в слоистой структуре феррит-полупроводник // ЖЭТФ. 1975. Т. 68, № 3. С. 1066.
- 244. Вашковский А.В., Зубков В.И., Кильдишев В.Н., Мурмужев Б.А. Взаимодействие поверхностных магнитостатических волн с носителями заряда на границе феррит-полупроводник // ПЖЭТФ. 1972. Т. 16, № 1. С. 4.
- 245. Зильберман П.Е., Ползикова Н.И., Раевский А.О. Резонансная перестройка спектра и нерезонансное усиление спиновых волн в ферромагнитных полупроводниках в переменном электрическом поле // ФТТ. 1990. Т. 32, № 3. С. 756.
- 246. Солин Н.И., Ауслендер М.И., Шумилов И.Ю., Самохвалов А.А. Новый механизм черенковского усиления спиновых волн дрейфующими носителями заряда в ферромагнитном полупроводнике // ФТТ. 1990. Т. 32, № 8. С. 2240.
- 247. Костылев В.А., Самохвалов А.А., Чеботарев Н.М. Влияние электрического поля на затухание магнитостатических волн в ферромагнитном полупроводнике HgCr<sub>2</sub>Se<sub>4</sub> // ФТТ. 1992. Т. 34, № 8. С. 2619.
- 248. Солин Н.И., Филиппов Б.Н., Шумилов И.Ю., Самохвалов А.А. Спектр и затухание магнитостатических волн в ферромагнитном полупроводнике HgCr<sub>2</sub>Se<sub>4</sub> при разогреве магнонов электрическим полем // ФТТ. 1993. Т. 35, № 6. С. 1613.
- 249. Ауслендер М.И., Фальковская Л.Д. Магнитоэлектрическое затухание низкочастотных спиновых волн в антиферромагнитном полупроводнике типа «легкая плоскость». Возможность черенковского усиления дрейфующими носителями заряда в EuTe // ФТТ. 1991. Т. 33, № 3. С. 840.
- 250. Костылев В.А., Самохвалов А.А., Виглин Н.А., Чеботарев Н.М. Усиление магнитостатических волн в ферромагнитном полупроводнике HgCr<sub>2</sub>Se<sub>4</sub> в электрическом поле // ФТТ. 1991. Т. 33, № 5. С. 1494.
- 251. Анфиногенов В.Б., Вербицкая Т.Н., Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Мериакри С.В., Огрин Ю.Ф., Тихонов В.В. Гибридные электромагнитноспиновые волны в контактирующих слоях феррита и сегнетоэлектрика. І. Теория // РЭ. 1989. Т. 34, № 3. С. 494.
- 252. Анфиногенов В.Б., Вербицкая Т.Н., Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Мериакри С.В., Огрин Ю.Ф., Тихонов В.В. Гибридные электромагнитноспиновые волны в контактирующих слоях сегнетоэлектрика и феррита. II. Эксперимент // РЭ. 1990. Т. 35, № 2. С. 320.
- 253. Вольски А.М., Гиз Р.Ф., Даниэльс Э.Д. Новые сверхпроводники: перспективы применения // В мире науки. 1989. № 4. С. 37.
- 254. Горьков Л.П., Копнин Н.Б. Высокотемпературные сверхпроводники с точки зрения эксперимента // УФН, 1988. Т. 156, № 1. С. 117.
- 255. *Беднорц И.Г., Мюллер К.А.* Оксиды перовскитного типа новый подход к высокотемпературной сверхпроводимости // УФН. 1988. Т. 156, № 2. С. 323.
- 256. Беспятых Ю.И., Василевский В., Гайдек М., Симонов А.Д., Харитонов В.Д. Дисперсия и затухание поверхностных магнитостатических волн в структуре ферромагнетик-сверхпроводник второго рода // ФТТ. 1993. Т. 35, № 11. С. 2983.
- 257. Беспятых Ю.И., Василевский В., Харитонов В.Д. Влияние пиннинга абрикосовских вихрей на распространение поверхностных магнитостати-

ческих волн в структуре ферромагнетик-сверхпроводник // ФТТ. 1998. Т. 40, № 1. С. 32.

- 258. Гуляев Ю.В., Огрин Ю.Ф., Ползикова Н.И., Раевский А.О. Наблюдение поглощения объемных спиновых волн в структуре магнетик-сверхпроводник // ФТТ. 1997. Т. 39, № 9. С. 1628.
- 259. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г. Распространение магнитостатических волн в структуре феррит-высокотемпературный сверхпроводник при наличии транспортного тока в сверхпроводнике // ФТТ. 1997. Т. 39, № 12. С. 2195.
- 260. Беспятых Ю.И., Василевский В., Гайдек М., Харитонов В.Д. Влияние упругого взаимодействия абрикосовских вихрей на дисперсию и затухание поверхностных магнитостатических волн в структуре ферромагнетиксверхпроводник второго рода // ФТТ. 1995. Т. 37, № 10. С. 3049.
- 261. Буздин А.И., Вуйичич Б., Куприянов М.Ю. Структуры сверхпроводникферромагнетик // ЖЭТФ. 1992. Т. 101, № 1. С. 231.
- 262. Ползикова Н.И., Раевский А.О. Особенности законов дисперсии поверхностных спиновых волн в структурах, содержащих сверхпроводник // ФТТ. 1996. Т. 38, № 10. С. 2937.
- 263. Беспятых Ю.И., Василевский В., Гайдек М., Симонов А.Д., Харитонов В.Д. Возбуждение поверхностных спиновых волн в касательно намагниченной структуре ферромагнетик-сверхпроводник второго рода // ФТТ. 1991. Т. 33, № 5. С. 1545.
- 264. Генкин Г.М., Скузоваткин В.В., Токман И.Д. Намагниченность структур ферромагнетик-сверхпроводник // ФТТ. 1993. Т. 35, № 3. С. 736.
- 265. Лебедь Б.М., Никифоров А.В., Яковлев С.В., Яковлев И.А. Рассеяние спиновых волн на решетке магнитных вихрей в пленочной структуре высокотемпературный сверхпроводник-феррит // ФТТ. 1992. Т. 34, № 2. С. 656.
- 266. Ползикова Н.И. Резонансное взаимодействие магнитостатических волн с решеткой вихрей магнитного потока сверхпроводника // ПЖТФ. 1993. Т. 19, № 22. С. 28.
- 267. Вугальтер Г.А., Хвощева Н.С. Отражение магнитостатических волн отрезком микрополосковой линии // РЭ. 1988. Т. 33, № 10. С. 2055.
- 268. *Вугальтер Г.А., Махалин В.Н.* Отражение и возбуждение прямых объемных магнитостатических волн металлической полоской // РЭ. 1984. Т. 29, № 7. С. 1252.
- 269. Иванов В.Н., Бабичев Р.К., Зубков В.И. Сопротивление излучения и индуктивность микрополосковой линии, содержащей продольно намагниченный ферритовый слой с экраном // РЭ. 1997. Т. 42, № 1. С. 38.
- 270. Иванов В.Н., Зубков В.И., Бабичева Е.Р. Импеданс односторонней копланарной линии, расположенной над ферритовой пленкой // Электромагнитные волны и электронные системы. 2010. Т. 15, № 6. С. 56.
- 271. Бабичева Е.Р., Бабичева Г.В., Бабичев Р.К. Возбуждение поверхностных магнитостатических волн копланарной линией // Материалы XXIII Всероссийской конф/ «Электромагнитное поле и материалы». М.: ИНФРА-М, 2015. С. 81.
- 272. Нистратов Н.П., Вяткина С.А., Бабичев Р.К. Экспериментальное исследование пучка ПМСВ, возбуждаемого преобразователем конечной дли-

ны // Сб. тр. XXI Междунар. конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ, 2013. С. 249.

- 273. Бабичева Е.Р., Бабичева Г.В., Бабичев Р.К. Влияние параметров микрополоскового преобразователя, возбуждающего поверхностные магнитостатические волны, на его погонный импеданс // Сб. тр. XXI Междунар. конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ, 2013. С. 254.
- 274. Auld B.A. Geometrical optics of magnetoelastic wave propagation in a nonuniform magnetic field // Bell Syst. Tech. J. 1965. V. 44, № 3. P. 495.
- 275. Беспятых Ю.И., Зубков В.И., Тарасенко В.В. Распространение поверхностных магнитостатических волн в ферромагнитной пластине // ЖТФ. 1980. Т. 50, № 1. С. 140.
- 276. Валявский А.Б., Вашковский А.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Анизотропные свойства волновых пучков безобменных спиновых волн // ЖТФ. 1989. Т.59, № 6. С.51.
- 277. Валявский А.Б., Вашковский А.В., Гречушкин К.В., Стальмахов А.В. Угловой спектр и спектр направлений групповых скоростей магнитостатических волн // РЭ. 1988. Т. 33, № 9. С. 1830.
- 278. Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Поток энергии обратных объемных магнитостатических волн // РЭ. 1986. Т. 31, № 8. С. 1487.
- 279. Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Пространственночастотные зависимости потока энергии обратных объемных магнитостатических волн // IV Всес. шк.-сем. «Проблемы совершенствования устройств и методов приема, передачи и обработки информации». Тез. докл. М., 1986. Ч. 2. С. 38.
- 280. Валявский А.Б., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Анизотропные свойства волновых пучков магнитостатических волн // V Всес. шк.-сем. «Проблемы совершенствования устройств и методов приема, передачи и обработки информации». Тез. докл. М., 1988. С. 45-46.
- 281. Vashkovsky A.V., Stalmakhov A.V., Tyulyukin V.A. Limited beams of magnetostatic waves // The 4th Joint MMM-Intermag Conf. Vancouver. British Columbia. Canada. Book of Abstr. 1988. P.HC-07.
- 282. Вашковский А.В., Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Распространение ограниченного волнового пучка поверхностной магнитостатической волны // РЭ. 1988. Т. 33, № 4. С. 876.
- 283. Вашковский А.В., Гречушкин К.В., Стальмахов А.В. Пространственночастотные зависимости потока энергии поверхностной магнитостатической волны // РЭ. 1985. Т. 30, № 12. С. 2422.
- 284. Фетисов Ю.К., Преображенский В.Л. Анизотропное распространение магнитостатических волн в касательно намагниченных пленках феррита // ЖТФ. 1987. Т. 57, № 3. С. 564.
- 285. Славин А.Н., Фетисов Ю.К. Влияние ориентации постоянного магнитного поля на дисперсионные характеристики волн намагниченности в пленках железоиттриевого граната // ЖТФ. 1988. Т. 58, № 11. С. 2210.
- 286. Барышев Д.А., Вашковский А.В., Стальмахов А.В. Особенности распространения радиоимпульсов поверхностной магнитостатической волны // РЭ. 1990. Т. 35, № 10. С. 2224.

- 287. Барышев Д.А., Валявский А.Б., Вашковский А.В., Стальмахов А.В. Распространение пакета магнитостатических волн в ферритовой пленке // РЭ. 1990. Т. 35, № 10. С. 2164.
- 288. Берегов А.С. Управление спектром и групповой скоростью магнитостатических волн // РЭ. 1983. Т. 28, № 1. С. 127.
- 289. Луцев Л.В., Березин И.Л. Термостабильность параметров магнитостатических волн, распространяющихся в пленках с произвольным направлением подмагничивания // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1989, № 6(120). С. 3.
- 290. Лисовский Ф.В. Использование метода построения изоэнергетических поверхностей в k-пространстве для анализа процессов рассеяния спиновых волн // РЭ. 1969. Т. 14, № 8. С. 1511.
- 291. Локк Э.Г. Свойства изочастотных зависимостей и законы геометрической оптики // УФН. 2008. Т. 178, № 4. С. 397.
- 292. Локк Э.Г. Магнитостатические волны в ферритовых пленках и структурах на их основе – Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. М. ИРЭ РАН. 2007.
- 293. Локк Э.Г. Критерии положительного и отрицательного отражения и преломления для трехмерных анизотропных геометрий // РЭ. 2009. Т.54, № 2. С. 166.
- 294. Вашковский А.В., Стальмахов А.В. Дисперсия магнитостатических волн в двухслойной структуре феррит-феррит // РЭ. 1984. Т. 29, № 5. С. 901.
- 295. Гречушкин К.В., Стальмахов А.В. Поведение потока энергии поверхностных МСВ в связанных ферритовых структурах // РЭ. 1986. Т. 31, № 2. С. 397.
- 296. Локк Э.Г. Свойства неколлинеарных магнитостатических волн в магнитных пленках // Сб. тр. XX междунар. школы-семинара «Новые магнитные материалы микроэлектроники». М.: МГУ, 2006. С. 642.
- 297. Локк Э.Г. Распространение поверхностных магнитостатических волн в магнитных пленках с одномерными неоднородностями. Дисс. на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. М.: ИРЭ АН СССР, 1992.
- 298. Колодин П.А. Дипольно-обменные спиновые волны в многослойных структурах на основе ферромагнитных пленок. Дисс. на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Л.: ЛЭТИ, 1989.
- 299. Беспятых Ю.И., Дикштейн И.Е., Симонов А.Д. Распространение поверхностных магнитостатических волн в ферритовой пластине с металлической полуплоскостью // РЭ. 1989. Т. 34, № 8. С. 1618.
- 300. Беспятых Ю.И., Дикштейн И.Е., Симонов А.Д. Рассеяние магнитостатических волн идеально проводящей полуплоскостью // ЖТФ. 1989. Т. 59, № 2. С. 10.
- 301. Беспятых Ю.И., Дикштейн И.Е., Симонов А.Д. Распространение поверхностных магнитостатических волн в ферритовой пластине с металлической полуплоскостью // РЭ. 1985. Т. 30, № 5. С. 1028.
- 302. Беспятых Ю.И., Дикштейн И.Е., Симонов А.Д. Отражение поверхностных магнитостатических волн от неровности поверхности ферритовой пленки // РЭ. 1989. Т. 34, № 1. С. 41.
- 303. Вашковский А.В., Шахназарян Д.Г. Отражение поверхностной магнитостатической волны от края пленки // РЭ. 1987. Т. 32, №4. С. 719.

- 304. Горобец Ю.И., Решетняк С.А. Отражение и преломление спиновых волн в одноосных магнетиках в приближении геометрической оптики // ЖТФ. 1998. Т. 68, № 2. С. 60.
- 305. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Возникновение отрицательного коэффициента преломления при распространении поверхностной магнитостатической волны через границу раздела сред феррит феррит-диэлектрик-металл // УФН. 2004. Т. 174, № 6. С. 657.
- 306. Вашковский А.В., Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Фокусирующий преобразователь поверхностных магнитостатических волн // РЭ. 1986. Т. 31, № 4. С. 838.
- 307. Вашковский А.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Фильтры СВЧ на основе фокусирующих преобразователей магнитостатических волн // XIV конф. по СВЧ ферритовой технике. Тез. докл. Л., 1987. С. 128.
- 308. Тюлюкин В.А. Формирование и фокусировка пучков магнитостатических волн в пленках магнитодиэлектриков. Дисс. на соиск. уч. степ. к.ф.-м.н. М.: ИРЭ АН СССР, 1990.
- 309. Вашковский А.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А., Шахназарян Д.Г. О возможности применения методов геометрической оптики к созданию приборов на магнитостатических волнах // РЭ. 1990. Т. 35, № 12. С. 2606.
- 310. Вашковский А.В., Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Фокусировка поверхностных и обратных объемных магнитостатических волн // II Всес. шк.-сем. «Спинволновая электроника СВЧ». Тез. докл. Ашхабад. 1985. С. 29.
- 311. Вашковский А.В., Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Фокусировка объемных магнитостатических волн // РЭ. 1987. Т. 32, № 6. С. 1176.
- 312. Данилов В.В., Мыкитюк В.И., Письменный А.Ю., Руденко Г.Г. Фокусировка прямых объемных магнитостатических волн // РЭ. 1989. Т. 34, № 10. С. 2219.
- 313. Parekh J.P., Tuan H.S. Beams steering and diffraction of magnetostatic backward volume waves // JAP. 1981. V. 52, № 3. P. 2279.
- 314. Вашковский А.В., Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Дифракционные явления при распространении объемных магнитостатических волн // II сем. по функциональной магнитоэлектронике. Тез. докл. Красноярск, 1986. С. 17.
- 315. Валявский А.Б., Вашковский А.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Особенности поведения обратных объемных магнитостатических волн в структуре феррит-диэлектрик-металл // Х Всес. шк.-сем. «Новые магнитные материалы микроэлектроники». Тез. докл. Рига, 1986 Ч. 1. С. 178.
- 316. Вашковский А.В., Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Дифракционные явления при распространении ограниченных волновых пучков объемных магнитостатических волн // РЭ. 1987. Т. 32, № 11. С. 2295.
- 317. Вашковский А.В., Валявский А.Б., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Особенности поведения объемных магнитостатических волн в структуре феррит-диэлектрик-металл // РЭ. 1987. Т. 32, № 11. С. 2450.
- 318. Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Дифракционные явления при распространении поверхностных магнитостатических волн //

XI Всес. конф. «Электроника СВЧ». Тез. докл. Орджоникидзе, 1996, Ч. 2. С. 55.

- 319. Валявский А.Б., Вашковский А.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Ограниченный волновой пучок поверхностной магнитостатической волны в структуре феррит-диэлектрик-металл // Рег. конф. «Спинволновые явления электроники СВЧ». Тез. докл. Краснодар, 1987. С. 27.
- 320. Валявский А.Б., Вашковский А.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Ограниченный волновой пучок поверхностной магнитостатической волны в структуре феррит-диэлектрик-металл // РЭ. 1988. Т. 33, № 9. С. 1820.
- 321. Барышев Д.А., Стальмахов А.В. Эффект канализации энергии поверхностной магнитостатической волны при металлизации ферритовой пленки // ПЖТФ. 1990. Т. 16, № 15. С. 73.
- 322. Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Распространение магнитостатических волн в ферритовых волноводах // РЭ. 1990. Т. 35, № 5. С. 977.
- 323. Вашковский А.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Волновые пучки магнитостатических волн в неоднородных магнитных полях // III сем. по фуркциональной магнитоэлектронике. Тез. докл. Красноярск, 1988. С. 216.
- 324. Вашковский А.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Волновые пучки магнитостатических волн в неоднородных магнитных полях // ПЖТФ. 1988. Т. 14, № 14. С. 1294.
- 325. Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. Пространственная структура пучков волн-сателлитов нелинейной поверхностной магнитостатической волны // РЭ. 1991. Т. 36, № 11. С. 2078.
- 326. Локк Э.Г. Угловая ширина луча при дифракции на щели волны с неколлинеарными групповой и фазовой скоростями // УФН. 2012. Т. 182, № 12. С. 1327.
- 327. Локк Э.Г. Универсальная формула для угловой ширины дифракционного луча в анизотропных средах // Сб. тр. XXI Междунар. конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ, 2013. С. 107.
- 328. Локк Э.Г. О распределении амплитуды магнитного потенциала дифракционных лучей, возникающих в результате падения поверхностной спиновой волны на щель в непрозрачном экране // Материалы XXIII Всероссийской конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: ИНФРА-М, 2015. С. 115.
- 329. Локк Э.Г. Об угловой ширине луча обратной спиновой волны, распространяющейся в ферритовой пластине // Сб. тр. XXII Междунар. конф. «Электромагнитное поле и материалы», М.: НИУ МЭИ, 2014. С. 93.
- 330. Локк Э.Г. Угловая ширина волнового пучка обратной спиновой волны, возбуждаемой линейным преобразователем в ферритовой пластине // РЭ. 2015. Т. 60, № 1. С. 102.
- 331. Анненков А.Ю., Герус С.В., Локк Э.Г. Определение угловой ширины пучка спиновых волн на основе измерения их пространственного распределения (теория и эксперимент) // Материалы XXIII Всероссийской конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: ИНФРА-М, 2015. С. 122.
- 332. Rodrigue G.P. Microwave solid-state delay lines // Ргос. IEEE. 1965. V. 53, № 10. Р. 1428. Перевод: Родриг. Твердотельные СВЧ линии задержки // ТИИЭР. 1965. Т. 53, № 10. С. 1613.

- 333. Schlömann E. Generation of spin waves in nonuniform magnetic fields. I. Conversion of electromagnetic power into spin-wave power and vice versa // JAP. 1964. V. 35, № 1. P. 159.
- 334. Schlömann E., Joseph R.I. Generation of spin waves in nonuniform dc magnetic fields. II. Calculation of the coupling length // JAP. 1964. V. 35, № 1. P. 167.
- 335. Schlömann E., Joseph R.I. Generation of spin waves in nonuniform magnetic fields. III. Magneto-elastic interaction // JAP. 1964. V. 35, № 8. P. 2382.
- 336. Schlömann E., Joseph R.I., Kohane T. Generation of spin waves in nonuniform magnetic fields, with application to magnetic delay line // Proc. IEEE. 1965. V.53, № 10. Р. 1495. Перевод: Шлёман, Джозеф, Кохейн. Возбуждение спиновых волн в неоднородных магнитных полях и их применение в магнитных линиях задержки // ТИИЭР. 1965. Т.53, № 10. С. 1685.
- 337. Desormiere B., Le Gall H. Magnetostatic mode excitation in YIG rods containing a turning point // JAP. 1969. V. 40, № 3. P. 1191.
- 338. Есиков О.С., Фетисов Ю.К., Царьков А.Г. Влияние неоднородного магнитного поля на распространение поверхностных магнитостатических волн в пластинке феррита // ЖТФ. 1982. Т. 52, № 4. С. 719.
- 339. Kohane T., Schlömann E., Joseph R.I. Microwave magneto-elastic resonances in a nonuniform magnetic fields // JAP. 1965. V. 36, № 3. P. 1267.
- 340. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973.
- 341. *Stancil D.D.*, *Morgenthaler F.R.* Guiding magnetostatic surface waves with nonuniform in-plane fields // JAP. 1983. V. 54, № 3. P. 1613.
- 342. *Morgenthaler F.R.* Control of magnetostatic waves in thin films by means of spatially nonuniform bias fields // Circuits, systems and signal processing, 1985. V. 4, № 1–2. P. 63.
- 343. Poston T.D., Stancil D.D. A new microwave ring resonators using guided magnetostatic surface waves // JAP. 1984. V. 55, № 6(pt.2B). P. 2521.
- 344. Шматов Г.А. Обратные объемные магнитостатические волны и их возбуждение в неоднородном магнитном поле // ФММ, 1995. Т. 80, № 3. С. 18.
- 345. Шматов Г.А., Гобов Ю.Л. Возбуждение магнитостатических волн в ферромагнитной пленке, помещенной в неоднородное магнитное поле // ПЖТФ. 1996. Т. 22, № 1. С. 39.
- 346. Бурлак Г.Н. Магнитостатические волны в ферромагнитных пленках при неоднородном магнитном поле // ПЖТФ. 1986. Т. 12, № 24. С. 1476.
- 347. *Бурлак Г.Н., Гримальский В.В., Коцаренко Н.Я.* Магнитостатические волны в ферромагнитных пленках в неоднородном поле // ЖТФ. 1989. Т. 59, № 8. С 32.
- 348. Вызулин С.А., Коротков В.В., Розенсон А.Э. Траектория и амплитуда монохроматической магнитостатической волны в ферритовой пленке, намагниченной неоднородным полем // РЭ. 1991. Т. 36, № 10. С. 2024.
- 349. *Tsutsumi M*. The effect of inhomogeneous bias field on the delay characteristics of magnetostatic forward volume waves // JAP. 1979. V. 34,  $N_{\rm P}$  1. P. 204.

- 350. Morgenthaler F.R. Nondispersive magnetostatic forward volume waves under field gradient control // JAP. 1982. V. 53, № 3. P. 2652.
- 351. Бурлак Г.Н., Гримальский В.В. Магнитостатические волны и восстановление профиля радиально-симметричного неоднородного поля // РЭ. 1994. Т. 39, № 1. С. 49.
- 352. Zeskind D.A., Morgenthaler F.R. Localized high-Q ferromagnetic resonance in nonuniform magnetic fields // IEEE Trans. on Magn. 1977. V. 13, № 5. P. 1249.
- 353. Morgenthaler F.R. Magnetostatic waves bound to a DC field gradients // IEEE Trans. on Magn. 1977. V. 13, № 5. P. 1252.
- 354. *Morgenthaler F.R.* Bound magnetostatic waves controlled by field gradients in YIG single crystal and epitaxial films // IEEE Trans. on Magn. 1978. V. 14, № 5. P. 806.
- 355. *Бурлак Г.Н., Гримальский В.В.* Преобразование магнитостатических волн при отражении от неоднородности поля // РЭ. 1993. Т. 38, №8. С. 1407.
- 356. *Stancil D.D.* Magnetostatic waves in nonuniform bias field including exchange effects // IEEE Trans. on Magn. 1980. V. 16, № 5. P. 1153.
- 357. Morgenthaler F.R., Bhattacharjee T. Numerical solution of the integral equations for MSSW // IEEE Trans. on Magn. 1982. V. 18, № 6. P. 1636.
- 358. Анненков А.Ю., Герус С.В. Распространение магнитостатических волн в двух связанных каналах, образованных магнитным полем // РЭ. 1996. Т. 41, № 2. С. 216.
- 359. Анненков А.Ю., Герус С.В., Сотников И.В. Распространение магнитостатических волн в стационарном пространственно-периодическом магнитном поле // РЭ. 1992. Т. 37, № 8. С. 1371.
- 360. Анненков А.Ю., Герус С.В., Ковалев С.И. Численное моделирование квазиповерхностных магнитостатических волн в ферритовой пленке с двумя магнитными каналами // ЖТФ. 1998. Т. 68, № 2. С. 91.
- 361. *Ляшенко Н.И.*, *Талалаевский В.М*. Влияние неоднородности магнитных полей на дисперсионные характеристики поверхностных магнитостатических волн в пленках железо-иттриевого граната // РЭ. 1996. Т. 41, № 12. С. 1438.
- 362. Ляшенко Н.И., Талалаевский В.М., Чевнюк Л.В. Влияние температуры и упругих напряжений на дисперсионные характеристики поверхностных магнитостатических волн // РЭ. 1994. Т. 39, № 7. С. 1164.
- 363. Вороненко А.В., Герус С.В. Взаимодействие поверхностных магнитостатических волн с пространственно-периодическим магнитным полем // ПЖТФ. 1984. Т. 10, № 12. С. 746.
- 364. Анненков А.Ю., Герус С.В., Сотников И.В. Распространение магнитостатических волн в стационарном пространственно-периодическом магнитном поле // РЭ. 1992. Т. 37, № 8. С. 1371.
- 365. Анненков А.Ю., Виноградов А.П., Герус С.В., Рыжиков И.А., Шишков С.А., Иноуе М. Исследование магнитостатических волн в фотонных кристаллах // Известия РАН. Серия Физическая. 2007. Т.71, № 11. С. 1612.
- 366. Анненков А.Ю., Герус С.В. 2-D распределение магнитостатических волн в окрестности зоны непропускания магнонного кристалла // Сб. тр. XXI Междунар. конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ. 2013. С. 113.

- 367. *Герус С.В.* Магнитостатические волны в пространственно-периодических и двумерно-неоднородных магнитных полях. Дисс. на соискание ученой степени д.ф.-м.н. М.: ИРЭ РАН, 2012.
- 368. Вороненко А.В., Герус С.В., Красножён Л.А. Метод измерения параметров гиромагнитных пленок // Микроэлектроника. 1989. Т. 18, № 1. С. 61.
- 369. Анненков А.Ю., Васильев И.А., Герус С.В., Ковалев С.И. Моды поверхностных магнитостатических волн в канале, создаваемом неоднородным магнитным полем // ЖТФ. 1995. Т. 65, № 1. С. 71.
- 370. Анненков А.Ю., Герус С.В., Ковалев С.И. Трансформация поверхностных магнитостатических волн, канализируемых ступенчатым полем подмагничивания // ЖТФ. 2002. Т.72, № 6. С. 85.
- 371. Анненков А.Ю., Герус С.В., Ковалев С.И. Объемные и поверхностно-объемные магнитостатические волны в волноводах, создаваемых ступенчатым полем подмагничивания // ЖТФ. 2004. Т. 74, № 2. С. 98.
- 372. Анненков А.Ю., Герус С.В. Взаимодействие объемных и поверхностных магнитостатических волн в канале, созданном неоднородным магнитным полем // Сб. тр. XIX Междунар. конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ. 2011. С. 90.
- 373. Анненков А.Ю., Герус С.В. Исследование распределения поверхностных магнитостатических волн путем сканирования поверхности ферритовой пластины // РЭ. 2012. Т. 57, № 5. С. 572.
- 374. Анненков А.Ю., Герус С.В. Формирование пучка поверхностных магнитостатических волн в структуре феррит-диэлектрик-феррит // Сб. тр. XX Междунар. конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ. 2012. С. 289.
- 375. Анненков А.Ю., Герус С.В. Дисперсионные свойства магнонного кристалла с невзаимностью // Материалы XXIII Всероссийской конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: ИНФРА-М, 2015. С. 242.
- 376. *Parekh J.P., Tuan H.S.* Reflection of magnetostatic surface wave at a shallow groove on a YIG film // Appl. Phys. Lett. 1977. V. 30, № 10. P. 709.
- 377. Калиникос Б.А. Дипольно-обменные спиновые волны в ферромагнитных пленках. Дисс. на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. СПб.: ЛЭТИ. 1985.
- 378. Григорьева Н.Ю. Дипольно-обменные спиновые волны в периодических структурах на основе тонких ферромагнитных пленок. Дисс. на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. СПб.: ЛЭТИ, 2009.
- 379. Григорьева Н.Ю., Калиникос Б.А. Теория спиновых волн в пленочных ферромагнитных многослойных структурах. СПб.: Технолит, 2008.
- 380. Demokritov S.O., Serga A.A., Andre A., Demidov V.E., Kostilev M.P., Hillebrands B., Slavin A.N. Tunneling of dipolar spin waves through a region of inhomogeneous magnetic field // Phys. Rev. Lett. 2004. V.93. P.047201.
- 381. Высоцкий С.Л., Никитов С.А., Филимонов Ю.А. Магнитостатические спиновые волны в двумерных периодических структурах магнитофотонных кристаллах // ЖЭТФ. 2005. Т. 128, № 3(9). С. 636.
- 382. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Поверхностная электромагнитная волна в структуре феррит-диэлектрик с отрицательной диэлектрической проница-

емостью // Сб. тр. XVIII Междунар. школы-семинара «Новые магнитные материалы микроэлектроники». М.: МГУ, 2002. С. 781.

Список литературы

- 383. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Обратные поверхностные электромагнитные волны в композитных структурах, использующих ферриты // РЭ. 2003. Т. 48, № 2. С. 169.
- 384. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Поверхностные магнитостатические волны в структуре феррит-диэлектрик, окруженной полупространствами с отрицательной диэлектрической проницаемостью // РЭ. 2002. Т. 47, № 1. С. 97.
- 385. Pendry J.B., Holden A.J., Stewart W.J., Youngs I. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76, № 25. P. 4773.
- 386. Локк Э.Г. Дисперсия магнитостатических волн в композитной структуре феррит-решетка металлических полосок // РЭ. 2003. Т. 48, № 12. С. 1484.
- 387. Локк Э.Г. Распространение поверхностных магнитостатических волн в композитной структуре феррит-решетка металлических полосок // РЭ. 2005. Т. 50, № 1. С. 74.
- 388. *Зубков В.И., Моносов Я.А., Щеглов В.И.* Спиновый эффект Мандельштама-Бриллюэна // ПЖЭТФ. 1971. Т. 13, № 5. С. 229.
- 389. Попков А.Ф. Коллинеарное рассеяние спиновых волн в пластине при акустической накачке // РЭ. 1982. Т. 27, №7. С. 1366.
- 390. Медников А.М., Попков А.Ф., Анисимкин В.И., Нам Б.П., Петров А.А., Спиваков Д.Д., Хе А.С. Неупругое рассеяние поверхностной спиновой волны в тонкой пленке ЖИГ на поверхностной акустической волне // ПЖЭТФ. 1981. Т. 33, № 12. С. 646.
- 391. Кирюхин Н.Н., Лисовский Ф.В. Спиновые волны в среде с пространственно-временной периодичностью // ФТТ. 1968. Т. 10, № 3. С. 709.
- 392. Крышталь Р.Г., Медведь А.В. Экспериментальное исследование рассеяния нелинейных поверхностных магнитостатических волн на поверхностной акустической волне // ФТТ. 1992. Т. 34, № 1. С. 333.
- 393. Крышталь Р.Г., Медведь А.В., Осипенко В.А., Попков А.Ф. Трансформация мод магнитостатических волн при рассеянии их на поверхностной акустической волне в пленках ЖИГ // ЖТФ. 1988. Т. 58, № 12. С. 2315.
- 394. Крышталь Р.Г., Медведь А.В. Рассеяние поверхностных магнитостатических волн на поверхностной акустической волне в невзаимной структуре пленка ЖИГ-металл // ЖТФ. 1989. Т. 59, № 6. С. 82.
- 395. Крышталь Р.Г., Медведь А.В. Влияние электропроводности металлической пленки на рассеяние поверхностных магнитостатических волн на поверхностной акустической волне в структуре ГГГ-ЖИГ-пленка металла // ЖТФ. 1991. Т. 61, №4. С. 105.
- 396. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны в ферритовых пленках, намагниченных поперечно неоднородным полем // Тр. XI Междунар. конф. по гиромагнитной электронике и электродинамике. Украина, Алушта: МЭИ, 1992. Т.1. С. 104.
- 397. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Распространение поверхностных магнитостатических волн в поперечно неоднородных полях подмагничивания // РЭ. 1993. Т. 38, № 5. С. 818.

- 398. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Диаграммы направленности излучения, возникающего в результате преобразования поверхностных магнитостатических волн в электромагнитные // РЭ. 1995. Т. 40, № 7. С. 1030.
- 399. Вашковский А.В., Локк Э.Г. О параметрах диаграмм излучения, возникающего при преобразовании поверхностной магнитостатической волны в электромагнитную // РЭ. 2004. Т. 49, № 8. С. 966.
- 400. Вашковский А.В., Локк Э.Г. О диаграммах излучения, возникающих при преобразовании магнитостатических волн в электромагнитные волны // Сб. тр. ХХ Междунар. конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ, 2012. С. 181.
- 401. Вашковский А.В., Локк Э.Г. О механизме преобразования поверхностной магнитостатической волны в электромагнитную // РЭ. 2009. Т. 54, № 4. С. 476.
- 402. Шевченко В.В. Плавные переходы в открытых волноводах. М.: Наука, 1969.
- 403. *Малоземов А., Слонзуски Дж.* Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М.: Мир, 1982.
- 404. Вилков Е.А. Магнитостатические поверхностные волны на движущейся доменной границе феррогранатового кристалла // ПЖТФ. 2000. Т. 26, № 20. С. 28.
- 405. Вилков Е.А., Шавров В.Г., Шевяхов Н.С. О влиянии движения доменной границы на спектральные свойства удерживаемых магнитостатических волн // Журнал радиоэлектроники (электронный журнал). 2000, № 8 (http://jre.cplire.ru/win/aug00/2/tex).
- 406. *Limaye P.S.*, *Parker A.A.*, *Stroud D.G.*, *Wigen P.E.* Low field microwave excitations of magnetic domain walls // JAP. 1979. V. 50, № 3. P. 2027.
- 407. Шимохин И.А. Спектр изгибных колебаний 180-градусной доменной границы в иттриевом феррогранате // ПЖЭТФ. 1996. Т. 63, № 10. С. 797.
- 408. Алексеев А.М., Детч Х., Кулагин Н.Е., Попков А.Ф., Сыногач В.Т. Микроволновые возбуждения доменной границы в кубическом магнетике с наведенной анизотропией // ЖТФ. 1999. Т. 69, № 6. С. 55.
- 409. *Dikshtein I.E., Kryshtal R.G., Medved A.V.* Critical scattering of electromagnetic waves on spin fluctuations in nonsaturated magnetic films under acoustic pump // JAP. 1994. V. 76, № 10. P. 6880.
- 410. *Stancil D.D.* A magnetostatic wave model for domain-wall collective excitations // JAP. 1984. V. 56, № 6. P. 1775.
- 411. Килшакбаева Ж.А., Русинов А.А., Кандаурова Г.С. Фазовые диаграммы динамических систем магнитных доменов. Однодоменное состояние // I Объед. конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. 1995, М.: ИРЭ РАН. С. 39.
- 412. Кандаурова Г.С. Хаос и порядок в динамической системе магнитных доменов. Ангерное состояние // I Объед. конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. 1995. М.: ИРЭ РАН. С. 41.
- 413. *Кандаурова Г.С.* Новые явления в низкочастотной динамике коллектива магнитных доменов // УФН, 2002. Т. 172, № 10. С. 1165.
- 414. Кандаурова Г.С., Свидерский А.Э. Процессы самоорганизации в многодоменной магнитной среде и образование устойчивых динамических структур // ЖЭТФ. 1990. Т. 97, № 4. С. 1218.

- 415. Дикитейн И.Е., Лисовский Ф.В., Мансветова Е.Г., Чижик Е.С. Образование рефлексивной доменной структуры при однополярном и циклическом перемагничивании одноосного магнетика // ЖЭТФ. 1991. Т. 100, № 5. С. 1606.
- 416. Лисовский Ф.В., Мансветова Е.Г., Николаева Е.П., Николаев А.В. Динамическая самоорганизация и симметрия распределения магнитного момента в тонких пленках // ЖЭТФ. 1993. Т. 103, № 2. С. 213.
- 417. Логунов М.В., Моисеев Н.В. Формирование сотовой доменной структуры в магнитных пленках // ПЖТФ. 1997. Т. 23, № 9. С. 46.
- 418. Логунов М.В., Герасимов М.В. Формирование и эволюция гигантских динамических доменов в гармоническом магнитном поле // ФТТ. 2003. Т. 45, № 6. С. 1031.
- 419. Cherechukin A.A., Koledov L.V., Koledov V.V., Mitroshin V.A., Shavrov V.G., Tulaikova A.A., Yasrebdust H.H. Unidirectional stripe domain motion in the mechanically stressed single crystal YIG plates // I Объед. конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. 1995. М.: ИРЭ РАН. С. 45.
- 420. *Bi S.Y.* Stripe domain lattice ferromagnetic resonance in garnet thin films // JAP. 1990. V. 67, № 6. P. 3179.
- 421. Rachford F.J., Lubitz P., Vittoria C. Magnetic multi-domain resonance in single crystal ferrite platelets // JAP. 1981. V. 52, № 3. P. 2259.
- 422. Artman J.O., Charap S.H. Domain mode ferromagnetic resonance in materials with  $K_1$  and  $K_u^a$  // JAP. 1979. V. 50, No 3. P. 2024.
- 423. Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Кармазин С.В. Наблюдение бегущих магнитостатических волн в пленках ЖИГ при неполном насыщении // ПЖТФ. 1983. Т.9, № 3. С.11.
- 424. *Kostenko V.I.*, *Sigal M.A.* Magnetostatic waves in a thin uniaxial platelet with stripe domain magnetized along easy axis // Phys. Stat. Sol. (b). 1992. V. 170, № 3. P. 569.
- 425. Галкин О.Л., Зильберман П.Е., Кармазин С.В. Статистическая намагниченность и магнитостатические волны в ферромагнитных пленках с малой одноосной анизотропией при неполном насыщении в нормальном поле // РЭ. 1985. Т. 30, № 4. С. 735.
- 426. Charap S.H., Artman J.O. Magnetostatic modes of stripe domain structures // JAP. 1978. V. 49, № 3. P. 1585.
- 427. Бегинин Е.Н. Возбуждение электромагнитных волн в слоистых структурах на основе сильноанизотропных ферритов в моно- и многодоменном режиме // I Объед. конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. 1995. М.: ИРЭ РАН. С. 167.
- 428. Зильберман П.Е., Казаков Г.Т., Тихонов В.В. Магнитостатические и быстрые магнитоупругие волны в пленках железо-иттриевого граната с нерегулярной доменной структурой // РЭ. 1987. Т. 32, № 4. С. 710.
- 429. Зильберман П.Е., Казаков Г.Т., Куликов В.М., Тихонов В.В. Влияние слабых подмагничивающих полей на распространение магнитостатических волн в пленках железоиттриевого граната субмикронной толщины // РЭ. 1988. Т. 33, № 2. С. 347.
- 430. Зильберман П.Е., Куликов В.М., Тихонов В.В., Шеин И.В. Магнитостатические волны в пленках железоиттриевого граната при слабом подмагничивании // РЭ. 1990. Т. 35, № 5. С. 986.

- 431. *Smit J., Beljers H.G.* Ferromagnetic resonance absorption in BaFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub> a highly anisotropic crystal // Philips Res. Rep., 1955. V. 10, № 2. P. 113.
- 432. Казаков Г.Т., Сухарев А.Г., Филимонов Ю.А. Резонансное взаимодействие магнитостатических волн (МСВ) в пленках Ga,Sc:ЖИГ с полосовой доменной структурой (ПДС) // V Всес. шк.-сем. «Спинволновая электроника СВЧ». Тез. докл. Звенигород: ИРЭ РАН. 1991. С. 83.
- 433. Шамсутдинов М.А., Фарзтдинов М.М., Екомасов Е.Г. Динамический скос магнитных подрешеток в магнитном поле и спиновые волны в редкоземельных ортоферритах с доменной структурой // ФТТ. 1990. Т. 32, № 4. С. 1133.
- 434. Зильберман П.Е., Куликов В.М., Тихонов В.В., Шеин И.В. Нелинейные эффекты при распространении поверхностных магнитостатических волн в пленках железо-иттриевого граната в слабых магнитных полях // ЖЭТФ. 1991. Т. 99, № 5. С. 1566.
- 435. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Влияние диэлектрической подложки и магнитных потерь на дисперсию и свойства поверхностной магнитостатической волны // РЭ. 2001. Т. 46, № 6. С. 729.
- 436. *Вашковский А.В., Локк Э.Г*. Прямые и обратные неколлинеарные волны в магнитных пленках // УФН. 2006. Т. 176, № 5. С. 557.
- 437. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Свойства обратных электромагнитных волн и возникновение отрицательного отражения в ферритовых пленках // УФН. 2006. Т. 176, № 4. С. 403.
- 438. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Дисперсионные уравнения для магнитостатических волн в ферритовых структурах с проводящей плоскостью и «магнитной стенкой» на основе уравнений Максвелла // Сб. тр. XX Междунар. конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ, 2012. С. 177.
- 439. Локк Э.Г. Спиновые волны в структуре диэлектрик-феррит-диэлектрик с «магнитными стенками» или идеальными проводниками (на основе уравнений Максвелла) // РЭ. 2014. Т. 59, № 7. С. 711.
- 440. Локк Э.Г. О конфигурации линий высокочастотного поля поверхностной спиновой волны // Сб. тр. XXII Междунар. конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ, 2014. С. 87.
- 441. Локк Э.Г. Векторные линии поверхностной спиновой волны в касательно намагниченных ферритовых структурах с металлическим экраном и магнитной стенкой // Материалы XXIII Всероссийской конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: ИНФРА-М. 2015. С. .96.
- 442. Локк Э.Г. Структура высокочастотных полей поверхностной спиновой волны в касательно намагниченной ферритовой пластине // РЭ. 2015. Т. 60, № 12. С. 1149.
- 443. Локк Э.Г. Изочастотные зависимости электромагнитных волн в неограниченной ферритовой среде // Материалы XXIII Всероссийской конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: ИНФРА-М, 2015. С. 103.
- 444. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Характеристики поверхностной магнитостатической волны в структуре феррит-диэлектрик, помещенной в медленно меняющееся неоднородное магнитное поле // РЭ. 2001. Т. 46, № 10. С. 1257.

- 445. Вашковский А.В., Локк Э.Г. О свойствах обратной магнитостатической волны // Сб. тр. XIX Междунар. конф. «Электромагнитное поле и материалы», М.: НИУ МЭИ, 2011. С. 75.
- 446. Вашковский А.В., Локк Э.Г. О взаимосвязи энергетических и дисперсионных характеристик магнитостатических волн в ферритовых структурах // УФН. 2011. Т. 181, № 3. С. 293.
- 447. Вашковский А.В., Локк Э.Г. О физических свойствах обратной магнитостатической волны при ее описании на основе уравнений Максвелла // РЭ. 2012. Т. 57, № 5. С. 541.
- 448. *Morgenthaler F.R.* Novel devices based upon field gradient control of magnetostatic modes and waves // Ferrites: Proc. of the Intern. Conf., 1980. Japan. P. 839.
- 449. *Castera J.P.* State of the art in design and technology of MSW devices // JAP. 1984. V. 55, № 6(pt.2B). P. 2506.
- 450. Magnetostatic waves and applications in signal processing (Тематический выпуск) // Circuits, systems and signal processing. 1985. V.4, № 1-2. Р.1.
- 451. Parekh J.P., Chang K.W., Tuan H.S. Propagation characteristics of magnetostatic waves // Circuits, systems and signal processing. 1985. V. 4, № 1-2. P. 9.
- 452. *Ishak W.*, *Reese E.*, *Huijer E.* Magnetostatic wave devices for UHF band applications // Circuits, systems and signal processing. 1985. V.4, № 1-2. P. 285.
- 453. Adam J.D. MSW devices for EW receiver applications // Circuits, systems and signal processing. 1985. V.4, № 1-2. P. 301.
- 454. Owens J.M., Collins J.H., Carter R.L. System applications of magnetostatic wave devices // Circuits, systems and signal processing. 1985. V. 4, № 1-2. P. 317.
- 455. *Taub J*. Applications of magnetostatic wave technology to EW systems an assessment // Circuits, systems and signal processing. 1985. V.4, № 1-2. P. 351.
- 456. *Rodrigue G.P.* A generation of microwave ferrite devices // Proc. IEEE. 1988. V. 76, № 2. Р. 121. Перевод: Родриг Г.П. Этапы развития ферритовой аппаратуры диапазона СВЧ // ТИИЭР. 1988. Т. 76, № 2. С. 29.
- 457. Le Gall H. Magnetoelectronics and nanorecording // I Объед. конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл., 1995, М.: ИРЭ РАН. С. 27.
- 458. *Shone M*. The technology of YIG film growth // Circuits, systems and signal processing. 1985. V. 4, № 1-2. P. 89.
- 459. Adam J.D. YIG film characterization for MSW devices // Circuits, systems and signal processing. 1985. V. 4, № 1-2. P. 105.
- 460. *Лысенко В.А.* Передаточная функция СВЧ-устройств на магнитостатических волнах // РЭ. 1986. Т. 31, № 8. С. 1627.
- 461. *Прокушкин В.Н.*, *Шараевский Ю.П*. Влияние реактивной импедансной нагрузки на характеристики магнитостатических волн // РЭ. 1993. Т. 38, № 9. С. 1551.
- 462. Паладий Н.В. Методы расчета основных параметров линий задержки на магнитостатических волнах // РЭ. 1994. Т. 39, № 6. С. 1011.
- 463. Берегов А.С., Кудинов Е.В., Ерещенко И.Н. Улучшение термостабильности устройств на магнитостатических волнах // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1987, № 1(395). С. 19.

- 464. *Курушин Е.П., Нефедов Е.И.* Электродинамика анизотропных волноведущих структур. М.: Наука, 1983.
- 465. *El-Sharawy E., Jackson R.W.* Coplanar waveguide and slot line on magnetic substrates: analysis and experiment // IEEE Trans. on MTT. 1988. V. 36, № 6. P. 1071.
- 466. Kwan P., Vittoria C. Propagation characteristics of a ferrite image guide // JAP. 1993. V. 73, № 10. P. 6466.
- 467. *Новиков Г.М., Петрунькин Е.З.* Экспериментальное исследование распространения МСВ в пленочных волноводах // РЭ. 1984. Т. 29, № 9. С. 1691.
- 468. Зильберман П.Е., Казаков Г.Т., Тихонов В.В. Раздельное измерение параметров полезного сигнала и наводки в линиях передачи магнитостатических волн // РЭ. 1985. Т. 30, № 6. С. 1164.
- 469. Kwan P., Vittoria C. Nonreciprocal coupling structure of dielectric wave guides // JAP. 1993. V. 73, № 10. P. 7012.
- 470. Гречушкин К.В., Шараевский Ю.П. Взаимодействие высокочастотного тока в линии передачи с резонансными модами магнитостатической волны // РЭ. 1994. Т. 39, № 6. С. 1017.
- 471. Дунаев С.Н. Влияние импульсного оптического нагрева на распространение магнитостатических волн в пленке феррита // I Объед. конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. М.: ИРЭ РАН, 1995. С. 159.
- 472. Романов И.В., Студенов В.Б., Фетисов Ю.К. Лазерное управление параметрами СВЧ сигнала в линии передачи на магнитостатических волнах // I Объед. конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. М.: ИРЭ РАН, 1995. С. 238.
- 473. Sethares J.C., Weinberg I.J. Theory of MSW transducers // Circuits, systems and signal processing. 1985. V. 4, № 1-2. P. 41.
- 474. Вугальтер Г.А. Возбуждение коротких поверхностных магнитостатических волн металлической полоской // РЭ. 1989. Т. 34, № 5. С. 965.
- 475. Вугальтер Г.А., Гилинский И.А. Возбуждение и прием поверхностных магнитостатических волн отрезком микрополосковой линии // РЭ. 1987. Т. 32, № 3. С. 465.
- 476. *Смелов М.В.* Экспериментальное исследование возбуждения магнитостатических волн замедляющей системой типа меандра // РЭ. 1988. Т. 33, № 2. С. 440.
- 477. Смелов М.В. Экспериментальное исследование одномодового возбуждения магнитостатических волн петлевым преобразователем // РЭ. 1989. Т. 34, № 10. С. 2222.
- 478. Смелов М.В. Экспериментальное исследование влияния форм ферритового волновода и возбудителей на распространение магнитостатических волн // РЭ. 1987. Т. 32, № 11. С. 2290.
- 479. Круценко И.В., Мелков Г.А., Уханов С.А. Влияние магнитного штыря на возбуждение магнитостатических волн в тонких ферромагнитных пленках // РЭ. 1987. Т. 32, № 9. С. 1976.
- 480. Sethares J.C., Weinberg I.J. Apodization of variable coupling MSSW transducers // JAP. 1979. V. 50, № 3. P. 2458.
- 481. Гольдберг Л.Б. Расчет пространственно-частотных характеристик криволинейных микрополосковых излучателей магнитостатических волн // РЭ. 1990. Т. 35, № 6. С. 1212.

Список литературы

- 482. De Gasperis P., Miccoli G., Di Gregorio C., Roveda R. Slowly dispersive, short time delay line based on very thick liquid phase epitaxially grown yttrium iron garnet // JAP. 1984. V.55, № 6(pt.2B). P.2512.
- 483. Daniel M.R., Adam J.D., Emtage P.R. Dispersive delay at gigahertz frequencies using magnetostatic waves // Circuits, systems and signal processing. 1985. V. 4, № 1-2. P. 115.
- 484. *Adkins L.R.* Dispersion control in magnetostatic wave delay lines // Circuits, systems and signal processing. 1985. V. 4, № 1–2. P. 137.
- 485. Киндяк А.С., Колосов В.А., Демченко А.И., Макутина Л.И. Дисперсионные линии задержки на магнитостатических волнах с предварительно заданными параметрами // РЭ. 1992. Т. 37, № 11. С. 2063.
- 486. Adkins L.R., Glass H.L., Stearns F.S., Carter R.L., Chang K.W., Owens J.M. Electronically variable time delays using cascaded magnetostatic delay lines // JAP. 1984. V. 55, № 6(pt.2B). P. 2518.
- 487. *Bajpai S.N., Carter R.L., Owens J.M.* Insertion loss of magnetostatic surface wave delay lines // IEEE Trans. on MTT. 1988. V. 36, № 1. P. 132.
- 488. Wu H.J., Smith C.V., Owens J.M. Bandpass filtering and input impedance characterization for driven multielement transducer pair-delay line magnetostatic wave devices // JAP. 1979. V. 50, № 3. P. 2455.
- 489. Киндяк А.С., Колосов В.А., Демченко А.И., Макутина Л.Н. О согласовании дисперсионных линий задержки на магнитостатических волнах // РЭ. 1992. Т. 37, № 8. С. 1520.
- 490. Adam J.D., Stitzer S.N. A magnetostatic wave signal-to-noise enhancer // Appl. Phys. Lett. 1980. V. 36, № 3. P. 485.
- 491. Sethares J.C., Stiglitz M.R., Weinberg I.J. Magnetostatic wave oscillator frequencies // JAP. 1981. V. 52, № 3. P. 2273.
- 492. Дунаев С.Н., Фетисов Ю.К., Токарев В.Г., Васильев В.П. Экспериментальные исследования фазовых шумов генераторов на магнитостатических волнах // РЭ. 1992. Т. 37, № 7. С. 1274.
- 493. Дунаев С.Н., Фетисов Ю.К. Многочастотная генерация и синхронизация мод в генераторе с линией задержки на магнитостатических волнах // РЭ. 1992. Т. 37, № 2. С. 290.
- 494. *Tuan H.S., Parekh J.P.* Q-factor for an MSW delay-line based oscillator // Circuits, systems and signal processing. 1985. V.4, № 1-2. P. 221.
- 495. Маковкин А.В., Фетисов Ю.К. Модуляция амплитуды магнитостатических волн в пленке железоиттриевого граната оптическими импульсами // I Объед. конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. М.: ИРЭ РАН, 1995. С. 198.
- 496. Дунаев С.Н., Грязных И.В., Мясоедов А.Н., Рыбаков В.П., Фетисов Ю.К. Модулятор частоты радиоимпульсов на магнитостатических волнах // РЭ. 1990. Т. 35, № 11. С. 2453.
- 497. Власкин С.В., Новиков Г.М., Петрунькин Е.З., Попов С.Н. Перестраиваемые полосно-пропускающие фильтры на спиновых волнах // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1990, № 1(425). С.8.
- 498. Вашковский А.В., Зубков В.И., Лебедь Б.М., Новиков Г.М. Узкополосная фильтрация СВЧ-сигналов при возбуждении магнитостатических волн в пленках железоиттриевого граната // РЭ. 1985. Т. 30, № 8. С. 1513.
- 499. Альтман А.Б., Лебедь Б.М. Расчетная модель фильтра на магнитостатических волнах // РЭ. 1997. Т. 42, № 6. С. 719.

- 500. Паладий Н.В., Харчиков А.Ф. Исследование интермодуляционных составляющих в фильтрах на магнитостатических волнах // РЭ. 1991. Т. 36, № 8. С. 1604.
- 501. Рогозин В.В., Аверин А.Н., Загрядский С.В. Расчет многозвенных полосно-заграждающих фильтров с учетом ближних полей ферритов // РЭ. 1985. Т. 30, № 11. С. 2270.
- 502. *Reed K.W.*, *Owens J.M.*, *Carter R.L.* Current status of magnetostatic reflective array filters // Circuits, systems and signal processing. 1985. V. 4, Nº 1-2. P. 157.
- 503. *Смелов М.В.* Формирование фазовых и амплитудных характеристик СВЧ-устройств на магнитостатических волнах // РЭ. 1988. Т. 33, № 11. С. 2432.
- 504. *Дмитриев* В.Ф. Синтез частотных характеристик спин-волновых устройств на основе антенных систем криволинейного профиля // РЭ. 1989. Т. 34, № 10. С. 2233.
- 505. *Castera J.P.*, *Hartemann P*. Magnetostatic wave resonators and oscillators // Circuits, systems and signal processing. 1985. V. 4, № 1-2. P. 181.
- 506. Chang K.W., Ishak W. Magnetostatic surface wave straight edge resonators // Circuits, systems and signal processing. 1985. V.4, № 1-2. P. 201.
- 507. Koike T.. Nagano T. Digital control method for resonant frequencies of straightedge MSW resonators // I Объед. конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. М.: ИРЭ РАН, 1995. С. 232.
- 508. Жилинскас М.А., Зубовский И.И., Ивашка В.П. Магнитостатические колебания в ферритовых резонаторах прямоугольного сечения // РЭ. 1993. Т. 38, № 7. С. 1215.
- 509. Brinlee W.R., Owens J.M., Smith C.V., Carter R.L. «Two-port» magnetostatic wave resonators utilizing periodic metal reflective arrays // JAP. 1981. V. 52, № 3. P. 2276.
- 510. *Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Плесский В.П.* Брэгговское отражение поверхностных магнитостатических волн от периодической системы тонких проводящих полосок // ЖТФ. 1982. Т. 52, № 4. С. 799.
- 511. Анфиногенов В.Б., Афанасьев А.И., Зильберман П.Е., Мальцев В.А., Рудый Ю.Б., Финкельштейн Ю.Х. Резонансное ослабление электромагнитных волн в структуре пленка железоиттриевого граната — замедляющая система типа «меандр» при слабом замедлении // РЭ. 1990. Т. 35, № 12. С. 2481.
- 512. Помялов А.В., Андреев А.С. Волны связанных колебаний в периодической системе тонкопленочных ферритовых резонаторов // РЭ. 1986. Т. 31, № 9. С. 1739.
- 513. Бланк А.Я., Шаршанов А.Я. Резонансное возбуждение поверхностных магнитостатических волн электромагнитным излучением в периодических магнитных структурах // РЭ. 1991. Т. 36, № 8. С. 1468.
- 514. Крышталь Р.Г., Мальцев О.А., Медведь А.В. Исследование поглотителей поверхностных магнитостатических волн в пленках железоиттриевого граната // РЭ. 1986. Т. 31, № 1. С. 200.
- 515. Sethares J.C., Floyd R. MSW applications for phased array antennas // Circuits, systems and signal processing. 1985. V. 4, № 1-2. P. 335.

- 516. *How H., Rainville P., Harackiewicz F., Vittoria C.* Radiation frequencies for magnetically nonsaturated ferrite patch antennas // JAP. 1993. V. 73, № 10. P. 6469.
- 517. Goldie H., Stitzer S.N. Broadband circuit for microwave s/n enhancers. Patent USA N4,292,607. Int.Cl.:H01P 5/00. Sep. 29, 1981.
- 518. Stitzer S.N., Emtage P.R. Nonlinear microwave signal-processing devices using thin ferrimagnetic films // Circuits, systems and signal processing. 1985. V. 4, № 1-2. P. 227.
- 519. Parekh J.P., Tuan H.S., Chang K.W. Magnetostatic wave convolvers // Circuits, systems and signal processing. 1985. V.4, № 1–2. P. 253.
- 520. *Fisher A.D.* Optical signal processing with magnetostatic waves // Circuits, systems and signal processing. 1985. V. 4, № 1–2. P. 265.
- 521. Wilber W.D., Wetling W., Kabos P., Patton C.E., Jantz W. A wavevector selective light scattering magnon spectrometer // JAP. 1984. V.55, № 6(pt.2B). P. 2533.
- 522. *Takahashi H., Mitsuoka K., Komuro M., Sugita Y.* Ferromagnetic resonance studies of Fe<sub>16</sub>N<sub>2</sub> films with a giant magnetic moment // JAP. 1993. V.73, № 10. P. 6060.
- 523. Soohoo R.F., Morrish A.H. FMR measurement of anisotropy dispersion in amorphous GdFe films // JAP. 1979. V. 50, № 3. P. 1639.
- 524. Вызулин С.А., Розенсон А.Э., Шех С.А. О спектре поверхностных магнитостатических волн в ферритовой пленке с потерями // РЭ. 1991. Т. 36, № 1. С. 164.
- 525. Вызулин С.А. Обобщенные плоские волны в задачах электродинамики магнитогиротропных сред. Дисс. на соискание уч. ст. д.ф.-м.н. Краснодар, 2000.
- 526. Annenkov A.Yu., Gerus S.V. Attenuation of noncollinear surface magnetostatic waves // Book of Abstr. of Moscow Intern. Symp. on Magnetism (MISM). Published by «Изд-во Физ. фак. МГУ». М., 2014. P. 863.
- 527. Анненков А.Ю., Герус С.В. Индикатрисы поверхностных магнитостатических волн // Сб. тр. XXII Междунар. конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ. 2014. С. 99.
- 528. Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Влияние диссипации на свойства поверхностных магнитостатических волн в касательно намагниченной пластине феррита // Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2014, № 7. (31). http://jre.cplire.ru/jre/jul14/8/text.html.
- 529. Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны в пластине феррита с диссипацией // Сб. тр. XXII Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ, 2014. С. 221.
- 530. Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны в пластине феррита с диссипацией. Часть 1. Дисперсионные соотношения // Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2016. № 2, (46). http://jre.cplire.ru/jre/feb16/2/text.html.
- 531. Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны в пластине феррита с диссипацией. Часть 2. Распространение волны перпендикулярно направлению

поля // Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2016. № 3, (57). http://jre.cplire.ru/jre/mar16/1/text.html.

- 532. Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны в пластине феррита с диссипацией. Ч. 3. Распространение волны в произвольном направлении относительно поля // Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2016. № 3, (49). http://jre.cplire.ru/jre/mar16/2/text.html.
- 533. Busse F., Mansurova M., Lenk B., Von der Ehe M., Münzenberg M. A scenario for magnonic spin-wave traps // Scientific Reports / 5:12824/ DOI: 10.1038/srep12824. (www.nature.com/scientificreports). 2015.
- 534. Obry B., Vasyuchka V.I., Chumak A.V., Serga A.A., Hillebrands B. Spinwave propagation and transformation in a thermal gradient // Appl. Phys. Lett. 2012. V. 101. P. 192406.
- 535. Kolokoltsev O., Qureshi N., Mejla-Uriarte E., Ordonez Romero C.I. Hot spin-wave resonators and scatterers // JAP. 2012. V. 112. P. 013902.
- 536. Satoh T., Terui Yu., Moriya R., Ivanov B.A., Ando K., Saitoh E., Shimura T., Kuroda K. Directional control of spin-wave emission by spatially shaped light // Nature Photonics. 2012. V. 6, № 10. P. 662.
- 537. *Pezeril T., Gusev V., Mounier D., Chigarev N., Ruello P.* Surface motion induced by laser action on opaque anisotropic crystals // J. Phys. D: Appl. Phys. 2005. V. 38, № 9. P. 1421.
- 538. *Temnov V*. Ultrafast acousto-magneto-plasmonics Nature Photonics. 2012. V. 6, № 10. P. 728.
- 539. *Kovalenko O., Pezeril T., Temnov V.* New concept for magnetization switching by ultrafast acoustic pulses // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110, № 26. P. 2666602(5).
- 540. *Linnik T.L., Scherbakov A.V., Yakovlev D.R., Liu X., Furdyna J.K., Bayer M.* Theory of magnetization precession induced by a picosecond strain pulse in ferromagnetic semiconductor (Ga,Mn)As // PR(B). 2011. V.84. P. 214432(11).
- 541. Чернов А.И., Кожаев М.А., Ветошко П.М., Додонов Д.В., Прокопов А.Р., Шумилов А.Г., Шапошников А.Н., Бержанский В.Н., Звездин А.К., Белотелов В.И. Локальное зондирование магнитных пленок с помощью оптического возбуждения магнитостатических волн // ФТТ. 2016. Т.58, № 6. С. 1093.
- 542. Стрелков С.П. Механика М.: Наука, 1965.
- 543. Левич В.Г. Курс теоретической физики. Т. 1. М.: Наука, 1969.
- 544. Зубков В.И., Щеглов В.И. Дисперсионные свойства магнитостатических волн в касательно намагниченной структуре металл-диэлектрик-феррит-феррит-диэлектрик-металл // XVII Междунар. шк.-сем. «Новые магнитные материалы микроэлектроники». Сб. тр. М.: МГУ, 2000. С. 328.
- 545. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Наука, 1976.
- 546. Ольховский И.И. Курс теоретической механики для физиков. М.: Наука, 1970.
- 547. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972.
- 548. Антонец И.В., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм определения амплитуд внешних и внутренних волн при встречном падении двух одномерных волн на многослойную структуру // Сб. тр. XIX Междунар.

конф. «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ, 2011. С. 154.

- 549. Антонец И.В., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм определения амплитуд отраженных и проходящих волн при симметричном падении двух встречных волн на многослойную неоднородную структуру // РЭ. 2012. Т.57, № 1. С.67.
- 550. Антонец И.В., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм определения амплитуд внешних и внутренних волн при падении встречных волн на многослойную структуру со ступенчатой неоднородностью // РЭ. 2013. Т. 58, № 1. С. 16.
- 551. Антонец И.В., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Два простых алгоритма определения амплитуд внешних и внутренних колебаний при распространении встречных волн в многослойной неоднородной структуре // Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2013. № 1. (26). http://jre.cplire.ru/jre/jan 13/11/text.html.
- 552. Антонец И.В., Щеглов В.И. Распространение волн через многослойные структуры. Часть пятая. Алгоритмические методы. Сыктывкар: ИПО СыктГУ, 2014.
- 553. Антонец И.В., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Применение метода исключения для анализа распространения волн в многослойных средах со случайным распределением параметров слоев // РЭ. 2013. Т. 58, № 12. С. 1149.
- 554. Антонец И.В., Щеглов В.И. Распространение волн через многослойные структуры. Часть четвертая. Специфические методы. Сыктывкар: ИПО СыктГУ, 2013.
- 555. Антонец И.В., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Метод исключения для расчета распространения волн через среды со ступенчатыми неоднородностями // Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2013. № 4. (38). http://jre.cplire.ru/jre/apr13/6/text.html.
- 556. Антонец И.В., Щеглов В.И. Распространение волн через многослойные структуры. Часть шестая. Метод исключения. Сыктывкар: ИПО СыктГУ, 2015.
- 557. Антонец И.В., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Исследование методом исключения распространения волн через многослойную среду с барьерными неоднородностями // Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2015. № 1, (38). http://jre.cplire.ru/jre/jan15/22/text.html.
- 558. Антонец И.В., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Пространственное распределение амплитуд внешних и внутренних волн в ограниченной многослойной структуре с периодической неоднородностью. Ч. 1. Одномерная волна // Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2015. № 2, (46). http://jre.cplire.ru/jre/feb15/1/text.html.
- 559. Антонец И.В., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Пространственное распределение амплитуд внешних и внутренних волн в ограниченной многослойной структуре с периодической неоднородностью. Ч.2. Электромагнитная волна // Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2015. № 2, (40). http://jre.cplire.ru/jre/ieb15/2/text.html.
- 560. Антонец И.В., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Пространственное распределение амплитуд внешних и внутренних волн в ограниченной многослойной структуре с периодической неоднородностью. Ч. З. Электромагнитная вол-

на в магнитной среде // Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2015. № 3. (51). http://jre.cplire.ru/jre/mar15/13/text.html.

- 561. Антонец И.В., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Пространственное распределение амплитуд внешних и внутренних волн в ограниченной многослойной структуре с периодической неоднородностью. Часть 4. Волна в диссипативной среде // Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2015. № 3. (56). http://jre.cplire.ru/jre/mar15/14/text.html.
- 562. Шварцбург А.Б. Видеоимпульсы и непериодические волны в диспергирующих средах (точно решаемые модели) // УФН, 1998. Т. 168, № 1. С. 85.
- 563. Шварцбург А.Б. Дисперсия электромагнитных волн в слоистых и нестационарных средах (точно решаемые модели) // УФН, 2000. Т. 170, № 12. С. 1297.
- 564. Зубков В.И., Щеглов В.И. Прямые и обратные поверхностные магнитостатические волны в структуре феррит-диэлектрик-металл, намагниченной поперечно неоднородным полем // Сб. тр. XIX Междунар. шк.-семинара «Новые магнитные материалы микроэлектроники». М.: МГУ. 2004. С. 287.
- 565. Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Прохождение поверхностных магнитостатических волн под металлической полоской, расположенной над поверхностью ферритовой пленки // РЭ. 1989. Т. 34, № 7. С. 1381.
- 566. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Преломление поверхностных магнитостатических волн на границе раздела сред феррит и феррит-диэлектрик-металл // РЭ. 1991. Т. 36, № 10. С. 1959.
- 567. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Преломление поверхностных магнитостатических волн металлической полоской, расположенной на поверхности ферритовой пленки // РЭ. 1991. Т. 36, № 12. С. 2345.
- 568. Зубков В.И., Локк Э.Г., Нам Б.П., Хе А.С., Щеглов В.И. Дисперсия поверхностных магнитостатических волн в двухслойных ферритовых пленках // ЖТФ. 1989. Т. 59, № 12. С. 115.
- 569. Зубков В.И., Локк Э.Г., Хе А.С., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны и спин-волновые резонансы в двухслойных ферритовых пленках // ЖТФ. 1993. Т.63, № 5. С. 166.
- 570. Зубков В.И., Епанечников В.А., Щеглов В.И. Дисперсионные характеристики поверхностных магнитостатических волн в двухслойной ферромагнитной пленке // РЭ. 2007. Т. 52, в.2. С. 192.
- 571. Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Распространение поверхностных магнитостатических волн в структуре ферритовая пленка металлическая полоса // II Всесоюзная шк.-семинар «Взаимодействие электромагнитных волн с полупроводниками и полупроводниково-диэлектрическими структурами». Тез. докл. Саратов, 1988. Ч.З. С. 35.
- 572. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Преломление поверхностных магнитостатических волн на границе сред феррит и ферритдиэлектрик-металл // XII Всесоюзная школа-семинар «Новые магнитные материалы микроэлектроники». Тез. докл. Новгород, 1990. Ч.1. С. 109.
- 573. Vashkovsky A.V., Lock E.H., Shcheglov V.I., Zubkov V.I. Magnetostatic surface waves refraction at a boundary dividing ferrite and ferrite-dielectricmetal media // European magnetic materials and applications conference. Dresden. Digest booklet. 1991. P. 197.

- 574. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Распространение поверхностных магнитостатических волн в поперечно-неоднородных полях подмагничивания // V Всесоюзная школа-семинар по спинволновой электронике СВЧ. Тез. докл. Звенигород: ИРЭ РАН, 1991. С. 13.
- 575. Беспятых Ю.И., Дикштейн И.Е., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Отражение поверхностных магнитостатических волн от металлической полоски // V Всесоюзная школа-семинар по спинволновой электронике СВЧ. Тез. докл. Звенигород: ИРЭ РАН, 1991. С. 119.
- 576. Зубков В.И., Щеглов В.И. Спектр магнитостатических волн, распространяющихся в произвольном направлении в касательно намагниченной структуре металл-диэлектрик-феррит-феррит-диэлектрик-металл // IX Междунар. конф. по спинволновой электронике. Сб. тр. М.: ИРЭ РАН, 2000. С. 211.
- 577. Shcheglov V.I., Zubkov V.I. The magnetostatic waves in metal-dielectricferrite-ferrite-dielectric-metal structure // IX Междунар. конф. по спинволновой электронике. Сб. тр. Приложение. М.: ИРЭ РАН, 2000. С. 460.
- 578. Зубков В.И., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в среде металлдиэлектрик-феррит-феррит-диэлектрик-металл // Байкальская междунар. науч.-практ. конф. «Магнитные материалы». Тез. докл. Иркутск, 2001. С. 51.
- 579. Зубков В.И., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в структуре металл-диэлектрик-феррит-феррит-диэлектрик-металл // Междунар. конф. «Физика и технические применения волновых процессов». Тез. докл. Т.2. Самара. 2001. С. 17.
- 580. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Влияние неоднородности постоянного магнитного поля на траектории поверхностных магнитостатических волн // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15, № 4. С. 1.
- 581. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Траектории поверхностных магнитостатических волн в неоднородно намагниченных ферритовых пленках // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15, № 4. С. 5.
- 582. Vashkovsky A.V., Lock E.H., Shcheglov V.I., Zubkov V.I. Passage of surface magnetostatic waves through magnetic «valley» and «ridge» // IEEE Trans. on Magn. 1990. V. 26, № 5. P. 1480.
- 583. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Распространение поверхностных магнитостатических волн в неоднородном постоянном магнитном поле типа протяженной ямы // ЖТФ. 1990. Т. 60, № 7. С. 138.
- 584. Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Распространение поверхностных магнитостатических волн в неоднородном постоянном магнитном поле с профилем типа вала // РЭ. 1990. Т. 35, № 8. С. 1617.
- 585. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны в линейно неоднородных магнитных полях // РЭ. 1991. Т. 36, № 1. С. 18.
- 586. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны в неоднородном подмагничивающем поле типа «долины» // РЭ. 1994. Т. 39, № 2. С. 217.
- 587. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны в неоднородном подмагничивающем поле типа «вала» // РЭ. 1995. Т. 40, № 2. С. 313.

- 588. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Траектории лучей поверхностной магнитостатической волны в монотонных неоднородных магнитных полях // РЭ. 1995. Т. 40, № 6. С. 950.
- 589. Vashkovsky A.V., Lock E.H., Shcheglov V.I., Zubkov V.I. The influence of parabolical non-uniformity of bias field on wave beam paths of MSW // Proc. of Intern. Conf. on Electronics Components and Materials. Beijing. China. 1989. P. 430.
- 590. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Влияние неоднородности поля подмагничивания на траектории волновых пучков поверхностных магнитостатических волн // XI Всесоюзная школа-семинар «Новые магнитные материалы для микроэлектроники». Тез. докл. Ташкент, 1988. С. 177.
- 591. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Распространение поверхностных магнитостатических волн в поперечно-неоднородных полях подмагничивания // V Всесоюзная школа-семинар по спинволновой электронике СВЧ. Тез. докл. Звенигород: ИРЭ РАН, 1991. С. 13.
- 592. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Траектории лучей поверхностной магнитостатической волны в монотонных неоднородных магнитных полях // XIV Всероссийская школа-семинар «Новые магнитные материалы микроэлектроники». Тез. докл. Ч.1. М.: МГУ, 1994. С. 89.
- 593. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Распространение прямых поверхностных магнитостатических волн в структуре ферритдиэлектрик-металл, намагниченной линейно неоднородным магнитным полем // ЖТФ. 1995. Т. 65, № 8. С. 78.
- 594. Вашковский А.В., Зубков В.И., Щеглов В.И. Прямые поверхностные магнитостатические волны в структуре феррит-диэлектрик-металл, намагниченной неоднородным магнитным полем типа «долины» // РЭ. 1996. Т. 41, № 6. С. 670.
- 595. Вашковский А.В., Зубков В.И., Щеглов В.И. Прямые поверхностные магнитостатические волны в структуре феррит-диэлектрик-металл, намагниченной неоднородным полем типа «вала» // РЭ. 1996. Т. 41, № 12. С. 1413.
- 596. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Влияние неоднородного подмагничивающего поля на распространение поверхностных магнитостатических волн в структуре феррит-диэлектрик-металл // Первая объединенная конференция по магнитоэлектронике. Тез. докл. М.: ИРЭ РАН, 1995. С. 133.
- 597. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Прямые поверхностные магнитостатические волны в структуре феррит-диэлектрикметалл, намагниченной линейно неоднородным подмагничивающим полем // Первая объединенная конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. М.: ИРЭ РАН, 1995. С. 135.
- 598. Вашковский А.В., Зубков В.И., Щеглов В.И. Прямые поверхностные магнитостатические волны в структуре феррит-диэлектрик-металл, намагниченной неоднородным подмагничивающим полем «долины» // Первая объединенная конференция по магнитоэлектронике. Тез. докл. М.: ИРЭ РАН, 1995. С. 137.
- 599. Вашковский А.В., Зубков В.И., Щеглов В.И. Прямые поверхностные магнитостатические волны в структуре феррит-диэлектрик-металл, намагниченной неоднородным подмагничивающим полем типа «вала» // Первая объединенная конференция по магнитоэлектронике. Тез. докл. М.: ИРЭ РАН, 1995. С. 139.
- 600. *Зубков В.И.*, *Щеглов В.И*. Обратные поверхностные магнитостатические волны в структуре феррит-диэлектрик-металл // РЭ. 1997. Т. 42, № 9. С. 1114.
- 601. Зубков В.И., Щеглов В.И. Условия существования обратных поверхностных магнитостатических волн в структуре феррит-диэлектрик-металл // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24, № 13. С. 1.
- 602. Зубков В.И., Щеглов В.И. Распространение обратных поверхностных магнитостатических волн в структуре феррит-диэлектрик-металл, намагниченной линейно неоднородным магнитным полем // ЖТФ. 1999. Т. 69, № 2. С. 70.
- 603. Зубков В.И., Щеглов В.И. Траектории обратных поверхностных магнитостатических волн в структуре феррит-диэлектрик-металл, намагниченной неоднородным полем типа «вала» // Письма в ЖТФ. 1999. Т.25, № 23. С.61.
- 604. Зубков В.И., Щеглов В.И. Обратные поверхностные магнитостатические волны в структуре феррит-диэлектрик-металл, намагниченной неоднородным полем типа «долины» // РЭ. 2000. Т. 45, № 1. С. 116.
- 605. Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Распространение прямых и обратных поверхностных магнитостатических волн в неоднородно намагниченной структуре феррит-диэлектрик-металл // XV Всероссийская школа-семинар «Новые магнитные материалы микроэлектроники». Тез. докл. М.: МГУ, 1996. С. 265.
- 606. Зубков В.И., Щеглов В.И. Обратные поверхностные магнитостатические волны в структуре феррит-диэлектрик-металл, намагниченной неоднородным полем типа «долины» // XVI Междунар. школа-семинар «Новые магнитные материалы микроэлектроники». Тез. докл. Ч.1. М.: МГУ, 1998. С. 89.
- 607. *Shcheglov V.I., Zubkov V.I.* The propagation of magnetostatic surface waves in ferrite-dielectric-metal structure magnetized by nonuniform magnetic field in the shape of «ridge» // Moscow Intern. Symp. on Magnetism. Proc. of MISM-99. Part. 2. M., 1999. P. 206.
- 608. Зубков В.И., Щеглов В.И. Набег фазы поверхностных магнитостатических волн, распространяющихся в неоднородно намагниченных ферритовых пленках и структурах феррит-металл // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25, № 4. С. 79.
- 609. Зубков В.И., Щеглов В.И. Набег фазы поверхностных магнитостатических волн в ферритовой пленке со свободной и металлизированной поверхностями, намагниченной неоднородным полем типа «долины» // РЭ. 2000. Т. 45, № 11. С. 1369.
- 610. Зубков В.И., Щеглов В.И. Набег фазы поверхностных магнитостатических волн в ферритовой пленке со свободной и металлизированной поверхностями, намагниченной неоднородным полем типа «вала» // РЭ. 2001. Т. 46, № 1. С. 98.

- 611. Зубков В.И., Щеглов В.И. Время задержки поверхностных магнитостатических волн в ферритовых пленках и структурах феррит-металл, намагниченных неоднородными полями // РЭ. 2003. Т. 48, № 8. С. 1012.
- 612. *Щеглов В.И.* Фазовые характеристики поверхностных магнитостатических волн в неоднородно намагниченных ферритовых пленках и структурах феррит-металл // XVI Междунар. школа-семинар «Новые магнитные материалы микроэлектроники». Тез. докл. Ч. 1. М.: МГУ, 1998. С. 125.
- 613. Shcheglov V.I., Zubkov V.I. The giant phase shift of magnetostatic surface waves propagating in ferrite film with metalized surface magnetized by nonuniform magnetic field in the shape of «valley» // IX Междунар. конф. по спинволновой электронике. Сб. тр. Приложение. М.: ИРЭ РАН, 2000. С. 462.
- 614. Зубков В.И., Щеглов В.И. Групповое время задержки поверхностных магнитостатических волн, распространяющихся в неоднородно намагниченных ферритовых пленках и структурах феррит-металл // Proc. XI Intern. Conf. on Spin-Electronics and Gyrovector Electrodynamics. Moscow (Firsanovka). Publ. UNC-1 MPEI (TU), 2002. P. 162.
- 615. Зубков В.И., Щеглов В.И. Применение метода парциальных волновых пучков для анализа амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик устройств на магнитостатических волнах // РЭ. 1999. Т. 44, № 3. С. 287.
- 616. Зубков В.И., Щеглов В.И. Расчет амплитудно-частотных характеристик фильтра на поверхностных магнитостатических волнах с двумя линейными преобразователями // РЭ. 1999. Т. 44, № 6. С. 758.
- 617. Зубков В.И., Щеглов В.И. Расчет амплитудно-частотных характеристик устройств на поверхностных магнитостатических волнах, распространяющихся в ферритовой пленке, намагниченной линейно неоднородным полем // РЭ. 2000. Т. 45, № 7. С. 865.
- 618. *Зубков В.И.*, *Щеглов В.И*. Расчет амплитудно-частотных характеристик фильтра на магнитостатических волнах в поле типа «долины» // РЭ. 2001. Т. 46, № 6. С. 739.
- 619. Зубков В.И., Щеглов В.И. Амплитудно-частотные характеристики волноведущего канала магнитостатических волн, образованного неоднородным полем типа «вала» // РЭ. 2001. Т. 46, № 9. С. 1121.
- 620. Зубков В.И., Щеглов В.И. Амплитудно-частотные характеристики фильтра на магнитостатических волнах, распространяющихся в неоднородном поле типа «вала» // РЭ. 2002. Т. 47, № 5. С. 625.
- 621. Зубков В.И., Щеглов В.И. Амплитудно-частотные характеристики фильтра на магнитостатических волнах, распространяющихся произвольно относительно подмагничивающего поля // РЭ. 2002. Т. 47, № 7. С. 886.
- 622. Зубков В.И., Щеглов В.И. Расчет амплитудно- и фазо-частотных характеристик устройств на магнитостатических волнах методом парциальных волновых пучков // XVI Междунар. школа-семинар «Новые магнитные материалы микроэлектроники». Тез. докл. Ч.1. М.: МГУ, 1998. С. 99.
- 623. Зубков В.И., Щеглов В.И. Амплитудно-частотные характеристики фильтра на магнитостатических волнах, распространяющихся в поле типа «долины» // Вторая объединенная конф. по магнитоэлектронике (междунар.). Тез. докл. Екатеринбург, 2000. С. 22.

- 624. Зубков В.И., Щеглов В.И. Зависимость амплитудно-частотных характеристик фильтра на магнитостатических волнах, распространяющихся в неоднородном поле типа «вала» от апертур входного и выходного преобразователей // Х Междунар. конф. по спиновой электронике и гировекторной электродинамике. Сб. тр. М.: УНЦ-1(МЭИ), 2001. С. 128.
- 625. Зубков В.И., Щеглов В.И. Анализ амплитудно-частотных характеристик фильтра на магнитостатических волнах при произвольной ориентации подмагничивающего поля методом парциальных волновых пучков // X Междунар. конф. по спиновой электронике и гировекторной электродинамике. Сб. тр. М.: УНЦ-1(МЭИ), 2001. С. 147.
- 626. Зубков В.И., Щеглов В.И. Амплитудно-частотные характеристики линии передачи на поверхностных магнитостатических волнах при произвольной ориентации подмагничивающего поля // Сб. тр. XVIII Междунар. школы-семинара «Новые магнитные материалы микроэлектроники». М.: МГУ, 2002. С. 823.
- 627. Зубков В.И., Щеглов В.И. Влияние набега фазы поверхностных магнитостатических волн на характеристики их линий передачи // РЭ. 2005. Т. 50, № 4. С. 464.
- 628. Зубков В.И., Щеглов В.И. Волновой фронт поверхностных магнитостатических волн в неоднородно намагниченных ферритовых пленках // Сб. тр. XX Междунар. школы-семинара «Новые магнитные материалы микроэлектроники». М.: МГУ, 2006. С. 674.
- 629. Зубков В.И., Щеглов В.И. Деформация плоского волнового фронта поверхностных магнитостатических волн, распространяющихся в ферритовых пленках, намагниченных линейно неоднородным полем // Сб. тр. XVI Междунар. конф. «Радиолокация и радиосвязь». М.: НИУ МЭИ, 2008, С. 286.
- 630. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, 1973.
- 631. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1. М., Л.: Гос. изд. техн.-теор. лит., 1951.
- 632. Анненков А.Ю., Вашковский А.В., Зубков В.И., Щеглов В.И. Использование пакета неоднородно намагниченных ферритовых пленок в многоканальном частотно-разделительном фильтре сверхвысокой частоты // РЭ. 1995. Т. 40, № 7. С. 1146.
- 633. Зубков В.И., Щеглов В.И. Излучение электромагнитных волн, обусловленное ускорением магнитостатических волн в неоднородно намагниченной ферритовой пленке // РЭ. 2001. Т. 46, № 4. С. 433.
- 634. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И., Яковлев С.В. Расчет формы преобразователей поверхностных магнитостатических волн в устройствах с плоским магнитом // Электронная техника. Серия 1 «СВЧ-техника». 1992, № 1 (445). С. 18.
- 635. Зубков В.И., Щеглов В.И. Групповое время задержки поверхностных магнитостатических волн, распространяющихся в касательно намагниченной структуре феррит-диэлектрик-металл // Электродинамика и техника СВЧ и КВЧ. 1999. Т. 7, № 3(24). С. 35.
- 636. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Влияние неоднородности подмагничивающего поля на задержку импульсного СВЧ-сиг-

нала в ферритовой пленке // Proc. of 10-th Intern. Conf. on Microwave Ferrites. Part 1. Szczyrk. Poland, 1990. P. 220.

- 637. Анненков А.Ю., Вашковский А.В., Зубков В.И., Щеглов В.И. Частотноразделительный фильтр на пакете неоднородно намагниченных ферритовых пленок // Тр. XI Междунар. конф. по гиромагнитной электронике и электродинамике. Т. 1. Украина. Алушта, 1992. С. 86.
- 638. Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Разветвленные волноведущие структуры для поверхностных магнитостатических волн на пленочных магнитах // Тр. XI Междунар. конф. по гиромагнитной электронике и электродинамике. Т1. Украина. Алушта, 1992. С. 89.
- 639. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И., Яковлев С.В. Расчет формы преобразователей поверхностных магнитостатических волн в устройствах с неоднородным магнитным полем // Тр. XI Междунар. конф. по гиромагнитной электронике и электродинамике. Т. 1. Украина. Алушта, 1992. С. 93.
- 640. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Задержка импульсного СВЧ сигнала, распространяющегося в неоднородно намагниченной ферритовой пленке // IV Всесоюзная школа-семинар «Спинволновая электроника СВЧ». Тез. докл. Львов, 1989. С. 52.
- 641. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Многоканальный частотно-разделительный СВЧ фильтр на поверхностных магнитостатических волнах // Ферритовые СВЧ приборы и материалы. Материалы XV Всесоюзной научно-технической конф. по СВЧ ферритовой технике. Т.2. М. С. 61.
- 642. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Перестраиваемые полоснопропускающие и полоснозаграждающие фильтры на поверхностных магнитостатических волнах // Ферритовые СВЧ приборы и материалы. Материалы XV Всесоюзной научно-технической конференции по СВЧ ферритовой технике. Т.2. М. 63.
- 643. Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Перестраиваемая СВЧ линия задержки на поверхностных магнитостатических волнах // Ферритовые СВЧ приборы и материалы. Материалы XV Всесоюзной научно-технической конф. по СВЧ ферритовой технике. Т.2. М., 1990. С. 65.
- 644. Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И., Яковлев С.В. Оптимизация формы преобразователей поверхностных магнитостатических волн для неоднородно намагниченной ферритовой пленки // V Всесоюзная школа-семинар по спинволновой электронике СВЧ. Тез. докл. Звенигород: ИРЭ РАН, 1991. С. 121.
- 645. Анненков А.Ю., Вашковский А.В., Зубков В.И., Щеглов В.И. Многоканальный частотноразделительный фильтр на пакетированных ферритовых структурах // V Всесоюзная школа-семинар по спинволновой электронике СВЧ. Тез. докл. Звенигород: ИРЭ РАН, 1991. С. 123.
- 646. Вашковский А.В., Локк Э.Г., Щеглов В.И. Сравнительный анализ эффективности СВЧ и магнитооптического методов измерения параметров пленок ЖИГ со сложным характером анизотропии // XVI Междунар. школа-семинар «Новые магнитные материалы микроэлектроники». Тез. докл. Ч. 2. М.: МГУ, 1998. С. 505.

- 647. Lock E.H., Shcheglov V.I. The measurements of yttrium iron garnet films magnetic parameters // XIV-th Intern. Conf. on Microwave Ferrites (Gyromagnetic Electronics and Electrodynamics). Conf. Proc. Hungary. Eger, 1998. V. 1. P. 152.
- 648. Зубков В.И., Щеглов В.И. Исследование пространственной конфигурации неоднородного магнитного поля с помощью датчика на поверхностных магнитостатических волнах // Вторая объединенная конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. Екатеринбург, 2000. С. 24.
- 649. Зубков В.И., Щеглов В.И. Задержка поверхностных магнитостатических волн при распространении в структуре феррит-диэлектрик-металл // Вторая объединенная конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. Екатеринбург, 2000, С. 28.
- 650. Зубков В.И., Щеглов В.И. Использование ферромагнитного резонанса в ненасыщенных пленках железоиттриевого граната для определения их магнитных параметров // Вторая объединенная конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. Екатеринбург, 2000. С. 32.
- 651. Локк Э.Г., Щеглов В.И. Измерение магнитных параметров пленок железоиттриевого граната методами ферромагнитного резонанса и магнитооптики // Вторая объединенная конф. по магнитоэлектронике. Тез. докл. Екатеринбург, 2000. С. 34.
- 652. Зубков В.И., Щеглов В.И. Измерение пространственного распределения неоднородного магнитного поля с помощью датчика на магнитостатических волнах // 7-ая Всероссийская научно-техническая конф. «Состояние и проблемы измерений». Тез. докл. М., 2000. С. 113.
- 653. Зубков В.И., Щеглов В.И. Измерение параметров пленок железоиттриевого граната в ненасыщенном состоянии методом ферромагнитного резонанса // 7-ая Всероссийская научно-техническая конф. «Состояние и проблемы измерений». Тез. докл. М., 2000. С. 115.
- 654. Зубков В.И., Щеглов В.И. Волноведущие свойства ферритовой пленки, намагниченной полем типа «вала» // Байкальская междунар. научнопрактическая конф. «Магнитные материалы». Тез. докл. Иркутск, 2001. С. 52.