В. И. Денисов, А. А. Логунов, Новая теория пространства-времени и гравитации, *ТМФ*, 1982, том 50, номер 1, 3–76

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 50, № 1
январь, 1982

НОВАЯ ТЕОРИЯ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ И ГРАВИТАЦИИ

Денисов В. И., Логунов А. А.

Построена полевая теория гравитации с минимальной связью, использующая для описания гравитационного поля симметрическое тензорное поле второго ранга в псевдоевклидовом пространстве-времени. В основу этой теории положено требование наличия законов сохранения для гравитационного поля и вещества вместе взятых, объединенное с принципом геометризации.

Полевая теория гравитации имеет те же постньютоновские параметры, что и общая теория относительности (ОТО), а поэтому эти две теории неразличимы с точки зрения любых постньютоновских экспериментов. Описания эффектов в сильных гравитационных полях, а также свойств гравитационных волн в полевой теории гравитации и ОТО Эйнштейна существенно различаются. К числу этих отличий относится отсутствие в полевой теории гравитации эффектов гравитационного красного смещения частоты, искривления луча и временной задержки при распространении гравитационных волн во внешних полях. Эти отличия дали возможность предложить ряд гравитационно-волновых экспериментов, позволяющих проверить предсказания ОТО и полевой теории гравитации. Модель Вселенной в полевой теории гравитации позволяет описать космологическое красное смещение частоты. Характер эволюции этой модели определяется величиной параметра замедления q_0: при $q_0 \leqslant 4-\dfrac{3}{2}\alpha$ Вселенная будет расширяться неограниченно долго, в то время как при $q_0 > 4-\dfrac{3}{2}\alpha$ «расширение» с течением времени уступит место «сжатию» и Вселенная возвратится в сингулярное состояние.

ВВЕДЕНИЕ

Общая теория относительности (ОТО) Эйнштейна представляет собой одну из основных физических теорий современности. В ней нашла воплощение глубочайшая идея о связи материи и пространства. Эта теория дала возможность объяснить и предсказать ряд гравитационных эффектов, что явилось ее подлинным триумфом.

Однако наряду с успехами ОТО столкнулась с рядом проблем, не нашедших своего решения до настоящего времени. Одной из наиболее фундаментальных среди них является проблема энергии-импульса гравитационного поля в ОТО.

Во всех физических теориях, описывающих различные формы материи, одной из важнейших характеристик поля является плотность тензора энергии-импульса, которую обычно получают вариацией плотности лагранжиана поля L по компонентам метрического тензора пространства-времени g_{ni}:

$$(1) \qquad T^{ni} = -2\frac{\delta L}{\delta g_{ni}}.$$

Данная характеристика отражает существование поля: отличие от нуля в некоторой области пространства-времени плотности тензора энергии-импульса является необходимым и достаточным условием наличия в этой области физического поля. При этом энергия-импульс любого физического поля вносит вклад в полный тензор энергии-импульса системы и не обращается в тождественный нуль вне источника поля. Это позволяет рассматривать перенос энергии волнами в духе Фарадея — Максвелла: изучать характер распределения интенсивности поля в пространстве, определять потоки энергии через поверхность, вычислять изменение энергии-импульса в процессах излучения и поглощения, а также проводить и другие энергетические расчеты.

В ОТО плотность симметрического тензора энергии-импульса системы, состоящей из гравитационного поля и вещества (при этом веществом мы будем считать и все поля материи, кроме гравитационного поля), в силу уравнений Эйнштейна оказывается строго равной нулю:

$$(\mathrm{A}) \qquad T^{ni} + t^{ni} = 0,$$

где $T^{ni} = -2\dfrac{\delta L_M}{\delta g_{ni}}$ — плотность симметрического тензора энергии-импульса вещества,

$$(2) \qquad t^{ni} = -2\frac{\delta L_g}{\delta g_{ni}} = -\frac{\sqrt{-g}}{8\pi}\left[R^{ni} - \frac{1}{2}g^{ni}R\right].$$

Из выражения (А) следует также, что все компоненты плотности симметрического тензора энергии-импульса гравитационного поля t^{ni} равны нулю всюду вне вещества.

Физической характеристикой гравитационного поля в теории Эйнштейна является тензор кривизны R^i_{nlm}. Ясным осознанием этого мы обязаны Сингу [1, с. 8]: «...Если мы принимаем идею о том, что пространство-время является римановым четырехмерным пространством (а если мы релятивисты, так мы должны это сделать), то, очевидно, первая наша задача будет состоять в том, чтобы прочувствовать эту четырехмерность, подобно тому, как мореплаватели далеких времен должны были ощутить сферичность океана. И первое, что нам нужно осмыслить — это тензор Римана, поскольку *этот тензор и есть* гравитационное поле: если он обращается в нуль (и только в этом случае), поля не существует. И однако, что довольно странно, этот важнейший факт был отодвинут на задний план...». И далее он отмечал: «...В теории Эйнштейна в зависимости от того, отличен от нуля тензор Римана или равен нулю, гравитационное поле присутствует или отсутствует. Это свойство абсолютно; оно никак не связано с мировой линией какого-то наблюдателя...».

Таким образом, поскольку гравитационное поле характеризуется тензором кривизны и только им, в ОТО нельзя ввести какую-либо другую более простую физическую характеристику этого поля, например псевдотензор энергии-импульса. Поэтому в ОТО псевдотензоры энергии-импульса в принципе не имеют никакого отношения к существованию гравитационного поля. Это утверждение имеет характер теоремы, следствием которой является возможность таких ситуаций в ОТО, когда тензор кривизны отличен от нуля, т. е. поле существует, а псевдотензор энергии-импульса равен нулю, и, наоборот, когда тензор кривизны равен нулю, а псевдотензор энергии-импульса не равен нулю. Поэтому всякого рода расчеты, использующие псевдотензоры энергии-импульса, лишены какого-либо смысла, а следовательно, и формула

$$-\frac{dE}{dt}=\frac{G}{45c^5}\dddot{D}_{\alpha\beta}^{2}, \tag{3}$$

полученная на основе такого расчета, не является следствием ОТО.

Некоторые авторы [2] ранее справедливо указывали, что формула (3) не получена последовательно в ОТО. Другие авторы [3—4], возражая им, утверждали, что строгость вывода формулы (3) в теории Эйнштейна превышает строгость анализа многих других вопросов математической физики, которым физики всецело доверяют. Однако это утверждение неправильно, поскольку дело здесь заключается не в математических тонкостях, а в сущности ОТО: формула (3) в принципе не содержится в теории Эйнштейна.

Тем не менее, псевдотензоры энергии-импульса вот уже свыше шестидесяти лет используются при различных энергетических расчетах в ОТО, хотя они имеют такое же отношение к гравитационному полю (характеризуемому тензором четвертого ранга — тензором кривизны R^i_{nlm}) в теории Эйнштейна, как прошлогодний снег к загадке Тунгусского метеорита.

Однако физическая характеристика гравитационного поля отражает скорее способность гравитационного поля изменять энергию-импульс вещества, т. е. отражает силовое воздействие гравитационного поля на вещество, описываемое уравнением [5]

$$\frac{\delta^2 n^i}{\delta s^2}+R^{\,i}_{mkl}u^m u^l n^k=0, \tag{4}$$

где $u^i=dx^i/ds$ — четырехвектор скорости; n^i — бесконечно малый вектор отклонения геодезических. Но о потоке энергии, переносимой волной, описание с помощью волн кривизны никакой информации не дает.

Таким образом, ОТО Эйнштейна связывает воедино вещество и гравитационное поле, причем, если первое характеризуется, как и во всех физических теориях, тензором энергии-импульса, т. е. тензором второго ранга, то характеристикой второго является тензор кривизны — тензор четвертого ранга. Отсюда непосредственно следует, что в ОТО в принципе не существует законов сохранения, связывающих вместе вещество и гравитационное поле. Следовательно, теория Эйнштейна построена ценой отказа от законов сохранения вещества и гравитационного поля вместе взятых.

Г. А. Лоренц и Леви-Чивита предлагали рассматривать величины (2) как компоненты плотности тензора энергии-импульса гравитационного поля, а выражение (A) как своеобразный закон сохранения плотности полного тензора энергии-импульса. Своеобразие закона сохранения (A) состоит в том, что он является локальным законом сохранения, позволяющим по изменению тензора энергии-импульса вещества в какой-либо точке определить изменение тензора энергии-импульса гравитационного поля в этой же точке:

$$\frac{\partial}{\partial t}T^{0i} = -\frac{\partial}{\partial t}t^{0i}. \tag{5}$$

Однако в теории Эйнштейна тензор t^{ni} является всего лишь характеристикой геометрии внутри вещества, поэтому в ОТО изменение энергии-импульса вещества непосредственно связано только с изменением скалярной кривизны R и тензора второго ранга R^{ni} в области, занимаемой веществом. Волны кривизны, описываемые тензором четвертого ранга R^i_{nlm}, в ОТО не связаны непосредственно с изменением энергии-импульса вещества, а связаны косвенно через метрический тензор g_{ni}. Поэтому для волн кривизны в ОТО не существует никаких законов сохранения, связывающих изменение тензора энергии-импульса вещества (тензора второго ранга) с изменением тензора кривизны (тензора четвертого ранга).

Введение закона сохранения на основе выражения (A) не удовлетворяло Эйнштейна. Он писал [6, с. 645]: «...Конечно, нельзя выдвинуть логического возражения против такого рода наименования. Однако я нахожу, что из уравнений (A) нельзя вывести таких следствий, какие мы привыкли делать из законов сохранения. Это связано с тем, что согласно (A) компоненты тензора полной энергии всюду обращаются в нуль» (*разрядка наша* — авторы). Далее Эйнштейн подчеркнул, что согласно (A) материальная система может полностью раствориться, не оставив какого-либо следа, т. к. ее энергия (A) равна нулю.

Эйнштейн правильно отмечает, что из уравнения (A) нельзя вывести таких следствий, какие привыкли делать из законов сохранения, но дело здесь не в наименовании, а в сущности ОТО, в ней другого не дано.

Другой подход к проблеме энергии-импульса в ОТО, который нашел свое применение главным образом в приближенных вычислениях, основывается якобы на получении интегралов движения из уравнений движения вещества, построенных на основе ковариантного уравнения сохранения. При таком подходе несохранение энергии вещества, якобы обнаруженное на некотором этапе приближенных вычислений, обычно объясняется излучением гравитационных волн веществом, что позволяет определить их «энергию», а также «силу» гравитационного радиационного трения.

На этом пути получены противоречивые результаты. Так, например, в работах [7—10] был сделан вывод об отрицательном знаке энергии гравитационных волн, поскольку энергия системы увеличивается при излучении ею гравитационных волн. В то же время результаты аналогичных работ [11—14] свидетельствовали об уменьшении энергии системы при излучении ею гравитационных волн, а следовательно, они должны переносить положительную энергию.

Эти неоднозначные результаты, как показано в работе [15], являются простым следствием произвольного переноса части членов тензора t^{0i} в выражении (5) справа налево, после чего правая часть полученного выражения объявлялась потоком энергии гравитационных волн. Вполне очевидно, что такая процедура является совершенно бессмысленной, дающей различные результаты в зависимости от того, что перенесено налево — положительная или отрицательная величина.

Для решения проблемы энергии-импульса в ОТО предпринимались и другие попытки построения интегральных законов сохранения, однако ни одна из них в принципе не способна привести к успеху.

Таким образом, гравитационное поле в ОТО совершенно отличается от других физических полей и не является полем в духе Фарадея — Максвелла.

Поскольку в теориях других физических полей существует единый закон сохранения энергии-импульса различных форм материи и в настоящее время нет никаких экспериментальных данных о его нарушении (более того развитие физики всегда демонстрировало его незыблемость и правомерность), то у нас нет никаких оснований для отказа от него. Поэтому мы будем считать, что закон сохранения, связывающий энергию-импульс различных форм материи, должен быть основой любой физической теории. Только экспериментальные данные могли бы заставить нас отказаться от этого положения. Этот закон должен быть справедливым для всех полей материи, в том числе и для гравитационного поля.

Поэтому возникает вопрос: поскольку ОТО отошла от обычных представлений о гравитационном поле как о поле в духе Фарадея — Максвелла, то нельзя ли теорию гравитационного поля сформулировать аналогично теориям других физических полей с теми же обычными свойствами гравитационного поля как носителя энергии-импульса? Решению этой задачи были посвящены наши работы [16—18], в которых была сформулирована полевая теория гравитации, не конкретизирующая характер уравнения связи. В настоящей работе мы сконцентрируем основное внимание на формулировке полевой теории гравитации с конкретным выбором уравнения связи — уравнением минимальной связи и проведем полный анализ этого варианта полевой теории гравитации.

В разделах 1—3 формулируются основные положения полевого подхода и рассматривается его применение к симметрическому тензорному полю второго ранга, а также устанавливается ряд соотношений, имеющих общий характер и не связанных с конкретным выбором плотности лагранжиана. В разделах 4—8 предлагается конкретная реализация развитых выше представлений — полевая теория гравитации. Постньютоновское приближение полевой теории гравитации, построенное в разделе 9, и анализ экспериментальных результатов, проделанный в разделе 11, показывают, что полевая теория гравитации с минимальной связью позволяет описать всю имеющуюся совокупность экспериментальных фактов. Сравнение постньютоновских параметров полевой теории гравитации с параметрами ОТО Эйнштейна показывает, что эти две теории неразличимы с точки зрения любых экспериментов, выполненных с постньютоновской степенью точности. В разделах 12 и 13 исследуется гравитационное поле источника островного типа со сферически-симметричным движением и распределением вещества и устанавливается ограничение на значения параметров минимальной связи. Законы сохранения в постньютоновском приближении полевой теории гравитации рассмотрены в разделе 10. В разделе 14 построена нестационарная модель однородной Вселенной, которая дает возможность описать эффект космологического красного смещения. Характер эволюции Вселенной в полевой теории гравитации с минимальной связью существенно определяется величиной параметра замедления: при $q_0 \leqslant 4 - {}^3/_2\alpha$ Вселенная будет расширяться неограниченно долго, в то время как при $q_0 > 4 - {}^3/_2\alpha$ «расширение» с течением времени уступит место «сжатию» и Вселенная возвратится в сингулярное состояние. Раздел 15 посвящен изучению свойств слабых гравитационных волн в полевой теории гравитации и волн кривизны в ОТО Эйнштейна при наличии внешних гравитационных полей, и на основе этого изучения предложен ряд экспериментов, которые дают возможность проверить предсказания этих теорий о свойствах слабых гравитационных волн.

В заключении перечислены основные выьоды полевой теории гравитации с минимальной связью, а также указаны принципиальные отличия ее от ОТО Эйнштейна.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПОЛЕВОГО ПОДХОДА К ОПИСАНИЮ ГРАВИТАЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В любой физической теории, в которой полевой переменной является тензорная величина, форма дифференциальных уравнений поля не должна зависеть от выбора координат, в которых описывается данный процесс. Это может быть достигнуто двумя путями: либо используя в уравнениях поля только ковариантные производные в естественной для этого процесса метрике пространства-времени, либо составляя из функций поля и их частных производных тензорные величины. В последнем случае уравнения поля будут существенно-нелинейными.

При построении ОТО Эйнштейн пошел по второму пути, связав нелинейными уравнениями (А) метрический тензор риманова пространства-времени g_{ni} с веществом. Таким образом, возникла идея о влиянии вещества на метрику пространства-времени. Однако как мы видели, такой подход не позволяет считать гравитационное поле в ОТО физическим полем, обладающим энергией-импульсом. Кроме того, естественной геометрией гравитационного поля в ОТО стала геометрия риманова пространства-времени, что, в общем, не следовало ни из каких экспериментальных фактов, а являлось скорее гипотезой об определенном характере самодействия гравитационного поля. Однако самодействие гравитационного поля не обязательно может сводиться к изменению геометрии, хотя оно может быть и нелинейным. В этой связи возникает вопрос о выборе естественной геометрии для гравитационного поля, которая позволяла бы считать его физическим полем, обладающим плотностью энергии-импульса.

Любому физическому полю соответствует некоторая естественная геометрия, такая что в отсутствие взаимодействия с другими полями фронт свободной волны этого физического поля движется по геодезическим естественного пространства-времени.

Распространение фронта волны безмассового поля (уравнение характеристик) [19]

$$g^{ni}\frac{\partial\psi}{\partial x^n}\frac{\partial\psi}{\partial x^i}=0, \qquad (1.1)$$

а также движение свободных материальных частиц (уравнение Гамильтона — Якоби)

$$g^{ni}\frac{\partial\psi}{\partial x^i}\frac{\partial\psi}{\partial x^n}=1 \qquad (1.2)$$

определяются метрическим тензором естественной для этих процессов геометрии.

Вопрос о выборе естественной геометрии — это вопрос о том, посредством какого эффективного метрического тензора свертываются старшие производные в плотности лагранжиана. Вполне возможна отмечавшаяся еще Лобачевским [20] ситуация, когда различные физические явления будут описываться в терминах различных естественных геометрий.

Из уравнений (1.1) и (1.2) следует, что естественная геометрия физической теории допускает экспериментальное определение на основе данных по движению пробных частиц и полей. Изучение движения пробных частиц с массой и безмассовых полей позволяет определить метрический тензор естественного пространства-времени с точностью до постоянного множителя [21]. Таким образом, изучение движения различных форм материи позволяет экспериментально проверить характер геометрии пространства-времени мира. Поэтому по мере развития наших знаний о природе происходило и развитие представлений о пространстве-времени.

Так, механика Ньютона (механические явления) в соединении с принципом относительности Галилея (как мы теперь знаем) установила, что пространство является евклидовым, а время абсолютно, т. е. одинаково во всех системах координат.

В дальнейшем электродинамика Фарадея — Максвелла (электромагнитные явления) в соединении с принципом относительности привела к открытию псевдоевклидовой геометрии пространства-времени мира. Этим мы в высшей степени обязаны Минковскому. В работе «Пространство и время» [22] он писал: «...Воззрения на пространство и время, которые я намерен перед Вами развить, возникли на экспериментально-физической основе. В этом их сила. Их тенденция радикальна. Отныне пространство само по себе и время само по себе должны обратиться в фикцию, и лишь некоторый вид соединения обоих должен еще сохранить самостоятельность...», и далее он отмечал, что: «... в явлениях нам дается только четырехмерный в пространстве и времени мир, но проекции этого мира на пространство и на время могут быть взяты с некоторым произволом...».

Именно Минковский первым открыл, что суть теории относительности (или, как ее иногда называют, специальной теории относительности) состоит в том, что геометрия пространства-времени, в которой протекают физические процессы, является псевдоевклидовой геометрией. Последующее изучение сильных, электромагнитных и слабых взаимодействий показало, что для полей, связанных с этими взаимодействиями, естественной геометрией является псевдоевклидова геометрия.

Таким образом, геометрия Минковского имеет всеобщий характер, являясь естественной геометрией для всех известных полей. Отсюда следует, что псевдоевклидово пространство-время не является априорным, заданным с самого начала и существующим независимо. Его существование неотделимо от существования материи.

От характера геометрии пространства-времени в большой степени зависит возможность получения законов сохранения для замкнутой системы взаимодействующих полей. Математически закон сохранения энергии-импульса и момента импульса является отражением определенных свойств пространства-времени: его свойств однородности и изотропности. Существуют три типа пространств [23], обладающих свойствами однородности и изотропности в такой степени, что они допускают введение всех десяти интегралов движения для замкнутой системы: пространство постоянной отрицательной кривизны (пространство Лобачевского), пространство нулевой кривизны (псевдоевклидово пространство) и пространство постоянной положительной кривизны (пространство Римана). Первые два пространства являются бесконечными, имеющими бесконечный объем, третье пространство является замкнутым, имеющим конечный объем, но не имеющим границ.

Таким образом, для того чтобы гравитационное поле можно было считать физическим полем в духе Фарадея — Максвелла с его обычными свойствами носителя энергии-импульса, нам достаточно выбрать в качестве естественной геометрии для гравитационного поля одну из вышеприведенных геометрий. Поскольку экспериментальные данные, полученные при изучении сильных, слабых и электромагнитных взаимодействий, свидетельствуют, что для полей, связанных с этими взаимодействиями, естественная геометрия пространства-времени является псевдоевклидовой, то, по крайней мере на данной ступени наших знаний, можно считать, что эта геометрия является единой естественной геометрией для всех физических процессов, в том числе и для гравитационных.

Это утверждение составляет одно из основных положений развиваемого нами полевого подхода к теории гравитационного взаимодействия. Совершенно очевидно, что оно приводит к выполнению всех законов сохранения энергии-импульса и момента импульса, приводя ко всем десяти интегралам движения для системы, состоящей из гравитационного поля и остальных полей материи. Гравитационное поле в полевом подходе аналогично всем другим физическим полям характеризуется своим тензором энергии-импульса, который вносит свой вклад в полный тензор энергии-импульса системы. В этом состоит основное принципиальное отличие нашего подхода от ОТО Эйнштейна.

Другим ключевым вопросом, возникающим при построении теории гравитационного поля, является вопрос о характере взаимодействия гравитационного поля с веществом. Гравитационное поле при действии на вещество может эффективно изменять его геометрию, если оно входит в члены при высших производных в уравнения движения вещества. Тогда движение материальных тел и других физических полей в псевдоевклидовом пространстве-времени под действием гравитационного поля будет неотличимым от их движения в некотором эффективном римановом пространстве-времени. Из опытных данных следует универсальность действия гравитационного поля на вещество, поэтому эффективное риманово пространство-время будет единым для всего вещества независимо от его вида.

Это приводит нас к утверждению, которое мы назовем принципом тождественности (принципом геометризации), определив его следующим образом: **уравнения движения вещества под действием гравитационного поля в псевдоевклидовом пространстве-времени с метрическим тензором γ_{ni} могут быть тождественно представлены как уравнения движения вещества в некотором эффективном римановом пространстве-времени с метрическим тензором g_{ni}, зависящим от гравитационного поля и метрического тензора γ_{ni}.**

Этот принцип был введен и сформулирован нами в работе [16], хотя, по существу, он уже был высказан в работе [24]. Он означает, что описание движения вещества под действием гравитационного поля в псевдоевклидовом пространстве-времени физически тождественно описанию движения вещества в соответствующем эффективном римановом пространстве-времени. При таком подходе гравитационное поле (как физическое поле) при описании движения вещества как бы исключается, и его энергия, образно говоря, идет на формирование эффективного риманова пространства-времени. Таким образом, эффективное риманово пространство-время является своеобразным носителем энергии-импульса, в согласии с принципом тождественности в него закладывается столько энергии, сколько ее содержится в гравитационном поле, а поэтому распространение волн кривизны в римановом пространстве-времени отражает обычный перенос энергии гравитационными волнами в псевдоевклидовом пространстве-времени. Это означает, что в полевом подходе волны кривизны в римановом пространстве-времени являются прямым следствием существования гравитационных волн в духе Фарадея — Максвелла, обладающих плотностью энергии-импульса.

Следует подчеркнуть, что принцип тождественности не вытекает из каких-либо других физических принципов. Это есть независимый принцип, определяющий, с одной стороны, эквивалентность описания движения вещества, а с другой стороны, он определяет характер взаимодействия гравитационного поля с веществом и соответствует, таким образом, определенному выбору плотности лагранжиана взаимодействия между ними. Он, в частности, отражает и тот физический факт, что инертная масса точечного тела равна его гравитационной массе.

Принцип тождественности лежит в основе развиваемых здесь представлений о пространстве-времени и гравитации, именно в формулировке и учете этого принципа и состоит другое принципиальное отличие полевого подхода от ОТО Эйнштейна.

Конечно, идея о гравитационном поле как о физическом поле, переносящем энергию, объединенная с принципом тождественности, приводит нас к другим уравнениям гравитационного поля, отличным от уравнений

Эйнштейна и изменяет наши представления о пространстве-времени и гравитации.

Следует подчеркнуть, что полевой подход к теории гравитационного взаимодействия не конкретизирует заранее природу гравитационного поля. Мы не знаем, какова природа реального гравитационного поля. Возможно, например, что для его адекватного описания необходимо использовать спин-тензоры или, скажем, скалярное поле. Только время и экспериментальные факты позволят сделать окончательный выбор варианта теории.

2. СИММЕТРИЧЕСКОЕ ТЕНЗОРНОЕ ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Одна из возможных реализаций полевого подхода заключается в использовании симметричного тензорного поля второго ранга для описания гравитационного поля. Следует отметить, что ранее многие авторы пытались сформулировать теорию гравитации в плоском пространстве-времени, используя для этого различные поля: скалярное, векторное и симметрическое тензорное. Однако эти попытки носили случайный характер и не содержали четкой формулировки теоретико-полевых требований к теории гравитации. В результате этого простейшие варианты, предложенные в работах [25—52], либо противоречили имеющимся экспериментальным данным, либо не обладали логической последовательностью и требовали формулировки дополнительных условий для обеспечения положительной определенности энергии гравитационных волн [53—54].

Это обстоятельство дало основания Тиррингу [55], а впоследствии и другим авторам [56—57] для утверждений о том, что любой путь построения теории тяготения на базе плоского пространства-времени, исходящий из представлений о гравитационном поле как о физическом поле в духе Фарадея — Максвелла, неизбежно приведет к ОТО Эйнштейна.

Однако анализ теории Эйнштейна, проделанный нами [58—62, 15], а также поиск других возможностей для построения теории гравитации [16—18] показали полную необоснованность этих утверждений. С одной стороны, теория Эйнштейна отошла от понятия гравитационного поля как физического поля, обладающего энергией-импульсом, и ввела поле нового типа — поле, характеризуемое тензором кривизны, а с другой стороны, теория Эйнштейна оказывается лишенной фундаментального принципа — законов сохранения энергии-импульса вещества и гравитационного поля вместе взятых. Это слишком дорогая цена, которую следует платить за объяснение небольшого числа гравитационных экспериментов. Поэтому возникает необходимость сравнить между собой различные классы теорий гравитации, которые традиционно используют симметрическое тензорное поле второго ранга, и выяснить, какой из них вводит гравитационное поле наиболее приемлемо с физической точки зрения.

При построении теории гравитации ключевым моментом является выбор естественной геометрии для гравитационного поля. Для линейных теорий естественной геометрией является геометрия плоского пространства-времени, и теории гравитации с линейными уравнениями свободного гравитационного поля формулируются в терминах плоского пространства-времени с метрическим тензором γ_{ni}. Будем называть теории гравитации, формулируемые в терминах плоского пространства-времени, теориями класса А. Теории класса А могут быть и нелинейными, но важно, что эта нелинейность не входит в члены со старшими производными в уравнениях поля и не меняет, таким образом, геометрию естественного пространства-времени. Таким образом, в теориях класса А мы имеем единое плоское пространство-время, что гарантирует наличие всех десяти законов сохранения для замкнутой системы; риманово же пространство-время, в терминах которого описывается движение вещества, является эффективным, возникающим как результат действия гравитационного поля φ_{ni} на вещество.

Среди теорий класса А следует отметить подкласс двуметрических теорий, у которых гравитационное поле φ_{ni} в комбинации с метрическим тензором γ_{ni} образует в плотности лагранжиана гравитационного поля L_g новую полевую переменную — метрический тензор эффективного риманова пространства-времени g_{ni}, в терминах которого формулируются уравнения движения вещества, причем естественной геометрией для этой полевой переменной является псевдоевклидова геометрия: $L=L_g(\gamma_{ni}, g_{ni}(\gamma_{lm}, \varphi_{lm}))+L_M(g_{ni}, \varphi_A)$. Примером нелинейной теории этого подкласса является теория Розена [47] с плотностью лагранжиана

$$L_g=\frac{\sqrt{-\gamma}}{64\pi}\gamma^{ik}g^{nm}g^{pl}[D_ig_{nl}D_kg_{mp}-{}^1/_2D_ig_{nm}D_kg_{pl}],$$

где γ — определитель метрического тензора плоского пространства-времени, D_i — ковариантная производная в плоском пространстве-времени.

В двуметрических теориях гравитационное поле φ_{ni} фактически отсутствует, т. к. полевой переменной является метрический тензор g_{ni}, поэтому здесь нет достаточно глубокого физического обоснования связи между эффективным римановым пространством-временем и единым плоским пространством-временем.

В теориях класса А мы фактически имеем два физических пространства-времени — плоское пространство-время с метрическим тензором γ_{ni}, в терминах которого формулируются уравнения гравитационного поля, и неевклидово пространство-время с метрическим тензором g_{ni}, в терминах которого формулируется движение вещества. Оба эти пространства-времени являются реальными наблюдаемыми пространствами-временами. Фронт гравитационной волны движется по геодезическим плоского пространства-времени, поэтому гравитационные волны могут использоваться для определения геометрии псевдоевклидова пространства-времени. Фронт электромагнитной волны движется по геодезическим эффективного риманова пространства-времени, поэтому электромагнитные волны и массивные частицы могут использоваться для определения геометрии этого риманова пространства-времени.

Если в нелинейной теории тензорного поля φ_{ni} нелинейные члены входят в свертку производных в плотности лагранжиана (в члены со старшими производными в уравнениях поля), то для такой теории естественным является неевклидово пространство-время с некоторым эффективным метрическим тензором $g_{ni}=g_{ni}(\gamma_{lm}, \varphi_{lm})$. Будем называть теории гравитации, формулируемые в терминах эффективного риманова пространства-времени, теориями класса Б. Плотность лагранжиана теорий этого класса имеет вид $L=L_g(g_{in}, \varphi_{ni})+L_M(g_{ni}, \varphi_A)$. Теории этого класса заслуживают специального рассмотрения.

Поскольку плоское пространство-время в теориях этого класса является ненаблюдаемым, то здесь, очевидно, отсутствует достаточное обоснование связи $g_{ni}=g_{ni}(\gamma_{lm}, \varphi_{lm})$ между единым римановым пространством-временем и гравитационным полем φ_{ni}. Единое риманово пространство-время в теориях этого класса возникает на базе гравитационного поля φ_{in} и ненаблюдаемого плоского пространства-времени. Следует отметить также, что уравнения гравитационного поля в теориях класса Б обязательно нелинейны.

Подклассом геометризованных теорий класса Б является множество теорий с полной геометризацией, в которых плотность лагранжиана гравитационного поля зависит только от метрического тензора g_{ni}: $L=$ $=L_g(g_{ni})+L_M(g_{ni}, \varphi_A)$. Теория Эйнштейна относится к этому подклассу теорий и соответствует частному выбору плотности лагранжиана в форме $L_g=\sqrt{-g}R$. В теориях с полной геометризацией плоское пространство-время полностью исключено из описания движения как вещества, так и гравитационного поля. Ни гравитационное поле φ_{ni}, ни метрический тензор γ_{ni} нигде в теории не появляются. Величины g_{ni} имеют при этом двойной смысл: переменных физического поля и метрического тензора пространства-времени. Это приводит к тому, что в теориях этого подкласса гравитационное поле не является полем Фарадея — Максвелла, обладающим плотностью энергии — импульса.

Следует подчеркнуть, что теории классов А и Б — это существенно различные теории гравитации. Никаким преобразованием переменных поля или преобразованием координат нельзя преобразовать теорию одного класса в теорию другого класса.

Таким образом, анализируя имеющиеся возможности, мы приходим к выводу, что только теории класса А вводят гравитационное поле наиболее приемлемо с физической точки зрения. Теории этого класса позволяют считать гравитационное поле физическим полем в духе Фарадея — Максвелла и обладают всеми десятью интегралами движения для замкнутой системы взаимодействующих полей. Эффективное риманово пространство-время, используемое для описания движения вещества, в теориях этого класса естественным образом отражает существование физического гравитационного поля и единого псевдоевклидова пространства-времени.

Следовательно, мы вновь приходим к необходимости первоочередного изучения возможностей построения теории гравитации, реализующей полевой подход к описанию гравитационного взаимодействия.

3. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ДЛЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ И ВЕЩЕСТВА

Изучим характер законов сохранения для всех локальных теорий класса А, не связывая себя конкретным выбором плотности лагранжиана. Исходя из основных принципов полевого подхода, плотность лагранжиана системы, состоящей из вещества и гравитационного поля, для теорий этого класса запишем в виде

$$L=L_g(\gamma_{ni}, \varphi_{ni})+L_M(g_{ni}, \varphi_A), \tag{3.1}$$

где γ_{ni} — метрический тензор псевдоевклидова пространства-времени с сигнатурой $(+, -, -, -)$, φ_{ni} — гравитационное поле, φ_A — остальные поля материи.

Не ограничивая общности будем считать, что метрический тензор риманова пространства-времени g_{ni} является локальной функцией, зависящей от метрического тензора плоского пространства-времени, гравитационного поля φ_{ni} и их частных производных до второго порядка включительно:

$$g_{lm}=g_{lm}(\gamma_{ni}, \partial_p\gamma_{ni}, \partial_{pl}\gamma_{ni}, \gamma^{ni}, \partial_p\gamma^{ni}, \partial_{pl}\gamma^{ni}, \varphi_{ni}, \partial_p\varphi_{ni}, \partial_{pl}\varphi_{ni}), \tag{3.2}$$

где введено обозначение $\partial_{np}\varphi=\partial^2\varphi/\partial x^n\partial x^p$.

Плотность лагранжиана вещества L_M будем считать зависящей только от полей φ_A, их частных производных первого порядка и метрического тензора g_{ni}. Легко убедиться, что в этом случае в плотность лагранжиана вещества войдут частные производные гравитационного поля вплоть до второго порядка.

Плотность лагранжиана гравитационного поля будем считать зависящей от метрического тензора γ_{ni}, гравитационного поля φ_{ni} и их частных производных до третьего порядка включительно.

Для получения законов сохранения воспользуемся ковариантным методом бесконечно малых смещений. Поскольку действие J есть скаляр, то при произвольном бесконечно малом преобразовании координат

$$x'^i=x^i+\xi^i(x) \tag{3.3}$$

вариации действия вещества δJ_M и гравитационного поля δJ_g будут равны нулю.

Так как в плотность лагранжиана вещества войдут как ковариантные, так и контравариантные компоненты метрического тензора риманова пространства-времени, то будем варьировать плотность лагранжиана по ним как по независимым, а затем учтем соотношения между их вариациями: $\delta g^{np}=-g^{ni}g^{pl}\delta g_{il}$. Тогда плотность симметрического тензора энергии-импульса вещества в римановом пространстве-времени T^{ni} будет иметь вид

$$T^{ni}=-2\frac{\Delta L_M}{\Delta g_{ni}}=-2\left(\frac{\delta L_M}{\delta g_{ni}}-g^{im}g^{np}\frac{\delta L_M}{\delta g^{mp}}\right), \tag{3.4}$$

где $\delta L/\delta\varphi$ — вариация Эйлера — Лагранжа:

$$\frac{\delta L}{\delta\varphi}=\frac{\partial L}{\partial\varphi}-\partial_n\left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_n\varphi)}\right)+\partial_{nl}\left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_{nl}\varphi)}\right)-\partial_{inl}\left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_{inl}\varphi)}\right) \tag{3.5}$$

Совершенно аналогично мы будем поступать и при варьировании по компонентам γ_{ni} и γ^{ni} метрического тензора плоского пространства-времени.

Вариацию интеграла действия вещества при преобразовании (3.3) запишем в виде

$$\delta J_M = \int d^4x \left\{ \frac{\Delta L_M}{\Delta g_{ni}} \delta g_{ni} + \frac{\delta L_M}{\delta \varphi_A} \delta\varphi_A + \mathrm{Div} \right\} = 0, \tag{3.6}$$

где Div обозначает дивергенциальные члены, учет которых приводит к соотношениям, несущественным для целей нашего рассмотрения.

Вводя обозначение

$$t_M{}^{nm} = -2\frac{\Delta L_M}{\Delta \gamma_{nm}} = -2\left(\frac{\delta L_M}{\delta \gamma_{nm}} - \gamma^{ns}\gamma^{ml} \frac{\delta L_M}{\delta \gamma^{sl}} \right), \tag{3.7}$$
$$t_{Mn}{}^m = \gamma_{ni} t_M{}^{mi},$$

для плотности тензора энергии-импульса вещества в плоском пространстве-времени, вариацию интеграла действия δJ_M при преобразовании координат (3.3) мы можем записать и в другом виде, эквивалентном выражению (3.6):

$$\delta J_M = \int d^4x \left\{ \frac{\delta L_M}{\delta \varphi_{nm}} \delta\varphi_{nm} + \frac{\Delta L_M}{\Delta \gamma_{nm}} \delta\gamma_{nm} + \frac{\delta L_M}{\delta \varphi_A} \delta\varphi_A + \mathrm{Div} \right\} = 0. \tag{3.8}$$

Вариации $\delta\gamma_{nm}$, $\delta\varphi_{nm}$, $\delta\varphi_A$ и δg_{nm} при преобразованиях координат (3.3) имеют вид

$$\delta\gamma_{nm} = -\gamma_{nl} D_m \xi^l - \gamma_{ml} D_n \xi^l, \tag{3.9}$$
$$\delta\varphi_{nm} = -\varphi_{nl} D_m \xi^l - \varphi_{ml} D_n \xi^l - \xi^l D_l \varphi_{nm},$$
$$\delta\varphi_A = -\xi^l D_l \varphi_A + F^{B;n}_{A;l} \varphi_B D_n \xi^l,$$
$$\delta g_{nm} = -g_{ln} D_m \xi^l - g_{lm} D_n \xi^l - \xi^l D_l g_{nm}.$$

С учетом этих равенств вариацию интеграла действия вещества (3.8) можно записать в виде

$$\delta J_M = \int d^4x \left\{ \xi^l \left[2D_n \left(\frac{\delta L_M}{\delta \varphi_{nm}} \varphi_{ml} \right) - D_n t^{\,n}_{Ml} - \frac{\delta L_M}{\delta \varphi_{nm}} D_l \varphi_{nm} - \right.\right. \tag{3.10}$$
$$\left.\left. - D_n \left(\frac{\delta L_M}{\delta \varphi_A} F^{B;n}_{A;l} \varphi_B \right) - \frac{\delta L_M}{\delta \varphi_A} D_l \varphi_A \right] + \mathrm{Div} \right\} = 0.$$

Из произвольности вектора смещения ξ^l в выражении (3.10) следует тождество

$$D_l t_{Mn}{}^l - 2D_l \left(\frac{\delta L_M}{\delta \varphi_{lm}} \varphi_{mn} \right) + \frac{\delta L_M}{\delta \varphi_{lm}} D_n \varphi_{lm} + D_l \left(\frac{\delta L_M}{\delta \varphi_A} F^{B;l}_{A;n} \varphi_B \right) + \tag{3.11}$$
$$+ \frac{\delta L_M}{\delta \varphi_A} D_n \varphi_A = 0.$$

Другое важное тождество получим, если подставим соотношения (3.9) в выражение (3.6):

$$D_l (g_{nm} T^{lm}) - {}^1/_2 T^{lm} D_n g_{lm} = -D_l \left(\frac{\delta L_M}{\delta \varphi_A} F^{B;l}_{A;n} \varphi_B \right) - \frac{\delta L_M}{\delta \varphi_A} D_n \varphi_A. \tag{3.12}$$

Выразим теперь ковариантные производные, стоящие в левой части тождества (3.12), через частные производные и связности плоского пространства-времени γ_{nl}^{i}. Учитывая, что T^{ni} — плотность тензора веса 1, получим

$$\partial_i(g_{nl}T^{li})-{}^1/_2T^{lm}\partial_n g_{lm}=-D_i\left(\frac{\delta L_M}{\delta\varphi_A}F_{A;n}^{B;i}\varphi_B\right)-\frac{\delta L_M}{\delta\varphi_A}D_n\varphi_A.$$

Однако левая часть этого выражения представляет собой ковариантную дивергенцию в римановом пространстве-времени от плотности тензора энергии-импульса вещества $T_n^{\ i}$:

$$\partial_i(g_{nl}T^{il})-{}^1/_2T^{lm}\partial_n g_{lm}=\partial_i(g_{nl}T^{il})-$$
$$-\Gamma_{in}^{\ l}T_l^{\ n}=\nabla_i T_n^{\ i}=g_{nm}\nabla_i T^{im},$$

где, как обычно, $\Gamma_{in}^{\ l}$ обозначает связность риманова пространства-времени.

Поэтому соотношение (3.12) принимает вид

$$g_{ni}\nabla_l T^{il}=-D_i\left(\frac{\delta L_M}{\delta\varphi_A}F_{A;n}^{B;i}\varphi_B\right)-\frac{\delta L_M}{\delta\varphi_A}D_n\varphi_A. \tag{3.13}$$

Вычитая из выражения (3.11) равенство (3.13), получим

$$D_i t_{Mn}^{\ \ i}-2D_i\left(\frac{\delta L_M}{\delta\varphi_{im}}\varphi_{mn}\right)+\frac{\delta L_M}{\delta\varphi_{lm}}D_n\varphi_{lm}=g_{ni}\nabla_l T^{li}. \tag{3.14}$$

Следует подчеркнуть, что это тождество справедливо независимо от выполнения уравнений движения вещества и гравитационного поля.

Аналогичным образом из инвариантности действия гравитационного поля при преобразовании (3.3) получим

$$D_i t_{gn}^{\ \ i}-2D_i\left(\frac{\delta L_g}{\delta\varphi_{im}}\varphi_{mn}\right)+\frac{\delta L_g}{\delta\varphi_{lm}}D_n\varphi_{lm}=0. \tag{3.15}$$

Для плотности симметрического тензора энергии-импульса гравитационного поля $t_{gn}^{\ \ i}$ имеем как обычно

$$t_{gn}^{\ \ i}=-2\gamma_{nm}\Delta L_g/\Delta\gamma_{im}. \tag{3.15'}$$

Из соотношений (3.14) и (3.15) следует, что

$$D_i(t_{Mn}^{\ \ i}+t_{gn}^{\ \ i})-2D_i\left(\frac{\delta L}{\delta\varphi_{im}}\varphi_{mn}\right)+\frac{\delta L}{\delta\varphi_{lm}}D_n\varphi_{lm}=\nabla_l T_n^{\ l}. \tag{3.16}$$

При условии выполнения уравнений гравитационного поля

$$\frac{\delta L}{\delta\varphi_{nm}}=\frac{\delta L_g}{\delta\varphi_{nm}}+\frac{\delta L_M}{\delta\varphi_{nm}}=0 \tag{3.17}$$

выражение (3.16) упрощается:

$$D_i(t_{Mn}^{\ \ i}+t_{gn}^{\ \ i})=g_{ni}\nabla_m T^{im}. \tag{3.18}$$

Это равенство является проявлением принципа тождественности. Из него следует, что ковариантная дивергенция в псевдоевклидовом пространстве-времени от суммы плотностей тензоров энергии-импульса вещества и гравитационного поля преобразовалась в ковариантную дивергенцию в римановом пространстве-времени от плотности тензора энергии-импульса только вещества. Таким образом, это различные формы записи одного и того же выражения.

При условии выполнения уравнений движения вещества

$$(3.19)\qquad \delta L_M/\delta\varphi_A=0$$

выражение (3.11) упрощается:

$$(3.20)\qquad D_i t_{Mn}{}^i-2D_i\left(\frac{\delta L_M}{\delta\varphi_{il}}\varphi_{ln}\right)+\frac{\delta L_M}{\delta\varphi_{lm}}D_n\varphi_{lm}=0,$$

а из соотношения (3.12) автоматически следует ковариантное уравнение сохранения в римановом пространстве-времени

$$(3.21)\qquad \nabla_n T^{ni}=\partial_n T^{ni}+\Gamma_{lm}{}^i T^{lm}=0.$$

Это утверждение является общим для теорий с геометризованной плотностью лагранжиана вещества и не связано с каким-либо конкретным вариантом теории гравитации.

Далее мы видим, что из соотношений (3.20) и (3.15) при условии выполнения уравнений гравитационного поля (3.17) следует ковариантный закон сохранения для плотности полного симметрического тензора энергии-импульса в псевдоевклидовом пространстве-времени:

$$(3.22)\qquad D_i(t_{Mn}{}^i+t_{gn}{}^i)=0.$$

Таким образом, гравитационное поле, рассматриваемое в псевдоевклидовом пространстве-времени, ведет себя аналогично всем другим физическим полям. Оно обладает энергией-импульсом и вносит вклад в плотность полного тензора энергии-импульса системы.

На основании равенства (3.22) и тождества (3.18) мы получим $D_i(t_{Mn}{}^i+t_{gn}{}^i)=g_{ln}\nabla_i T^{il}=0$. Следовательно, закон сохранения для плотности полного тензора энергии-импульса (3.22) и закон сохранения в форме (3.21) при выполнении уравнений гравитационного поля (3.17) и уравнений движения вещества (3.19) представляют собой просто различные формы записи одного и того же закона сохранения. Закон сохранения (3.22) выражает тот факт, что в псевдоевклидовом пространстве-времени сохраняется плотность полного тензора энергии-импульса системы, состоящей из вещества и гравитационного поля. Этот закон имеет обычный вид закона сохранения. Закон сохранения (3.21) в римановом пространстве-времени не является законом сохранения в обычном понимании, т. к. плотность тензора энергии-импульса вещества T^{ni} не должна сохраняться $\partial_n T^{ni}\neq 0$.

Как указывал еще Эйнштейн [6, с. 492]: «... Наличие второго члена в левой части с физической точки зрения означает, что для одной лишь материи законы сохранения импульса и энергии в их подлинном смысле не выполняются; точнее говоря, они выполняются лишь тогда, когда g_{ni} постоянны, т. е. когда компоненты напряженности гравитационного поля равны нулю. Этот второй член представляет собой выражение для импульса, и соответственно, для энергии, которые в единицу времени и в единице объема передаются материи от гравитационного поля...».

В этом случае второе слагаемое в (3.21) выражает энергетическое воздействие гравитационного поля на материю и показывает, что материя получает энергию, как бы «запасенную» в римановой геометрии. Энергия же гравитационного поля в этом случае как бы пошла на создание римановой геометрии. Но какая величина сохраняется, из выражения (3.21) не видно.

Отсутствие законов сохранения в их подлинном смысле присуще всему подклассу теорий гравитации с полной геометризацией, а не только теории Эйнштейна. Плотность лагранжиана гравитационного поля L_g теорий этого подкласса зависит от поля φ_{ni} и метрического тензора γ_{ni} только через метрический тензор риманова пространства-времени g_{ni}. Поэтому в теориях этого подкласса для плотности симметрического тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля в псевдоевклидовом пространстве-времени имеем

$$-\frac{1}{2}t^{ni}=\frac{\Delta L}{\Delta\gamma_{ni}}=\frac{\Delta L_g}{\Delta\gamma_{ni}}+\frac{\Delta L_M}{\Delta\gamma_{ni}}=\frac{\Delta L}{\Delta g_{lm}}\frac{\partial g_{lm}}{\partial\gamma_{ni}}-$$
$$-\partial_p\left[\frac{\Delta L}{\Delta g_{lm}}\frac{\partial g_{lm}}{\partial(\partial_p\gamma_{ni})}\right]+\partial_{pq}\left[\frac{\Delta L}{\Delta g_{lm}}\frac{\partial g_{lm}}{\partial(\partial_{pq}\gamma_{ni})}\right]-$$
$$-\gamma^{is}\gamma^{np}\left\{\frac{\Delta L}{\Delta g_{lm}}\frac{\partial g_{lm}}{\partial\gamma^{sp}}-\partial_q\left[\frac{\Delta L}{\Delta g_{lm}}\frac{\partial g_{lm}}{\partial(\partial_q\gamma^{sp})}-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\partial_k\left(\frac{\Delta L}{\Delta g_{lm}}\frac{\partial g_{lm}}{\partial(\partial_{qk}\gamma^{sp})}\right)\right]\right\}.$$

Поскольку в геометризованной теории уравнения гравитационного поля имеют вид

$$\frac{\Delta L}{\Delta g_{lm}}=\frac{\delta L}{\delta g_{lm}}-g^{ls}g^{mn}\frac{\delta L}{\delta g^{sn}}=0,$$

то плотность симметрического тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля в псевдоевклидовом пространстве-времени в силу уравнений гравитационного поля обращается в нуль: $\Delta L/\Delta\gamma_{ni}=-{}^1\!/_2 t^{ni}=0$.

Аналогичный вывод о равенстве нулю плотности симметрического тензора энергии-импульса получается и для свободного гравитационного поля. Но уравнения свободного гравитационного поля содержат решения, для которых тензор кривизны R^i_{nlm} отличен от нуля. Поэтому в теориях с полной геометризацией обращение в нуль плотности тензора энергии-импульса свободного гравитационного поля не ведет к исчезновению поля φ_{ni}, и, следовательно, существует некоторое фиктивное поле, не обладающее плотностью энергии-импульса, но приводящее к искривлению пространства-времени (образованию римановой геометрии).

Подкласс теорий гравитации с полной геометризацией в принципе не позволяет ввести понятие гравитационного поля, обладающего энергией-импульсом.

Таким образом, мы приходим к следующим выводам.

1. В локальных теориях класса А гравитационное поле, описываемое в псевдоевклидовом пространстве-времени, является физическим полем,

обладающим энергией-импульсом. Движение вещества на основании принципа тождественности описывается в эффективном римановом пространстве-времени, на создание которого идет энергия-импульс гравитационного поля. В этом подходе геометрическое описание возникает на основе теоретико-полевых представлений о гравитационном поле, и в его основе лежат законы сохранения.

2. В подклассе теорий с полной геометризацией гравитационное поле и вещество имеют единую геометрию, но гравитационное поле теряет свойства физического поля, оно не обладает плотностью энергии-импульса. В этом подходе отсутствуют теоретико-полевые представления о гравитационном поле как о поле в духе Фарадея — Максвелла.

ОТО реализует данную возможность построения теории. Она ввела поле нового типа, описываемое тензором кривизны, которое не является полем Фарадея — Максвелла. Поэтому здесь отсутствуют законы сохранения вещества и гравитационного поля вместе взятых.

4. КАЛИБРОВОЧНО-ИНВАРИАНТНОЕ ТЕНЗОРНОЕ ПОЛЕ

В этом разделе все соотношения и уравнения мы будем формулировать в декартовых координатах, хотя, конечно, их можно записать ковариантным образом и в произвольной криволинейной системе координат.

Рассмотрим теории класса А с плотностью лагранжиана в форме (3.1). Уравнения гравитационного поля и уравнения движения вещества имеют вид

$$\frac{\delta L_g}{\delta \varphi_{ni}} + \frac{\delta L_M}{\delta \varphi_{ni}} = 0, \tag{4.1}$$

$$\frac{\delta L}{\delta \varphi_A} = 0. \tag{4.2}$$

Среди множества теорий с плотностью лагранжиана (3.1) имеются теории, в которых интеграл действия инвариантен относительно калибровочного преобразования:

$$\varphi_{ni} \to \varphi_{ni} + \partial_i a_n + \partial_n a_i, \tag{4.3}$$

где a_i — произвольный калибровочный четырехвектор.

Из инвариантности интеграла действия свободного гравитационного поля при калибровочном преобразовании (4.3) имеем

$$\delta J_g = \int \left[-2a_n \partial_i \frac{\delta L_g}{\delta \varphi_{ni}} + \mathrm{Div} \right] d^4x = 0.$$

В силу произвольности калибровочного вектора a_n получим $\partial_i \delta L_g / \delta \varphi_{ni} = 0$. Из этого уравнения и уравнения поля (4.1) следует уравнение сохранения для источника гравитационного поля: $\partial_i \delta L_M / \delta \varphi_{ni} = 0$.

Как известно [63], в электродинамике из инвариантности плотности лагранжиана $L = L_A + L_M$ относительно калибровочного преобразования вектор-потенциала $A_i \to A_i + \partial_i f$ следуют аналогичные уравнения сохранения: $\partial_i \delta L_M / \delta A_i = 0$, $\partial_i \delta L_A / \delta A_i = 0$.

Поскольку в калибровочной теории источник в уравнениях поля является сохраняющимся, то обычно предполагают, что источником в уравнениях калибровочной теории гравитации является полный тензор энергии-импульса системы вещество плюс гравитационное поле. Это приводит к тому, что уравнения поля становятся нелинейными, и обычно высказывается предположение, что последовательное включение таких нелинейностей может привести к нелинейной теории гравитации Эйнштейна [56, 64–65].

Однако в действительности подобная гипотеза приводит прежде всего к тому, что гравитационное поле теряет свойства носителя энергии-импульса. Если предположить возможность отождествления источника $\delta L_M/\delta\varphi_{ni}={}^1/_2 J^{ni}$ с полным тензором энергии-импульса $t^{ni}=t_g{}^{ni}+t_M{}^{ni}$, то отсюда непосредственно следует, что тензор энергии-импульса свободного гравитационного поля (при $L_M=0$) равен нулю. Подобная теория не обладает свойствами, характерными для других физических систем, и мы поэтому считаем ее неприемлемой.

Согласно теореме Нётер инвариантность интеграла действия относительно некоторой группы преобразований влечет за собой существование определенных сохраняющихся величин. Инвариантность относительно преобразований координат приводит, как известно, к сохранению плотности тензора энергии-импульса t^{ni}. Инвариантность интеграла действия относительно калибровочных преобразований (4.3) приводит к сохранению тока $\mathcal{J}^{ni}$. Поскольку координатные преобразования и калибровочные преобразования — это совершенно различные преобразования, то и величины t^{ni} и $\mathcal{J}^{ni}$ представляют собой, естественно, совершенно различные физические величины.

Проблема построения калибровочно-инвариантной теории тензорного поля — это прежде всего проблема построения сохраняющегося тензорного тока $\mathcal{J}^{ni}$ или, другими словами, проблема построения плотности лагранжиана вещества L_M, который приводит к сохраняющейся вариации $\delta L_M/\delta\varphi_{ni}$. Для решения этой проблемы необходимо рассмотреть вопрос о спиновых состояниях поля, описываемого симметрическим тензором второго ранга.

Как показано в работах [66–67], симметрический тензор второго ранга φ_{ni} может быть представлен в виде суммы неприводимых представлений: одного представления со спином 2, одного со спином 1 и двух представлений со спином 0: $\varphi_{ni}=(P_2+P_1+P_0+P_{0'})_{ni}{}^{lm}\varphi_{lm}$.

Величины P_S удобно записывать в импульсном представлении. Введем вспомогательные операторы

$$X_{ni}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\gamma_{ni}-\frac{q_n q_i}{q^2}\right); \quad Y_{ni}=\frac{q_n q_i}{q^2},$$

с помощью которых операторы P_S могут быть представлены в форме

(4.4) $$P_0=X_{ni}X^{lm}; \quad P_{0'}=Y_{ni}Y^{lm};$$

$$P_1=\frac{\sqrt{3}}{2}(X_i{}^l Y_n{}^m+X_n{}^m Y_i{}^l+X_i{}^m Y_n{}^l+X_n{}^l Y_i{}^m),$$

$$P_2={}^3/_2(X_i^l X_n^m+X_i^m X_n^l)-X_{ni}X^{lm}.$$

В X-представлении проекционные операторы P_S являются нелокальными интегродифференциальными операторами:

$$P_{ni}{}^{lm}\varphi_{lm}=\int d^4yP_{ni}{}^{lm}(x,y)\varphi_{lm}(y).$$

Используя выражения (4.4), легко убедиться, что сохраняющимися являются только операторы P_2 и P_0:

$$q_lP_2{}^{lm}_{ni}=q_mP_2{}^{lm}_{ni}=q_lP_0{}^{lm}_{ni}=q_mP_0{}^{lm}_{ni}=0.$$

Поэтому, если в плотность лагранжиана гравитационного поля поле φ_{ni} будет входить только в виде комбинации

(4.5) $$f_{ni}=[(P_2+\alpha P_0)\varphi]_{ni},$$

то плотность лагранжиана, а следовательно, и уравнения свободного гравитационного поля будут инвариантными относительно калибровочного преобразования (4.3). Однако применение выражения (4.5) не совсем удобно, т. к. оно является интегродифференциальным и поэтому приводит к нелокальным уравнениям поля.

Для того чтобы уравнения поля были локальными, нам необходима дифференциальная связь между полями f_{ni} и φ_{ni}. Этого можно добиться, если взять, например, следующую комбинацию: $f_{ni}=\Box^2[(P_2+\alpha P_0)\varphi]_{ni}$. В этом случае тензор f_{in} будет выражаться через четвертые производные от функции поля φ_{ni}. Но среди всех значений α значение $\alpha=-2$ является выделенным в том смысле, что позволяет записать f_{ni} в виде комбинации не четвертых производных от поля φ_{ni}, а лишь используя вторые производные:

(4.6) $$f_{ni}=\Box[(P_2-2P_0)\varphi]_{ni}.$$

Легко убедиться, что оператор $\Box(P_2-2P_0)$ является градиентно-инвариантным и локальным оператором самого низшего порядка: в теории, использующей симметрическое тензорное поле второго ранга, нет другого локального оператора, использующего более низшие производные и приводящего к калибровочной инвариантности. Таким образом, имеем

(4.7) $$f_{ni}=\Box\theta_{ni}-\partial_i\partial^m\theta_{mn}-\partial_n\partial^m\theta_{mi}+\gamma_{ni}\partial^l\partial^m\theta_{lm};\qquad \partial^if_{ni}=0,$$

где введено обозначение

(4.8) $$\theta_{lm}=\varphi_{lm}-{}^1\!/\!_2\gamma_{lm}\varphi_n{}^n.$$

В этом случае векторное поле и поле спина $0'$, которые не инвариантны при градиентном преобразовании (4.3), будут исключены из теории.

Поскольку вся теория должна быть калибровочно-инвариантной, постольку считаем, что в уравнения связи $g_{ni}=g_{ni}(\varphi_{lm})$ поля φ_{lm} входят только через поле f_{lm}. Более того считаем, что метрический тензор риманова пространства-времени g_{ni} является локальной функцией только от полей f_{lm} и от метрического тензора плоского пространства-времени. Относительно вида этой функции сейчас не будем делать никаких предположений, кроме требования, чтобы квадратичная форма с коэффициентами $g_{\alpha\beta}$ была отрицательно-определенной, а компонента g_{00} была положительной величиной. Тогда параметр x^0 будет иметь характер времени, а параметры x^α — характер пространственных координат и в римановом пространстве-времени.

5. УРАВНЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ В ПОЛЕВОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Калибровочно-инвариантная теория, приводящая к линейным уравнениям свободного гравитационного поля, является простейшим вариантом среди всех теорий класса А. Эту теорию гравитации в дальнейшем будем называть полевой теорией гравитации. Плотность лагранжиана гравитационного поля полевой теории с использованием производных от полей f_{lm} не выше первого порядка в самом общем виде можно записать

$$L_g=\frac{1}{64\pi}\{\partial_i f_{lm}\partial^i f^{lm}-b\partial_i f\,\partial^i f-m_g^2[\alpha f_{lm}f^{lm}+\beta f^2]\},$$

где $f=f_n^n$. При $\alpha\neq0$ или $\beta\neq0$ полученные уравнения будут описывать гравитационное поле, квант которого (гравитон) обладает не равной нулю массой покоя. Так как мы ожидаем, что фронт гравитационной волны распространяется с фундаментальной скоростью $v=c$, то масса покоя гравитона должна быть равна нулю. Для этого необходимо положить $\alpha=\beta=0$.

Перебором различных значений b мы можем реализовать различные физические ситуации. Можно показать, что энергия свободного гравитационного поля является знакоположительной величиной, если $b\leqslant1/2$. Кроме того, при $b<1/2$ происходит излучение скалярной компоненты гравитационных волн, причем величина этой компоненты и ее энергия существенно зависят от величины b, т. к. при $b<1/2$ скалярная компонента переносит положительную энергию. Однако такая степень общности нам в дальнейшем не потребуется, т. к. мы предполагаем, что гравитационные волны (гравитоны) характеризуются значением спина $s=2$ и положительно-определенной энергией. Поэтому в дальнейшем положим $b=1/2$, чтобы исключить излучение скалярной компоненты.

Итак, мы приходим к плотности лагранжиана свободного гравитационного поля в виде

$$L_g=\frac{1}{64\pi}\left\{\partial_i f_{lm}\partial^i f^{lm}-\frac{1}{2}\partial_i f\,\partial^i f\right\}. \tag{5.1}$$

Эта плотность лагранжиана гравитационного поля является самой простейшей плотностью лагранжиана, инвариантной при калибровочных преобразованиях полей φ_{ni} (4.3). Поля f_{lm} можно также подвергнуть калибровочному преобразованию:

$$f_{lm}\to f_{lm}+\partial_l a_m+\partial_m a_l-\gamma_{lm}\partial_n a^n, \tag{5.2}$$

не нарушающему условий $\partial^l f_{lm}=0$, если калибровочные вектора a^n удовлетворяют однородным уравнениям $\Box a^n=0$.

Следует подчеркнуть тот факт, что симметрические поля f_{lm} не являются независимыми в силу четырех условий $\partial^l f_{lm}=0$, которым они удовлетворяют, поэтому при выводе уравнений поля вариацию Эйлера — Лагранжа надо брать по полю φ_{ni}, т. к. только у этого поля все десять компонент являются независимыми. Если же при выводе уравнений поля вариацию Эйлера — Лагранжа брать по полю f_{lm}, то необходимо учесть и четыре дополнительных условия $\partial^l f_{lm}=0$, которым удовлетворяет это поле, т. е. ставить задачу на условный экстремум. В обоих случаях мы придем к эквивалентным уравнениям поля. Отметим также, что вариацию плотности лагранжиана вещества можно получить двумя способами: либо непосредственно, записывая вариацию Эйлера — Лагранжа (3.5) по полю φ_{ni}, либо используя то обстоятельство, что в плотность лагранжиана вещества гравитационное поле входит лишь через посредство поля f_{lm} (4.7), а поле f_{lm}, в свою очередь, входит в плотность лагранжиана вещества через посредство метрического тензора риманова пространства-времени. В обоих случаях мы получим одинаковый результат.

Вводя обозначение

$$h^{lm}=\frac{1}{2}T^{np}\frac{\partial g_{np}}{\partial f_{ik}}(\delta_i{}^l\delta_k{}^m+\delta_k{}^l\delta_i{}^m-\gamma_{ik}\gamma^{lm}) \tag{5.3}$$

и учитывая соотношение (4.7), уравнения гравитационного поля (4.1) получим в виде

$$\Box^3\theta^{lm}-\partial^l\partial_n\Box^2\theta^{nm}-\partial^m\partial_n\Box^2\theta^{nl}+ +\gamma^{lm}\partial_n\partial_p\Box^2\theta^{np}=-16\pi J^{lm}, \tag{5.4}$$

где

$$J^{lm}=\Box h^{lm}-\partial^l\partial_n h^{nm}-\partial^m\partial_n h^{nl}+\gamma^{lm}\partial_n\partial_i h^{in}.$$

Уравнения поля (5.4) с учетом определения (4.7) принимают вид

$$\Box^2 f^{lm}=-16\pi J^{lm}. \tag{5.5}$$

Легко убедиться, что уравнения гравитационного поля как в форме (5.4), так и форме (5.5) являются инвариантными при калибровочных преобразованиях (4.3) с произвольным калибровочным вектором a^n. Если взять полную дивергенцию по одному из индексов в уравнениях поля (5.4) и (5.5), то получим тождественно $0=0$. Поэтому, хотя поле φ_{ni} имеет десять независимых компонент, структура уравнений такова, что четыре компоненты, отвечающие спинам 1 и 0′, автоматически исключаются из уравнений, в результате чего в уравнения поля будут входить только шесть независимых компонент, отвечающих спинам 2 и 0. Для них мы имеем шесть независимых уравнений поля, поскольку в силу калибровочной инвариантности выполняются четыре условия (4.7).

Уравнения гравитационного поля (5.5) можно упростить, воспользовавшись калибровочным преобразованием (4.3) и наложив дополнительные условия на функции поля. Произвол в выборе калибровки означает, что при решении конкретных задач необходимо явно определить калибровочные условия каким-либо способом, например наложением дополнительных условий. Тот факт, что вариация Эйлера — Лагранжа в калибровочной теории удовлетворяет четырем тождествам $\partial_i\delta L/\delta\varphi_{ni}=0$, также означает, что при решении уравнений поля в конкретной задаче необходимо наложить по меньшей мере четыре дополнительных условия на поле. При калибровочных преобразованиях (4.3) в силу соотношения (4.8) поля θ_{lm} подвергаются калибровочному преобразованию:

(5.6) $\theta_{lm}\to\theta_{lm}+\partial_l a_m+\partial_m a_l-\gamma_{lm}\partial_n a^n.$

Наиболее общими дополнительными условиями, линейными по полю $\Box^2\theta^{lm}$, являются условия

(5.7) $\partial_n\Box^2\theta^{nm}=A\partial^m\Box^2\theta_n{}^n.$

При выполнении условий (5.7) уравнения гравитационного поля записываются в виде

$$\Box^3\theta^{lm}-2A\partial^l\partial^m\Box^2\theta_n{}^n+A\gamma^{lm}\Box^3\theta_n{}^n=-16\pi J^{lm}.$$

Легко убедиться, что левая часть этих уравнений является также сохраняющейся при учете дополнительных условий (5.7). При $A=0$ получим уравнения гравитационного поля в наиболее простом виде

(5.8) $\Box^3\theta^{lm}=-16\pi J^{lm}$

с дополнительными условиями

(5.9) $\partial_n\Box^2\theta^{nm}=0.$

Таким образом, уравнения гравитационного поля в нашем случае являются уравнениями с высшими производными. При этом уравнения (5.8) также являются инвариантными при калибровочных преобразованиях (5.6), не нарушающих дополнительных условий (5.9).

Введем поле H^{lm} в соответствии с уравнением

(5.10) $\Box H^{lm}=h^{lm}.$

Тогда уравнения (5.8) принимают вид

$$\Box^3\theta^{lm}=-16\pi\{\Box h^{lm}-\partial^l\partial_n\Box H^{nm}-\partial^m\partial_n\Box H^{nl}+\gamma^{lm}\Box\partial_n\partial_p H^{pn}\}.$$

Так как нас в дальнейшем будут интересовать лишь причинно обусловленные решения, то согласно [68] мы можем «сократить» эти уравнения на оператор Даламбера. Вводя обозначение

(5.11) $\psi_{lm}=\Box\theta_{lm},$

для причинно обусловленных решений получим уравнения гравитационного поля в следующем виде:

$$\Box\psi^{lm}=-16\pi\{h^{lm}-\partial^l\partial_n H^{nm}-\partial^m\partial_n H^{nl}+\gamma^{lm}\partial_n\partial_p H^{np}\}.$$

Тензорный ток, стоящий в правой части этого уравнения, вне источника удовлетворяет условию

$$\Box\{h^{lm}-\partial^l\partial_n H^{nm}-\partial^m\partial_n H^{nl}+\gamma^{lm}\partial_n\partial_p H^{np}\}=0.$$

Поэтому вне вещества этот тензорный ток может быть устранен при проведении калибровочного преобразования. Действительно, т. к. дополнительные условия (5.9) допускают преобразования (5.6) с калибровочным четырехвектором, удовлетворяющим уравнению

$$(5.12)\qquad \Box^3 a^n=0,$$

то мы имеем возможность провести следующее калибровочное преобразование:

$$(5.13)\qquad \psi^{nm}\to\psi^{nm}+\partial^n\Box a^m+\partial^m\Box a^n-\gamma^{nm}\partial_l\Box a^l.$$

Вне источника в качестве калибровочного четырехвектора выбираем вектор, удовлетворяющий условию $\Box^2 a^n=16\pi\partial_m H^{mn}$. Так как вне источника выполняются уравнения $\Box H^{nm}=0$, то и калибровочный четырехвектор удовлетворяет в этой области уравнению (5.12), в результате чего дополнительные условия (5.9) удовлетворяются автоматически. Вид калибровочного вектора внутри источника для наших целей несуществен. После калибровочного преобразования (5.13) вне источника мы получаем уравнения гравитационного поля в виде

$$\Box\psi^{nm}=0.$$

Это означает, что тензорный ток

$$(5.14)\qquad I^{nm}=h^{nm}-\partial^n\partial_l H^{lm}-\partial^m\partial_l H^{ln}+\gamma^{nm}\partial_l\partial_s H^{ls}$$

отличен от нуля только внутри вещества. Поэтому в данной калибровке уравнения гравитационного поля принимают вид

$$(5.15)\qquad \Box\psi^{nm}=-16\pi I^{nm}.$$

Эти уравнения допускают калибровочные преобразования (5.6) на классе векторов, удовлетворяющих условию $\Box^2 a^n=0$. Поэтому будем решать уравнения (5.15) с дополнительными условиями $\partial_l\psi^{lm}=0$, которые оставляют возможность проводить калибровочные преобразования только на этом классе. Этот выбор дополнительных условий находится в соответствии с теоремой Фока [69], согласно которой решение однородного волнового уравнения $\Box\partial_l\psi^{lm}=0$, ограниченное во всем пространстве и удовлетворяющее условию излучения Зоммерфельда, тождественно равно нулю: $\partial_l\psi^{lm}=0$.

Таким образом, получаем уравнения гравитационного поля

$$(5.16)\qquad \Box\psi^{lm}=-16\pi I^{lm}$$

с дополнительными условиями

$$(5.17)\qquad \partial_l\psi^{lm}=0.$$

Заметим, далее, что выражение $\Box f_{lm}$ с учетом принятого обозначения (5.11) можно записать в виде

$$\Box f_{lm}=\Box\psi_{lm}-\partial_l\partial^n\psi_{nm}-\partial_m\partial^n\psi_{nl}+\gamma_{lm}\partial^n\partial^p\psi_{np}.$$

Это выражение также является инвариантным при преобразованиях (5.13) с любым калибровочным вектором a^n, но оператор $\Box f_{lm}$ в этом случае будет иметь первоначальный вид. Мы можем упростить этот оператор, если учтем, что в принятой нами калибровке выполняются дополнительные условия (5.17). В этом случае получим

(5.18) $$\Box f_{lm}=\Box\psi_{lm}.$$

Отметим, что полученный оператор $\Box f_{lm}$ (5.18) также является инвариантным при калибровочных преобразованиях (5.13), не нарушающих дополнительных условий (5.17). Соотношения (5.18) позволяют переписать уравнения гравитационного поля в виде

(5.19) $$\Box f^{nm}=-16\pi I^{nm}$$

с дополнительными условиями

(5.20) $$\partial_n f^{nm}=0.$$

Следует особо подчеркнуть, что тензорный ток I^{nm}, стоящий в правой части уравнений (5.19), сосредоточен только в веществе.

Отметим также, что уравнения полевой теории гравитации (5.19) можно формулировать не только для инерциальных, но и для неинерциальных систем координат, причем при переходе от одной неинерциальной системы координат к другой уравнения поля являются форминвариантными для каждой бесконечной совокупности неинерциальных систем координат. В случае инерциальных систем координат уравнения поля являются лоренц-инвариантными при переходе от одной инерциальной системы к другой. Это приводит нас к необходимости расширения [18] принципа относительности, который мы сформулируем в следующем виде: никакими физическими явлениями, в том числе и гравитационными, нельзя определить, находимся мы в покое или в состоянии равномерного поступательного движения.

Подчеркнем, что принцип относительности не требует постоянства скорости распространения фронта электромагнитной волны — скорости света. Естественно, что при наличии взаимодействия с внешними гравитационными полями скорость света, как и скорость движения любых тел, не является постоянной.

6. УРАВНЕНИЕ МИНИМАЛЬНОЙ СВЯЗИ

Для замкнутости теоретической схемы нам следует теперь указать уравнение связи между метрическим тензором эффективного риманова пространства-времени g_{ni} и гравитационным полем f_{ni}.

Так как выбор уравнения связи в полевой теории гравитации эквивалентен выбору плотности лагранжиана взаимодействия между гравитационным полем и другими полями материи, то и построение уравнения связи будем производить путем, аналогичным построению плотности лагранжиана взаимодействия в теориях других физических полей. Так, например, в электродинамике в качестве плотности лагранжиана взаимодействия выбирается «минимальный лагранжиан».

Поэтому и в полевой теории гравитации в качестве уравнения связи уместно выбрать уравнение минимальной связи, которое является минимально необходимым для описания имеющейся совокупности экспериментов в случае слабого гравитационного поля. В обычно рассматриваемом линейном приближении тензорный ток I^{lm} (5.14) должен быть взят в отсутствие гравитационного поля. Так как в этом приближении единственным физическим симметрическим тензором второго ранга, удовлетворяющим закону сохранения, является тензор энергии-импульса вещества, то потребуем, чтобы выполнялось следующее соответствие: в нулевом приближении по гравитационному полю тензорный ток I^{lm} должен автоматически переходить в тензор энергии-импульса вещества:

(6.1) $$I^{lm}(f_{ni}=0)=T^{lm}.$$

Это требование соответствия позволяет однозначно восстановить в линейном приближении структуру уравнения связи $g_{ni}=g_{ni}(f_{lm})$. Действительно, воспользовавшись выражениями (5.3), (5.10) и (5.14), получим, что требование соответствия (6.1) приводит к следующему уравнению связи в линейном приближении:

(6.2) $$g_{ni}=\gamma_{ni}+f_{ni}-{}^1/_2\gamma_{ni}f_l^l.$$

Можно было бы предположить, что соотношение (6.2) представляет собой уравнение минимальной связи и выполняется всегда, а не только в линейном приближении по слабому полю f_{ni}. Но тогда теория с таким уравнением связи будет относиться к классу так называемых «квазилинейных» теорий гравитации (по терминологии Вилла). Однако, как показано в работе [70], любая «квазилинейная» асимптотически лоренц-инвариантная теория гравитации противоречит результатам экспериментов. Поэтому соотношение (6.2) должно представлять собой лишь разложение уравнения минимальной связи с точностью до линейных членов по слабому полю f_{ni}. Таким образом, уравнение минимальной связи должно быть квадратичным уравнением относительно поля f_{ni}:

(6.3) $$g_{lm}=\gamma_{lm}+f_{lm}-{}^1/_2\gamma_{lm}f+{}^1/_4[b_1f_{ln}f_m{}^n+$$
$$+b_2f_{lm}f+b_3\gamma_{lm}f_{ni}f^{ni}+b_4\gamma_{lm}f^2]$$

с неопределенными пока параметрами минимальной связи b_1, b_2, b_3 и b_4.

Как мы увидим в дальнейшем, условие совпадения постньютоновских выражений для инертной и гравитационной масс статического сферически-симметричного тела приводит к следующему соотношению между параметрами минимальной связи: $2(b_1+b_2+b_3+b_4)=1$.

Можно было бы рассмотреть и другие, более сложные уравнения связи, которые лишь в приближении слабого поля переходили бы в уравнение минимальной связи (6.3). Однако в настоящее время у нас нет никаких оснований для такого усложнения, поскольку уравнение минимальной связи (6.3) описывает все гравитационные эксперименты. Поэтому и все дальнейшее рассмотрение мы будем производить, исходя из уравнения минимальной связи (6.3). При этом в качестве основного физического требования, накладывающего определенные ограничения на значения параметров минимальной связи, мы будем считать условие отсутствия особенностей метрики эффективного риманова пространства-времени при конечных значениях плотности вещества в источнике гравитационного поля. Это предположение исключает появление в полевой теории гравитации объектов, напоминающих черные дыры. Кроме того потребуем, чтобы в теории отсутствовал парадокс типа Ольберса при описании модели Вселенной.

Следует отметить, что в силу уравнения минимальной связи (6.3) недиагональные компоненты метрического тензора риманова пространства-времени g_{lm} могут быть отличны от нуля даже в том случае, когда недиагональные компоненты гравитационного поля f_{lm} равны нулю.

Для того чтобы недиагональные компоненты тензора g_{nm} обращались в нуль при равенстве нулю соответствующих недиагональных компонент гравитационного поля, необходимо и достаточно положить $b_1=0$. В этом случае мы приходим к уравнению простейшей минимальной связи

$$g_{nm}=\gamma_{nm}+f_{nm}-{}^1/_2\gamma_{nm}f+{}^1/_4[b_2f_{nm}f+b_3\gamma_{nm}f_{li}f^{li}+b_4\gamma_{nm}f^2]. \tag{6.4}$$

Условие совпадения постньютоновских выражений для гравитационной и инертной масс статического сферически-симметричного тела требует, чтобы параметры простейшей минимальной связи удовлетворяли соотношению $2(b_2+b_3+b_4)=1$.

7. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ПОЛЕВОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

В разделе 3 были получены законы сохранения, справедливые для всех теорий гравитации класса А. Наличие в теориях этого класса дифференциального закона сохранения плотности полного симметрического тензора энергии-импульса системы в плоском пространстве-времени (3.22) позволяет получить соответствующий интегральный закон сохранения.

В декартовых координатах имеем

$$\partial_n[t_g{}^{ni}+t_M{}^{ni}]=0. \tag{7.1}$$

Интегрируя это выражение по некоторому объему V при $i=0$ и предполагая, что через поверхность, ограничивающую этот объем, нет потоков вещества, получим

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int dV[t_g{}^{00}+t_M{}^{00}]=\int dS_\alpha t_g{}^{0\alpha}. \tag{7.2}$$

Таким образом, при излучении гравитационных волн энергия источника должна изменяться, причем, если гравитационные волны переносят положительную энергию, то энергия источника должна уменьшаться.

Все эти выводы и соотношения справедливы и для полевой теории гравитации, являющейся конкретным представителем теорий класса А. Так как симметрический и канонический тензоры энергии-импульса различаются дивергенцией антисимметрического тензора третьего ранга, то для канонического тензора энергии-импульса также имеют место законы сохранения (3.22) и (7.1).

Канонический тензор энергии-импульса свободного гравитационного поля можно получить следующим образом. Запишем равенство

$$\frac{\partial L_g}{\partial x^p}=\partial_n\left[\frac{\partial L_g}{\partial(\partial_n f_{lm})}\partial_p f_{lm}\right]-\partial_p f_{lm}\partial_n\left[\frac{\partial L_g}{\partial(\partial_n f_{lm})}\right]. \tag{7.3}$$

Свободное гравитационное поле согласно (5.19) удовлетворяет уравнению

$$\partial_n \left[\frac{\partial L_g}{\partial(\partial_n f_{lm})} \right] = \Box f_{lm} = 0,$$

поэтому выражение (7.3) означает равенство нулю дивергенции канонического тензора энергии-импульса свободного гравитационного поля. Отсюда получаем

$$\tilde{t}_{gp}{}^n = -L_g \delta_p{}^n + \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_n f_{lm})} \partial_p f_{lm}. \tag{7.4}$$

Используя выражение для плотности лагранжиана свободного гравитационного поля (5.1), получаем

$$\tilde{t}_{gp}{}^n = \frac{1}{64\pi} \left\{ -\delta_p{}^n \left[\partial_i f_{lm} \partial^i f^{lm} - \frac{1}{2} \partial^i f \, \partial_i f \right] + \right.$$
$$\left. + 2\partial_p f_{lm} \partial^n f^{lm} - \partial_p f \, \partial^n f \right\}. \tag{7.5}$$

Для получения симметрического тензора энергии-импульса гравитационного поля $t_g{}^{ni}$ плотность лагранжиана гравитационного поля L_g и выражение для f_{ni} необходимо записать в явно ковариантной форме. Переходя в выражении (5.1) от декартовой системы координат к произвольной криволинейной системе, получим

$$L_g = \frac{\sqrt{-\gamma}}{64\pi} \gamma^{ik} \left[\gamma^{ln} \gamma^{mp} - \frac{1}{2} \gamma^{lm} \gamma^{np} \right] D_i f_{lm} D_k f_{np}. \tag{7.6}$$

Аналогично из выражения (4.6) имеем

$$f_{ik} = \gamma^{lm} [D_l D_m \varphi_{ik} - D_i D_l \varphi_{mk} - D_k D_l \varphi_{mi} +$$
$$+ D_i D_k \varphi_{lm} + \gamma_{ik} \gamma^{np} (D_l D_n \varphi_{mp} - D_n D_p \varphi_{lm})]. \tag{7.7}$$

Введем также для сокращения записи последующих выражений обозначение

$$\Lambda^{ik} = -A^{lm} [\partial_l \partial_m \varphi^{ik} - \partial^i \partial_l \varphi_m{}^k - \partial^k \partial_l \varphi_m{}^i + \partial^i \partial^k \varphi_{lm}] +$$
$$+ {}^1/_2 f A^{ik} + A_n{}^n [f^{ik} - {}^1/_2 \gamma^{ik} f] + {}^1/_2 \partial_s \{ \varphi_n{}^i [-\partial^s A^{kn} +$$
$$+ 2\partial^n A^{sk} + 2\gamma^{sk} \partial_l A^{ln} - \gamma^{kn} \partial_l A^{ls} - \partial^k A^{sn} + \gamma^{kn} \partial^s A_l{}^l -$$
$$- 2\gamma^{sk} \partial^n A_l{}^l] + \varphi_n{}^s [\partial^i A^{kn} - \partial^n A^{ik} - \gamma^{ik} \partial_l A^{ln} +$$
$$+ \gamma^{ik} \partial^n A_l{}^l] + 2\gamma^{ks} A^{np} \partial^i \varphi_{np} - A^{sn} \partial^i \varphi_n{}^k -$$
$$- 3A^{kn} \partial^i \varphi_n{}^s + 2A^{ks} \partial^i \varphi_n{}^n - \gamma^{ik} A^{nm} \partial^s \varphi_{nm} +$$
$$+ 3A^{kn} \partial^s \varphi_n{}^i - A^{ik} \partial^s \varphi_n{}^n - 2\gamma^{sk} A^{ln} \partial_l \varphi_n{}^i -$$
$$- 2A^{sk} \partial_l \varphi^{li} + A^{ns} \partial_n \varphi^{ik} + \gamma^{ik} A^{ln} \partial_l \varphi_n{}^s +$$
$$+ A^{ik} \partial_n \varphi^{ns} + A_l{}^l [2\partial^i \varphi^{ks} - 2\gamma^{ks} \partial^i \varphi_n{}^n -$$
$$- 2\partial^s \varphi^{ik} + \gamma^{ik} (\partial^s \varphi_n{}^n - \partial_n \varphi^{ns}) + 2\gamma^{ks} \partial_n \varphi^{ni}]\}. \tag{7.8}$$

Симметрический тензор энергии-импульса гравитационного поля можно получить, подставляя выражения (7.6) и (7.7) в соотношение (3.15′). В декартовой системе координат имеем

$$t_g{}^{ik} = \frac{1}{64\pi} \left\{ -\gamma^{ik} \left[\partial_l f_{np} \partial^l f^{np} - \frac{1}{2} \partial_l f \partial^l f \right] + \right. \tag{7.9}$$

$$+2\partial^i f_{nm}\partial^k f^{nm}-\partial^i f\partial^k f\Big\}+\frac{1}{16\pi}\Big\{\partial_l f^{in}\partial^l f_n{}^k-\frac{1}{2}\partial_l f^{ik}\partial^l f\Big\}-$$

$$-\frac{1}{32\pi}\partial_l\{f_p{}^i[\partial^l f^{kp}+\partial^k f^{lp}]-f^{ik}\partial^l f+$$

$$+f_n{}^k[\partial^l f^{ni}+\partial^i f^{nl}]-f_n{}^l[\partial^i f^{kn}+\partial^k f^{ni}]\}-2\Lambda^{(ik)},$$

где, как обычно, по индексам, заключенным в круглые скобки, производится симметризация: $\Lambda^{(ik)}={}^1/_2(\Lambda^{ik}+\Lambda^{ki})$. Тензор A^{nm}, входящий в выражение (7.8), в этом случае имеет вид

$$A^{nm}=-\frac{1}{32\pi}\Box\left[f^{nm}-\frac{1}{2}\gamma^{nm}f\right].$$

Вне вещества $\Box f_{nm}=0$, поэтому выражение для t_g^{ik} существенно упрощается:

$$t_g^{ik}=\tilde{t}_g^{ik}+\frac{1}{32\pi}\partial_l\{f_n{}^l[\partial^i f^{kn}+\partial^k f^{ni}]-f_n{}^i\partial^k f^{nl}-f_n{}^k\partial^i f^{nl}\}, \tag{7.10}$$

где $\tilde{t}_g^{ik}$ — канонический тензор энергии-импульса свободного гравитационного поля (7.5).

Покажем, что в волновой зоне симметрический тензор энергии-импульса гравитационного поля t_g^{ik} отличается от канонического тензора энергии-импульса $\tilde{t}_g^{ik}$ лишь на неволновые члены, убывающие быстрее чем $1/r^2$. Так как в волновой зоне справедливо разложение

$$f_{lm}=\frac{a_{lm}(t-r,\theta,\varphi)}{r}+O\left(\frac{1}{r^2}\right),$$

то для произвольной функции $F(f_{lm})$ имеем

$$\partial_\alpha F=n_\alpha\frac{\partial}{\partial t}F+O\left(\frac{1}{r}F\right),$$

где $n_\alpha=x_\alpha/r$. Поэтому выражение (7.10) можно записать в виде

$$t_g^{ik}=\tilde{t}_g^{ik}+\frac{1}{32\pi}\frac{\partial}{\partial t}\{[f^{0l}+n_\alpha f^{\alpha l}][\partial^i f_l{}^k+\partial^k f_l{}^i]-f_n{}^i\partial^k[f^{0n}+n_\alpha f^{\alpha n}]-$$

$$-f_l{}^k\partial^i[f^{0l}+n_\alpha f^{\alpha l}]\}+O\left(\frac{1}{r^3}\right).$$

Обозначая дифференцирование по времени точкой, из дополнительных условий (5.20) имеем

$$\dot{f}^{0l}+n_\alpha\dot{f}^{\alpha l}=O\left(\frac{1}{r^2}\right). \tag{7.11}$$

Интегрируя это выражение по времени и полагая константы интегрирования равными нулю, т. к. волны не должны иметь не зависящей от времени части, получим

$$f^{0l}+n_\alpha f^{\alpha l}=O\left(\frac{1}{r^2}\right). \tag{7.12}$$

Отсюда следует, что в волновой зоне симметрический тензор энергии-импульса гравитационного поля отличается от канонического тензора энергии-импульса на неволновую величину, убывающую быстрее чем $1/r^2$ с ростом r:

$$t_g^{ik}=\tilde{t}_g^{ik}+O\left(\frac{1}{r^3}\right). \tag{7.13}$$

Поэтому в волновой зоне расчеты, выполненные с использованием как симметрического, так и канонического тензоров энергии-импульса гравитационного поля, дадут один и тот же результат. Эти тензоры являются эквивалентными и при расчете интегральных характеристик гравитационного излучения. Действительно, из выражения (7.10) имеем

$$t_g^{00}=\tilde{t}_g^{00}+\frac{1}{16\pi}\partial_\alpha\{f^{\alpha l}\dot{f}_l^{\,0}-f_l^{\,0}\dot{f}^{\alpha l}\}.$$

Поэтому

$$\int t_g^{00}dV=\int \tilde{t}_g^{00}dV+\frac{1}{16\pi}\int dS_\alpha[f^{\alpha l}\dot{f}_l^{\,0}-f_l^{\,0}\dot{f}^{\alpha l}].$$

Если граница области интегрирования находится в волновой зоне, то в силу соотношений (7.11) и (7.12) имеем

$$f^{\alpha l}\dot{f}_l^{\,0}-f_l^{\,0}\dot{f}^{\alpha l}=n_\beta[f^{\alpha l}\dot{f}_l^{\,\beta}-\dot{f}^{\alpha l}f_l^{\,\beta}]+O\left(\frac{1}{r^3}\right).$$

Выбрав в качестве поверхности интегрирования сферу радиуса r ($dS_\alpha=-r^2n_\alpha d\Omega$), получим

$$\int dVt_g^{00}=\int dV\tilde{t}_g^{00}+O\left(\frac{1}{r}\right). \tag{7.14}$$

Кроме того, из соотношения (7.13) следует, что

$$\int t_g^{0\alpha}dS_\alpha=\int \tilde{t}_g^{0\alpha}dS_\alpha+O\left(\frac{1}{r}\right). \tag{7.15}$$

Таким образом, из выражений (7.14) и (7.15) следует эквивалентность канонического и симметрического тензоров энергии-импульса при расчете интегральных характеристик гравитационного излучения.

Как будет показано в разделе 8, компоненты $\tilde{t}_{g0}^{\;0}$ и $\tilde{t}_{g0}^{\;\alpha}$ являются знакоположительными величинами, причем в энергию-импульс дают вклад только поперечные компоненты гравитационной волны. Поэтому в силу выражения (7.2) энергия источника при излучении волн уменьшается.

Для получения плотности симметрического тензора энергии-импульса вещества в плоском пространстве-времени t_M^{ni} заметим, что метрический тензор γ_{ni} входит в плотность лагранжиана вещества только через метрический тензор риманова пространства-времени. Поэтому плотность тензора t_M^{ni} можно записать в виде

$$t_M^{ni}=T^{ni}\left[1-\frac{1}{2}f+\frac{b_3}{4}f_{lm}f^{lm}+\frac{b_4}{2}f^2\right]+\frac{1}{2}f^{ni}T^{lm}\gamma_{lm}- \tag{7.16}$$

$$-{}^1/_4[b_1T^{lm}f_l{}^if_m{}^n+b_2T^{lm}f_{lm}f^{ni}+$$
$$+2b_3f_p{}^if^{np}T^{lm}\gamma_{lm}+2b_4f^{ni}fT^{lm}\gamma_{lm}]-2\Lambda^{(ni)}.$$

Выражение для Λ^{ni} получим из формулы (7.8), если положить

(7.17) $$A^{lm}=-{}^1/_2T^{lm}+{}^1/_4\gamma^{lm}T^{ni}\gamma_{ni}-{}^1/_8[b_1T^{ln}f_n{}^m+$$
$$+b_1T^{nm}f_n{}^l+b_2\gamma^{lm}T^{ni}f_{ni}+b_2T^{lm}f+2b_3f^{lm}T^{ni}\gamma_{ni}+2b_4\gamma^{lm}T^{ni}\gamma_{ni}f].$$

8. ИЗЛУЧЕНИЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

Уравнения поля с учетом принятой нами калибровки имеют вид

(8.1) $$\Box f^{lm}=-16\pi I^{lm},$$

причем тензорный ток I^{lm} (5.14) задан только в веществе.

Так как метрический тензор g_{ln}, а также тензор энергии-импульса свободного гравитационного поля, т. е. поля вне вещества, зависят только от полей f_{ln}, то уравнения поля (8.1) будем решать относительно f_{ln}. Запишем тензоры f^{ln} и I^{ln} в виде интегралов Фурье по времени. Выделим в спектре $\tilde{I}^{ln}(\omega, \mathbf{r})$ статическую часть $J_0(\mathbf{r})$. Очевидно, что статическая часть тензорного тока $J_0(\mathbf{r})$ будет давать лишь статические решения, поэтому мы ее опустим. Тогда для фурье-амплитуд получим следующие уравнения гравитационного поля:

(8.2) $$\Delta\tilde{f}^{nm}+\omega^2\tilde{f}^{nm}=16\pi\tilde{I}^{nm}.$$

Поместим начало декартовой системы координат в какую-либо точку источника. Тогда в этой системе решение уравнений поля можно записать в виде $(R=|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)$

(8.3) $$\tilde{f}^{nm}=-4\int\frac{e^{i\omega R}}{R}\tilde{I}^{nm}(\omega, \mathbf{r}')\,d^3\mathbf{r}'.$$

Воспользовавшись условиями Лоренца (5.20) $i\omega\tilde{f}^{0l}=\partial_\alpha\tilde{f}^{\alpha l}$, выразим компоненты $\tilde{f}^{0l}$ через пространственные компоненты:

$$\tilde{f}^{00}=-\frac{1}{\omega^2}\partial_\alpha\partial_\beta\tilde{f}^{\alpha\beta};\quad \tilde{f}^{0\alpha}=-\frac{i}{\omega}\partial_\beta\tilde{f}^{\alpha\beta}.$$

Вне источника гравитационных волн выбором калибровки

(8.4) $$f^{ln}\to f^{ln}+\partial^la^n+\partial^na^l-\gamma^{ln}\partial_ma^m,$$

совместимой с условием Лоренца (5.20) при $\Box a^n=0$, мы можем наложить на компоненты волны $\tilde{f}'^{ln}$ еще четыре условия по числу независимых калибровочных векторов. В качестве таких условий можно выбрать следующие: $\tilde{f}'=0$, $\tilde{f}'^{0\alpha}=0$ (ТТ-калибровка).

В результате такой калибровки получим

(8.5) $$\tilde{f}'^{\alpha\beta}=\tilde{f}^{\alpha\beta}-\frac{1}{2}\gamma^{\alpha\beta}\tilde{f}-\frac{i}{\omega}[d^\beta\tilde{f}^{0\alpha}+\partial^\alpha\tilde{f}^{0\beta}]-\frac{1}{\omega^2}\partial^\alpha\partial^\beta\left[\tilde{f}^{00}-\frac{1}{2}\tilde{f}\right].$$

Учитывая условия Лоренца (5.20), эти выражения запишем в виде

(8.6) $$\tilde f'^{\alpha\beta}=\tilde P^{\alpha\beta}-\frac{1}{\omega^2}[\partial^\beta\partial_\eta\tilde P^{\alpha\eta}+\partial^\alpha\partial_\eta\tilde P^{\beta\eta}]+$$
$$+\frac{1}{2\omega^2}\gamma^{\alpha\beta}\partial_\eta\partial_\gamma\tilde P^{\eta\gamma}+\frac{1}{2\omega^4}\partial^\alpha\partial^\beta\partial_\gamma\partial_\eta\tilde P^{\eta\gamma},$$

где введено обозначение

(8.7) $$\tilde P^{\alpha\beta}=\tilde f^{\alpha\beta}-{}^1/_3\gamma^{\alpha\beta}\tilde f_\eta{}^\eta.$$

Таким образом, волновое решение уравнений поля содержит в общем случае шесть ненулевых пространственных компонент $\tilde f'^{\alpha\beta}$, но независимыми из них являются только две компоненты в силу трех условий Лоренца (5.20) (четвертое условие Лоренца тривиально в силу ТТ-калибровки) и равенства нулю следа $\tilde f_n{}'^n=0$. Эти дополнительные условия представляют собой известные дополнительные условия для неприводимого представления со спином 2 в ТТ-калибровке, следовательно, свободная гравитационная волна имеет спин 2, а скалярная компонента, соответствующая неприводимому представлению со спином 0, не излучается в виде гравитационных волн.

Обычно волновые решения уравнений гравитационного поля записывают в несколько ином виде, позволяющем наглядно показать квадрупольный характер излучаемых гравитационных волн.

В нашем случае также возможно выразить полученное решение через обобщенные квадрупольные моменты тензорного тока I^{ln}. Для этого учтем, что пространственные компоненты $\tilde f^{\alpha\beta}$ (8.3) в силу сохранения тензорного тока $\partial_n I^{nm}=0$ можно записать в виде

(8.8) $$\tilde f^{\alpha\beta}=2\omega^2\left\{\int\frac{e^{i\omega R}}{R}\tilde I^{00}x^\alpha x^\beta\,dV+\right.$$
$$\left.+\frac{2i}{\omega}\partial_\eta\int\frac{e^{i\omega R}}{R}\tilde I^{0\eta}x^\alpha x^\beta\,dV-\frac{1}{\omega^2}\partial_\gamma\partial_\eta\int\frac{e^{i\omega R}}{R}\tilde I^{\gamma\eta}x^\alpha x^\beta\,dV\right\}.$$

Это соотношение является точным. Оно существенно упрощается, если линейные размеры источника значительно меньше расстояния от его центра до точки наблюдения. Опуская неволновые члены, убывающие быстрее чем $1/r$, получим

$$\tilde f^{\alpha\beta}=\frac{2\omega^2}{r}\int dVx^\alpha x^\beta e^{i\omega R}[\tilde I^{00}+2n_\varepsilon\tilde I^{0\varepsilon}+n_\varepsilon n_\gamma\tilde I^{\varepsilon\gamma}],$$

где $n_\varepsilon=x_\varepsilon/r$; $n_\varepsilon n^\varepsilon=-1$. Тогда выражение (8.7) можно записать в виде

(8.9) $$\tilde P^{\alpha\beta}=\frac{2\omega^2}{r}\int dV\left[x^\alpha x^\beta-\frac{1}{3}\gamma^{\alpha\beta}x_\varepsilon x^\varepsilon\right]e^{i\omega R}\times$$
$$\times[\tilde I^{00}+2n_\varepsilon\tilde I^{0\varepsilon}+n_\varepsilon n_\gamma\tilde I^{\gamma\varepsilon}].$$

Вводя операторы проектирования

(8.10) $$Z^{\alpha\beta}=\gamma^{\alpha\beta}+n^\alpha n^\beta,$$

удовлетворяющие условиям $Z^{\alpha\beta}\gamma_{\alpha\beta}=2$; $Z^{\alpha\beta}Z_{\beta\varepsilon}=Z_\varepsilon{}^\alpha$, соотношение (8.6) перепишем в виде

$$(8.11)\qquad \tilde{f}'{}^{\alpha\beta}=[Z_\varepsilon{}^\alpha Z_\gamma{}^\beta-{}^1/{}_2 Z^{\alpha\beta}Z_{\gamma\varepsilon}]\,\tilde{P}^{\gamma\varepsilon}.$$

Подставляя выражение (8.9) в интеграл Фурье, получим

$$(8.12)\qquad P^{\alpha\beta}=-\frac{2}{r}\frac{d^2}{dt^2}\int dV\left(x^\alpha x^\beta-\frac{1}{3}\gamma^{\alpha\beta}x_\varepsilon x^\varepsilon\right)[I^{00}+2n_\varepsilon I^{0\varepsilon}+n_\varepsilon n_\gamma I^{\varepsilon\gamma}]_{\mathrm{ret}}.$$

Здесь $[\ldots]_{\mathrm{ret}}$ означает, что выражение в квадратных скобках берется в запаздывающий момент времени $t'=t-R$. Если ввести бесследовый тензор обобщенного квадрупольного момента

$$(8.13)\qquad \mathscr{D}^{\alpha\beta}=D^{\alpha\beta}+2n_\varepsilon D^{\alpha\beta\varepsilon}+n_\gamma n_\varepsilon D^{\alpha\beta\varepsilon\gamma},$$

где

$$(8.14)\qquad D^{\alpha\beta}=\int dV(3x^\alpha x^\beta-\gamma^{\alpha\beta}x_\varepsilon x^\varepsilon)[I^{00}]_{\mathrm{ret}},$$

$$D^{\alpha\beta\varepsilon}=\int dV(3x^\alpha x^\beta-\gamma^{\alpha\beta}x_\eta x^\eta)[I^{0\varepsilon}]_{\mathrm{ret}},$$

$$D^{\alpha\beta\varepsilon\gamma}=\int dV(3x^\alpha x^\beta-\gamma^{\alpha\beta}x_\eta x^\eta)[I^{\varepsilon\gamma}]_{\mathrm{ret}},$$

то компоненты гравитационной волны (8.11) можно записать в виде

$$(8.15)\qquad f'{}^{\alpha\beta}=-\frac{2}{3r}\left(Z_\varepsilon{}^\alpha Z_\gamma{}^\beta-\frac{1}{2}Z^{\alpha\beta}Z_{\gamma\varepsilon}\right)\ddot{\mathscr{D}}^{\gamma\varepsilon}.$$

Здесь и далее точка обозначает производную по времени.

Учитывая, что $\partial_\varepsilon f_{\alpha\beta}=n_\varepsilon \dot{f}_{\alpha\beta}$, для компонент тензора энергии-импульса гравитационной волны $\tilde{t}_{g0}{}^\alpha$, $\tilde{t}_{g0}{}^0$ получим следующее выражение:

$$\tilde{t}_{g0}{}^\alpha=\frac{1}{32\pi}n^\alpha \dot{f}_{\beta\varepsilon}\dot{f}^{\beta\varepsilon}=n^\alpha\tilde{t}_{g0}{}^0.$$

Тогда для интенсивности излучения энергии гравитационных волн в элемент телесного угла $d\Omega$ имеем

$$(8.16)\qquad \frac{dI}{d\Omega}=\frac{1}{32\pi}r^2\dot{f}_{\alpha\beta}\dot{f}^{\alpha\beta}\geqslant 0.$$

Из этого выражения видно, что интенсивность излучения энергии гравитационных волн в элемент телесного угла является положительной величиной при любых значениях компонент тензора $\dot{f}_{\alpha\beta}$, если все они не равны нулю. Если все компоненты $\dot{f}_{\alpha\beta}=0$, то и $dI/d\Omega=0$.

Воспользовавшись соотношениями (8.10) и (8.15), выражение (8.16) можно записать в виде

$$(8.17)\qquad \frac{dI}{d\Omega}=\frac{1}{32\pi}\left\{\frac{1}{4}(\dddot{\mathscr{D}}^{\alpha\beta}n_\alpha n_\beta)^2+\frac{1}{2}\dddot{\mathscr{D}}^{\alpha\beta}\dddot{\mathscr{D}}_{\alpha\beta}+\dddot{\mathscr{D}}_{\alpha\beta}\dddot{\mathscr{D}}^{\alpha\gamma}n^\beta n_\gamma\right\}.$$

Рассмотрим далее наиболее распространенный на практике случай излучения слабых гравитационных волн. В обычно рассматриваемом линейном приближении тензорный ток I^{lm} (5.14) должен быть взят в отсутствие гравитационного поля.

Из выражений (5.3) и (6.3) следует, что в этом случае

$$I^{lm}=T^{lm}. \tag{8.18}$$

В случае излучения гравитационных волн, длина которых значительно больше размеров источника, запаздыванием в системе можно пренебречь и в формулах (8.14) брать выражения в квадратных скобках в момент времени $t'=t-r$.

Тогда для потери энергии по всем направлениям в единицу времени получим следующее выражение:

$$-\frac{dE}{dt}=\frac{G}{45c^5}\dddot{D}^{\alpha\beta}\dddot{D}_{\alpha\beta}, \tag{8.19}$$

где

$$D^{\alpha\beta}=\int dV(3x^\alpha x^\beta-\gamma^{\alpha\beta}x_\varepsilon x^\varepsilon)\,T^{00}(t-r)$$

и явно введены гравитационная постоянная G и скорость света c.

Эта формула согласуется с результатами [71—72] косвенных измерений потерь энергии двойной пульсарной системой PSR 1913+16 на предполагаемое излучение гравитационных волн. Так как обычно проводимый в ОТО расчет «потери энергии» с использованием псевдотензоров энергии-импульса в приближении слабого поля приводит к выражению (8.19), то в работе [72] был сделан вывод о совпадении результатов наблюдений с предсказанием теории Эйнштейна.

Однако, как показано в работе [15], формула (8.19) не является следствием ОТО Эйнштейна. В теории Эйнштейна можно говорить только о волнах кривизны, именно с ними связана передача энергии веществу, законы же сохранения в их обычном смысле здесь отсутствуют, в результате чего подсчет потерь энергии источником, а также определение потоков энергии гравитационных волн в ОТО оказываются невозможными.

Таким образом, теория Эйнштейна, если верить экспериментальным результатам [72], не в состоянии объяснить результаты наблюдения двойной пульсарной системы PSR 1913+16.

В полевой теории гравитации гравитационное поле аналогично всем другим физическим полям обладает энергией-импульсом и при излучении слабых гравитационных волн медленно движущимся источником его энергия уменьшается в соответствии с формулой (8.19). Поэтому экспериментальное доказательство существования гравитационных волн как физического поля, переносящего энергию и уменьшающего тем самым энергию источника, явилось бы подтверждением развиваемых здесь представлений.

В заключение этого раздела обсудим кратко вопрос о вычислении тензора Римана в полевой теории гравитации. В теории Эйнштейна была возможна ситуация [59—60], когда псевдотензор энергии-импульса гравитационных волн был равен нулю, а компоненты тензора Римана не равнялись нулю. Этот факт красноречиво свидетельствовал о незаконности интерпретации псевдотензоров энергии-импульса как энергетических характеристик гравитационного поля.

В полевой теории гравитации, если компоненты тензора энергии-импульса гравитационных волн равны нулю, то и тензор Римана тождественно равен нулю, т. е. на формирование риманова пространства-времени всегда необходимы энергия и импульс гравитационного поля. Следует отметить, что метрика риманова пространства-времени имеет смысл только внутри вещества. Вычислять же компоненты метрического тензора g_{ni}, а также тензор кривизны R^i_{nlm} можно в любой точке, в том числе и вне вещества, но при этом следует всегда учитывать необходимость должным образом провести калибровку полей f_{nm} вне вещества, т. к. физические величины не зависят от компонент поля f_{nm}, которые изменяются при калибровочных преобразованиях. Эти компоненты не входят в выражения для тензора энергии-импульса гравитационного поля. Соответствующим калибровочным преобразованием их всегда можно сделать равными нулю. Поэтому при вычислении вне вещества геометрических характеристик пространства-времени как, например, метрического тензора g_{ni}, тензора Римана R^i_{nlm} мы должны подставлять в уравнение связи (6.3) только те компоненты f_{nm}, которые входят в тензор энергии-импульса гравитационного поля, все другие компоненты поля будем полагать равными нулю, т. к. они соответствующим калибровочным преобразованием могут быть обращены в нуль. Таким образом, наша теория будет всегда внутренне самосогласованной.

Пусть все компоненты канонического тензора энергии-импульса свободных гравитационных волн равны нулю. Тогда из выражения (7.5) при $n=p=0$ получим

$$\dot{f}_{lm}\dot{f}^{lm}-{}^1/_2\dot{f}^2=0. \tag{8.20}$$

Покажем, что в ТТ-калибровке у свободной гравитационной волны все компоненты тождественно равны нулю в силу условия (8.20). Тогда в этой калибровке все компоненты метрического тензора риманова пространства-времени совпадают с компонентами метрического тензора плоского пространства-времени $g_{ni}=\gamma_{ni}$. Поэтому тензор кривизны в случае равенства нулю тензора энергии-импульса гравитационного поля также равен нулю.

Рассмотрим некоторую точку. Ориентируем ось x декартовой системы координат так, чтобы она проходила через точку наблюдения. Выделим вокруг этой точки достаточно малую область так, чтобы в этой области можно было считать гравитационную волну плоской. Тогда все ее компоненты будут зависеть только от разности $t-x$. Условия $\partial_n f^{nm}=0$ в этом случае примут вид $\dot{f}^{00}=\dot{f}^{01}=\dot{f}^{11}$; $\dot{f}^{02}=\dot{f}^{12}$; $\dot{f}^{03}=\dot{f}^{13}$. Интегрируя эти уравнения и полагая константы интегрирования равными нулю, т. к. гравитационные волны не имеют не зависящей от времени части, получим $f^{00}=f^{01}=f^{11}$; $f^{02}=f^{12}$; $f^{03}=f^{13}$. В силу ТТ-калибровки все эти компоненты равны нулю. Кроме того, из равенства нулю следа $f_n{}^n=0$ имеем $f^{22}=-f^{33}$. Из условия равенства нулю тензора энергии-импульса (8.20) получим $2(\dot{f}_{23})^2+{}^1/_2(\dot{f}_{22}-\dot{f}_{33})^2=0$. Тогда и поперечные компоненты гравитационной волны равны нулю: $f_{23}=f_{22}=f_{33}=0$.

Таким образом, в ТТ-калибровке из условия равенства нулю тензора энергии-импульса свободной гравитационной волны получаем, что все компоненты этой волны нулевые. Поэтому и все компоненты метрического тензора риманова пространства-времени совпадут с соответствующими компонентами метрического тензора псевдоевклидова пространства-времени $g_{ni}=\gamma_{ni}$, что приводит к равенству нулю всех компонент тензора Римана: $R^{i}_{nlm}=0$.

9. ПОСТНЬЮТОНОВСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ПОЛЕВОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Для облегчения сравнения результатов экспериментов, выполненных в пределах Солнечной системы, с предсказаниями различных метрических теорий гравитации Нордтведт и Вилл [73] разработали формализм, получивший название параметризованного постньютоновского.

В этом формализме метрика риманова пространства-времени, создаваемая некоторым телом, состоящим из идеальной жидкости, записывается в виде суммы всевозможных обобщенных гравитационных потенциалов с произвольными коэффициентами, называемыми постньютоновскими параметрами. Используя пересмотренные параметры Вилла — Нордтведта, метрику риманова пространства-времени можно записать в виде

(9.1)
$$\begin{aligned} g_{00}&=1-2U+2\beta U^2-(2\gamma+2+\alpha_3+\xi_1)\Phi_1+\\ &+\xi_1 A+2\xi_w\Phi_w-2[(3\gamma+1-2\beta+\xi_2)\Phi_2+\\ &+(1+\xi_3)\Phi_3+3(\gamma+\xi_4)\Phi_4]-(\alpha_1-\alpha_2-\alpha_3)w_\alpha w^\alpha U+\\ &+\alpha_2 w^\alpha w^\beta U_{\alpha\beta}-(2\alpha_3-\alpha_1)w^\alpha V_\alpha,\\ g_{0\alpha}&={}^1/_2(4\gamma+3+\alpha_1-\alpha_2+\xi_1)V_\alpha+{}^1/_2(1+\alpha_2-\xi_1)W_\alpha-\\ &-{}^1/_2(\alpha_1-2\alpha_2)w_\alpha U+\alpha_2 w^\beta U_{\alpha\beta},\\ g_{\alpha\beta}&=(1+2\gamma U)\gamma_{\alpha\beta}, \end{aligned}$$

где w^α — пространственные компоненты скорости системы отсчета относительно некоторой универсальной системы покоя. Для некоторых теорий гравитации это скорость центра масс Солнечной системы относительно системы покоя Вселенной.

Обобщенные гравитационные потенциалы имеют вид ($R=|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$)

(9.2)
$$\begin{aligned} &U(\mathbf{r},t)=\int\frac{\rho_0(\mathbf{r}',t)}{R}dV;\quad R^\alpha=x^\alpha-x'^{\,\alpha},\\ &\Phi_1=-\int\frac{\rho_0 v_\alpha v^\alpha}{R}dV;\quad \Phi_2=\int\frac{\rho_0 U}{R}dV,\\ &\Phi_3=\int\frac{\rho_0\Pi}{R}dV;\quad \Phi_4=\int\frac{p}{R}dV,\\ &A=\int\frac{\rho_0 v_\alpha v_\beta R^\alpha R^\beta}{R^3}dV;\quad V_\alpha=-\int\frac{\rho_0 v_\alpha}{R}dV,\\ &W_\alpha=\int\frac{\rho_0 v_\beta R^\beta R_\alpha}{R^3}dV;\quad U_{\alpha\beta}=\int\frac{\rho_0 R_\alpha R_\beta}{R^3}dV,\\ &\Phi_w=\int\frac{\rho_0(\mathbf{r}',t)\rho_0(\mathbf{r}'',t)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}(x^\alpha-x'^{\,\alpha})\times\\ &\times\left[\frac{x_\alpha-x_\alpha''}{|\mathbf{r}'-\mathbf{r}''|}-\frac{x_\alpha'-x_\alpha''}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}''|}\right]d^3\mathbf{r}'\,d^3\mathbf{r}'', \end{aligned}$$

где ρ_0 — инвариантная плотность массы тела; v^α — компоненты скорости элементов идеальной жидкости; p — изотропное давление; $\rho_0\Pi$ — плотность внутренней энергии идеальной жидкости.

Каждой метрической теории гравитации будет соответствовать некоторый набор значений десяти параметров: β, γ, α_1, α_2, α_3, ξ_1, ξ_2, ξ_3, ξ_4, ξ_w.

Поэтому с точки зрения экспериментов, выполненных в Солнечной системе, одна теория гравитации будет отличаться от другой лишь значениями этих параметров. Для выявления теорий гравитации, которые в постньютоновском пределе позволяют описать все эксперименты, выполненные в Солнечной системе, достаточно определить из этих экспериментов значения десяти постньютоновских параметров и отбирать лишь те теории гравитации, постньютоновское приближение которых приводит к значениям параметров, совпадающим с полученными из экспериментов. Тогда все такие теории гравитации будут неразличимыми с точки зрения любых экспериментов, выполненных с постньютоновской точностью.

Дальнейший отбор теории гравитации, адекватной действительности, связан либо с повышением точности измерений до постпостньютоновского уровня, либо с поиском возможностей изучать свойства гравитационных волн, а также явления в сильных гравитационных полях.

Определим, какой набор значений постньютоновских параметров соответствует полевой теории гравитации.

Уравнения гравитационного поля этой теории для вычисления постньютоновского приближения запишем в виде

$$\square^2 f^{nm} = -16\pi J^{nm}; \quad \square = \partial_i \partial^i. \tag{9.3}$$

Если использовать обозначения (5.3), то для тензорного тока J^{nm} получим следующее выражение:

$$J^{nm} = \square h^{nm} - \partial^n \partial_l h^{lm} - \partial^m \partial_l h^{ln} + \gamma^{nm} \partial_l \partial_i h^{li}. \tag{9.4}$$

Следуя Фоку [69], для построения постньютоновского приближения, справедливого в Солнечной системе, будем рассматривать задачу астрономического типа. Будем считать, что компоненты тензора энергии-импульса вещества равны нулю во всем пространстве, кроме некоторых областей. Внутри каждой такой области тензор энергии-импульса должен соответствовать принятой нами модели идеальной жидкости и удовлетворять ковариантному уравнению сохранения в римановом пространстве-времени. Кроме физических свойств модели небесных тел, тензор энергии-импульса вещества будет зависеть также и от метрики риманова пространства-времени. Поэтому построение тензора энергии-импульса вещества и определение метрического тензора риманова пространства-времени необходимо производить совместно.

Воспользуемся тем обстоятельством, что в пределах Солнечной системы максимальные значения гравитационного потенциала, квадрата характерной скорости v^2 (скорости небесных тел относительно центра масс Солнечной системы), удельного давления p/ρ_0 и удельной внутренней энергии Π имеют примерно одинаковый порядок малости ε^2, где $\varepsilon \sim 10^{-3}$ — некоторый безразмерный параметр. Поэтому в Солнечной системе будут справедливы следующие оценки:

(9.5) $U=O(\varepsilon^2)$; $v^\alpha=O(\varepsilon)$; $\Pi=O(\varepsilon^2)$; $p/\rho_0=O(\varepsilon^2)$.

Кроме того, мы будем рассматривать поле в ближней зоне, т. е. на расстояниях от Солнца, значительно меньших длины гравитационной волны, излучаемой объектами в Солнечной системе, движущимися с характерной скоростью $v\sim\varepsilon$: $R/\lambda\sim R\partial/\partial t\sim\varepsilon$. В этом случае изменения всех величин со временем обусловлены в первую очередь движением вещества. Поэтому частные производные по времени малы по сравнению с частными производными по координатам:

(9.6) $$\frac{\partial}{\partial t}=O(\varepsilon)\frac{\partial}{\partial x^\alpha}.$$

Задачу совместного определения тензора энергии-импульса вещества и метрического тензора риманова пространства-времени будем решать последовательными этапами, каждый из которых соответствует разложению точных уравнений задачи по степеням безразмерного параметра ε.

Мы имеем следующие точные соотношения: плотность тензора энергии-импульса идеальной жидкости

(9.7) $$T^{nm}=\sqrt{-g}[(p+\mathscr{E})u^n u^m-pg^{nm}],$$

ковариантное уравнение неразрывности

(9.8) $$\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^i}[\sqrt{-g}\rho_0 u^i]=0$$

и уравнение сохранения плотности тензора энергии-импульса вещества в римановом пространстве-времени

(9.9) $$\nabla_n T^{nm}=\partial_n T^{nm}+\Gamma_{ni}^{m}T^{ni}=0,$$

где $\mathscr{E}$ — полная плотность энергии идеальной жидкости, u^i — четырехвектор скорости.

Уравнения гравитационного поля (9.3) и уравнение минимальной связи (6.3) для наших целей удобнее записать в виде

(9.10) $$\Box^2\chi^{nm}=-16\pi A^{nm},$$

(9.11) $$g_{nm}=\gamma_{nm}+\chi_{nm}+{}^1/_4[b_1\chi_{nl}\chi_m{}^l+$$
$$+b_3\gamma_{nm}\chi^{li}\chi_{li}-(b_1+b_2)\chi_{nm}\chi+(b_4+b_2/2+b_1/4)\chi^2\gamma_{nm}],$$

где введены обозначения

(9.12) $$\chi^{nm}=f^{nm}-{}^1/_2\gamma^{nm}f;\quad \chi=\chi_n{}^n,$$

(9.13) $$A^{nm}=\Box(h^{nm}-{}^1/_2\gamma^{nm}h_l{}^l)-\partial^n\partial_l h^{lm}-\partial^m\partial_l h^{ln}.$$

Разложим все величины, входящие в уравнения (9.9)—(9.12), в ряды по малому параметру ε. Если пренебречь потерей энергии на излучение гравитационных волн, то эти разложения должны быть справедливыми и при обращении знака времени. При обращении знака времени, т. е. при преобразовании координат $x^{0\prime}=-x^0$, компоненты v^α, $\chi^{0\alpha}$, $T^{0\alpha}$, $g_{0\alpha}$, $A^{0\alpha}$, $\partial/\partial x^0$

изменяют знак на противоположный. Так как $v^\alpha \sim \varepsilon$ и $\dfrac{\partial}{\partial x^0} \sim \varepsilon \dfrac{\partial}{\partial x^\alpha}$, то при обращении знака времени безразмерный параметр ε также изменяет знак. Отсюда следует, что при условии пренебрежения потерей энергии на излучение гравитационных волн разложения компонент v^α, $\chi^{0\alpha}$, $T^{0\alpha}$, $g_{0\alpha}$, $A^{0\alpha}$ содержат только нечетные степени параметра ε, а разложения остальных компонент — только четные степени параметра ε.

Разложения тензорного тока A^{nm} и поля χ^{nm} запишем в виде

$$\chi^{nm} = \overset{(1)}{\chi}{}^{nm} + \overset{(2)}{\chi}{}^{nm} + \ldots, \tag{9.14}$$

$$A^{nm} = \overset{(0)}{A}{}^{nm} + \overset{(1)}{A}{}^{nm} + \ldots, \tag{9.15}$$

где компоненты нулевого $\overset{(0)}{A}{}^{nm}$, первого $\overset{(1)}{A}{}^{nm}$ и второго $\overset{(2)}{A}{}^{nm}$ приближений имеют следующий порядок малости:

$$\begin{aligned} &\overset{(0)}{A}{}^{0\alpha} = O(\varepsilon); \quad \overset{(0)}{A}{}^{00} = O(1); \quad \overset{(0)}{A}{}^{\alpha\beta} = O(1), \\ &\overset{(1)}{A}{}^{0\alpha} = O(\varepsilon^3); \quad \overset{(1)}{A}{}^{00} = O(\varepsilon^2); \quad \overset{(1)}{A}{}^{\alpha\beta} = O(\varepsilon^2), \\ &\overset{(2)}{A}{}^{0\alpha} = O(\varepsilon^5); \quad \overset{(2)}{A}{}^{00} = O(\varepsilon^4); \quad \overset{(2)}{A}{}^{\alpha\beta} = O(\varepsilon^4). \end{aligned} \tag{9.16}$$

Уравнения гравитационного поля (9.10) с учетом разложений (9.14), (9.15) и оценки (9.6) перепишем в виде ряда последовательных приближений:

$$\Delta^2 \overset{(1)}{\chi}{}^{nm} = -16\pi \overset{(0)}{A}{}^{nm}, \tag{9.17}$$

$$\Delta^2 \overset{(2)}{\chi}{}^{nm} = -16\pi \overset{(1)}{A}{}^{nm} + 2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Delta \overset{(1)}{\chi}{}^{nm}. \tag{9.18}$$

Из выражений (5.3) и (6.3) получим

$$\begin{aligned} h^{nm} = T^{nm} &+ \frac{b_1}{4} [T^{nl}\chi_l{}^m + T^{ml}\chi_l{}^n] + \\ &+ \frac{b_3}{2} \chi^{nm} T^{li} \gamma_{li} - \frac{b_1+b_2}{4} \chi T^{nm} - \frac{b_1+b_2}{4} \gamma^{nm} T^{li} \chi_{li} + \\ &+ \left(\frac{b_2}{4} + \frac{b_1}{8} + \frac{b_4}{2} \right) \gamma^{nm} \chi T^{ik} \gamma_{ik}. \end{aligned} \tag{9.19}$$

Тогда для тензорного тока A^{nm} имеем

$$\begin{aligned} \overset{(0)}{A}{}^{nm} &= -\Delta [\overset{(0)}{T}{}^{nm} - {}^1\!/_2 \gamma^{nm} \overset{(0)}{T}{}^{li} \gamma_{li}], \\ \overset{(1)}{A}{}^{nm} &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\overset{(0)}{T}{}^{nm} - \frac{1}{2} \gamma^{nm} \overset{(0)}{T}{}^{li} \gamma_{li} \right] + \partial^n (\overset{(1)}{\Gamma}{}_{li}{}^m \overset{(0)}{T}{}^{li}) + \\ &+ \partial^m (\overset{(1)}{\Gamma}{}_{li}{}^n \overset{(0)}{T}{}^{li}) - \Delta \left[\overset{(1)}{T}{}^{nm} - \frac{1}{2} \gamma^{nm} \overset{(1)}{T}{}^{li} \gamma_{li} + \right. \\ &+ \frac{b_1}{4} (\overset{(0)}{T}{}^{nl} \overset{(1)}{\chi}{}_l{}^m + \overset{(0)}{T}{}^{ml} \overset{(1)}{\chi}{}_l{}^n) - \frac{b_1+b_2}{4} \overset{(0)}{T}{}^{nm} \overset{(1)}{\chi} + \end{aligned} \tag{9.20}$$

$$+\frac{b_2}{4}\gamma^{nm}\overset{(0)}{T}{}^{il}\overset{(1)}{\chi}_{il}+\frac{b_3}{2}\overset{(1)}{\chi}{}^{nm}\overset{(0)}{T}{}^{li}\gamma_{li}-$$

$$-\left(\frac{b_2}{8}+\frac{b_3}{4}+\frac{b_4}{2}\right)\gamma^{nm}\overset{(0)}{T}{}^{li}\gamma_{li}\chi\Big],$$

где $\Delta=-\partial_\alpha\partial^\alpha$.

Для определения постньютоновских параметров нам достаточно определить компоненты $g_{\alpha\beta}$ с точностью до ε^2, компоненты $g_{0\alpha}$ с точностью до ε^3 и компоненту g_{00} с точностью до ε^4. Из уравнений связи (9.11) следует, что для этого необходимо определить компоненты поля $\chi^{\alpha\beta}$ с точностью до ε^2, $\chi^{0\alpha}$ с точностью до ε^3, а χ^{00} с точностью до ε^4.

В исходном приближении считаем, что метрический тензор риманова пространства-времени совпадает с метрическим тензором псевдоевклидова пространства-времени, т. е. пренебрегаем силами тяготения. Тогда уравнения (9.8) и (9.9) принимают вид

$$(9.21)\qquad \frac{\partial}{\partial x^i}(\rho u^i)=O(\varepsilon^2),$$

$$\partial_n T^{n0}=O(\varepsilon^3);\qquad \partial_n T^{n\alpha}=O(\varepsilon^2).$$

Учитывая оценки (9.5), из этих уравнений имеем $T^{00}=\rho_0[1+O(\varepsilon^2)]$; $T^{\alpha\beta}=\rho_0 O(\varepsilon^2)$; $T^{0\alpha}=\rho_0 v^\alpha[1+O(\varepsilon^2)]$. Поэтому компоненты тензорного тока A^{nm} в нулевом приближении можно записать в виде

$$(9.22)\qquad \overset{(0)}{A}{}^{00}=-{}^1/_2\Delta\rho_0;\qquad \overset{(0)}{A}{}^{0\alpha}=-\Delta(\rho_0 v^\alpha),$$

$$\overset{(0)}{A}{}^{\alpha\beta}={}^1/_2\,\gamma^{\alpha\beta}\Delta\rho_0.$$

Тогда из уравнения (9.17) получим

$$(9.23)\qquad \overset{(1)}{\chi}{}^{00}=-2U;\quad \overset{(1)}{\chi}{}^{\alpha\beta}=2U\gamma^{\alpha\beta};\quad \overset{(1)}{\chi}{}^{0\alpha}=4V^\alpha.$$

В результате компоненты метрического тензора риманова пространства-времени (9.11) в первом приближении можно записать в виде

$$(9.24)\qquad g_{00}=1-2U+O(\varepsilon^4);\qquad g_{0\alpha}=4V_\alpha[1+O(\varepsilon^2)],$$
$$g_{\alpha\beta}=\gamma_{\alpha\beta}[1+2U]+O(\varepsilon^4).$$

Знание метрики в этом приближении позволяет определить компоненты тензора энергии-импульса вещества в следующем приближении. Используя выражения (9.24), найдем, что

$$(9.25)\qquad \sqrt{-g}=1+2U+O(\varepsilon^4);\qquad u^0=1+U-\frac{v_\alpha v^\alpha}{2},$$

$$\Gamma_{00}^0=-\frac{\partial U}{\partial t}+O(\varepsilon^5);\qquad \Gamma_{00}^\alpha=\gamma^{\alpha\beta}\frac{\partial U}{\partial x^\beta}+O(\varepsilon^4),$$

$$\Gamma_{0\alpha}^0=-\frac{\partial U}{\partial x^\alpha}+O(\varepsilon^4);\qquad \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha=O(\varepsilon^2),$$

$$\Gamma_{0\beta}^\alpha=O(\varepsilon^3);\qquad \Gamma_{\alpha\beta}^0=O(\varepsilon^2).$$

Введем также сохраняющуюся плотность массы ρ в соответствии с равенством $\rho=\sqrt{-g}\rho_0 u^0$. Для получения метрики в следующем приближении нам необходимо построить плотность тензора энергии-импульса вещества, которая бы удовлетворяла уравнениям сохранения (9.9) в силу ковариантного уравнения неразрывности

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\left[\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x^\alpha}(\rho v^\alpha)\right]=0$$

и уравнений движения идеальной жидкости в ньютоновском приближении [69]

$$\rho\frac{dv^\alpha}{dt}=\gamma^{\alpha\beta}\left[-\rho\frac{\partial U}{\partial x^\beta}+\frac{\partial p}{\partial x^\beta}\right]+\rho\cdot O(\varepsilon^4),$$

$$\rho\frac{d\Pi}{dt}=-p\partial_\alpha v^\alpha+\rho\cdot O(\varepsilon^5);\quad \frac{d}{dt}=\frac{\partial}{dt}+v^\beta\frac{\partial}{\partial x^\beta}.$$

Легко убедиться, что этим условиям удовлетворяют следующие компоненты плотности тензора энергии-импульса вещества:

$$T^{00}=\rho\left[1-\frac{v_\alpha v^\alpha}{2}+\Pi+U\right]+\rho\cdot O(\varepsilon^4), \tag{9.26}$$

$$T^{0\alpha}=\rho v^\alpha\left[1-\frac{v_\beta v^\beta}{2}+\Pi+U\right]+pv^\alpha+\rho\cdot O(\varepsilon^5),$$

$$T^{\alpha\beta}=\rho v^\alpha v^\beta-p\gamma^{\alpha\beta}+\rho\cdot O(\varepsilon^4).$$

При этом имеем следующее соотношение между сохраняющейся ρ и инвариантной ρ_0 плотностями массы:

$$\rho=\rho_0\left[1+3U-\frac{v_\alpha v^\alpha}{2}\right]+\rho\cdot O(\varepsilon^4). \tag{9.27}$$

Для получения постньютоновского приближения нам осталось определить $\overset{(2)}{\chi}{}^{00}$. Уравнение (9.18) для компоненты $\overset{(2)}{\chi}{}^{00}$ с учетом выражений (9.20), (9.23), (9.25) принимает вид

$$\Delta^2\overset{(2)}{\chi}{}^{00}=8\pi\frac{\partial^2}{\partial t^2}\rho_0+16\pi\Delta\left\{\frac{3}{2}p+\right.$$
$$\left.+\rho_0\left[\frac{\Pi}{2}-v_\alpha v^\alpha-2(b_1+b_2+b_3+b_4)U\right]\right\}. \tag{9.28}$$

Решая это уравнение, получим

$$\overset{(2)}{\chi}{}^{00}=-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int\rho_0 R dV-4\Phi_1-2\Phi_3-6\Phi_4+8(b_1+b_2+b_3+b_4)\Phi_2. \tag{9.29}$$

Используя выражения (9.11), (9.23) и (9.29), метрику риманова пространства-времени в постньютоновском приближении запишем в виде

$$g_{00}=1-2U+2\beta U^2-4\Phi_1+4(\beta-2)\Phi_2- \tag{9.30}$$

$$-2\Phi_3-6\Phi_4-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int \rho_0 R dV+O(\varepsilon^6),$$

$$g_{0\alpha}=4V_\alpha+O(\varepsilon^5); \qquad g_{\alpha\beta}=\gamma_{\alpha\beta}(1+2U)+O(\varepsilon^4),$$

где $\beta=2(b_1+b_2+b_3+b_4)$.

Для определения значений постньютоновских параметров нашей теории необходимо перейти в ту координатную систему, в которой записано постньютоновское разложение метрики (9.1). Если произвести координатное преобразование

$$x'^{\,n}=x^n+\xi^n(x) \tag{9.31}$$

и считать, что $\xi^\alpha(x)\sim O(\varepsilon^2)$; $\xi^0(x)\sim O(\varepsilon^3)$, то метрика (9.30) в новой координатной системе будет иметь вид

$$\begin{aligned} g_{00}'&=g_{00}-2\partial_0\xi_0+O(\varepsilon^6),\\ g_{0\alpha}'&=g_{0\alpha}-\partial_0\xi_\alpha-\partial_\alpha\xi_0+O(\varepsilon^5),\\ g_{\alpha\beta}'&=g_{\alpha\beta}-\partial_\alpha\xi_\beta-\partial_\beta\xi_\alpha+O(\varepsilon^4). \end{aligned} \tag{9.32}$$

В качестве «канонической» координатной системы обычно выбирают систему координат, в которой недиагональные компоненты пространственной части метрического тензора g_{ni} равны нулю: $g_{12}=g_{13}=g_{23}=0$, и, кроме того, компонента g_{00} не содержит членов вида $\partial^2/\partial t^2\int\rho_0 R dV$.

Эти требования позволяют однозначно определить четырехвектор с требуемой точностью. В нашем случае для перехода к «канонической» координатной системе необходимо выбрать следующий четырехвектор ξ^n:

$$\xi^\alpha(x)=0; \qquad \xi^0(x)=-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\int\rho_0 R dV.$$

Используя уравнения непрерывности (8.10), получим: $\partial_\alpha\xi_0={}^1/_2(V_\alpha-W_\alpha)$. В результате имеем следующее выражение для метрического тензора эффективного риманова пространства-времени:

$$\begin{aligned} g_{00}&=1-2U+2\beta U^2-4\Phi_1+4(\beta-2)\Phi_2-2\Phi_3-6\Phi_4+O(\varepsilon^6),\\ g_{0\alpha}&={}^7/_2V_\alpha+{}^1/_2W_\alpha+O(\varepsilon^5); \qquad g_{\alpha\beta}=\gamma_{\alpha\beta}(1+2U)+O(\varepsilon^4). \end{aligned} \tag{9.33}$$

Таким образом, постньютоновское приближение полевой теории гравитации приводит к метрике риманова пространства-времени (9.33), которая содержит только одну неизвестную константу β.

Для случая, когда источником гравитационного поля является статическое сферически-симметричное тело радиуса a, эта метрика принимает вид

$$g_{0\alpha}=0; \qquad g_{00}=1-\frac{2M}{r}+2\beta\frac{M^2}{r^2}+O\left(\frac{M^3}{r^3}\right), \tag{9.34}$$

$$g_{\alpha\beta}=\gamma_{\alpha\beta}\left(1+\frac{2M}{r}\right)+O\left(\frac{M^2}{r^2}\right),$$

где M — гравитационная масса источника поля:

$$(9.35)\qquad M=4\pi\int_0^a \rho_0\left[1+\Pi+\frac{3p}{\rho_0}+2(2-\beta)U\right]r^2dr.$$

Используя ньютоновскую теорему вириала для статических тел

$$3\int dVp=\frac{1}{2}\int\rho_0 U\,dV,$$

а также соотношение (9.27) между сохраняющейся и инвариантной плотностями массы, выражение (9.35) приведем к виду

$$(9.36)\qquad M=4\pi\int_0^a \rho(1+\Pi+(3/2-2\beta)U]r^2dr.$$

Как мы увидим ниже, для совпадения постньютоновских выражений для гравитационной (9.36) и инертной (10.13) масс статического сферически-симметричного тела необходимо положить $\beta=1$. Тогда постньютоновские параметры полевой теории гравитации будут иметь значения

$$(9.37)\qquad \gamma=\beta=1;\quad \alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0;\quad \xi_1=\xi_2=\xi_3=\xi_4=\xi_w=0.$$

Для сравнения укажем, что в ОТО постньютоновские параметры имеют те же значения [73].

Следует отметить, что в теории Эйнштейна все параметры α и ξ равны нулю. Долгое время это обстоятельство считалось свойством только этой теории и рассматривалось как одно из ее достижений. Однако, как мы видим, в полевой теории гравитации эти параметры также равны нулю. Оставшиеся параметры в ОТО и полевой теории гравитации равны единице.

Поскольку постньютоновские параметры ОТО Эйнштейна и полевой теории гравитации совпадают, то эти две теории будут неразличимы с точки зрения любых экспериментов, выполненных с постньютоновской точностью измерений в гравитационном поле Солнечной системы.

Как показано в работе [74], равенство нулю трех параметров α имеет определенный физический смысл: всякая теория гравитации, в которой $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0$, не обладает предпочтительной универсальной системой покоя в постньютоновском пределе. В этом случае при переходе от универсальной системы покоя к движущейся системе метрика риманова пространства-времени в постньютоновском пределе является форминвариантной и скорость w^α новой системы координат относительно системы покоя в явном виде не будет входить в метрику.

Из выражений (9.37) следует, что в полевой теории гравитации отсутствует универсальная предпочтительная система покоя.

Определенный физический смысл имеет и линейная зависимость параметров ξ и α. Как показано в работе [75], при выполнении соотношений

$$(9.38)\qquad \begin{gathered}\alpha_1=0;\quad \xi_3=0;\quad \alpha_2-\xi_1-2\xi_w=0;\quad \xi_2=\xi_w;\\ \alpha_3+\xi_1+2\xi_w=0;\quad 3\xi_4+2\xi_w=0;\quad \xi_1+2\xi_w=0\end{gathered}$$

из постньютоновских уравнений движения можно определить величины, которые в постньютоновском приближении не зависят от времени. Однако интерпретировать эти величины как энергию-импульс и момент импульса системы (т. е. как интегралы движения) можно лишь в тех теориях гравитации, которые обладают законами сохранения тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля.

Так, например, в теории Эйнштейна соотношения (9.38) выполняются, но не зависящие от времени в постньютоновском приближении величины, как показывает детальный анализ, не являются интегралами движения системы, состоящей из вещества и гравитационного поля.

В полевой теории гравитации изолированная система имеет в псевдоевклидовом пространстве-времени все десять законов сохранения в их обычном смысле, которые в постньютоновском приближении приводят к десяти интегралам движения системы, поэтому в постньютоновском приближении полевая теория гравитации имеет десять не зависящих от времени величин. Выполнение соотношений (9.38) в полевой теории гравитации подтверждает этот вывод.

10. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ПОСТНЬЮТОНОВСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ ПОЛЕВОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

В полевой теории гравитации гравитационное поле, рассматриваемое в псевдоевклидовом пространстве-времени, ведет себя аналогично всем другим физическим полям. Оно обладает энергией-импульсом и вносит вклад в плотность полного тензора энергии-импульса системы. Ковариантный закон сохранения плотности полного тензора энергии-импульса в псевдоевклидовом пространстве-времени, записанный в декартовой системе координат, имеет обычный смысл:

$$\partial_i[t_g^{ni}+t_M^{ni}]=0, \tag{10.1}$$

где t_g^{ni} — плотность симметрического тензора энергии-импульса гравитационного поля (7.9); t_M^{ni} — плотность симметрического тензора энергии-импульса вещества (7.16).

Используя дифференциальный закон сохранения (10.1), можно получить соответствующий интегральный закон сохранения:

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int dV[t_g^{0n}+t_M^{0n}]=\int dS_\alpha[t_g^{\alpha n}+t_M^{\alpha n}].$$

Если поток энергии вещества и гравитационного поля через поверхность, ограничивающую объем, отсутствует

$$\int dS_\alpha[t_g^{\alpha n}+t_M^{\alpha n}]=0, \tag{10.2}$$

то мы приходим к закону сохранения полного четырехимпульса изолированной системы:

$$\frac{d}{dt}P^n=0,$$

где

$$P^n = \int dV[t_g^{0n} + t_M^{0n}]. \tag{10.3}$$

В этом случае в силу симметрии плотности полного тензора энергии-импульса сохраняется также и тензор момента импульса системы:

$$\frac{d}{dt} M^{ni} = 0,$$

где

$$M^{ni} = \int dV\{x^n[t_g^{0i} + t_M^{0i}] - x^i[t_g^{0n} + t_M^{0n}]\}. \tag{10.4}$$

В силу сохранения компонент

$$M^{0\alpha} = x^0 \int dV[t_g^{0\alpha} + t_M^{0\alpha}] - \int x^\alpha[t_g^{00} + t_M^{00}]dV$$

центр масс изолированной системы, определяемый формулой

$$X^\alpha = \frac{\int x^\alpha[t_g^{00} + t_M^{00}]dV}{\int dV[t_g^{00} + t_M^{00}]} = \frac{P^\alpha t - M^{0\alpha}}{P^0} \tag{10.5}$$

совершает равномерное прямолинейное движение со скоростью $(d/dt)X^\alpha = P^\alpha/P^0$.

Таким образом, для описания движения изолированной системы, состоящей из вещества и гравитационного поля, достаточно определить 4-импульс P^i (10.3). Следует отметить, что в любой реальной системе из-за движения ее составных частей, теплового движения вещества и т. п. может происходить излучение гравитационных волн; любая реальная система обменивается с другими системами веществом, как в форме электромагнитного излучения, так и в форме частиц, атомов и т. д. Поэтому в самом общем случае пренебрегать потоками энергии вещества и гравитационного поля нельзя: существует большое количество астрофизических процессов, в которых эти потоки играют ведущую роль, именно их учет и позволяет понять и предсказать многие астрофизические процессы. Но вместе с тем для систем, у которых потоки энергии вещества и гравитационного поля малы, условие изолированности (10.2) выполняется с некоторой степенью точности. Тогда с той же степенью точности мы можем утверждать, что четырехимпульс этой системы сохраняется. Именно такая ситуация имеет место для систем, к которым применим постньютоновский формализм. В этом случае условие изолированности системы (10.2) в постньютоновском приближении выполняется, и мы можем определить сохраняющийся четырехимпульс системы.

Найдем постньютоновское выражение для четырехимпульса изолированной системы в полевой теории гравитации. Плотность полного симметрического тензора энергии-импульса в плоском пространстве- времени имеет вид

$$t^{ni} = t_g^{ni} + t_M^{ni} = \frac{1}{64\pi}\{-\gamma^{ni}[\partial_l f_{mq}\partial^l f^{mq} - {}^1/_2 \partial_l f \partial^l f] - \partial^n f \partial^i f + \tag{10.6}$$

$$+2\partial^n f_{lm}\partial^i f^{lm}-2f^{mi}\Box f_m{}^n-2f^{nm}\Box f_m{}^i+2f^{ni}\Box f\}-$$

$$-\frac{1}{32\pi}\partial_l\{f_m{}^i\partial^n f^{lm}+f_m{}^n\partial^i f^{lm}-f_m{}^l(\partial^i f^{mn}+\partial^n f^{mi})\}-2\Lambda^{(ni)}+$$

$$+T^{ni}\left[1-{}^1/_2 f+\frac{b_3}{4}f_{lm}f^{lm}+\frac{b_4}{2}f^2\right]+{}^1/_2 f^{ni}T^{lm}\gamma_{lm}-$$

$$-{}^1/_4[b_1 T^{lm}f_l{}^i f_m{}^n+b_2 T^{lm}f_{lm}f^{ni}+2b_3 f^{nq}f_q{}^i T^{lm}\gamma_{lm}+2b_4 f^{ni}fT^{mq}\gamma_{mq}],$$

где Λ^{ni} определяется выражением (7.8), причем тензор A^{lm} в этом случае имеет вид

$$A^{lm}=-\frac{1}{32\pi}\left\{\Box\left(f^{lm}-\frac{1}{2}\gamma^{lm}f\right)+16\pi\left(h^{lm}-\frac{1}{2}\gamma^{lm}h_n{}^n\right)\right\}. \tag{10.7}$$

Из выражения (10.6) следует, что компоненты t^{00} и $t^{0\alpha}$ полного симметрического тензора энергии-импульса системы могут быть определены с точностью до членов $t^{00}\sim\rho\cdot O(\varepsilon^2)$, $t^{0\alpha}\sim\rho\cdot O(\varepsilon^3)$ включительно. Поэтому мы будем опускать все величины большего порядка малости, например Λ^{00} и $\Lambda^{0\alpha}$, т. к. $\Lambda^{00}\sim\rho\cdot O(\varepsilon^4)$, $\Lambda^{0\alpha}\sim\rho\cdot O(\varepsilon^5)$. Учитывая, что $\partial_\alpha\partial^\alpha U=4\pi\rho_0$; $\partial V^\beta/\partial x^\beta=\partial U/\partial t$, из выражений (10.6), (9.23) получим

$$t^{00}=\rho\left[1+\frac{v^2}{2}+\Pi-\frac{1}{2}U\right]-\frac{1}{8\pi}\partial_\alpha[U\partial^\alpha U]+\rho\cdot O(\varepsilon^4), \tag{10.8}$$

$$t^{0\alpha}=\rho v^\alpha\left[1+\frac{v^2}{2}+\Pi+U\right]+pv^\alpha+2\rho V^\alpha+$$

$$+\frac{1}{4\pi}\left\{\frac{\partial U}{\partial t}\partial^\alpha U+2\partial_\beta[U\partial^\alpha V^\beta-V^\beta\partial^\alpha U]\right\}+\rho\cdot O(\varepsilon^5).$$

Для нахождения четырехимпульса системы в постньютоновском приближении проинтегрируем выражения (10.8) по всему пространству. Воспользовавшись равенствами

$$\int\frac{\partial U}{\partial t}\partial^\alpha U dV=2\pi\int\rho[Uv^\alpha+W^\alpha]dV,$$

$$\int\rho V^\alpha dV=-\int\rho Uv^\alpha dV,$$

$$\int\partial_\alpha(U\partial^\alpha U)dV=\int dS_\alpha U\partial^\alpha U=0,$$

получим окончательно

$$P^0=\int dV\rho[1+\Pi+v^2/2-{}^1/_2 U], \tag{10.9}$$

$$P^\alpha=\int dV\{\rho v^\alpha[1+\Pi+v^2/2-{}^1/_2 U]+pv^\alpha+{}^1/_2\rho W^\alpha\}.$$

Используя выражения (10.9) и (10.4), легко получить в постньютоновском приближении сохраняющийся тензор момента импульса системы:

$$M^{0\alpha}=-\int dV\rho x^\alpha\left[1+\Pi+\frac{v^2}{2}-\frac{1}{2}U\right]+P^\alpha t, \tag{10.10}$$

$$M^{\alpha\beta}=\int dV\rho\left\{x^\alpha\left[v^\beta\left(1+\Pi+\frac{v^2}{2}-\frac{1}{2}U+\frac{p}{\rho}\right)+\frac{1}{2}W^\beta\right]-\right.$$
$$\left.-x^\beta\left[v^\alpha\left(1+\Pi+\frac{v^2}{2}-\frac{1}{2}U+\frac{p}{\rho}\right)+\frac{1}{2}W^\alpha\right]\right\},$$

и координаты центра масс системы:

$$(10.11)\qquad X^\alpha=\frac{\int dV\rho x^\alpha[1+\Pi+v^2/2-{}^1/_2U]}{P^0}.$$

Следует отметить, что в принятой нами системе единиц выражение для компоненты P^0 четырехимпульса (10.3) изолированной системы совпадает с выражением для инертной массы этой системы. Поэтому в постньютоновском приближении для инертной массы имеем

$$(10.12)\qquad m=\int dV\rho[1+\Pi+v^2/2-{}^1/_2U].$$

В случае статического сферически-симметричного тела постньютоновское выражение для инертной массы имеет вид

$$(10.13)\qquad m=4\pi\int\limits_0^a dr\rho[1+\Pi-{}^1/_2U]r^2.$$

Полученные выражения для инертной (10.13) и гравитационной (9.36) масс дают возможность определить численное значение параметра β в полевой теории гравитации. Действительно, как следует из выражений (9.36) и (10.13), условие равенства этих масс однозначно приводит к значению параметра $\beta=1$.

Таким образом, полевая теория гравитации и ОТО Эйнштейна неразличимы с точки зрения любых экспериментов, выполненных с постньютоновской точностью в гравитационном поле Солнечной системы.

В противоположность закону сохранения (10.1) ковариантное уравнение сохранения плотности тензора энергии-импульса вещества в римановом пространстве-времени

$$(10.14)\qquad \nabla_n T^{ni}=\partial_n T^{ni}+\Gamma_{nm}^{i}T^{nm}=0$$

не выражает в явном виде сохранения какой-либо величины, а просто отображает тот факт, что плотность тензора энергии-импульса вещества не сохраняется: $\partial_n T^{ni}\neq 0$. Однако, как показано в разделе 3 настоящей работы, закон сохранения (10.1) и уравнение сохранения (10.14) — это просто разные формы записи одного и того же закона сохранения в полевой теории гравитации. Этот общий результат, полученный в разделе 3, может быть подтвержден и на любом этапе приближенных вычислений. Поэтому в полевой теории гравитации интегралы движения (10.9)—(10.10) в постньютоновском приближении, как показано в работе [18], мы можем получить из уравнения сохранения (10.14).

В полевой теории гравитации гравитационное поле является физическим полем, которое обладает плотностью энергии-импульса и вносит свой вклад в полный тензор энергии-импульса системы. Именно наличие в полевой теории гравитации обычных законов сохранения и дает нам возможность проводить различные энергетические расчеты, в том числе и находить постньютоновские выражения для интегралов движения.

В ОТО гравитационное поле не является полем в духе Фарадея — Максвелла, в результате чего в теории Эйнштейна отсутствует возможность производить расчеты энергии гравитационного поля. Однако в ОТО постньютоновские интегралы движения изолированной системы обычно получают из ковариантного уравнения (10.14) и приходят к выражениям (10.9)–(10.10).

Подробный анализ показывает, что традиционный путь получения «интегралов энергии-импульса» в теории Эйнштейна приводит не к интегралам движения, а лишь к получению не зависящих в постньютоновском приближении от времени величин, которые в ОТО не имеют физического смысла. Поэтому общепринятая в теории Эйнштейна интерпретация их в качестве энергии-импульса изолированной системы является неправильной.

В заключение этого раздела отметим, что в ньютоновском приближении энергия статического поля в полевой теории гравитации, рассчитываемая с использованием канонического тензора энергии-импульса (7.5), положительна:

$$\int \tilde{t}_g^{00} dV = -\frac{1}{8\pi}\int dV \partial_\alpha U \partial^\alpha U > 0,$$

а с использованием симметрического тензора энергии-импульса (7.9) — отрицательна:

$$\int t_g^{00} dV = \frac{3}{8\pi}\int dV \partial_\alpha U \partial^\alpha U < 0.$$

Как известно, в электродинамике имеет место противоположная ситуация: энергия электростатического поля, рассчитываемая по каноническому тензору энергии-импульса, отрицательна, а по симметрическому тензору — положительна. Из этой аналогии можно сделать вывод, что статическое гравитационное поле является полем сил притяжения, т. к. в электродинамике заряды одного знака создают поле сил отталкивания.

Расчет суммарной энергии вещества и статического гравитационного поля в ньютоновском приближении дает один и тот же результат как в случае использования канонического, так и симметрического тензоров энергии-импульса:

$$P^0 = \int dV [t_g^{00} + t_M^{00}] = \int dV [\tilde{t}_g^{00} + \tilde{t}_M^{00}] =$$
$$= \int dV \rho \left[1 + \Pi + \frac{v^2}{2} - \frac{1}{2}U\right].$$

Из этого выражения следует, что энергия двух покоящихся частиц возрастает с ростом расстояния между ними, что также свидетельствует о действии сил притяжения между ними.

11. ГРАВИТАЦИОННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЕ

Рассмотрим, какие ограничения на значения постньютоновских параметров накладывают эксперименты, осуществленные в Солнечной системе.

Анализ этих экспериментов будем проводить в следующем порядке: сначала рассмотрим стандартные эффекты — отклонение света и радиоволн в поле Солнца, смещение перигелия Меркурия и измерение временной задержки радиосигнала в гравитационном поле Солнца. После этого рассмотрим эффект Нордтведта, а также эффекты, связанные с неравенством нулю параметров α_1, α_2, α_3, ξ_w. Эффект красного смещения в гравитационном поле Солнца рассматривать не будем, так как этот эффект полностью описывается в ньютоновском приближении [76].

1. Отклонение света и радиоволн в гравитационном поле Солнца. Согласно работе [77] лучи света и радиоволны, рассматриваемые как безмассовые частицы, имеющие прицельный параметр b, отклоняются в гравитационном поле Солнца на угол $\delta\varphi=2(1+\gamma)M/b$.

Анализ экспериментальных результатов, полученных при наблюдении искривления в гравитационном поле Солнца лучей света далеких звезд, а также радиоволн, излучаемых квазарами, дает основание считать [54], что постньютоновский параметр $\gamma=1\pm0{,}2$.

2. Временная задержка радиосигналов в поле Солнца. Другим независимым способом определения постньютоновского параметра γ является измерение временной задержки радиосигналов в поле Солнца [78].

Этот эффект состоит в том, что время распространения радиосигналов, посылаемых с Земли до отражателя, расположенного в другой части Солнечной системы, и обратно, измеренное часами, находящимися на Земле, отличается от времени этого же процесса, происходящего в отсутствие гравитационного поля. При проведении экспериментов по измерению времени задержки радиосигналов в гравитационном поле Солнца в качестве отражателей использовались поверхности планет, а также радиоаппаратура, установленная на спутниках.

В результате этих экспериментов [79] для параметра γ получено значение $\gamma=1\pm0{,}002$. В полевой теории гравитации, так же как и в ОТО Эйнштейна, $\gamma=1$, что находится в хорошем согласии с результатами этих экспериментов.

3. Прецессия гироскопа, движущегося по орбите. Если параметры $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0$, то измерение прецессии гироскопа, движущегося по орбите вокруг Земли, будет третьим независимым способом измерения параметра γ.

Согласно работе [80] угловая скорость прецессии гироскопа, находящегося на круговой орбите в поле Земли, равна

$$\mathbf{\Omega}=\frac{2\gamma+1}{2}m\frac{[\mathbf{rv}]}{r^3}+\frac{\gamma+1}{2r^3}\left(-\mathbf{J}+\frac{3\mathbf{r}(\mathbf{Jr})}{r^2}\right),$$

где m — масса Земли, $\mathbf{v}$ — линейная скорость гироскопа относительно центра Земли, $\mathbf{J}$ — момент импульса Земли, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор точки, в которой находится гироскоп.

Уровень современного развития техники [81] позволяет надеяться, что этот эксперимент будет осуществлен в ближайшем будущем.

4. Смещение перигелия Меркурия. На величину смещения перигелия Меркурия, кроме наличия постньютоновских поправок в уравнении движения, влияет еще ряд факторов. К их числу относятся притяжение со стороны планет Солнечной системы, наличие квадрупольного момента у Солнца и другие. Единственным неопределенным фактором среди них является величина квадрупольного момента Солнца; влияние всех других факторов может быть рассчитано с достаточной точностью.

Суммарное смещение перигелия Меркурия, вызываемое наличием квадрупольного момента J_2 у Солнца и постньютоновскими поправками в уравнении движения, равно [82]

$$\delta\varphi=42,98\left[\frac{2+2\gamma-\beta}{3}\right]+1,3\cdot 10^5 J_2$$

(угловых секунд за столетие).

Из результатов наблюдений следует [54], что $\delta\varphi=41,4\pm0,9$ угловой секунды за столетие.

Измерения видимой формы Солнца [83], проделанные Дикке и Гольдбергом, для величины J_2 дали значение $(2,5\pm0,2)\cdot10^{-5}$, а более поздние измерения Хилла с сотрудниками [82] показали, что $J_2<0,5\cdot10^{-5}$. Сравнение наблюдаемых смещений перигелиев Меркурия и Марса [84] дали следующую оценку: $J_2<3\cdot10^{-5}$.

Таким образом, из-за отсутствия прямых измерений квадрупольного момента Солнца остается большая неопределенность в значении β, определяемом по смещению перигелия Меркурия: $-0,2<\beta-1<0,4$. Отметим, что в полевой теории гравитации параметр β имеет значение 1, в результате чего возможно в пределах ошибки описать этот эффект.

5. Эффект Нордтведта и лазерная локация Луны. В ряде работ [85—87] было показано, что наличие постньютоновских поправок в уравнениях движения протяженного тела будет приводить к ряду аномалий в движении его центра масс. Одним из таких эффектов является поляризация орбиты Луны в направлении Солнца. Эта поляризация приводит к эксцентриситету орбиты, вытянутой в направлении Солнца с амплитудой $\delta r=C_0\eta\cos\theta_0$, где C_0 — константа порядка 10 м, θ_0 — разность между долготой Луны и Солнца, $\eta=4\beta-\gamma-3-\alpha_1+{}^2/_3\alpha_2-{}^2/_3\xi_1-{}^1/_3\xi_2-{}^{10}/_3\xi_w$.

Измерения, выполненные с использованием лазерной локации Луны [88—89], показали, что $C_0\eta=0\pm4$ см. Отсюда можно получить $\eta=0\pm0,03$.

Таким образом, полевая теория гравитации в пределах ошибки измерения позволяет описать эксперименты по лазерной локации Луны.

6. Эффекты, связанные с наличием предпочтительной системы отсчета. Теории гравитации, у которых хотя бы один из параметров α_1, α_2, α_3 отличается от нуля, обладают предпочтительной системой отсчета. Предсказания таких теорий гравитации относительно стандартных эффектов могут совпадать с результатами наблюдения только в том случае, если Солнечная система является предпочтительной системой отсчета. Однако разумнее предполагать, что Солнечная система, двигающаяся относительно других звездных систем, ничем не выделена по сравнению с ними, а поэтому не может быть предпочтительной универсальной системой покоя для таких теорий.

Так как предпочтительная система покоя должна быть выделенной чем-то по сравнению с другими системами, то разумнее связывать эту систему с центром масс Галактики или даже Вселенной. В этом случае Солнечная система будет находиться в движении относительно предпочтительной системы покоя со скоростью $\sim 10^{-3}$ с, того же порядка величины, что и орбитальная скорость Солнечной системы относительно центра Галактики. В этом случае возможно наблюдение ряда эффектов, связанных с движением относительно предпочтительной системы покоя [90], что позволяет оценить параметры α_1, α_2, α_3.

В теориях гравитации с предпочтительной системой покоя постоянная тяготения G, измеряемая в гравиметрических экспериментах, будет зависеть от движения Земли относительно такой системы.

Для относительной величины $\Delta G/G$ имеем [90]

$$\Delta G/G = (\alpha_2/2 + \alpha_3 - \alpha_1)\,\mathbf{wv} + {}^1\!/_4\alpha_2[(\mathbf{ve}_r)^2 + \\ + 2(\mathbf{we}_r)(\mathbf{ve}_r) + (\mathbf{we}_r)^2],$$

где $\mathbf{v}$ — орбитальная скорость Земли вокруг Солнца, $\mathbf{w}$ — скорость Солнца относительно предпочтительной системы покоя, $\mathbf{e}_r$ — единичный вектор, направленный от гравиметра к центру Земли.

Вследствие вращения Земли вокруг своей оси вектор $\mathbf{e}_r$ изменяет свою ориентацию относительно векторов $\mathbf{v}$ и $\mathbf{w}$, что приводит к периодическому изменению скалярных произведений $\mathbf{ve}_r$ и $\mathbf{we}_r$ с периодом, примерно равным 12 часам. Это приводит к соответствующим периодическим изменениям значения ускорения свободного падения: для точки наблюдения, находящейся на широте θ, имеем $\Delta g/g \approx 3\alpha_2 \cdot 10^{-8}\cos^2\theta$.

Вилл [91], анализируя результаты гравиметрических экспериментов, нашел, что относительные изменения величины g не превышают 10^{-9}: $\left|\dfrac{\Delta g}{g}\right| < 10^{-9}$. Отсюда получаем оценку величины α_2: $|\alpha_2| < 3 \cdot 10^{-2}$.

Движение Земли вокруг Солнца также приводит к периодическому изменению величины $\mathbf{wv}$ с периодом порядка года. Эта вариация вызывает сжатие и расширение Земли, что, в свою очередь, приводит к периодическим изменениям угловой скорости вращения Земли из-за изменения ее момента инерции:

$$\Delta\omega/\omega \approx 3 \cdot 10^{-9}(\alpha_3 + {}^2\!/_3\alpha_2 - \alpha_1).$$

Из результатов наблюдений следует, что $|\alpha_3 + {}^2\!/_3\alpha_2 - \alpha_1| < 0{,}2$.

Движение Солнечной системы относительно центра Вселенной может приводить к аномальному смещению перигелиев планет $\delta\varphi_0$. Для Меркурия [90] дополнительный вклад в смещение перигелия (в угловых секундах за столетие) имеет вид $\delta\varphi_0 = 35\alpha_1 + 8\alpha_2 - 4 \cdot 10^4\alpha_3$. Сравнение с наблюдениями и объединение всех этих оценок параметров α дает

$$|\alpha_1| < 0{,}2; \quad |\alpha_2| < 3 \cdot 10^{-2}; \quad |\alpha_3| < 2 \cdot 10^{-5}.$$

В полевой теории гравитации, так же как и в ОТО Эйнштейна, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$, и поэтому все эти эффекты отсутствуют.

7. Эффекты анизотропии относительно центра Галактики. В тех теориях гравитации, у которых параметр ξ_w не равен нулю, возможны эффекты анизотропии, вызываемые влиянием гравитационного поля Галактики [78].

Если считать, что масса Галактики M сосредоточена в центре Галактики на расстоянии R от Солнечной системы, то гравитационное поле Галактики приведет к периодическим изменениям показаний гравиметра с периодом 12 часов:

$$\frac{\Delta G}{G} = \xi_w \left(1 - \frac{3K}{mr^2}\right) \frac{M}{R} (\mathbf{e}_r \mathbf{e}_R),$$

где K — момент инерции, m — масса и r — радиус Земли, $\mathbf{e}_r$ — единичный вектор, направленный от гравиметра к центру Земли, $\mathbf{e}_R = \mathbf{R}/R$.

Другим эффектом является аномальное смещение перигелиев планет, обусловленное анизотропией, вызываемой Галактикой:

$$\delta\varphi_0 = \frac{\pi\xi_w}{2} \frac{M}{R} \cos^2\beta \cos^2(\omega - \lambda),$$

где λ и β — угловые координаты центра Галактики, ω — угол перигелия планеты в геоцентрических координатах.

Сравнение с наблюдениями дает в качестве верхнего предела $|\xi_w| < 10^{-2}$. В полевой теории гравитации, так же как и в ОТО Эйнштейна, $\xi_w = 0$ и все эффекты анизотропии, вызываемые гравитационным полем Галактики, отсутствуют.

Заканчивая обзор гравитационных экспериментов, мы приходим к выводу, что полевая теория гравитации позволяет описать всю совокупность экспериментальных фактов.

Следует отметить, что в постньютоновском пределе квадратичные члены в уравнении связи (6.3) неразличимы: никакой эксперимент в гравитационном поле Солнечной системы на постньютоновском уровне не позволяет определить параметры минимальной связи отдельно.

Как будет показано в разделе 14, измерение параметра замедления расширяющейся однородной Вселенной в окрестности настоящего момента времени позволит определить значение другой линейной комбинации этих параметров минимальной связи. Определить параметры минимальной связи, используя эксперименты в гравитационном поле Солнечной системы, можно будет лишь после увеличения точности измерений до постпостньютоновского уровня.

В заключение этого раздела отметим, что в полевой теории гравитации принцип эквивалентности справедлив лишь для точечных тел. Для протяженных тел, движущихся в слабом гравитационном поле, он выполняется приближенно, с той точностью, с какой слабое гравитационное поле можно считать однородным в области, занимаемой телом. В этом случае мы можем «устранить» гравитационное поле, переходя к системе координат, в которой $g_{ni} = \gamma_{ni}$ в области, занимаемой веществом. Как следует из экспериментов Брагинского [92] с телами лабораторных размеров в достаточно однородном гравитационном поле, для сильного, электромагнитного и слабого взаимодействий принцип эквивалентности справедлив с точностью, какая достигнута в этих опытах. Но для протяженных тел с учетом гравитационного поля этот принцип строго не справедлив ни в ОТО Эйнштейна, ни в полевой теории гравитации.

12. СТАТИЧЕСКОЕ СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОЕ ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

В случае статического источника радиуса a со сферически-симметричным распределением вещества уравнения гравитационного поля (5.19) и выражение для тензорного тока (5.14) существенно упрощаются.

Исходя из симметрии задачи, определим, какие компоненты тензоров I_{ln} и h^{ln} будут в этом случае отличными от нуля. Поместим начало сферической системы координат в центр источника. При поворотах этой системы координат на произвольный угол физическая ситуация в силу сферической симметрии распределения вещества не должна меняться. Поэтому компоненты тензоров I_{ln} и h^{ln} должны после преобразования поворота быть теми же функциями от преобразованного аргумента, что и первоначальные функции от их первоначальных аргументов, т. е. эти тензоры должны быть форминвариантными при преобразовании поворота системы координат. Отсюда следует, что в сферической системе координат отличными от нуля компонентами тензоров I_{ln} и h^{ln} могут быть только компоненты (00), $(0r)$, (rr), $(\theta\theta)$, $(\varphi\varphi)$, т. к. только в этом случае тензоры I_{ln} и h^{ln} форминвариантны при преобразовании поворота.

Из выражений (5.14) и (5.3) следует, что $I_{0r}=0$. Поэтому для случая статического сферически-симметричного распределения вещества тензор I_{ln} имеет компоненты

$$I_{ln}=\{I_{00},\ I_{rr},\ I_{\theta\theta},\ I_{\varphi\varphi}=I_{\theta\theta}\sin^2\theta\}.$$

Уравнения гравитационного поля (5.19) в этом случае записываются в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$f_{00}''+\frac{2}{r}f_{00}'=16\pi I_{00}(r),\tag{12.1}$$

$$f_{rr}''+\frac{2}{r}f_{rr}'-\frac{4}{r^2}f_{rr}+\frac{4}{r^2}\left(\frac{f_{\theta\theta}}{r^2}\right)=16\pi I_{rr}(r),$$

$$\left(\frac{f_{\theta\theta}}{r^2}\right)''+\frac{2}{r}\left(\frac{f_{\theta\theta}}{r^2}\right)'-\frac{2}{r^2}\left(\frac{f_{\theta\theta}}{r^2}\right)+\frac{2}{r^2}f_{rr}=16\pi\frac{I_{\theta\theta}(r)}{r^2}.$$

Здесь и далее штрих обозначает производную по r.

В качестве граничных условий для этих уравнений мы потребуем ограниченности функций f_{00}, f_{rr} и $f_{\theta\theta}/r^2$ при $r=0$ и обращения в нуль при $r\to\infty$.

Тогда решение уравнений гравитационного поля (12.1) будет единственным. Однако входящие в выражения (12.1) компоненты тензорного тока не являются независимыми в силу условий $D^l I_{ln}=0$. В нашем случае эти условия принимают вид

$$I_{rr}'+\frac{2}{r}\left(I_{rr}-\frac{1}{r^2}I_{\theta\theta}\right)=0.\tag{12.2}$$

Выразим из этого уравнения компоненту $I_{\theta\theta}$ и подставим в соотношения (12.1). Интегрируя уравнения и учитывая, что вне источника $I_{rr}=0$, компоненты гравитационного поля запишем в виде

$$(12.3)\qquad f_{00}=-16\pi\left\{\frac{1}{r}\int_0^r r_0^2dr_0I_{00}+\int_r^a r_0dr_0I_{00}\right\},$$

$$f_{rr}=-\frac{16\pi}{3}\left\{\frac{1}{r^3}\int_0^r r_0^4dr_0I_{rr}+\int_r^a\frac{1}{r_0}dr_0I_{rr}\right\},$$

$$\frac{f_{\theta\theta}}{r^2}=-\frac{16\pi}{3}\left\{-\frac{1}{2r^3}\int_0^r r_0^4dr_0I_{rr}+\int_r^a\frac{dr_0}{r_0}I_{rr}\right\}.$$

Рассмотрим внешнее ($r>a$) решение. Вводя величины

$$(12.4)\qquad M=4\pi\int_0^a r_0^2dr_0I_{00};\qquad \mu=\frac{4\pi}{3}\int_0^a r_0^4dr_0I_{rr},$$

получим для внешнего решения следующие выражения:

$$(12.5)\qquad f_{00}=-\frac{4M}{r};\qquad f_{rr}=-\frac{4\mu}{r^3},$$

$$\frac{f_{\theta\theta}}{r^2}=\frac{2\mu}{r^3};\qquad f_{\varphi\varphi}=f_{\theta\theta}\sin^2\theta.$$

Как уже отмечалось в разделе 5, поля f_{ln} можно подвергнуть калибровочному преобразованию

$$(12.6)\qquad f_{ln}\to f_{ln}+D_la_n+D_na_l-\gamma_{ln}D_ma^m$$

с калибровочным вектором a_n, удовлетворяющим уравнению $D_mD^ma_n=0$. При этом преобразовании плотность лагранжиана гравитационного поля изменяется лишь на четырехмерную дивергенцию, которая является несущественной для теории, а изменение метрического тензора риманова пространства-времени g_{ni}, возникающее при преобразовании (12.6), соответствует преобразованиям координат риманова пространства-времени и всегда может быть устранено подходящим выбором координат.

Воспользуемся калибровочным преобразованием (12.6) для того, чтобы упростить внешнее решение (12.5). В силу симметрии задачи калибровочный вектор a_n, удовлетворяющий условию $D_mD^ma_n=0$, выбираем в виде $a_r=-\mu/r^2$; $a_0=a_\theta=a_\varphi=0$. Тогда в результате этого калибровочного преобразования получим для внешнего решения

$$(12.7)\qquad f_{00}=-4M/r;\qquad f_{rr}=f_{\theta\theta}=f_{\varphi\varphi}=0.$$

Для получения метрического тензора в случае статического сферически-симметричного источника осталось подставить компоненты гравитационного поля (12.7) в уравнение минимальной связи (6.3). В результате получим ($r>a$)

$$(12.8)\qquad g_{00}=1-\frac{2M}{r}+2\frac{M^2}{r^2},$$

$$g_{\alpha\beta}=\gamma_{\alpha\beta}\left[1+\frac{2M}{r}+\frac{4M^2}{r^2}(b_3+b_4)\right].$$

Из этого выражения следует, что в полевой теории гравитации устойчивые статические тела массы M должны иметь радиус $a>r_g=2GM/c^2$.

Легко убедиться, что компонента g_{00} метрического тензора эффективного риманова пространства-времени (12.8) не имеет физических особенностей вне источника: $g_{00}\neq 0$, $|g_{00}|<\infty$ при $r>a$. Для того чтобы и пространственные компоненты $g_{\alpha\beta}$ метрического тензора (12.8) не имели физических особенностей вне источника гравитационного поля, необходимо выполнение следующего условия:

$$(12.9)\qquad b_3+b_4>0.$$

Из соотношений (12.4) и (5.14), имеем

$$M=8\pi\int\limits_0^a r_0^2dr_0\left[I_{00}-\frac{1}{2}I_n{}^n\right]=8\pi\int\limits_0^a r_0^2dr_0\left[h_{00}-\frac{1}{2}h_n{}^n\right].$$

Для получения постньютоновского разложения величины M необходимо, как обычно, проводить вычисления последовательными этапами: сначала получить выражение для M в ньютоновском приближении, когда полностью пренебрегаем влиянием гравитации на тензор энергии-импульса вещества, а затем, используя ньютоновское приближение, найдем постньютоновское выражение. В результате получим

$$M=4\pi\int\limits_0^a r^2dr\{\rho[1+\Pi-{}^1/{}_2U+O(\varepsilon^4)]\}.$$

Как и следовало ожидать, для статического сферически-симметричного тела постньютоновское разложение полной массы совпадает с выражением (10.13).

13. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ НЕСТАТИЧЕСКОГО СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОГО ИСТОЧНИКА

В теории Эйнштейна гравитационное поле нестатического сферически-симметричного источника в силу теоремы Биркгофа вне вещества является статическим полем с метрикой, соответствующей решению Шварцшильда.

Покажем, что в полевой теории гравитации в случае нестатического сферически-симметричного источника гравитационное поле вне вещества также является статическим полем, компоненты которого выражаются формулами (12.4) и (12.5). Рассмотрим случай, когда вещество распределено в некотором шаре радиуса a сферически-симметрично и его движение происходит также сферически-симметрично в радиальных направлениях.

В силу симметрии задачи отличными от нуля компонентами тензоров T^{ni}, h^{ni}, I_{ni} и f_{ni} будут диагональные компоненты, а также компоненты T^{0r}, h^{0r}, I_{0r} и f_{0r}.

Все компоненты этих тензоров, кроме компонент $(\varphi\varphi)$, будут зависеть от r и t. Для компонент $(\varphi\varphi)$ имеем $I_{\varphi\varphi}=I_{\theta\theta}\sin^2\theta$; $f_{\varphi\varphi}=f_{\theta\theta}\sin^2\theta$; $h^{\varphi\varphi}=h^{\theta\theta}/\sin^2\theta$; $T^{\varphi\varphi}=T^{\theta\theta}/\sin^2\theta$.

Четырехвектор скорости вещества имеет вид $u^i=\{u^0(r,t), u^r(r,t), 0, 0\}$.

Разложим компоненты тензорного тока I_{ln} и гравитационного поля f_{ln} в интегралы Фурье по времени:

$$f_{ln}=\int e^{-i\omega t}d\omega f_{ln}(\omega, r);\quad I_{ln}=\int e^{-i\omega t}d\omega I_{ln}(\omega, r).$$

Выделим в спектре $I_{ln}(\omega, r)$ статическую часть $I_{ln}(r)$. Очевидно, что статическая часть будет давать статические решения, рассмотренные в предыдущем разделе. Поэтому мы в дальнейшем под $I_{ln}(\omega, r)$ будем понимать нестатическую часть.

Уравнения поля (5.19) для рассматриваемого случая будут иметь вид обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{gathered}
f_{00}''+\frac{2}{r}f_{00}'+\omega^2 f_{00}=16\pi I_{00}(\omega, r),\\
f_{0r}''+\frac{2}{r}f_{0r}'+\left(\omega^2-\frac{2}{r^2}\right)f_{0r}=16\pi I_{0r},\\
f_{rr}''+\frac{2}{r}f_{rr}'-\frac{4}{r^2}f_{rr}+\frac{4}{r^2}\left(\frac{f_{\theta\theta}}{r^2}\right)+\omega^2 f_{rr}=16\pi I_{rr},\\
\left(\frac{f_{\theta\theta}}{r^2}\right)''+\frac{2}{r}\left(\frac{f_{\theta\theta}}{r^2}\right)'+\frac{f_{\theta\theta}}{r^2}\left(\omega^2-\frac{2}{r^2}\right)+\frac{2}{r^2}f_{rr}=\frac{16\pi}{r^2}I_{\theta\theta}.
\end{gathered}\tag{13.1}$$

В качестве граничных условий для этих уравнений естественно потребовать ограниченность функций f_{00}, f_{0r}, f_{rr} и $f_{\theta\theta}/r^2$ при $r=0$ и выполнения условий излучения при $r\to\infty$. Из условий сохранения тензорного тока $D^l I_{ln}=0$ имеем

$$\begin{gathered}
i\omega I_{00}+I_{0r}'+\frac{2}{r}I_{0r}=0;\\
i\omega I_{0r}+I_{rr}'+\frac{2}{r}I_{rr}-\frac{2}{r^3}I_{\theta\theta}=0.
\end{gathered}\tag{13.2}$$

Решая уравнения (13.1) с учетом соотношений (13.2), получим

$$f_{rr}={}^1/_3(A_1+2A_2);\quad f_{\theta\theta}/r^2={}^1/_3(A_1-A_2),$$

$$f_{00}=-\frac{8\pi^2}{\sqrt{r}}\left\{H^{(1)}_{1/2}(\omega r)\int\limits_0^r x^{3/2}dxI_{0r}\mathcal{J}_{3/2}(\omega x)+\right.$$

$$\left.+\mathcal{J}_{1/2}(\omega r)\int\limits_r^a x^{3/2}dxI_{0r}H^{(1)}_{3/2}(\omega x)\right\},$$

$$f_{0r}=-\frac{8\pi^2 i}{\sqrt{r}}\left\{H^{(1)}_{3/2}(\omega r)\int\limits_0^r x^{3/2}dxI_{0r}\mathcal{J}_{3/2}(\omega x)+\right.$$

$$\left.+\mathcal{J}_{3/2}(\omega r)\int\limits_r^a x^{3/2}dxI_{0r}H^{(1)}_{3/2}(\omega x)\right\},$$

где введены обозначения

$$A_1=-\frac{8\pi^2 i\omega}{\sqrt{r}}\left\{H^{(1)}_{1/2}(\omega r)\int\limits_0^r x^{5/2}[iI_{0r}\mathcal{J}_{1/2}(\omega x)+\right.$$

$$+I_{rr}\mathcal{J}_{3/2}(\omega x)]dx+\mathcal{J}_{1/2}(\omega r)\int\limits_r^a x^{5/2}[iI_{0r}H^{(1)}_{1/2}(\omega x)+$$

$$+I_{rr}H^{(1)}_{3/2}(\omega x)]dx,$$

$$A_2=\frac{4\pi^2 i\omega}{\sqrt{r}}\left\{H^{(1)}_{5/2}(\omega r)\int\limits_0^r x^{5/2}dx[iI_{0r}\mathcal{J}_{5/2}(\omega x)-\right.$$

$$-I_{rr}\mathcal{J}_{3/2}(\omega x)]+\mathcal{J}_{5/2}(\omega r)\int\limits_r^a x^{5/2}dx[iI_{0r}H^{(1)}_{5/2}(\omega x)-$$

$$-I_{rr}H^{(1)}_{3/2}(\omega x)]dx.$$

Используя вне вещества калибровочное преобразование $f_{ni}\to f_{ni}+D_n a_i+$ $+D_i a_n-\gamma_{ni}D^m a_m$, наложим на компоненты гравитационного поля два условия: $f=0$, $f^{00}=0$. Чтобы калибровочное преобразование не нарушало условия $D^l f_{lm}=0$, калибровочный четырехвектор должен удовлетворять вне вещества уравнению $D_m D^m a_i=0$. Выбирая калибровочные вектора в виде

$$a_0=\frac{2\pi^2 i}{\omega\sqrt{r}}H^{(1)}_{1/2}(\omega r)\int\limits_0^a x^{3/2}dx\{I_{0r}[\mathcal{J}_{3/2}(\omega x)+\omega x\mathcal{J}_{1/2}(\omega x)]-$$

$$-i\omega x I_{rr}\mathcal{J}_{3/2}(\omega x)\},$$

$$a_r=\frac{2\pi^2}{\sqrt{r}}H^{(1)}_{3/2}(\omega r)\int\limits_0^a x^{5/2}dx[I_{0r}\mathcal{J}_{5/2}(\omega x)+iI_{rr}\mathcal{J}_{3/2}(\omega x)];\quad a_\theta=a_\varphi=0,$$

легко убедиться, что все компоненты нестатического гравитационного поля вне вещества обращаются в нуль: $f_{ni}=0$.

Таким образом, в случае нестатического источника со сферически-симметричным распределением и движением вещества гравитационное поле вне вещества будет являться статическим полем, компоненты которого будут определяться формулами (12.4) и (12.7).

14. НЕСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ ОДНОРОДНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Полевая теория гравитации позволяет построить нестационарные модели Вселенной, способные описать эффект космологического красного смещения и свободные от расходимостей ньютоновского типа. Эти модели соответствуют плоской Вселенной.

Следует отметить, что в полевой теории гравитации модель Вселенной характеризует только часть ее с линейным размером $r\sim cT$, где T — возраст Вселенной. С этой точки зрения «рождение» Вселенной означает, что в прошлом плотность вещества в данном достаточно большом участке Вселенной была достаточно велика. Дальнейшая эволюция этой области Вселенной может быть описана рассматриваемой моделью. Все другие области Вселенной могут при этом развиваться независимо от развития данной области и даже по совершенно другим законам. Но наблюдение их в полевой теории гравитации возможно.

Астрономические наблюдения показывают [93], что вещество во Вселенной распределено весьма неоднородно: основная масса вещества заключена в планетах и звездах, на долю же межзвездного газа и излучения приходится лишь малая часть общей массы. Однако при усреднении по областям пространства, линейные размеры которых значительно больше расстояния между скоплениями галактик, плотность вещества той части Вселенной, которая доступна наблюдению, оказывается величиной постоянной, не зависящей от положения центра области усреднения. Поэтому естественно с физической точки зрения в качестве первого шага рассмотреть модель однородной изотропной Вселенной.

При таком подходе неоднородность распределения вещества, проявляющаяся при усреднении по меньшим областям пространства (скопления галактик, галактики и т. д.), может быть учтена путем введения малых неоднородных возмущений в фоновое космологическое поле однородной Вселенной. Однородная изотропная Вселенная описывается интервалом

$$dS^2=U(t)\,dt^2-V(t)\,[dx^2+dy^2+dz^2]. \tag{14.1}$$

Вещество во Вселенной будем рассматривать как идеальную жидкость с плотностью тензора энергии-импульса

$$T^{ni}=\sqrt{-g}\,[(\mathscr{E}+p)\,u^i u^n-pg^{ni}].$$

В силу однородности и изотропности Вселенной имеем $\mathscr{E}=\varepsilon(t)$, $p=p(t)$, $u^\alpha=0$, $u^0\neq 0$, $u^0u^0g_{00}=1$. Тогда компоненты плотности тензора энергии-импульса вещества примут вид

$$T^{00}=\varepsilon\sqrt{\frac{V^3}{U}};\quad T^{\alpha\beta}=-p\sqrt{UV}\,\gamma^{\alpha\beta}. \tag{14.2}$$

Используя выражение (14.1) для интервала, определим связность риманова пространства-времени:

$$\Gamma_{00}{}^0=\frac{\dot U}{2U};\quad \Gamma_{0\alpha}{}^0=0;\quad \Gamma_{00}{}^\alpha=0, \tag{14.3}$$

$$\Gamma_{\alpha\beta}{}^0=\frac{\dot V}{2U}\gamma_{\alpha\beta};\quad \Gamma_{0\beta}{}^\alpha=\frac{\dot V}{2V}\delta_\beta{}^\alpha;\quad \Gamma_{\beta\varepsilon}{}^\alpha=0,$$

где точка обозначает простое дифференцирование по t.

Подставляя выражение (14.2) и (14.3) в ковариантное уравнение сохранения плотности тензора энергии-импульса вещества (10.14), получим

$$\frac{d}{dt}(\varepsilon\sqrt{V^3})+p\frac{d}{dt}\sqrt{V^3}=0. \tag{14.4}$$

Решение уравнения (14.4) имеет вид

$$(14.5)\qquad \ln V=-\frac{2}{3}\int\limits_{\varepsilon_0}^{\varepsilon}\frac{d\varepsilon'}{\varepsilon'+p(\varepsilon')}.$$

Уравнение связи в самом общем виде может быть записано

$$(14.6)\qquad g_{ni}=\gamma_{ni}f_1+f_{ni}f_2+f_{im}f_{nl}A^{lm},$$

где f_1 и f_2 — некоторые скалярные функции от инвариантов $I_1=f_n{}^n$, $I_2=f_{nm}f^{nm}$ и т. д., а тензор A^{lm} строится из тензоров γ^{lm}, f^{lm}, $f^{ln}f_n{}^m\ldots$ и инвариантов.

Для однородной Вселенной уравнения гравитационного поля (5.19) примут вид

$$(14.7)\qquad \ddot{f}_{00}=\ddot{f}_{0\alpha}=0;\qquad \ddot{f}_{\alpha\beta}=-16\pi\{h_{\alpha\beta}+\gamma_{\alpha\beta}h_{00}\}.$$

Используя определение (4.7), получим

$$(14.8)\qquad f_{00}=0;\qquad f_{0\alpha}=0.$$

В силу изотропности Вселенной пространственные компоненты гравитационного поля должны иметь вид

$$(14.9)\qquad f_{\alpha\beta}=\gamma_{\alpha\beta}F(t).$$

Тогда

$$(14.10)\qquad g_{00}=U(F);\qquad g_{\alpha\beta}=\gamma_{\alpha\beta}V(F).$$

Можно показать, что

$$\frac{\partial g_{00}}{\partial f_{\alpha\beta}}=\frac{1}{3}\gamma^{\alpha\beta}\frac{dU}{dF};\qquad \gamma^{\varepsilon\eta}\frac{\partial g_{\varepsilon\eta}}{\partial f_{\alpha\beta}}=\gamma^{\alpha\beta}\frac{dV}{dF}.$$

Поэтому уравнения поля (14.7) примут вид

$$(14.11)\qquad \ddot{F}=\frac{64\pi}{3}\left\{\varepsilon\sqrt{V^3}\frac{d}{dF}\sqrt{U}-p\sqrt{U}\frac{d}{dF}\sqrt{V^3}\right\}.$$

В качестве начальных условий для уравнения (14.11) возьмем условия в настоящий момент $t=0$:

$$(14.12)\qquad \varepsilon=\varepsilon_0;\quad U=V=1;\quad \frac{dV}{dt}=2H,$$

где H — постоянная Хаббла. Следует особо отметить, что начальные условия (14.12) выбраны нами исходя из предположения, что плотность энергии вещества $\varepsilon_0\neq 0$. Поэтому и дальнейший расчет будет относиться только к этому случаю. Из экспериментов следует [94], что $20\cdot 10^9$ лет $>\frac{1}{H}>$ $>7{,}5\cdot 10^9$ лет. При таком выборе начальных условий космологическое поле в настоящий момент будет являться тем псевдоевклидовым фоном, на котором мы рассматриваем все другие физические процессы.

Из условий (14.12) следует

$$F(0)=0;\qquad \left.\frac{dF}{dt}\right|_{t=0}=-4H.$$

Уравнение (14.11) приведем к виду

$$\frac{d}{dt}[\dot{F}^2+C_1]=\frac{128\pi}{3}\left\{\varepsilon\sqrt{V^3}\frac{d}{dt}\sqrt{U}-p\sqrt{U}\frac{d}{dt}\sqrt{V^3}\right\}.$$

Учитывая уравнение сохранения (14.4), получим

$$(14.13)\qquad \dot{F}^2+C_1=\frac{128\pi}{3}\varepsilon\sqrt{V^3U}.$$

Интересно отметить, что уравнение (14.13) представляет собой видоизмененную запись закона сохранения плотности энергии вещества и гравитационного поля в плоском пространстве-времени. Действительно, если использовать определения (7.9) и (3.7), уравнение связи (14.6), компоненты плотности тензора энергии-импульса вещества в римановом пространстве-времени (14.2), а также учесть равенства (14.8) и (14.9), то получим

$$(14.14)\qquad t_M{}^{00}=\varepsilon\sqrt{UV^3};\quad t_g{}^{00}=-\frac{3}{128\pi}\dot{F}^2;\quad t_M{}^{0\alpha}=t_g{}^{0\alpha}=0.$$

Поэтому закон сохранения плотности тензора энергии-импульса в плоском пространстве-времени (7.1) будет иметь вид $\frac{\partial}{\partial t}[t_M{}^{00}+t_g{}^{00}]=0$. Отсюда следует, что $t_M{}^{00}+t_g{}^{00}=\mathrm{const}$.

Используя начальные условия (14.12) и выражения (14.14), получим

$$\varepsilon\sqrt{V^3U}-\frac{3}{128\pi}\dot{F}^2=\frac{3}{128\pi}C_1,$$

где $c_1=16H^2(\alpha-1)$; $\alpha=8\pi\varepsilon_0/3H^2$.

Таким образом, полная плотность энергии вещества и гравитационного поля Вселенной в плоском пространстве-времени постоянна на всех этапах ее эволюции. Это означает, что энергия Вселенной в ходе эволюции не изменяется, а лишь перераспределяется между веществом и гравитационным полем.

Используя начальные условия, решение уравнения (14.13) запишем в виде

$$(14.15)\qquad t=-\frac{1}{4H}\int\limits_0^F\frac{dF'}{\sqrt{1-\alpha+\frac{\alpha\varepsilon}{\varepsilon_0}\sqrt{V^3U}}}.$$

Выражения (14.5), (14.10) и (14.15) определяют параметрически всю эволюцию однородной изотропной Вселенной, включая сингулярное состояние (или горячую Вселенную) при произвольном уравнении состояния вещества $p=p(\varepsilon)$ и уравнении связи (14.6), заданном в самом общем виде.

Перейдем в выражениях (14.10) и (14.1) к собственному времени. В том временном промежутке, где $U(t)$ отлична от нуля, можно перейти к собственному времени $\tau(t)$, такому, что $\sqrt{U(t)}\,dt=d\tau$. Интервал в этом случае будет иметь вид

$$dS^2=d\tau^2-V(\tau)\,[dx^2+dy^2+dz^2]. \tag{14.16}$$

Считая настоящий момент $\tau(0)=0$, получим выражения, определяющие эволюцию Вселенной, заданными параметрически:

$$\tau=-\frac{1}{4H}\int_0^F\frac{\sqrt{U}\,dF'}{\sqrt{1-\alpha+\dfrac{\alpha\varepsilon}{\varepsilon_0}\sqrt{UV^3}}}, \tag{14.17}$$

$$\ln V(F)=-\frac{2}{3}\int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon}\frac{d\varepsilon'}{\varepsilon'+p(\varepsilon')}. \tag{14.18}$$

Для функций U и V из уравнения минимальной связи (6.3) имеем

$$\begin{aligned}U&=1-{}^3/_2F+{}^1/_4(9b_4+3b_3)F^2,\\ V&=1-{}^1/_2F+{}^1/_4(b_1+3b_2+3b_3+9b_4)F^2.\end{aligned} \tag{14.19}$$

Исследуем полученные решения в окрестности настоящего момента ($|\tau|\ll 1/4H$) собственного времени. Будем считать, что в окрестности настоящего момента собственного времени давление пренебрежимо мало по сравнению с плотностью энергии $p\ll\varepsilon$. Поэтому из уравнения (14.18) получим, что

$$\varepsilon=\varepsilon_0/\sqrt{V^3(F)}. \tag{14.20}$$

Подставляя выражения для U, V, ε в интеграл (14.17) и интегрируя, имеем

$$\tau=-\frac{1}{4H}\left[F-\frac{3}{8}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)F^2+O(F^3)\right].$$

Выражая из этого соотношения F и подставляя в выражение для $V(F)$, получим

$$V(\tau)=1+2H\tau+H^2\tau^2[{}^3/_2\alpha-3+4(b_1+3b_2+3b_3+9b_4)]+O(H^3\tau^3).$$

Метрика (14.16) с космологическим масштабным фактором $V(\tau)$ приводит к наблюдаемым на эксперименте эффектам. Одним из них является космологическое красное смещение, открытое в 1929 г. Хабблом [95]. Этот эффект заключается в красном смещении спектральных линий, излучаемых далекими галактиками, причем величина смещения прямо пропорциональна расстоянию от галактики до Земли. В ОТО этот эффект был предсказан советским ученым А. А. Фридманом в 1922 г. [96].

В полевой теории гравитации модель однородной Вселенной в окрестности настоящего момента времени (при $H\tau\ll 1$ или $\tau\ll 10^{10}$ лет) также описывает эффект космологического красного смещения частоты: $\Delta\omega=-HL\omega$.

Параметр замедления «расширяющейся» Вселенной $q=1-2V\ddot{V}/\dot{V}^2$ в окрестности настоящего момента времени $\tau=0$ равен

$$q_0=4-{}^3/_2\alpha-4(b_1+3b_2+3b_3+9b_4). \tag{14.21}$$

Для сравнения укажем, что в теории Эйнштейна параметр замедления однородной Вселенной равен $q_0=\alpha/2$. В теории гравитации Эйнштейна параметр замедления является одной из важнейших величин, характеризующих однородную Вселенную в целом: при параметре замедления $q_0<{}^1/_2$ ($\alpha<1$) Вселенная открытая, а при $q_0>{}^1/_2$ ($\alpha>1$) Вселенная закрытая, имеющая конечный объем, но не имеющая границ. В полевой теории гравитации такой взаимосвязи нет, Вселенная имеет бесконечный объем при любых значениях величин α и q_0.

Из оценок массы вещества в галактиках [93] следует, что $\varepsilon_0=3\cdot\cdot10^{-3}$ г/см^3. В этом случае $\alpha=0{,}06$. Тогда параметр замедления в теории Эйнштейна должен быть равен $q_0=0{,}03$, и Вселенная будет открытой, расширяющейся неограниченно. Однако измерения величины параметра замедления дали иной результат.

Так, например, в работе [97] сделан вывод, что значение q_0 находится в диапазоне от 2 до 32, наиболее вероятно значение $q_0=5$. Таким образом, в теории Эйнштейна получающаяся из наблюдений величина параметра замедления вступает в противоречие с наблюдаемой плотностью вещества в галактиках, которая значительно меньше, чем требуется для соответствия. Для устранения этого несоответствия между характеристиками космологического решения теории Эйнштейна и значениями их, получаемыми из наблюдений, в настоящее время предпринимаются попытки как по увеличению величины ε_0 (поиск недостающего вещества в галактиках, «тайна скрытого вещества»), так и по уменьшению значения q_0, получаемого из эксперимента (предположение о наличии сильной эволюции функции светимости галактик от величины красного смещения). Эти попытки не внесли пока определенности в решение данного вопроса.

В полевой теории гравитации, в отличие от ОТО Эйнштейна, параметр замедления определяется не только средней плотностью вещества ε_0 (параметр $\alpha=8\pi\varepsilon_0/3H^2$), но и параметрами минимальной связи, поэтому измерение параметра замедления q_0 позволяет, не обращаясь к постньютоновским экспериментам в Солнечной системе, измерить величину b_1+3b_2+ $+3b_3+9b_4=-{}^1/_4[q_0+{}^3/_2\alpha-4]$.

Характер поведения модели однородной Вселенной в отдаленном прошлом существенно зависит от вида уравнения связи при сильных гравитационных полях.

Если уравнение $V(F_1)=0$ имеет действительные корни, то при $F=F_1$ определитель метрического тензора, а также его пространственные компоненты обращаются в нуль. Поэтому естественно предположить, что при $F=F_1$ реализуется сингулярное состояние Вселенной. Вблизи сингулярного состояния во Вселенной доминируют ультрарелятивистские частицы, уравнение состояния которых имеет вид $p=\varepsilon/3$. Подставляя это уравнение в выражение (14.18), получим

$$\varepsilon=\varepsilon_0/V^2. \tag{14.22}$$

Отсюда следует, что при обращении функции $V(F)$ в нуль плотность полной энергии Вселенной обращается в бесконечность, и при $F=F_1$ действительно реализуется сингулярное состояние Вселенной.

Некоторый момент времени в прошлом $\tau=\tau_m$ отвечает наименьшему положительному корню F^* уравнения $V(F)=0$. Время $T=-\tau_m$ естественно назвать возрастом Вселенной:

$$T=\frac{1}{4H}\int_0^{F^*}\frac{\sqrt{U}\,dF}{\sqrt{1-\alpha+\alpha\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\sqrt{UV^3}}}. \tag{14.23}$$

Введем время $\tau_0=T+\tau$, отсчитываемое от сингулярного состояния:

$$\tau_0=\frac{1}{4H}\int_F^{F^*}\frac{\sqrt{U}\,dF}{\sqrt{1-\alpha+\dfrac{\alpha\varepsilon}{\varepsilon_0}\sqrt{UV^3}}}.$$

В окрестности сингулярного состояния (при $F\sim F^*$) справедливо соотношение (14.22), поэтому мы получим

$$\tau_0=\frac{1}{4H}\int_F^{F^*}\frac{\sqrt{U}\,dF}{\sqrt{1-\alpha+\alpha\sqrt{U/V}}}. \tag{14.24}$$

Выражение (14.24) определяет зависимость собственного времени в окрестности сингулярного состояния от гравитационного поля F и, таким образом, позволяет определить поведение функции $V(\tau)$ в данной окрестности. Характер поведения функций U и V в окрестности сингулярного состояния существенно определяет плотность потоков и спектральные характеристики реликтовых электромагнитного, нейтринного и гравитационного излучений. Поэтому измерение плотности потоков и спектральных характеристик этих реликтовых излучений дает возможность определить поведение уравнения связи при сильных гравитационных полях.

Следует отметить, что если уравнение $V(F_1)=0$ не имеет действительных корней, то модель Вселенной не имеет сингулярного состояния. В этом случае может возникать парадокс Ольберса — расходимость интеграла светимости всех звезд. Действительно, полная энергия звездного света ρ в настоящий момент $\tau=0$ равна [94]

$$\rho=\int_{-\infty}^{0}Z(\tau)V^2(\tau)\,d\tau, \tag{14.25}$$

где $Z(\tau)$ — собственная плотность светимости звезд: $Z(\tau)=\int n(\tau,L)\,dL$, $n(\tau,L)$ — плотность звезд с абсолютной светимостью L в момент τ. Для сходимости интеграла (14.25) необходимо либо существование сингулярного состояния Вселенной ($V(F_1)=0$) при конечном F_1, в результате чего интеграл (14.25) эффективно обрезается на нижнем пределе при некотором $\tau=\tau(F_1)$, либо достаточно быстрое убывание к нулю величины $V(\tau)$ с ростом $|\tau|$: $\tau\cdot V(\tau)Z(\tau)\to 0$ при $|\tau|\to\infty$ $(F\to\infty)$.

Введем следующие обозначения:

$$b_1+3b_2+3b_3+9b_4=w;\qquad 3b_3+9b_4=k. \tag{14.26}$$

С учетом этих обозначений выражение (14.19) перепишем в виде

$$(14.27)\qquad U=1-\frac{3}{2}F+\frac{k}{4}F^2;\qquad V=1-\frac{1}{2}F+\frac{w}{4}F^2.$$

Изучим теперь влияние коэффициентов k и w на характер поведения модели Вселенной. При этом потребуем, чтобы в теории отсутствовали как парадокс типа Ольберса, так и физические особенности метрики Вселенной при конечных значениях плотности энергии вещества. Как следует из выражения (14.27), первое из этих требований может быть удовлетворено лишь при условии $w\leqslant {}^1/_4$. Это условие в силу соотношений (14.21) и (14.26) приводит к ограничению на значение параметра замедления Вселенной в окрестности настоящего момента времени: $q_0\geqslant 3-{}^3/_2\alpha$.

Второе требование накладывает ограничения на значения действительных корней уравнения $U(F)=0$ и тем самым на значение коэффициента k.

В зависимости от величины коэффициентов k и w возможны различные типы моделей Вселенной. Рассмотрим их последовательно.

Модель I:

$$(14.28)\qquad 0\leqslant w\leqslant {}^1/_4 \text{ или } 4-{}^3/_2\alpha\geqslant q_0\geqslant 3-{}^3/_2\alpha.$$

В этом случае оба корня функции V положительны. Наименьший из них, соответствующий сингулярному состоянию Вселенной, равен

$$F^*=(1-\sqrt{1-4w})/w.$$

Величина корня F^* в области значений w (14.28) заключена в пределах $2\leqslant F^*\leqslant 4$. Поскольку область отрицательных значений F соответствует будущему в эволюции Вселенной, то в случае (14.28) Вселенная будет «расширяться» неограниченно долго. При этом ее метрика (14.27) не будет иметь особенностей вне сингулярного состояния Вселенной, если функция U не обращается в нуль в интервале $-\infty<F<F^*$. Легко убедиться, что это возможно лишь при выполнении условия $k>{}^9/_4$.

Для определения возраста Вселенной нам необходимо уравнение состояния вещества. Поскольку точное уравнение состояния вещества мы не знаем, то оценим возраст Вселенной приближенно. Заметим прежде всего, что при любом уравнении состояния вещества выполняется неравенство $0<p\leqslant\varepsilon/3$. В силу выражений (14.18) и (14.27) это означает, что при $0\leqslant F\leqslant F^*$ справедлива оценка $\varepsilon_0/\sqrt{V^3}\leqslant\varepsilon\leqslant\varepsilon_0/V^2$. Поэтому для возраста Вселенной (14.23) имеем

$$T_1\geqslant T\geqslant T_2,$$

где

$$T_1=\frac{1}{4H}\int_0^{F^*}\frac{\sqrt{U}\,dF}{\sqrt{1-\alpha+\alpha\sqrt{U}}};\qquad T_2=\frac{1}{4H}\int_0^{F^*}\frac{\sqrt{U}\,dF}{\sqrt{1-\alpha+\alpha\sqrt{U/V}}}.$$

Как показывает анализ, численные значения величин T_1 и T_2 существенно зависят от значений параметров w и k, изменяясь в широких пределах при изменении этих параметров. Минимальное значение возраста Вселенной для области изменения параметров (14.28) достигается при $w=0$, $k \approx \frac{9}{4}$

$$3/4H \geqslant T \geqslant 2/9H.$$

С увеличением величины параметров w и k в области изменения (14.28) возраст Вселенной монотонно возрастает. Так, например, при $w={}^{1}/_{4}$, $k=12$ уже имеем

$$7/H \geqslant T \geqslant 1/H.$$

Следует отметить, что в рассматриваемом случае в силу неравенств (11.9), (14.28) и условия $k>{}^{9}/_{4}$ параметры минимальной связи b_1 и b_2, а также b_3 и b_4 не равны нулю попарно. Более того, если один из параметров b_1, b_2, b_3, b_4 равен нулю, то все остальные параметры с необходимостью отличны от нуля.

Модель II: $w<0$ или $q_0>4-{}^{3}/_{2}\alpha$. В этом случае корни функции V имеют разные знаки, а следовательно, «расширение» Вселенной в будущем сменится «сжатием» и она возвратится в сингулярное состояние. Эта смена произойдет при достижении масштабным фактором V значения $V=1-1/4w>1$.

Величина корня F^*, соответствующего начальному состоянию Вселенной, заключена в пределах $0<F^*<2$. Возвращение Вселенной в сингулярное состояние произойдет при

$$F_2=(1+\sqrt{1-4w})/w.$$

Легко убедиться, что значение F_2 заключено в пределах $0>F_2>-\infty$. Следует отметить, что метрика Вселенной не будет иметь особенностей между этими сингулярными состояниями лишь в том случае, если функция U не имеет корней в области $F_2<F<F^*$.

Возраст Вселенной в рассматриваемом случае, как показывает анализ, существенно определяется значениями параметров w и k и может быть как больше, так и меньше величины $1/H$.

Таким образом, в полевой теории гравитации нестационарные однородные модели Вселенной описывают космологическое красное смещение и допускают как монотонное, так и немонотонное поведение. Характер поведения модели и время жизни Вселенной существенно зависят от величины параметра замедления q_0: при значениях q_0, заключенных в пределах $4-{}^{3}/_{2}\alpha \geqslant q_0 \geqslant 3-{}^{3}/_{2}\alpha$, Вселенная будет «расширяться» неограниченно долго, а при $q_0>4-{}^{3}/_{2}\alpha$ «расширение» с течением времени уступит место «сжатию» и Вселенная возвратится в сингулярное состояние.

15. ВОЗМОЖНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ПОИСКУ РАЗЛИЧИЙ МЕЖДУ ПРЕДСКАЗАНИЯМИ ПОЛЕВОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ И ОТО ЭЙНШТЕЙНА

Полевая теория гравитации и ОТО Эйнштейна являются совершенно разными теориями гравитации, поскольку основные принципы этих теорий и уравнения гравитационного поля различны. Следовательно, в одной и той же физической ситуации эти теории будут давать различающиеся предсказания. Особенно ярко различие между ними должно проявиться при описании в этих теориях гравитационных волн, а также эффектов, обусловленных сильными гравитационными полями [17—18].

Как было показано в нашей работе [18], характер поведения Вселенной на ранних стадиях ее эволюции в полевой теории гравитации качественно отличается от соответствующего описания Вселенной в ОТО. Поскольку ранние стадии эволюции Вселенной существенно определяют плотности потоков и спектральные характеристики реликтовых электромагнитного, нейтринного и гравитационного излучений, то измерение вышеперечисленных характеристик дает возможность провести качественное сравнение результатов измерений с предсказаниями ОТО и полевой теории гравитации.

Другим эффектом, определяемым сильными гравитационными полями, является описание внутреннего строения сверхплотных объектов. Различие описаний внутреннего строения звезд в полевой теории гравитации и ОТО Эйнштейна, таким образом, должно привести к различным значениям для предельных масс устойчивых звезд.

Существенно различаются также и свойства гравитационных волн в полевой теории гравитации и ОТО Эйнштейна при наличии внешних гравитационных полей.

Обычно в ОТО гравитационными волнами называют волны метрики, и теоретическое исследование этих волн проводят на основе псевдотензоров энергии-импульса. Однако такой подход мы считаем абсолютно лишенным какого-либо физического смысла. Псевдотензоры энергии-импульса в ОТО в принципе не имеют никакого отношения к существованию гравитационного поля, в результате чего все выводы, полученные на их основе, не отражают существа вопроса. В теории Эйнштейна можно говорить только о волнах кривизны, поскольку физической характеристикой гравитационного поля в этой теории является тензор кривизны. Именно этот тензор входит в уравнение девиации (4), лежащее в основе принципа действия любого из квадрупольно-массовых детекторов гравитационных волн.

Наличие волн кривизны в какой-либо области пространства-времени служит явным показателем наличия в этой области гравитационных волн, излучаемых некоторым источником. При этом волны кривизны не могут быть ни созданы, ни уничтожены в результате преобразования координатной системы. Волны же метрики не могут служить критерием наличия гравитационных волн, излучаемых каким-либо источником, поскольку волны метрики могут быть созданы и в результате простого преобразования координатной системы.

Поэтому в дальнейшем под гравитационными волнами в ОТО мы всегда будем подразумевать волны кривизны, описываемые тензором четвертого ранга — тензором кривизны.

В ОТО естественной геометрией для электромагнитных волн и волн метрики является единая риманова геометрия. Поскольку волны кривизны выражаются через вторые производные от поперечной части волн метрики, то и для волн кривизны естественной геометрией является риманова геометрия. Поэтому в теории Эйнштейна распространение электромагнитных волн и волн кривизны будет происходить единообразно: волны кривизны в той же мере, что и электромагнитные волны, подвержены гравитационному смещению частоты $\delta\nu/\nu = U_1 - U_2$, испытывают равное с ними искривление луча $\delta\varphi = 4M/b$ и имеют равные скорости распространения, а следовательно, и одинаковые времена задержки во внешних гравитационных полях.

В полевой теории гравитации естественной геометрией для гравитационного поля является псевдоевклидова геометрия, в то время как вещество описывается в эффективной римановой геометрии. Поэтому в полевой теории гравитации внешние гравитационные поля оказывают влияние только на распространение электромагнитных волн. Гравитационные волны в полевой теории гравитации распространяются по геодезическим псевдоевклидова пространства-времени и для них отсутствуют эффекты гравитационного красного смещения частоты, искривления луча и временной задержки сигнала во внешних гравитационных полях. Скорость распространения гравитационных волн в полевой теории гравитации не зависит от внешних гравитационных полей.

Вышеприведенные отличия свойств гравитационных волн в полевой теории гравитации и ОТО Эйнштейна позволяют предложить ряд экспериментов с использованием слабых гравитационных волн, в которых эти теории дают различающиеся предсказания. В принципе возможны следующие две постановки таких экспериментов.

А. Эксперименты с использованием лабораторных детекторов гравитационных волн. Ожидается [98], что в ближайшем будущем появится возможность регистрации в лабораторных условиях гравитационного излучения, приходящего от внеземных источников. Тогда использование двух или более детекторов гравитационных волн позволит измерить с достаточной точностью угол искривления гравитационного луча в слабом гравитационном поле Солнца. Постановка этого эксперимента будет зависеть от того, является ли внеземной источник гравитационных волн еще и источником электромагнитного излучения или нет.

Если источник гравитационных волн не излучает электромагнитные волны, то данный эксперимент будет аналогичен измерению искривления светового луча. В этом случае сравнение полученного значения угла искривления гравитационного луча с соответствующими значениями, предсказываемыми полевой теорией гравитации ($\delta\varphi = 0$) и ОТО Эйнштейна ($\delta\varphi = 4M/b$), покажет, в какой степени предсказания этих теорий согласуются с результатами экспериментов.

Если источник гравитационных волн излучает и электромагнитные волны, то схема эксперимента значительно упрощается, т. к. согласно ОТО «электромагнитное» и «гравитационное» изображения источника всегда будут совпадать.

Согласно полевой теории гравитации картина будет несколько иная. При приближении края диска Солнца к линии, соединяющей источник гравитационных волн и наблюдателя, «гравитационное» и «электромагнитное» изображения источника начнут раздваиваться, причем «электромагнитное» изображение будет наблюдаться отстоящим дальше от центра Солнца, чем «гравитационное». При касании краем диска Солнца линии, соединяющей наблюдателя и источник гравитационных волн, угловое расстояние между «электромагнитным» и «гравитационным» изображениями источника будет максимально и равно $\delta\varphi = 4M/b$. Перекрывание диском Солнца линии источник — наблюдатель приведет к исчезновению «электромагнитного» изображения. После прохождения диском Солнца этой линии «электромагнитное» изображение вновь возникнет, причем опять будет наблюдаться отстоящим дальше от центра Солнца на угловое расстояние $\delta\varphi = 4M/b$, чем «гравитационное» изображение. При удалении диска Солнца от линии источник — наблюдатель угловое расстояние между «электромагнитным» и «гравитационным» изображениями будет уменьшаться, и при $b \to \infty$ оба изображения совпадут.

Б. Эксперименты, использующие лабораторные и космические детекторы гравитационных волн. Следует, однако, ожидать, что достаточно мощные источники слабых гравитационных волн в астрофизических условиях встречаются чрезвычайно редко. Поэтому может оказаться, что те источники гравитационных волн, которые можно зарегистрировать на Земле, достаточно далеко удалены от плоскости орбиты Земли, а следовательно, не перекрываются диском Солнца. В этом случае для постановки эксперимента, в котором полевая теория гравитации и ОТО дают различающиеся предсказания, наряду с лабораторным детектором гравитационных волн существенно необходимо использовать и космические детекторы.

В настоящее время решение проблемы обнаружения гравитационных волн обычно связывают с возможностью их детектирования в лабораторных условиях. Однако мы считаем, что гравитационные волны могут быть обнаружены и по наличию характерных особенностей у электромагнитной волны, возникающей в результате взаимодействия гравитационных волн с электромагнитными полями астрофизических объектов, например с полем вращающейся нейтронной звезды.

Этот новый способ обнаружения гравитационных волн в отдельных случаях может оказаться гораздо эффективнее, чем традиционные лабораторные способы детектирования, т. к. нейтронные звезды имеют электромагнитные поля, напряженность которых недостижима в лабораторных условиях ($\mathcal{H} \sim 10^{12} \div 10^{15}$ э), и поля такой напряженности простираются на значительные расстояния ($r \sim 10^6 \div 10^8$ см), образуя тем самым космический детектор гравитационных волн.

Другое преимущество предлагаемого нами нового способа состоит в том, что возникающую в результате взаимодействия электромагнитную волну можно регистрировать с применением современных радиотелескопов, собирающая поверхность которых достигает 10^4 м^2. Создание же лабораторных детекторов гравитационных волн с таким поперечным сечением маловероятно даже в ближайшем будущем.

В зависимости от взаимного расположения источника гравитационных волн и космического детектора возможны следующие две схемы экспериментов.

Первая из них реализуется, если источник слабых гравитационных волн находится внутри вращающейся нейтронной звезды.

Многие нейтронные звезды [99] имеют электромагнитное поле, совпадающее с полем вращающегося магнитного диполя, магнитная ось которого составляет некоторый угол ψ_0 с осью вращения. Кроме того согласно работам [100—101] в недрах звезд происходит фоторождение гравитонов в кулоновских и магнитных дипольных полях частиц, составляющих вещество звезды, а также в магнитном поле всей звезды. Таким образом, звезды являются источниками слабых гравитационных волн, причем в зависимости от спектра исходных фотонов результирующее гравитационное излучение может принадлежать любой области частот.

Расчеты показывают, что в полевой теории гравитации, так же как и в ОТО Эйнштейна, в результате взаимодействия слабых гравитационных волн с электромагнитным полем вращающейся нейтронной звезды возникает электромагнитная волна, которая будет иметь ряд уникальных особенностей (амплитудная модуляция, необычная поляризация, дрейф субимпульсов и т. д.). Таким образом, наблюдатель на Земле по этим особенностям с большой степенью достоверности может сделать вывод, что данная электромагнитная волна возникла в результате взаимодействия гравитационной волны с электромагнитным полем вращающейся звезды. Амплитуда возникшей электромагнитной волны будет несколько различна в этих теориях из-за различного влияния статического гравитационного поля на процесс взаимодействия, что, в общем, несущественно. Для нас более важно то обстоятельство, что во внешнем статическом гравитационном поле дальнейшее распространение рожденной электромагнитной и исходной гравитационной волн в полевой теории гравитации и в ОТО Эйнштейна будет происходить различным образом.

Согласно ОТО Эйнштейна обе волны будут распространяться по одним и тем же траекториям (лучам), претерпевая одинаковые гравитационные красные смещения частоты, испытывая одинаковые искривления луча и имея одинаковые групповые скорости. Поэтому наблюдатель на Земле, регистрируя эти волны, должен обнаружить совпадение их частот, одинаковую форму импульсов внутри «окна», отсутствие временной задержки между приходом электромагнитного и гравитационного импульсов, а также совпадение «электромагнитного» и «гравитационного» изображений источника.

В полевой теории гравитации возникшая электромагнитная волна при ее распространении во внешнем гравитационном поле также будет подвержена гравитационному красному смещению частоты, ее лучи будут искривляться и групповая скорость будет зависеть от потенциала внешнего поля. Гравитационные же волны в полевой теории гравитации не подвержены влиянию гравитационного поля, поэтому они будут распространяться с постоянной скоростью, не изменяя частоты и не искривляясь во внешних гравитационных полях.

В этом случае наблюдатель на Земле, регистрируя обе волны, должен обнаружить красное смещение электромагнитного спектра относительно спектра гравитационного, а также наличие временного запаздывания между приходом гравитационного и электромагнитного импульсов внутри «окна». Кроме того, «гравитационное» и «электромагнитное» изображения источника в общем случае не будут совпадать.

Следует отметить, что результаты этого эксперимента позволяют получить также и ряд важных астрофизических данных.

Действительно, как показано в работе [102], по частоте и глубине амплитудной модуляции, а также по поляризации электромагнитной волны можно определить частоту вращения ω_0 нейтронной звезды, угол ψ_0 между осью вращения и магнитным моментом звезды, а также угол θ между осью вращения и направлением на Землю. Измеряя плотности потоков гравитационной и электромагнитной волн на Земле, мы можем определить коэффициент превращения α, а тем самым и величину произведения напряженности магнитного поля на поверхности звезды и ее радиуса.

Кроме того, в полевой теории гравитации этот эксперимент дает возможность по величине красного смещения электромагнитного спектра относительно гравитационного спектра измерить разность гравитационных потенциалов между точкой наблюдения и поверхностью звезды:

$$U_2-U_1=-\delta\nu/\nu.$$

Измеряя время запаздывания между приходом гравитационного и электромагнитного импульсов ΔT, можно определить средний гравитационный потенциал $\overline{U}$ на пути распространения электромагнитной волны:

$$\overline{U}=\frac{1}{L}\int U\,dl\simeq\frac{\Delta T}{2L},$$

где L — расстояние между нейтронной звездой и Землей.

Если источник гравитационных волн находится вне нейтронной звезды, то анализ результатов наблюдений будет несколько сложнее, т. к. в этом случае источник, космический детектор и лабораторный детектор будут расположены в вершинах треугольника. Однако и в этом случае результаты наблюдений позволяют сделать вывод о свойствах гравитационных волн, а также получить ряд сведений об астрофизических объектах.

Таким образом, в ближайшем будущем после создания лабораторных детекторов гравитационных волн появится реальная возможность проверить предсказания полевой теории гравитации и ОТО Эйнштейна о свойствах гравитационных волн во внешних гравитационных полях.

16. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели формулировку полевой теории гравитации как теории симметрического тензорного поля второго ранга в плоском пространстве-времени. При этом в теории имеют строгий смысл обычные представления о переносе энергии физическими полями, и гравитационное поле, так же как и все другие физические поля, переносит положительно-определенную энергию-импульс. Уравнения движения материи формулируются в терминах эффективного риманова пространства-времени с метрическим тензором g_{ni}, что обеспечивает теории равенство инертной и гравитационной масс точечного тела. Объединение представлений о гравитационном поле как о физическом поле, переносящем энергию и аналогичном другим физическим полям, с принципом тождественности приводит к новым уравнениям гравитационного поля и изменяет наши представления о пространстве-времени. Уравнения гравитационного поля в веществе являются нелинейными из-за нелинейной зависимости источника от компонент гравитационного поля. Источником в уравнениях гравитационного поля служит вещество, само гравитационное поле является источником лишь постольку, поскольку выражение $T^{ni}\frac{\partial g_{ni}}{\partial f_{lm}}$ зависит от компонент гравитационного поля. Вне вещества уравнения поля линейные. При этом из-за калибровочной инвариантности уравнения гравитационного поля, являющиеся уравнениями в частных производных четвертого порядка, вне вещества переходят в уравнения второго порядка.

Постньютоновское приближение полевой теории гравитации показывает, что все параметры теории совпадают с параметрами теории Эйнштейна.

Таким образом, полевая теория гравитации и теория Эйнштейна неразличимы с точки зрения любых гравитационных экспериментов, выполненных с постньютоновской точностью в гравитационном поле Солнечной системы. В полевой теории гравитации отсутствует предпочтительная система покоя, поскольку геометрия псевдоевклидова пространства-времени является не априорной, а естественной геометрией для всех физических полей, в том числе и для гравитационного поля. Риманово же пространство-время для движения вещества является эффективным пространством-временем, отражающим лишь воздействие гравитационного поля на вещество в псевдоевклидовом пространстве-времени. Поэтому полевая теория гравитации ни по смыслу, ни по уравнениям поля не попадает в класс так называемых двуметрических теорий гравитации.

В полевой теории гравитации понятие тензора энергии-импульса является общим для всех физических полей, поэтому существование волн кривизны в римановом пространстве-времени отражает перенос энергии-импульса гравитационными волнами в псевдоевклидовом пространстве-времени. Поэтому в полевой теории гравитации имеется возможность проводить различные энергетические расчеты. В полевой теории гравитации потери энергии на излучение слабых гравитационных волн медленно движущимся источником определяются выражением

$$(16.1)\qquad -\frac{dE}{dt}=\frac{G}{45c^5}\dddot{D}_{\alpha\beta}^{2}.$$

В ОТО подсчет потерь энергии источником, а также определение потоков энергии гравитационных волн оказываются невозможными, т. к. в теории Эйнштейна нет каких-либо законов сохранения, связывающих изменение тензора энергии-импульса вещества с существованием волн кривизны. Поэтому и формула (16.1) в принципе не следует из ОТО.

Уравнения поля полевой теории гравитации отличаются от уравнений теории Эйнштейна, что приводит к существенно различным описаниям в этих теориях эффектов в сильных гравитационных полях, а также свойств гравитационных волн. К числу этих отличий относится отсутствие в полевой теории искривления гравитационного луча, проходящего возле массивных тел, в результате чего массивные тела не оказывают фокусирующего действия на гравитационные волны. Кроме того, в отличие от теории Эйнштейна, в полевой теории изменение частоты свободных гравитационных волн, излучаемых каким-либо источником, происходит только вследствие относительного движения источника и наблюдателя (допплер-эффект), т. к. гравитационное красное смещение свободных гравитационных волн в вакууме отсутствует.

Как и в теории Эйнштейна, в полевой теории гравитации гравитационное поле нестатического сферически-симметричного источника вне вещества является статическим полем. Нестационарные однородные модели Вселенной в полевой теории гравитации описывают космологическое красное смещение и допускают как монотонное, так и не монотонное поведение. В отличие от теории Эйнштейна, параметр замедления определяется не только средней плотностью вещества во Вселенной, но и параметрами минимальной связи, поэтому в полевой теории гравитации не возникает тех трудностей, которые имеют место в ОТО Эйнштейна, связанных с недостаточной средней плотностью вещества для получения наблюдаемого параметра замедления.

Проделанный обзор различных гравитационных экспериментов показывает, что полевая теория гравитации позволяет описать всю имеющуюся совокупность экспериментальных фактов.

Литература

[1] *Синг Дж.* Общая теория относительности. М.: ИЛ, 1963, 492 с.
[2] *Ehlers J. et al.*— Astrophys. J. Lett., 1976, *208*, № 2, 77–81.
[3] *Thorne K.* Gravitational-wave research: current status and future prospects. Preprint OAP-575, Massachussets, 1979.
[4] *Burke W. L.*— J. Math. Phys., 1971, *12*, № 3, 401–418.
[5] *Synge J. L., Schild A.* Tensor calculus. Toronto, 1952.
[6] *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. М.: Наука, 1965, т. 1, 699 с.
[7] *Hu N.*— Proc. Roy. Irish Acad., 1947, *51*, ser. A, 87–95.
[8] *Smith S., Havas P.*— Phys. Rev.,1965, *B138*, № 2, 495–508.
[9] *De Witt C. M., Gring J. L.*— Commun. Rend. Acad. Sci., 1970, *251*, № 18, 1868–1870.
[10] *Infeld L.*— Ann. Phys., 1959, *6*, № 4, 341–367.
[11] *Trautman A.*— Bull. Acad. Polon. Sci., 1958, *6*, № 10, 627–633.
[12] *Peres A.*— Nuovo Cim., 1959, *13*, № 2, 439–441.
[13] *Петрова Н. М., Сандина И. В.*– ДАН СССР, 1974, *217*, 319–321.
[14] *Сандина И. В.* Уравнения движения и излучение в релятивистской теории гравитации: Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. физ.-матем. наук. Алма-Ата: КГУ, 1972.
[15] *Денисов В. И., Логунов А. А.*– ТМФ, 1980, *43*, № 2, 187–201.
[16] *Логунов А. А.* и др.– ТМФ, 1979, *40*, № 3, 291–328.
[17] *Власов А. А., Денисов В. И., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.*– ТМФ, 1980, *43*, № 2, 147–187.
[18] *Денисов В. И., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.*– ЭЧАЯ, 1981, 12, № 1, 5–99.
[19] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. М.: Наука, 1973, 504 с.
[20] *Лобачевский Н. И.* Полное собрание сочинений. М.: Гостехиздат, 1949, т. 2, с. 159.
[21] *Петров А. З.* Новые методы в общей теории относительности. М.: Наука, 1966, 496 с.
[22] *Minkowski H.*— Phys. Z., 1909, *10*, 104.
[23] *Рашевский П. К.* Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Наука, 1967, 664 с.
[24] *Логунов А. А., Фоломешкин В. Н.*– ТМФ, 1977, *32*, № 3, 291–325.
[25] *Einstein A.*— Ann. Phys., 1912, *38*, 355–369.
[26] *Einstein A.*— Phys. Z., 1913, *14*, 1249–1262.
[27] *Einstein A., Fokker A. D.*— Ann. Phys., 1914, *44*, 321–329.
[28] *Nordström G.*— Ann. Phys., 1913, *40*, 856–863.
[29] *Nordström G.*— Ann. Phys., 1913, *42*, 533–542.
[30] *Whitehead A. N.* The principle of relativity. Cambridge, 1922.
[31] *Lillwood D. E.*— Proc. Cambridge Philos. Soc., 1953, *49*, № 1, 90–96.
[32] *Papapetrou A.*— Z. Phys., 1954, *139*, 518–531.
[33] *Papapetrou A.*— Math. Nachr., 1954, *12*, 129–143.
[34] *Bergmann O.*— Amer. J. Phys., 1956, *24*, 38–42.

[35] *Yilmaz H.*— Phys. Rev., 1958, *111*, 1417–1426.
[36] *Пугачев Я. И.* – Изв. ВУЗов, физика, 1959, № 6, 152–161.
[37] *Whitrow G. J., Morduch G. E.*— Nature, 1960, *188*, 790–794.
[38] *Yilmaz H.* In: Evidence for gravitational theories. New York, 1962, 34–41.
[39] *Dehnen H.*— Ann. Phys., 1964, *13*, 101–108.
[40] *Codelupi R.*— Note, recens. notiz., 1970, *19*, 258–262.
[41] *Muraskin M.*— Ann. Phys., 1970, *59*, 27–41.
[42] *Wagoner R. V.*— Phys. Rev., 1970, *D1*, 3209.
[43] *Петров А. З.*– ДАН СССР, 1970, *190*, 305–308.
[44] *Бриллюэн Л.* Новый взгляд на теорию относительности. М.: Мир, 1972, 142 с.
[45] *Ni W. T.*— Astrophys. J., 1972, *176*, 769–796.
[46] *Rosen N.*— Phys. Rev., 1971, *D3*, 2317–2319.
[47] *Rosen N.*— Gen. Relat. and Gravit., 1973, *4*, 435–447.
[48] *Ni W. T.*— Phys. Rev., 1973, *D7*, 2880–2883.
[49] *Lightman A. P., Lee D. L.*— Phys. Rev., 1973, *D8*, 3293–3302.
[50] *Petry W.*— Ann. Inst. H. Poincare, 1975, *A22*, 277–290.
[51] *Тредер Г. Ю.* Теория гравитации и принцип относительности. М.: Атомиздат, 1973, 168 с.
[52] *Petry W.*— Ann. Phys., 1976, *33*, 6–20.
[53] *Will C. M.*— Astrophys. J., 1977, *214*, 826–839.
[54] *Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж.* Гравитация, т. 3. М.: Мир, 1977, 510 с.
[55] *Thirring W.*— Ann. Phys., 1961, *16*, 96–117.
[56] *Зельдович Я. Б., Новиков И. Д.* Теория тяготения и эволюция звезд. М.: Наука, 1971, 484 с.
[57] *Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж.* Гравитация, т. 1, гл. 7. М.: Мир, 1977, 474 с.
[58] *Логунов А. А., Фоломешкин В. Н.*– ТМФ, 1977, *32*, № 2, 147–166.
[59] *Логунов А. А., Фоломешкин В. Н.*– ТМФ, 1977, *32*, № 2, 167–175.
[60] *Логунов А. А., Фоломешкин В. Н.*– ТМФ, 1977, *33*, № 2, 174–184.
[61] *Денисов В. И., Логунов А. А.*– ТМФ, 1980, *45*, № 3, 291–301.
[62] *Logunov A. A., Denisov V. I.* In: Abstracts of contributed papers for the discussion groups 9 International conference on General Relativity and Gravitation. Yena, DDR, 1980, v. 3, 184–185.
[63] *Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.* Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1973, 416 с.
[64] *Deser S.*— Gen. Relat. and Gravit., 1970, *1*, 9.
[65] *Ogievetsky V. I., Polubarinov I. V.*— Ann. Phys., 1965, *35*, 167–208.
[66] *Barnes K. J.*— J. Math. Phys., 1965, *6*, 788–794.
[67] *Fronsdal C.*— Nuovo Cim., 1958, *9*, 416–443.
[68] *Владимиров В. С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1971, 512 с.
[69] *Фок В. А.* Теория пространства, времени и тяготения. М.: Физматгиз, 1961, 504 с.
[70] *Will C. M.*— Astrophys. J., 1973, *185*, 31–42.
[71] *Hulse R. A., Taylor J. H.*— Astrophys. J. Lett., 1975, *195*, 51.
[72] *Taylor J. H., Fowler L. A., McCulloch P. M.*— Nature, 1975, № 277, 437.
[73] *Will C. M., Nordtvedt K., Jr.*— Astrophys. J., 1972, *177*, 757–774.
[74] *Will C. M.*— Astrophys. J., 1971, *169*, 125–140.
[75] *Lee D. L., Lightman A. P., Ni W. T.*— Phys. Rev., 1974, *D10*, 1685.
[76] *Иваницкая О. С.* Лоренцев базис и гравитационные эффекты в эйнштейновой теории тяготения. Минск: Наука и техника, 1979, 336 с.
[77] *Shapiro I.*— Science, 1967, *157*, 806.
[78] *Shapiro I.*— Phys. Rev. Lett., 1964, *13*, 789.
[79] *Reasenberg R. D. et al.*— Astrophys. J. Lett., 1979, *234*, 219–221.
[80] *O'Connel R. F.*— Gen. Relat. and Gravit., 1972, *3*, 123–133.
[81] *Коноплева Н. П.*– УФН, 1977, *123*, 537–563.
[82] *Will C. M.* In: Proc. IX Texas Symposium on Relativistic Astrophysics. Munich, Germany, 1978.
[83] *Dicke R. H., Goldberg H. M.*— Phys. Rev. Lett., 1967, *18*, 313–316.
[84] *Shapiro I. I. et al.*— Phys. Rev. Lett., 1972, *28*, 1594–1597.
[85] *Nordtvedt K., Jr.*— Phys. Rev., 1968, *170*, 1186.
[86] *Thorne K. S., Will C. M.*— Comments on Astrophys. and Space Phys., 1970, *2*, 35.
[87] *Nordtvedt K., Jr.*— Phys. Rev., 1973, *D7*, 2347–2356.
[88] *Williams J. et al.*— Phys. Rev. Lett., 1976, *36*, 551–554.
[89] *Shapiro I. et al.*— Phys. Rev. Lett., 1976, *36*, 555–558.
[90] *Nordtvedt K., Jr., Will C. M.*— Astrophys. J., 1972, *177*, 775–792.
[91] *Will C. M.*— Astrophys. J., 1971, *169*, 141–155.
[92] *Брагинский В. Б., Панов В. И.*– ЖЭТФ, 1971, *61*, 873–879.
[93] *Oort J.* Distribution of galaxies and density in the Universe. Brussels, 1959.
[94] *Вейнберг С.* Гравитация и космология. М.: Мир, 1975, 696 с.
[95] *Hubble E. P.*— Proc. Nat. Acad. Sci., 1929, *15*, 169.
[96] *Friedman A.*— Z. Phys., 1922, *10*, 377.
[97] *Turner E. L.*— Astrophys. J., 1979, *230*, 291.

[98] *Брагинский В. Б., Манукин А. Б.* Измерение малых сил в физических экспериментах. М.: Наука, 1974, 152 с.
[99] *Дайсон Ф., Тер Хаар Д.* Нейтронные звезды и пульсары. М.: Мир, 1973, 191 с.
[100] *Papini G., Valluri S. R.*— Canad. J. Phys., 1975, *53*, 2306–2314.
[101] *Papini G., Valluri S. R.*— Canad. J. Phys., 1976, *54*, 76–79.
[102] *Denisov V. I.*— Sov. Phys. JETP, 1978, *47*, № 2, 209–212.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию 19.V.1981 г.

NEW THEORY OF SPACE-TIME AND GRAVITATION

Denissov V. I., Logunov A. A.

Field theory of gravitation is constructed which is using symmetrical second rank tensor field in pseudoeuclidean space-time for describing the gravitational field. The theory is based on the condition of the presence of conservation laws for gravitational field and matter taken together and on the geometrization principle.

The field theory of gravitation has the same post-newtonian parameters as the general relativity theory (GRT) which implies that both theories are indistinguishable from the viewpoint of any post-newtonian experiment. The discription of the effects in strong gravitational fields as well as properties of gravitational waves in the field theory of gravitation and GRT differ significantly from each other. The distinctions between two theories include also the absence in the field theory of gravitation of the effects of gravitational red shift, curving of light trajectories and time delay in processes of propagation of gravitational waves in external fields. These distinctions made it possible to suggest a number of experiments with gravitational waves in which the predictions of the field theory of gravitation can be compared with those of the GRT. Model of the Universe in the field theory of gravitation makes it possible to describe the cosmological red shift of the frequency. Character of the evolution in this model is determined by the delay parameter q_0: at $q_0 \leqslant 4 - \frac{3}{2}\alpha$ the Universe will expand for an indefinitely long time while at $q_0 > 4 - \frac{3}{2}\alpha$ the «expansion» at some moment will change to «contraction» and the Universe will return to the singular state.