НАЦИОНАЛЬНАЯ
АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ГЛАВНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ
ОБСЕРВАТОРИЯ

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ:

признание временем

КИЕВ НАУКОВА ДУМКА 2015

УДК 530.12:531.51

А в т о р ы
А.Н. АЛЕКСАНДРОВ, И.Б. ВАВИЛОВА, В.И. ЖДАНОВ, А.И. ЖУК,
Ю.Н. КУДРЯ, С.Л. ПАРНОВСКИЙ, Е.В. ФЕДОРОВА, Я.С. ЯЦКИВ

В монографии приведен обзор современного состояния общей теории относительности в преддверии ее столетнего юбилея. Кратко изложены основы этой теории, систематизированы экспериментальные проверки и очерчены основные области ее приложений в астрофизике, космологии и астрометрии с учетом результатов последнего десятилетия.

Для научных сотрудников, аспирантов и студентов, специализирующихся в области общей теории относительности, а также для всех, кто интересуется вопросами общей теории относительности, релятивистской астрофизики и космологии.

У монографії наведено огляд сучасного стану загальної теорії відносності напередодні її столітнього ювілею. Стисло викладено основи цієї теорії, систематизовано експериментальні перевірки і окреслено основні галузі її застосування в астрофізиці, космології та астрометрії з урахуванням результатів останнього десятиріччя.

Для наукових працівників, аспірантів і студентів, які спеціалізуються в галузі загальної теорії відносності, а також для всіх, хто цікавиться питаннями загальної теорії відносності, релятивістської астрофізики і космології.

Р е ц е н з е н т
доктор физико-математических наук *В.А. Пелых*

Рекомендовано к печати ученым советом
Главной астрономической обсерватории НАН Украины
(протокол № 11 от 31.07.2012 г.)

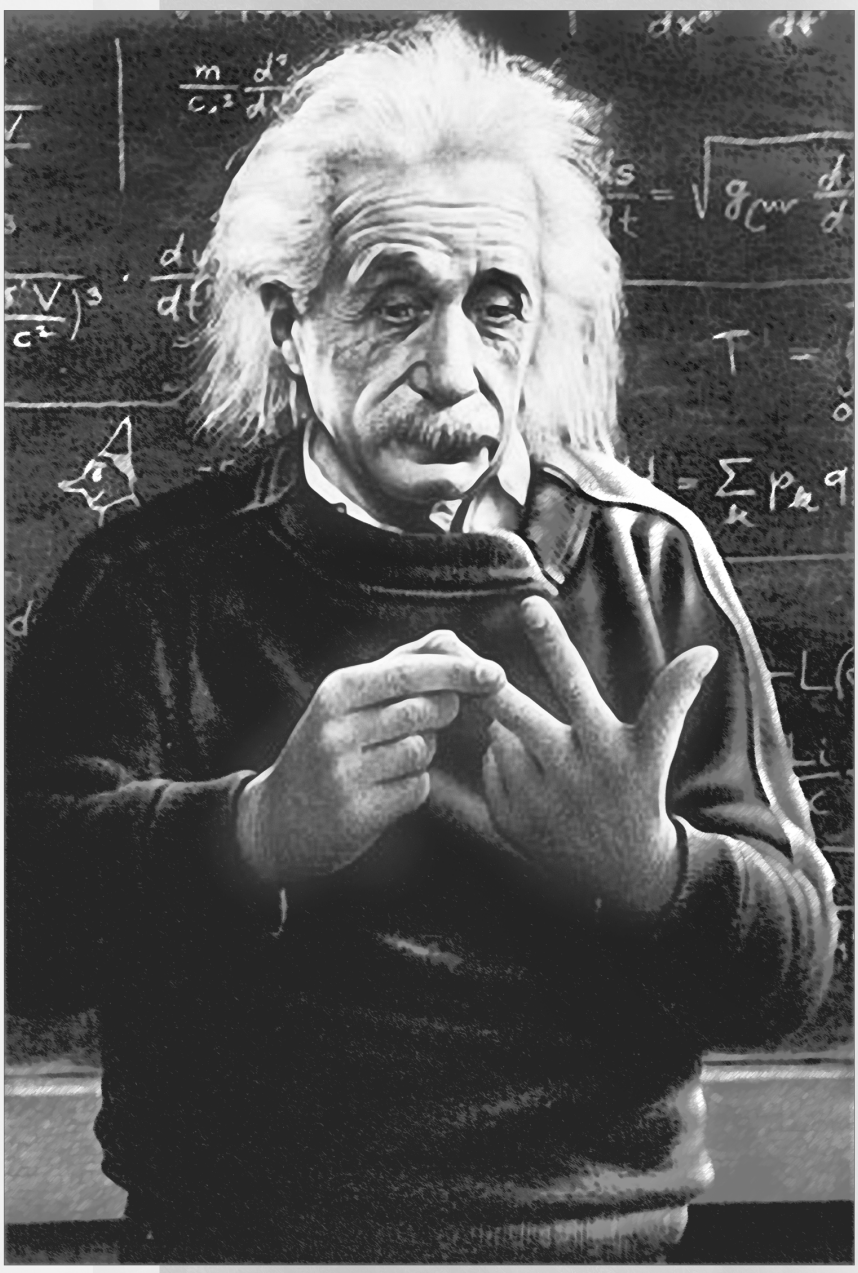
Видання здійснено за державним замовленням
на випуск видавничої продукції

Научно-издательский отдел физико-математической
и технической литературы

Редактор *В.В. Вероцкая*

© А.Н. Александров, И.Б. Вавилова,
В.И. Жданов, А.И. Жук, Ю.Н. Кудря,
С.Л. Парновский, Е.В. Федорова,
Я.С. Яцкив, 2015
© НПП «Видавництво “Наукова думка”
НАН України», дизайн, 2015
ISBN 978-966-00-1497-8
© И.Т. Жук, художественное оформление

К столетию
общей теории
относительности



ПРЕДИСЛОВИЕ

Вечная загадка мира —
это его познаваемость. ...
Сам факт этой познаваемости
представляется чудом.

Альберт Эйнштейн

Уважаемые читатели!

Перед вами третья книга практически одного и того же коллектива авторов, посвященная общей теории относительности (ОТО), ее проверкам и возможным приложениям. Первая книга «Загальна теорія відносності: випробування часом» вышла в 2005 г. в Главной астрономической обсерватории НАН Украины (г. Киев). Ее авторы Я.С. Яцкив, А.Н. Александров, И.Б. Вавилова, В.И. Жданов, Ю.Н. Кудря, С.Л. Парновский, Е.В. Федорова, С.В. Хмиль. Книга была посвящена Всемирному году физики, провозглашенному ЮНЕСКО к столетию со времени выхода в свет первой работы Альберта Эйнштейна по теории относительности.

Длительное время общая теория относительности интересовала ограниченный круг теоретиков. Но новые астрономические открытия оживили интерес как к самой общей теории относительности, так и к ее проверкам, а появление новых высокоточных космических и наземных измерительных средств открыло новые возможности для таких проверок. Эта ситуация отражена во второй книге «Загальна теорія відносності: горизонти випробувань» (авторы Я.С. Яцкив, А.Н. Александров, И.Б. Вавилова, В.И. Жданов, А.И. Жук, Ю.Н. Кудря, С.Л. Парновский, Е.В. Федорова, С.В. Хмиль), вышедшей в 2013 г.

В третьей книге существенно переработан материал некоторых глав. Кроме того, в связи с

изменением подхода к изложению материала и с учетом последних достижений в этой области науки введены новые главы. Особое внимание уделено модификациям общей теории относительности и вопросам космологии ранней Вселенной.

Как и в предыдущих двух книгах, здесь кратко изложены основы общей теории относительности и ее проверок, очерчены области современных и будущих приложений общей теории относительности. При изложении материала авторы отдавали предпочтение результатам, которые с большой долей вероятности можно считать достоверными и которые получили признание международного научного сообщества.

Идея написания книги, ее вводная и заключительная части, а также общее руководство авторским коллективом принадлежат Я.С. Яцкиву.

Автор первой и второй глав об основах общей теории относительности В.И. Жданов (п. 2.3 написан совместно с С.Л. Парновским). Автор третьей главы по альтернативным теориям гравитации А.И. Жук, за исключением п. 3.1 и 3.2, которые написаны В.И. Ждановым и А.Н. Александровым.

В подготовке базовой четвертой главы, посвященной гравитационным экспериментам, принимали участие А.Н. Александров, И.Б. Вавилова, С.Л. Парновский.

Пятую главу о перспективах гравитационно-волновых исследований написал Ю.Н. Кудря. В работе над шестой главой о приложениях общей теории относительности в астрофизике принимали участие В.И. Жданов, Ю.Н. Кудря и Е.В. Федорова.

Седьмая глава по космологии подготовлена С.Л. Парновским (п. 7.1, 7.3—7.6) при участии В.И. Жданова (п. 7.2). Восьмая глава по релятивистской астрометрии подготовлена Я.С. Яцкивом, А.Н. Александровым и В.И. Ждановым.

Это распределение достаточно условно; в обсуждении многих глав и параграфов принимали участие практически все авторы, причем отдельные тексты рождались в результате бурных дискуссий.

Надеемся, что книга будет воспринята научной общественностью с интересом. Будем признательны за замеченные читателями недостатки и погрешности, которые в книге, конечно, имеются и которые авторы учтут в дальнейших исследованиях.

Авторы

ВВЕДЕНИЕ

Все должно быть изложено
так просто, как только
возможно, но не проще.

Альберт Эйнштейн

С давних времен философы и ученые старались разгадать тайны природы, используя для этого как можно меньше исходных понятий. В этой связи среди великих физиков и астрономов особое место занимают Ньютон, Максвелл и Эйнштейн — ученые, которые достигли наибольших успехов в познании законов природы.

Как известно, открытие свойств нашей Вселенной сопровождалось революционными переменами: Пифагор (около 580—500 гг. до н. э.) полагал, что Земля имеет форму шара, Коперник и Кеплер (XVI в.) предложили гелиоцентрическую модель мира и законы движения планет вокруг Солнца и т. д. Со временем, более трех столетий назад, началось изучение физической картины мира. Ньютон впервые предложил целостную математическую модель всемирного тяготения.

Через сто лет Максвелл объединил силы электричества и магнетизма, показав, что свет является проявлением такого единства. Это стало началом новой эры в развитии науки и техники и новых теоретических поисков. В 1905 г. Эйнштейн объединил понятия пространства и времени, а через одиннадцать лет он же показал, что ньютоновская гравитация является проявлением этого объединения, а именно описывается кривизной единого пространственно-временного многообразия. Так наука обогатилась двумя гениальными открытиями — специальной теорией относительности и общей теорией относительности.

Общая теория относительности была сформулирована Альбертом Эйнштейном [139] в окончательном варианте сто лет назад. Продолжительное время экспериментальная база проверок этой теории была весьма ограниченной. Однако в 60—70-е годы прошлого столетия новые астрономические открытия вызвали всплеск интереса к общей теории относительности и ее проверкам, а появление новых высокоточных средств измерений предоставило для них новые возможности.

Интерес к общей теории относительности значительно возрос в последние десятилетия. Причины здесь те же самые, что и в 1970-е годы, когда начали интенсивно использовать новые средства измерения времени и угловых астрономических величин.

В наше время новые возможности для проверок общей теории относительности в значительной мере обусловлены использованием космической техники и масштабными обзорами неба. Стимулом для этого были и остаются сугубо научные основы общей теории относительности, а также ее приложения, прежде всего в астрономии.

В настоящее время созданы мощные наземные и космические обсерватории, радиоинтерферометрические комплексы, глобальные навигационные спутниковые системы, сверхточные стандарты времени и др. Это существенно повысило точность астрономических наблюдений и проведение на их основе специальных тестов общей теории относительности.

Общая теория относительности стала важным средством получения новых знаний о Вселенной, в том числе об экстремальных астрофизических и космологических явлениях. В Солнечной системе невозможно воссоздать физические условия, которые были в ранней Вселенной и которые реализуются внутри активных ядер галактик, в гиперновых звездах. Для изучения этих явлений повсеместно используется наука о гравитации. Однако уровень развития и экспериментального подтверждения общей теории относительности в экстремальных условиях не всегда соответствует потребностям науки в современном познании мира.

Важным толчком для поиска возможных обобщений общей теории относительности стали космологические пробле-

мы, связанные с темной материей и темной энергией. За открытие ускоренного расширения Вселенной астрофизики Сол Перлматтер, Адам Рис и Брайан Шмидт стали Нобелевскими лауреатами 2011 г. по физике.

Еще раньше, в 2006 г., Нобелевскую премию по физике получили Джон Мазер и Джордж Смут за открытие анизотропии космического микроволнового фонового излучения. Развитие этих и других исследований вывело космологию на новый, более высокий уровень. Однако на этом уровне возникают и новые проблемы: круг наших знаний расширяется, одновременно увеличивается та граница знаний, где наука соприкасается с неизвестным.

1 ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ: историко-библиографическая справка

Но вот наступил двадцатый век,
век выдающихся открытий
и откровений.
Роджер Пенроуз

1.1. ГЕНЕЗИС

Идея о неевклидовости физического пространства пробивала себе дорогу с XIX века, начиная от Николая Ивановича Лобачевского и Яноша Бойяи. Сначала было показано, что геометрия, не использующая пятый постулат Евклида о параллельных прямых, внутренне непротиворечива. Естественно, возникает вопрос, насколько пятый постулат соответствует физическим реалиям. Известно, что великий Карл Фридрих Гаусс также пришел к аналогичной мысли (хотя и не довел ее до законченной публикации) и пытался проверить этот постулат с помощью триангуляционных измерений в горах Гарца. В своей работе 1826 г. «О началах геометрии» Лобачевский ставит вопрос о последствиях новой геометрии для описания механических явлений. Бернгард Риман, который существенно развил аппарат неевклидовой (римановой) геометрии, размышлял в 1854 г. в этом контексте о «распространении эмпирического опыта ... в направлении непомерно большого или непомерно малого»; в частности, он допускал существование кривизны пространства, ощутимой на очень больших масштабах, по сравнению с которыми «часть Вселенной, доступная телескопам, очень мала ...». Уильям Клиффорд в 1876 г. предположил, что пространство состоит из участков различной кривизны, причем изменения кривизны связаны с движением материи. Но эти догадки, хотя и очень правильные, были еще далеки от построения последовательной теории пространства-времени.

Для начала XX века характерно тщательное обсуждение взаимосвязи физического опыта, теоретических моделей и аксиоматики, связанных с такими фундаментальными понятиями, как пространство, время и относительность движения. Было убедительно продемонстрировано, что определенные теоретические конструкции типа «абсолютной системы координат» и абсолютного времени отнюдь не обусловлены опытом. Блестящие успехи специальной теории относительности (СТО) подтвердили принципиальную важность анализа измерений и в конечном счете — необходимость правильного понимания, что действительно может измерять наблюдатель, а что является лишь плодом человеческой фантазии. Например, движение может быть только относительным; абсолютное движение, без привязки к наблюдателю, является фикцией.

В СТО идея относительности касалась только инерциальных движений. Однако Эрнст Мах писал: «Для меня вообще существует только относительное движение, и я не могу здесь допустить какое-то различие между движением вращательным и поступательным. Если тело вращается относительно неподвижных звезд, возникают центробежные силы ... Можем ли мы, держа неподвижно ньютонов сосуд с водой, вращать относительно него небо со звездами и доказать, что в этом центробежные силы отсутствуют?». Здесь можно выделить два пункта: а) локальная относительность инерциальных и неинерциальных систем отсчета, б) принцип Маха — инерция тел обусловлена взаимодействием со всеми другими телами Вселенной. Взгляды Маха произвели большое впечатление на Эйнштейна [605, с. 27—32]. Пункт а) реализован в ОТО и метрических теориях тяготения в виде принципа эквивалентности между гравитацией и инерцией; справедливость или ошибочность пункта б) до сих пор остается невыясненной.

В 1907 г. Альберт Эйнштейн, воодушевленный успехом СТО, распространяет принцип относительности на неинерциальные системы с помощью принципа эквивалентности [604, с. 65—114]: «... в гравитационном поле все тела ускоряются одинаково. Поэтому ... будем предполагать полную физическую равноценность гравитационного поля и соответствующего ускорения системы отсчета. Это предположение распространяет принцип относительности на случай равномерно ускоренного движения системы отсчета». На этой основе Эйнштейн вычислил красное смещение частоты света, источник которого находится в гравитационном

поле. Это был первый решающий шаг в создании релятивистской теории тяготения.

После неудачных попыток построить скалярную теорию гравитационного поля второй решающий шаг был сделан в 1913 г., когда Эйнштейн понял, что для описания наблюдательных эффектов в гравитационном поле необходимо привлечь метрический тензор четырехмерного риманова пространства-времени. На эту мысль его навело четырехмерное представление СТО, предложенное в работах Германа Минковского. Важную роль сыграло также сотрудничество с Марселем Гроссманом, с которым Эйнштейн дружил еще со студенческих лет [605, с. 350—356]. Но правильные уравнения для метрического тензора еще были неизвестны; это составило очередную задачу. После длительных поисков в конце 1915 г. Эйнштейн опубликовал окончательный вид этих уравнений. Еще до этого им было предсказан эффект гравитационного отклонения света в поле Солнца и рассчитана релятивистская поправка к прецессии перигелия Меркурия — единственный наблюдаемый на тот момент астрономический эффект ОТО. Совпадение с наблюдательным результатом подтвердило уверенность в правильности теории, построенной дедуктивным путем. Полностью теория в завершенном виде (но еще без космологической постоянной) была опубликована Эйнштейном в 1916 г. [604, с. 452—504]. Заметим, что в 1915 г. уравнения гравитационного поля были также получены Дэвидом Гильбертом [493, с. 133—145], который исходил из вариационного принципа. Точнее, Гильберт предложил общее рассмотрение функционала действия для электрических и гравитационных явлений, из которого в частном случае только гравитационного взаимодействия вытекали правильные уравнения для метрического тензора.

1.2. РАЗВИТИЕ

Развитие ОТО не завершилось публикацией Эйнштейном ее основ в 1916 г. Отметим наиболее важные вехи в разработке теоретического аппарата этой теории. Подробные литературные ссылки можно найти в [510, 556, 557, 562, 577]. Относительно наблюдательных основ ОТО, ее астрофизических и космологических приложений и современного состояния гравитационного эксперимента см. также [606, 607]. Современное состояние и проблемы космологии хорошо освещены в [516, 517].

1.2.1. После создания ОТО возникла идея применить теорию к описанию Вселенной в целом. Эйнштейн (1917) ввел в уравнения поля космологическую постоянную, чтобы обеспечить существование стационарного космологического решения. Аналогичное решение было исследовано де Ситтером (1917). После работ Эйнштейна и де Ситтера А.А. Фридман (1922) нашел нестационарные космологические решения, описывающие однородную и изотропную Вселенную, а У. Хаббл (1929) обнаружил разбегание галактик. Казалось бы, необходимость введения космологической постоянной отпала. Однако в конце прошлого века было экспериментально выяснено, что эта постоянная имеет ненулевое значение.

Для исследования структурной эволюции Вселенной необходимо изучить отклонения от условий однородности и изотропии. Эту задачу впервые рассмотрел Е.М. Лифшиц (1946) для небольших масштабов по сравнению с космологическими [550]; позже эти исследования были дополнены многими авторами [532]. Исследования физических полей во фридмановском пространстве-времени, а также изучение гидродинамических, гравитационных и других отклонений от однородного и изотропного фона являются исходным элементом для объяснения современной неоднородности в распределении вещества во Вселенной и наблюдений мелкомасштабной анизотропии микроволнового реликтового излучения.

1.2.2. К вопросам космологии примыкают математические исследования общей структуры пространства-времени [575, 601]. В 60-х годах прошлого века возникла оживленная дискуссия о существовании космологической сингулярности. Некоторые авторы предполагали, что космологическая сингулярность при $t \to 0$, характерная для решений Фридмана, является следствием высокой симметрии и не присуща общему случаю. Казалось, что при наличии растущих (при $t \to 0$) возмущений можно было избежать сингулярности и таким образом продолжить решение в область отрицательных *t*. Однако во второй половине 1960-х годов Роджером Пенроузом и Стивеном Хокингом был доказан ряд теорем качественного характера о геодезической полноте; были приведены условия, при которых или возникает сингулярность, или имеются другие причины, по которым невозможно предвидеть будущее. Из этих работ, в частности, следовала неизбеж-

ность первичной космологической сингулярности в «стандартной» космологической модели. С другой стороны, В.А. Белинский, Е.М. Лифшиц и И.М. Халатников построили общее асимптотическое решение уравнений Эйнштейна в окрестности начала космологического расширения [550], которое содержит сингулярность. Поскольку при наличии сингулярности теория не работает, необходимо модифицировать ее в области аномально больших плотностей, вероятно, с учетом квантовых эффектов. Другой аргумент, свидетельствующий о необходимости модификации стандартной модели, связан с космологическими проблемами (горизонта, плоскостности и др.).

1.2.3. Внутренняя непротиворечивость и возможность предвидеть будущее принципиальны для любой теории. На математическом языке это означает существование и единственность решений эволюционных уравнений теории, в данном случае ОТО. Начиная с 1950-х годов, эти вопросы рассматривали И. Шоке-Брюа, А. Лихнерович, А. Фишер, Дж. Марсден и другие исследователи, используя методы нелинейного анализа и теории гиперболических уравнений в частных производных. Здесь, как правило, речь идет о локальных результатах, т. е. существование решения доказывают в некоторой окрестности данных Коши (см. библиографию в [579, 601]).

Качественные результаты по глобальным свойствам решений (топология, теоремы о коллапсе и сингулярности) отражены в работах Р. Пенроуза [575], С. Хокинга и Дж. Эллиса [601]. Для анализа проблемы исходных данных и динамики гравитационного поля существенную роль сыграл формализм АДМ (Р. Арновитт, С. Дезер и Ч. Мизнер [494, 557]). Принципиально важным является доказательство положительной определенности энергии в ОТО (П. Шон, С. Яо, Э. Виттен [385, 451, 594]).

1.2.4. Для астрофизических приложений первостепенную роль играют точные решения, описывающие черные дыры (ЧД): в сферически симметричном случае (К. Шварцшильд, 1916) и при наличии вращения (Р. П. Керр, 1963). Известны обобщения этих решений на случай, когда ЧД имеет заряд (в этом случае решают совместную систему уравнений Эйнштейна и Максвелла), а также для ненулевой космологической постоянной [546]. Важные результаты относительно свойств ЧД и условий их образования получены Р. Пенроузом, С. Хокингом, В. Израэлем, Б. Картером

[564, 575, 601]. Детально изучены уравнения, описывающие процессы электромагнитного и гравитационного излучения в окрестности ЧД [531, 564]. В геометрии Керра для уравнений основных волновых полей можно провести разделение переменных (С.А. Тюколски, 1972).

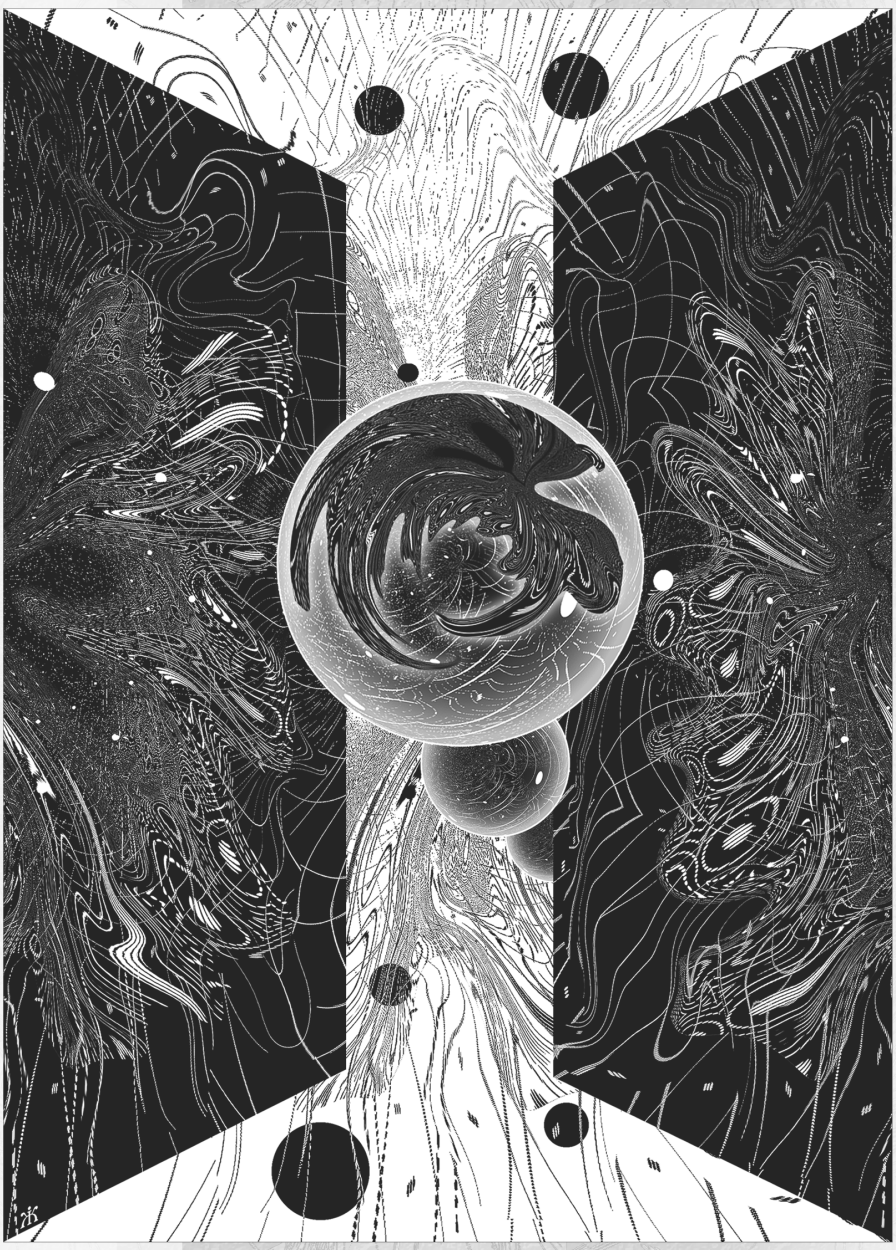
Как известно, ЧД в ОТО не излучает. Однако квантовые процессы в окрестности классических (т. е. неквантовых) ЧД приводят к возникновению чернотельного излучения и к уменьшению массы дыры. Этот эффект впервые рассчитан С. Хокингом (1972) и носит его имя [564]. Спецификой излучения Хокинга, отличающей его от других квантово-полевых процессов рождения частиц в сильных полях, является его обусловленность наличием горизонта событий. Процесс Хокинга может быть астрофизически значимым при наличии ЧД с массой меньше $\sim 10^{14}$ г. Но ЧД с такой малой массой не может образоваться в результате обычного коллапса. И пока нет ни указаний на существование таких объектов, ни рассуждений о возможностях их образования. Уникальное по полноте рассмотрение математических вопросов теории ЧД можно найти в двухтомнике С. Чандрасекара [602] (формализм Ньюмена—Пенроуза, теоремы о ЧД, детали вывода решения Керра и уравнений волновых полей в пространствах Шварцшильда и Керра). Различные вопросы, связанные с теорией ЧД, рассмотрены в работах [515, 583, 589, 603].

1.2.5. Решения Шварцшильда, Керра и космологические решения Фридмана можно считать наиболее применяемыми среди множества точных решений, известных в ОТО. Как правило, точные решения отражают определенные симметрии пространства-времени, и их можно искать с помощью группового анализа. Мощный импульс к изучению точных решений в свое время был дан алгебраической классификацией гравитационных полей (А. З. Петров, 1950 [576, 577]). На основе классификации Петрова позже было выяснено асимптотическое поведение полей излучения изолированной системы (теорема Сакса о расщеплении).

Инвариантный анализ метрик пространства-времени в связи с алгебраической структурой тензоров Римана и Вейля, а также классификация по группам движений приведены в работе А. З. Петрова [577]. Важную роль для получения точных результатов в ОТО сыграл формализм изотропной тетрады, предложен-

ный Э. Ньюменом и Р. Пенроузом (1962) [602]. Достаточно полный перечень точных решений уравнений ОТО можно найти в [546].

1.2.6. В разные периоды значительное внимание ученых привлекали приближенные методы решения уравнений поля, в частности, в связи с выводом уравнений движения массивных тел и вычислением эффектов гравитационного излучения. В первых работах по проблеме движения, написанных при участии Эйнштейна, массивные тела считали точечными или рассматривали как сингулярности поля. Это направление отражено в книгах [539, 587]. С современной точки зрения более физической является постановка задачи о движении протяженных астрономических тел; это направление начато В. А. Фоком [597] (см. также [507]). Библиография работ по проблеме движения в связи с квадрупольной формулой Эйнштейна для расчета потерь энергии при наличии гравитационного излучения приведена в [502, 579].



2 ОСНОВЫ СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Идеи Эйнштейна открыли новый путь изучения Вселенной и дали новый стимул старой астрономической науке, сравнимый по силе лишь с тем, который дал ей Коперник.

Макс Борн

2.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И МЕТРИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ ТЯГОТЕНИЯ

Общая теория относительности является представителем так называемых *метрических теорий тяготения*, которые удовлетворяют фундаментальным постулатам о существовании римановой метрики, а также общим принципам, которые определяют поведение негравитационных физических полей в искривленном пространстве-времени. Аксиоматику метрических теорий тяготения, которая резко ограничивает поиск вариантов теории, проверяют с помощью так называемых «нулевых» экспериментов. Во всех метрических теориях уравнения негравитационных полей в заданном гравитационном поле одинаковы. Разные метрические теории различаются уравнениями для самого метрического тензора.

2.1.1. Геометрия пространства-времени

Пространственно-временные отношения между объектами моделируются определенными математическими средствами, среди которых основную роль играет множество событий M, или *пространство-время* (ПВ). *Событие* — точка ПВ — это исходное понятие теории относительности, абстракция реальных событий, таких, например, как распад частицы или столкновение двух точечных тел. Событие в ПВ определяется четырьмя координатами x^{μ}, $\mu = 0,1,2,3$.

В теории относительности принимается, что множество M является четырехмерным дифференцируемым многообразием[1]. Это дает возможность применять мощный аппарат математического анализа для описания физических процессов. Соответствие между пространственно-временными отношениями, которые существуют в реальном мире, и их теоретическим отображением устанавливается с помощью *системы отсчета*, которая связывает теоретическую модель физического процесса с практической процедурой его измерений.

В специальной теории относительности имеется класс выделенных систем отсчета, для определения которых необходимо задать шкалу времени (часы) и трехмерную прямоугольную декартову систему координат, причем ее начало и оси (а также часы) жестко связаны с некоторым телом отсчета (или телами), которое движется по инерции и не вращается. Временная ось вместе с пространственными осями координат образуют четырехмерную декартову координатную сетку x^{α}_{L}. Такие системы отсчета (а также координаты) называют *лоренцевыми* в честь Хендрика Лоренца, который внес выдающийся вклад в построение СТО. При фиксированных единицах измерения времени и расстояний лоренцевы системы отсчета различаются относительной скоростью, положением начала координат и ориентацией пространственных осей.

В присутствии гравитации такого общего класса физически выделенных систем координат, покрывающих все пространство, не существует. Возникает альтернатива: или вводить такие системы формально, не привязываясь к физическим объектам, или считать все системы координат равноправными и формулировать уравнения математической физики координатно-независимым образом. Второе требование выполняется, если уравнения записаны в тензорной форме. Это обстоятельство имеет большую эвристическую ценность, если рассматривать его среди других постулатов теории тяготения. Известно, что в тензорном виде можно записать практически любые уравнения, но для этого необходимо ввести дополнительные геометрические объекты (например, базисные векторные поля некоторой системы координат). Поэтому нетривиальным является предположение, что

[1] Понятие многообразия — одно из базовых в современной геометрии. С физической точки зрения главным в этом понятии является наличие — в окрестности каждой точки — множества систем координат, которые связаны между собой дифференцируемыми преобразованиями.

ковариантная запись уравнений теории тяготения *возможна без введения дополнительных (помимо метрики) объектов или условий, которые описывают выделенную систему координат (принцип ковариантности).*

Рассмотрим основные понятия и определения теории относительности. Пусть x, $x+dx$ — близкие точки на траектории $x(p)$ наблюдателя или некоторого физического тела, размерами которого можно пренебречь. В СТО для определения интервала собственного времени $d\tau$, измеряемого часами наблюдателя между этими точками, справедлива формула

$$d\tau = \frac{1}{c} ds , \tag{2.1}$$

где c — скорость света,

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx_L^{\mu} dx_L^{\nu}, \quad \| \eta_{\mu\nu} \| = \mathrm{diag}(1,-1,-1,-1) , \; x^0 = ct, \tag{2.2}$$

причем соотношение (2.2) справедливо лишь в лоренцевых координатах. Величину ds^2 называют квадратом *интервала*; эта величина имеет фундаментальное значение в СТО. Квадратичная форма (2.2) сохраняет вид при переходах от одной лоренцевой системы отсчета к другой. Соответствующая метрика названа именем Германа Минковского, который впервые проинтерпретировал СТО на языке геометрии четырехмерного ПВ.

Далее выбираем систему единиц, в которой скорость света $c = 1$. В этом случае все четыре координаты имеют одинаковую размерность — длины; в частности $x^0 \equiv t$; $d\tau \equiv ds$.

После преобразования от лоренцевых координат к произвольным $x_L^{\alpha} \to x^{\alpha} = x^{\alpha}\left(x_L^{\beta}\right)$ получаем формулу

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x) dx^{\mu} dx^{\nu} \tag{2.3}$$

с метрическим тензором $g_{\mu\nu}$, где

$$g_{\mu\nu}(x) = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial x_L^{\alpha}}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial x_L^{\beta}}{\partial x^{\nu}} . \tag{2.4}$$

Формула (2.3) целиком определяет геометрию ПВ. С помощью метрического тензора выражают углы между направлениями и расстояния между точками в собственном трехмерном пространстве наблюдателя.

Возникает вопрос: всегда ли можно записать произвольный метрический тензор $g_{\mu\nu}$ в виде (2.4)? Ответ на этот вопрос отрицательный. Для того чтобы работала формула, подобная (2.4), необходимо и достаточно (см., например, [524]), чтобы во всем пространстве выполнялось равенство

$$R^{\alpha}{}_{\beta\mu\nu} = 0\,, \tag{2.5}$$

где

$$R^{\alpha}{}_{\beta\mu\nu} = \partial_{\mu}\Gamma^{\alpha}_{\nu\beta} - \partial_{\nu}\Gamma^{\alpha}_{\mu\beta} + \Gamma^{\alpha}_{\mu\sigma}\Gamma^{\sigma}_{\nu\beta} - \Gamma^{\alpha}_{\nu\sigma}\Gamma^{\sigma}_{\mu\beta} \tag{2.6}$$

— тензор кривизны Римана, $\Gamma^{\alpha}_{\mu\sigma}$ — риманова связность (символы Кристоффеля второго рода): $\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} = \dfrac{g^{\mu\nu}}{2}\left\{\dfrac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\beta}} + \dfrac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^{\alpha}} - \dfrac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^{\nu}}\right\}$.

Здесь и далее используем правило Эйнштейна о суммировании по повторяющимся индексам. Риманово пространство с метрическим тензором вида (2.4) является, по определению, плоским[1]; его называют пространством Минковского.

Фундаментальная идея ОТО Эйнштейна состояла в том, чтобы связать гравитацию со свойствами пространства-времени. Если существование лоренцевой системы координат $\{x^{\alpha}_{L}\}$, где компоненты $g_{\mu\nu}$ являются постоянными, отражает факт однородности пространства-времени, то при наличии гравитации такой однородности уже нет. Об этом свидетельствуют эксперименты по измерению интервалов времени, а также наблюдения траекторий световых лучей в гравитационном поле. Поэтому при наличии гравитации необходимо отказаться от соотношения (2.4). При этом коэффициенты $g_{\mu\nu}(x)$ квадратичной формы (2.3) приобретают новое содержание: пространство-время не является плоским, а тензор кривизны $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$, соответствующий $g_{\mu\nu}$, вообще говоря, не равен нулю. Сигнатуру[2] тензора $g_{\mu\nu}$, отражающего локальные свойства квадратичной формы (2.3), естественно выбрать такую

[1] Плоское пространство можно определить как риманово пространство с равным нулю тензором кривизны.

[2] Сигнатура квадратичной формы — разность между числом положительных и отрицательных коэффициентов после приведения к диагональной форме.

же, как у тензора Минковского (лоренцева сигнатура). Это означает, что в каждой отдельной точке ПВ путем преобразования координат[1] квадратичная форма может быть приведена к виду (2.2). Таким образом, *множество событий есть четырехмерное риманово многообразие с метрическим тензором* $g_{\mu\nu}$*, имеющим лоренцеву сигнатуру.*

Отличие $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ от нуля является необходимым и достаточным признаком присутствия ненулевого гравитационного поля, которое описывается метрическим тензором $g_{\mu\nu}$. В ОТО компоненты $g_{\mu\nu}$, которые входят в формулу (2.3) для квадрата интервала, целиком определяют псевдориманову геометрию, а вместе с нею и гравитационное поле, которое проявляется в измерениях времени и наблюдениях траекторий пробных тел. В частности, при условии $ds^2 > 0$ формула (2.3) определяет собственное время, измеренное часами наблюдателя на траектории, соединяющей близкие точки x и $x + dx$.

Существование метрического тензора $g_{\mu\nu}$ можно считать математическим отражением нашей возможности измерять собственное время, длины, углы и т. п. В теории гравитации априори могут фигурировать кроме метрики еще какие-то скалярные или тензорные поля. Например, в известных скалярно-тензорных теориях гравитации наряду с метрическим тензором фигурирует скалярное поле.

2.1.2. Принцип эквивалентности

Гравитационное поле проявляет себя через взаимодействие с другими полями, например, влиянием на траектории пробных тел и фотонов. Путь к теоретическому описанию этого взаимодействия и наблюдаемых величин указывают различные формулировки принципа эквивалентности (ПЭ). В частности, краеугольным камнем метрических теорий тяготения является *эйнштейновский принцип эквивалентности* (ЭПЭ).

В формулировке ЭПЭ можно выделить три составляющие [593]:

слабый принцип эквивалентности (СПЭ) — траектория незаряженного пробного тела зависит только от его начального положения и начальной скорости и не зависит от его внутренней структуры или состава;

[1] Для разных точек такие преобразования, вообще говоря, будут разными!

принцип локальной лоренц-инвариантности (ЛЛИ) — результат любого негравитационного локального эксперимента не зависит от скорости свободно падающей лаборатории;

принцип локальной позиционной инвариантности — результат любого негравитационного локального эксперимента не зависит от того, где и когда во Вселенной он проводится. В частности, значения фундаментальных физических констант не изменяются ни с течением времени, ни в пространстве.

Мы привели формулировку ЭПЭ, которую можно считать традиционной. Но при этом надо сделать некоторые замечания. Здесь существенно понятие «локальный эксперимент» так же, как далее понятия «локальные измерения», «локальная лаборатория». В римановом ПВ понятие локальности вполне конкретно: здесь речь идет об измерениях или экспериментах, в которых роль кривизны ПВ, определяемой тензором Римана и его инвариантами, пренебрежимо мала. В более общем случае, или если не привязываться к определению кривизны, речь идет о масштабах, значительно меньших, чем некоторый характерный масштаб гравитационных «приливных» эффектов в свободно движущейся лаборатории. Далее, хотя во втором пункте речь идет лишь о независимости от скорости лаборатории, было бы точнее говорить об инвариантности экспериментальных результатов относительно преобразований собственной ортохронной группы Лоренца[1]. Второй и третий принципы вместе создают аналог пуанкаре-инвариантности, присущий фундаментальной физике при отсутствии гравитации. На данный момент никаких нарушений этих принципов не обнаружено.

Рассмотрим наблюдения в лаборатории, размеры которой достаточно малы по сравнению с характерными масштабами гравитационного поля. Предположим, что на лабораторию извне не действуют никакие силы, кроме гравитационных, т. е. она свободно движется в гравитационном поле. Тогда, в соответствии с ЭПЭ, *внутри такой лаборатории действуют законы* СТО. Это утверждение дает гораздо больше, чем некий принцип соответствия, связывающий ОТО и СТО; его ценность обусловлена тем, что, записав известные уравнения *негравитационных* полей СТО в локальной системе наблюдателя, ввиду принципа ковариантности мы получим уравнения ОТО в любой системе.

[1] Отметим, что при рассмотрении глобальных свойств ПВ как многообразие считается ориентируемым по направлению времени и с учетом пространственной ориентации [575, 601].

Заметим, что в слабом принципе эквивалентности используется понятие пробной частицы как идеализированного точечного объекта. Этот принцип применим к реальным телам в той мере, в которой их можно считать пробными частицами. Согласно СПЭ гравитационная масса каждого тела строго пропорциональна инертной, поэтому при обычном выборе единиц измерения эти массы считают равными.

Наряду с СПЭ рассматривают также *сильный принцип эквивалентности*, формулировка которого распространяется на тела, в которых ощутим вклад гравитации в полную массу (гравитационный дефект массы). Большинство метрических гравитационных теорий не удовлетворяет требованию сильного ПЭ, но в ОТО этот принцип действует.

Шифф [375] выдвинул гипотезу, в соответствии с которой эйнштейновский принцип эквивалентности есть следствие слабого ПЭ. Эта гипотеза подтверждена на примере некоторых моделей (см., например, [593]). Конечно, строгое доказательство гипотезы Шиффа возможно лишь в рамках единой теоретической схемы, которая охватывает метрические и неметрические теории тяготения.

Как отдельный (хотя и не совсем независимый) постулат отметим принцип соответствия или *существование ньютоновского предела* для экспериментов в слабом гравитационном поле. Из этого принципа вытекает, что в определенной системе координат

$$g_{00} \approx 1 + 2U, \tag{2.7}$$

где U — ньютоновский гравитационный потенциал, который в выбранных единицах безразмерен. Соотношение (2.7) должно выполняться в линейном по $|U| \ll 1$ приближении. Это — необходимое и достаточное условие, чтобы уравнения движения пробных тел имели ньютоновский предел в слабом гравитационном поле.

2.1.3. Негравитационные поля и наблюдаемые величины в искривленном ПВ

Эйнштейновский принцип эквивалентности — глубокое физическое утверждение, которое нужно формализовать в математических терминах. Для этого удобно ввести локально-лоренцеву (в точке) систему координат. Систему координат назы-

вают *лоренцевой в точке m* (или *локально-лоренцевой*), если в этой системе $g_{\mu\nu}(m) = \eta_{\mu\nu}$, причем все производные $\partial_\alpha g_{\mu\nu}(m) = 0$. В окрестности m эта система наиболее соответствует системе отсчета локального наблюдателя, который свободно движется в гравитационном поле. Она моделирует ту локальную лабораторию, о которой идет речь в ЭПЭ. Можно показать, что такая система всегда существует для любой точки m. Локально-лоренцевы координаты соответствуют инерциальной системе отсчета плоского пространства, где метрический тензор сводится к $\eta_{\mu\nu}$ во всем пространстве.

Пусть m — любая точка многообразия событий M. Дальнейшее утверждение можно считать формализацией ЭПЭ.

Постулат локальной лоренцевости. *Пусть система координат лоренцева в точке m. Тогда в этой системе все уравнения для локальных физических величин в точке m совпадают с соответствующими соотношениями СТО.*

Этот постулат гарантирует соответствие с СТО, т. е. переход к специальной теории относительности при условии отсутствия гравитации, и, вместе с требованием ковариантности, однозначно определяет все тензорные соотношения для локальных полей в метрической теории гравитации. Здесь мы считаем, что локальные соотношения — это такие, которые определены в точке полевыми функциями (компонентами негравитационных полей) и их производными не выше первого порядка. Соответственно будем называть локальными поля или величины, которые можно полностью описать локальными соотношениями. Например, электромагнитное поле является локальным, поскольку уравнения Максвелла для наблюдаемых величин — напряженностей электрического и магнитного поля — содержат лишь первые производные.

Важным является вопрос определения наблюдаемых величин, связанных с векторными и тензорными физическими полями в произвольных координатах. Например, тензор электромагнитного поля $F^{\mu\nu}$ в каждой точке ПВ — это многокомпонентная величина. Ее числовые значения определяют относительно локального векторного базиса $e^{\mu}_{(a)}(x)$ (в скобках внизу обозначен номер вектора: $a = 0,1,2,3$). В СТО роль базиса выполняет координатный репер лоренцевых координат. Удобно рассматривать ортонормированный базис, т.е. базис, удовлетворяющий соот-

ношениям

$$g_{\mu\nu} e^{\mu}_{(a)} e^{\nu}_{(b)} = \eta_{ab}, \quad a,b = 0,1,2,3 . \tag{2.8}$$

Такую ортонормированную четверку векторных полей называют *тетрадой*[1]. На практике направления векторов тетрады фиксируют с помощью некоторой физической процедуры (например, наблюдениями внегалактических источников излучения). Формально заданное поле тетрады дает возможность восстановить метрический тензор, поскольку формулу (2.8) можно записать в виде $g_{\mu\nu} = \eta_{ab} e^{(a)}_{\mu} e^{(b)}_{\nu}$, где $e^{(a)}_{\mu}$ — матрица, обратная $e^{\mu}_{(a)}$. Однако практически (экспериментально) векторы тетрады можно определить только на мировых линиях наблюдателей. В других точках ПВ, где исследуют тензорные поля, тетрада может быть определена лишь теоретически с учетом формулы (2.8), законов распространения света, уравнений движения и т. п., для чего нужно знать метрику. При рассмотрении ограниченного круга задач часто используют частичное определение системы отсчета, задавая в базовых координатах лишь метрику (или метрику и одно или два векторных поля) [511, 563]. Более подробно системы отсчета и наблюдаемые в ОТО рассмотрены в главе 9 в связи с астрономическими приложениями.

Пусть $x^{\mu}(s)$ — мировая линия (траектория) некоторого квазиинерциального наблюдателя, где $s = \tau$ — собственное время на траектории, $u^{\mu} = dx^{\mu} / ds$ — его 4-скорость. В точке m, которая принадлежит траектории, вводим локально-лоренцеву систему отсчета. В этой точке координатный репер образует ортонормированную тетраду $e^{\mu}_{(a)}$. Положим $e^{\mu}_{(0)} = u^{\mu}$, остальные векторы тетрады реализуют декартовы орты собственной локально-лоренцевой системы наблюдателя. Тогда можно использовать принцип локальной лоренцевости и определить в точке m компоненты электрического $\mathbf{E} = (E_i)$ и магнитного $\mathbf{B} = (B_i)$ полей (u = 1, 2, 3):

$$E_i = e^{\mu}_{(0)} e^{\nu}_{(i)} F_{\mu\nu}, \quad B_i = -\frac{1}{2} \sum_{j,k=1,2,3} \varepsilon_{ijk} e^{\mu}_{(j)} e^{\nu}_{(k)} F_{\mu\nu},$$

где ε_{ijk} — трехмерный символ Леви-Чивита.

[1] Возможна и другая нормировка тетрады, например, в тетраду Ньюмена—Пенроуза входят изотропные векторы.

Рассмотрим, как работает принцип локальной лоренцевости на примере уравнений электромагнитного поля. В соответствии с постулатом локальной лоренцевости в точке m в системе координат, которая соответствует базису $e^{\mu}_{(a)}$, уравнения электродинамики имеют тот же вид, что и в СТО. В локально-лоренцевых координатах в точке m частные производные первого порядка по координатам равны компонентам ковариантной производной, которая является тензором. Запишем уравнения Максвелла (пока что только в точке m) согласно постулату локальной лоренцевости, заменив обычные производные ковариантными:

$$F^{\mu\nu}{}_{;\nu} = -\frac{4\pi}{c} J^{\mu}, \tag{2.9}$$

$$F_{\alpha\beta;\gamma} + F_{\beta\gamma;\alpha} + F_{\gamma\alpha;\beta} = 0. \tag{2.10}$$

Точка с запятой в нижнем индексе означает ковариантное дифференцирование. Далее используем предположение, что $F^{\mu\nu}$ — тензор. Тогда (2.10) является тензорным соотношением; поскольку, если компоненты тензора равны нулю в одной системе координат, то они равны нулю и во всех системах. Итак, в точке m тензорное соотношение (2.10) полностью определено компонентами в локально-лоренцевой системе. Однако поскольку m выбрана произвольно, это означает, что соотношение выполняется во всем пространстве.

Аналогичным способом можно получить уравнения движения заряженной частицы малых размеров в гравитационном и электромагнитном полях:

$$\frac{\delta u^{\mu}}{ds} = \frac{e}{m} F^{\mu}{}_{\nu} u^{\nu}, \tag{2.11}$$

где $s = \tau$ — собственное время вдоль мировой линии частицы $x^{\mu}(s)$, $u^{\mu} = dx^{\mu}/ds$; δ/ds означает ковариантное дифференцирование вдоль траектории частицы.

При отсутствии электромагнитного поля получаем

$$\frac{\delta}{ds}\frac{dx^{\mu}}{ds} = 0, \tag{2.12}$$

т. е. пробное тело ненулевой массы движется вдоль геодезической. Уравнения геодезических для лучей света можно получить

в приближении геометрической оптики непосредственно из уравнений Максвелла (2.9), (2.10).

Для решения задач астрофизики и космологии к уравнениям движения тел и электромагнитного поля необходимо добавить уравнения, которые описывают движение сплошной среды. Во многих таких задачах работают уравнения гидродинамики. При отсутствии диссипативных эффектов их получают из ковариантного закона сохранения:

$$T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0\,, \tag{2.13}$$

где тензор энергии-импульса

$$T^{\mu\nu} = (p + \varepsilon)u^{\mu}u^{\nu} - pg^{\mu\nu} \tag{2.14}$$

описывает идеальную релятивистскую жидкость с инвариантной плотностью энергии среды[1] $\varepsilon(x)$; p — давление, которое в общем случае является функцией двух термодинамических параметров (например, $p = p(\varepsilon, n)$, где n — плотность барионного числа); $u^{\mu} = dx^{\mu}/ds$ — эйлерова 4-скорость. Гидродинамическое описание возможно при условии локальной изотропии и локального термодинамического равновесия, причем уравнение движения необходимо дополнить уравнением состояния и независимым уравнением для еще одного термодинамического параметра, например, законом сохранения барионного числа:

$$\left(nu^{\mu}\right)_{;\mu} = 0\,. \tag{2.15}$$

Уравнения (2.13) (в случае баротропной среды) или (2.13) совместно с (2.15) в более общем случае полностью определяют гладкие гидродинамические течения. Имея уравнения состояния, можно перейти к другим термодинамическим переменным с помощью второго закона термодинамики:

$$TdS = d\left(\varepsilon/n\right) + pd\left(1/n\right), \tag{2.16}$$

где S — удельная энтропия на один барион. Отсюда, а также из уравнений (2.13), (2.14) и закона сохранения барионного числа (2.15) вытекает сохранение энтропии в непрерывном течении

[1] Т. е. $\varepsilon(x)$ — плотность энергии в системе покоя элемента жидкости в точке x.

$S_{,\mu}u^{\mu} = 0$. В вязких, а также в разрывных течениях энтропия возрастает.

Запишем для полноты уравнения магнитной гидродинамики при отсутствии диссипативных эффектов и бесконечной проводимости. В этом случае электрическое поле в локальной системе элемента среды равно нулю и тензор $F_{\mu\nu}$ можно свести к 4-вектору магнитного поля $h^{\mu} = -\frac{1}{2}e^{\mu\alpha\beta\gamma}F_{\alpha\beta}u_{\gamma}$, где $e^{\mu\alpha\beta\gamma}$ — абсолютный антисимметричный тензор Леви-Чивита. Уравнение движения для этого случая также получают из закона сохранения с тензором энергии-импульса:

$$T^{\mu\nu} = (p^* + \varepsilon^*)u^{\mu}u^{\nu} - p^* g^{\mu\nu} - \frac{1}{4\pi}h^{\mu}h^{\nu}, \qquad (2.17)$$

$$p^* = p + \frac{1}{8\pi}|h|^2, \quad \varepsilon^* = \varepsilon + \frac{1}{8\pi}|h|^2, \ |h|^2 = -h^{\alpha}h_{\alpha} > 0.$$

Уравнения магнитной гидродинамики рассматривают вместе с уравнениями Максвелла (2.9), которые сводятся к соотношению

$$\left(u^{\mu}h^{\nu} - h^{\mu}u^{\nu}\right)_{;\mu} = 0.$$

Уравнение гидродинамики, записанные в виде (2.13), были бы неполными без формулировки соотношений на разрывах, естественным образом возникающих в гидродинамических идеальных течениях и описывающих ударные волны, которые играют важную роль в нестационарных астрофизических процессах. Соотношения на разрывах имеют вид законов сохранения энергии-импульса и барионного числа $\left[T^{\mu\nu}N_{\nu}\right] = 0$, $\left[nu^{\nu}N_{\nu}\right] = 0$, где N_{ν} — нормаль к гиперповерхности разрыва. Квадратные скобки означают разность величин на разных сторонах этой гиперповерхности: $[A] = A_1 - A_2$, где A_1, A_2 — параметры среды на разных сторонах разрыва. В магнитной гидродинамике сюда добавляют соотношения для магнитного поля на гиперповерхности разрыва $\left[\left(u^{\mu}h^{\nu} - h^{\mu}u^{\nu}\right)N_{\nu}\right] = 0$. Детальный анализ свойств релятивистских ударных волн можно найти в книге Лихнеровича [261] (см. также [524, 554]). Стандартное рассмотрение разрывных течений опирается на условие выпуклости уравнения состояния (т. е. выпуклости адиабат Пуассона $S = \text{const}$) [261, 524, 551, 552, 554]; при этом используется условие возрастания энтропии на разрывах.

Для общих уравнений состояния в области сверхвысоких плотностей условие выпуклости может нарушаться, особенно в окрестности фазовых переходов. Как свидетельствуют примеры из классической гидродинамики [584], условия возрастания энтропии в этом случае недостаточно для корректного рассмотрения ударных волн. Критерии существования ударных волн с общим уравнением состояния можно получить, вводя малую вязкость и используя естественное предположение о том, что существует непрерывный профиль вязкого течения [584]. В случае релятивистских ударных волн, описываемых тензором энергии-импульса (2.14), соответствующие результаты получены в [77, 78, 508]. Обобщение этих результатов на случай релятивистской магнитной гидродинамики рассмотрено в [476, 480, 527].

2.2. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

2.2.1. Уравнения Эйнштейна

Согласно высказываниям многих выдающихся ученых ОТО является одной из наиболее красивых физических теорий. Она не использует для восстановления геометрии риманового ПВ никаких дополнительных полей, кроме самого метрического тензора, и в этом понимании максимально удовлетворяет требованиям «бритвы Оккама».

Уравнения электромагнитного поля (2.9)—(2.11), как и уравнения первого порядка для других негравитационных полей, являются общими для всех метрических теорий тяготения. Разные метрические теории различаются уравнениями для метрического тензора $g_{\mu\nu}$. В ОТО эти уравнения можно получить из принципа стационарного действия, предложенного Дэвидом Гильбертом. Плотность функции Лагранжа L в действии для гравитационного поля можно определить на основе требования, чтобы функция L была инвариантной комбинацией метрического тензора $g_{\mu\nu}$ и его первых и вторых производных, причем уравнения поля должны быть квазилинейными уравнениями в частных производных второго порядка. При отсутствии дополнительных, помимо $g_{\mu\nu}$, полевых функций эти условия определяют L с точностью до двух свободных констант [510, 524]: $L = C_1 R + C_2$, где R — скалярная кривизна, C_1 фиксируется ньютоновским пределом и выражается

через константу гравитационного взаимодействия, а C_2 дает ненулевую космологическую постоянную, которая была определена в конце прошлого столетия по наблюдениям сверхновых типа 1a [334, 360] и угловому спектру мелкомасштабной анизотропии реликтового излучения [124, 251, 328].

Из принципа стационарного действия вытекают уравнения гравитационного поля Эйнштейна:

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu} - \Lambda g^{\mu\nu} = 8\pi G T^{\mu\nu}, \quad R_{\mu\nu} = R^{\alpha}{}_{\mu\alpha\nu}, \quad R = R^{\mu}{}_{\mu}. \qquad (2.18)$$

Здесь Λ — космологическая постоянная, $R^{\alpha}{}_{\beta\mu\nu}$ — тензор кривизны Римана, $T^{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса негравитационных полей. Постоянная Λ проявляет себя на космологических масштабах, что соответствует ее названию.

Приведем краткие сведения о литературе, где заинтересованный читатель может найти обзоры работ и более полный список исследований уравнений Эйнштейна и их решений.

Уравнения (2.18) сводятся к системе в частных производных второго порядка гиперболического типа с соответствующими свойствами относительно существования и единственности решения задачи Коши [510, 557, 579, 597, 601]; при этом данные Коши на начальной гиперповерхности должны удовлетворять определенным условиям связи (см., например, [577, 601]). Известно большое количество точных решений этих уравнений (см., например, [577]), среди которых наибольший физический интерес имеют метрики Шварцшильда и Керра [564, 602], описывающие ЧД, а также решения космологических уравнений Фридмана [532]. В монографиях [564, 602] можно также найти результаты относительно возмущений метрики и поведения физических полей на фоне указанных точных решений (см. также [515, 589]).

Отметим строгие результаты, которые касаются качественных свойств решений, связанных со строением ЧД и структурой сингулярностей [575, 601], асимптотическим поведением полей вдали от изолированных гравитирующих систем [564, 575, 600], проблемой энергии в ОТО [95, 594]. Необходимым условием интегрируемости уравнений (2.18) является ковариантный закон сохранения $T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0$, который можно использовать как стартовую позицию для вывода уравнений движения гравитирующих тел; связанные с этим проблемы рассмотрены в [502, 512, 579, 587, 597].

2.2.2. Гравитационное поле изолированных систем

При отсутствии внешнего излучения систему масс, сосредоточенную в ограниченной области пространства[1], называют изолированной. Пространство-время изолированной системы предполагается асимптотически плоским, т. е. метрический тензор этого ПВ при соответствующем выборе координат на пространственной бесконечности стремится к тензору Минковского; для этого мы должны, в частности, потребовать, чтобы космологическая постоянная была равной нулю. С учетом космологических реалий понятие изолированной системы является идеализацией такой же, как, например, инерциальные системы отсчета. Однако ввиду малости космологических эффектов эта идеализация вполне приемлема для большинства астрономических задач, где фигурируют ограниченные системы тел.

Многие свойства гравитационного поля изолированной системы аналогичны электродинамике, однако они имеют и свою специфику. Если в уравнениях Максвелла движение источников поля можно задавать произвольно и это не приводит к математическим противоречиям, то в случае общей теории относительности Эйнштейна уравнения движения тел связаны с уравнениями поля и, строго говоря, не могут быть заданы независимо. При описании электромагнитной системы можно задать, например, периодический источник, который будет излучать бесконечное время, и это не приведет к формальным трудностям, поскольку уравнения Максвелла не ограничивают возможности для подкачки энергии «со стороны». В ОТО изолированная система не может излучать бесконечное время, поскольку это потребовало бы бесконечной «негравитационной» энергии, описываемой правой частью уравнений Эйнштейна. Неучет этого обстоятельства приведет либо к сингулярным решениям, либо — при использовании приближенных методов — к появлению расходимостей в радиационных порядках приближений. Более детальное рассмотрение изолированных систем и различных аспектов асимптотически плоского ПВ с математической точки зрения можно найти в [575, 594, 600]. Для асимптотически плоских ПВ удается получить строгие результаты о качественном поведении гравитаци-

[1] Точнее, если плотность энергии-импульса негравитационных полей достаточно быстро убывает на пространственной бесконечности.

онного поля на бесконечности (поле излучения) и доказать теоремы о положительности энергии.

Следует отметить, что гравитационное поле нелокально, поэтому для него не существует плотности энергии. Поскольку это поле не является линейным, невозможно выделить полную его энергию, если оно не убывает на бесконечности (т. е. система не является изолированной). Но для асимптотически плоского ПВ энергия — вполне определенная сохраняющаяся величина.

Поскольку эффективно излучение длится конечный промежуток времени, асимптотика метрического тензора на бесконечности (в соответствующей системе координат) до и после излучения должна быть подобна случаю статической системы. Известно [510, 550, 557], что при отсутствии излучения именно эта асимптотика определяет энергию-импульс системы P^α. Из физических соображений вектор P^α должен быть времениподобным (относительно метрики на бесконечности, которая стремится к метрике Минковского). Это означает, что в собственной системе отсчета изолированной гравитирующей системы этот вектор имеет лишь одну нетривиальную компоненту P^0 — положительную энергию[1]. В случае плоского пространства $P^0 = 0$.

На протяжении 1970-х годов проблема положительности энергии гравитационного поля привлекала внимание многих выдающихся специалистов по математической физике. Довольно сложное решение этой проблемы находим в работах Шона и Яо [385]. Более простое доказательство положительности энергии приведено Виттеном [451]. Эти работы стимулировали ряд исследований математического характера [95, 329, 594], в том числе в связи с различными вариантами доказательства положительности энергии.

Для поиска точных решений уравнений Эйнштейна, разработки проблем гравитационного излучения и других большую роль сыграла алгебраическая классификация А.З. Петрова гравитационных полей [576] (см. также [577, 578]). Эту классификацию удобно рассматривать в терминах так называемых главных (светоподобных) векторов Дебеве l^α (см., например, [530, 546]). Последние определяют как решения алгебраического уравнения

[1] В ОТО существуют примеры метрик с отрицательной енергией, но они не соответствуют физическим условиям на тензор энергии-импульса в правой части уравнений Эйнштейна.

$$l_{[\varepsilon}C_{\alpha]\beta\gamma[\delta}l_{\eta]}l^{\beta}l^{\gamma} = 0\,, \tag{2.19}$$

где

$$C_{\alpha\beta\gamma\delta} = R_{\alpha\beta\gamma\delta} - \frac{1}{2}R_{\alpha\gamma}g_{\beta\delta} + \frac{1}{2}R_{\alpha\delta}g_{\beta\gamma} + \frac{1}{2}R_{\beta\gamma}g_{\alpha\delta} - \frac{1}{2}R_{\beta\delta}g_{\alpha\gamma} +$$

$$+\frac{1}{6}R(g_{\alpha\gamma}g_{\beta\delta} - g_{\alpha\delta}g_{\beta\gamma})$$

— тензор конформной кривизны Вейля [577, 578], а квадратные скобки внизу обозначают антисимметризацию по соответствующим индексам. Напомним, что $C_{\alpha\beta\gamma\delta}$ переходит в тензор кривизны Римана в области, где правая часть уравнений (2.18) равна нулю. В общем случае существуют четыре разных решения уравнения (2.19), тогда ПВ принадлежит типу I по Петрову. Два решения уравнения (2.19) могут совпадать или, что эквивалентно, может существовать нетривиальное решение уравнения

$$l_{[\varepsilon}C_{\alpha]\beta\gamma\delta}l^{\beta}l^{\delta} = 0\,. \tag{2.20}$$

По Петрову, пространство-время принадлежит типу II, если существует лишь одно решение уравнения (2.20), или типу D (от «degenerate») при условии существования двух независимых решений (2.20). Если совпадают три решения уравнения (2.19) или, что эквивалентно, существует решение уравнения

$$C_{\alpha\beta\gamma\delta}l^{\beta}l^{\delta} = 0\,,$$

то это пространство-время принадлежит типу III по Петрову.

Если совпадают все четыре вектора Дебеве или существует решение уравнения

$$C_{\alpha\beta\gamma\delta}l^{\delta} = 0\,,$$

то пространство-время принадлежит типу N (от «null»). Дальнейшее вырождение возникает при переходе к конформно-плоским ПВ, для которых $C_{\alpha\beta\gamma\delta} = 0$.

Наличие излучения изолированной системы определяют, аналогично классической электродинамике, с помощью асимптотического поведения на пространственной бесконечности вдоль изотропных геодезических. Как отмечалось выше, в ОТО изолированной системе соответствует асимптотически плоское ПВ. В этом случае справедлива теорема Сакса [366] о расщеплении,

согласно которой тензор кривизны гравитационного поля вдоль изотропной геодезической можно представить в виде разложения по обратным степеням расстояния r от начала пространственных координат, которое находится внутри системы масс:

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{\mathrm{I}_{\alpha\beta\gamma\delta}}{r^5} + \frac{\mathrm{I}^0{}_{\alpha\beta\gamma\delta}}{r^4} + \frac{\mathrm{II}(D)_{\alpha\beta\gamma\delta}}{r^3} + \frac{\mathrm{III}_{\alpha\beta\gamma\delta}}{r^2} + \frac{\mathrm{N}_{\alpha\beta\gamma\delta}}{r}, \qquad (2.21)$$

где символы I, II, III, N обозначают четырехиндексные тензоры, которые имеют симметрии тензора Римана в пустоте и соответствуют типам Петрова I, II, III, N, а I^0 — некоторому специальному случаю первого типа [576—578]; эти тензоры в каждом слагаемом не зависят от расстояния r. Из формулы (2.21) видно, что на больших расстояниях доминирует структура тензора кривизны типа N. Заметим, что аналогичный результат можно получить, рассматривая случай слабого излучения в линейном приближении ОТО.

2.3. НЕРЕШЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ОТО

2.3.1. Сингулярности в ОТО

Черные дыры не излучают и проявляют себя лишь гравитационно. Поэтому ЧД обнаруживают по косвенным признакам. Решающей является оценка массы невидимого объекта. Прямо можно наблюдать только аккреционный диск вокруг ЧД. Поэтому, строго говоря, не исключено, что часть известных нам кандидатов в ЧД могут на самом деле оказаться еще более экзотическими релятивистскими объектами — голыми сингулярностями (ГС) (naked singularity). Среди точных решений уравнений Эйнштейна есть такие, которые описывают ПВ с указанными особенностями (см., например, [546]). В отличие от ЧД, свойства которых зависят лишь от трех параметров — массы, углового момента и заряда, ГС могут иметь существенно разный вид и свойства. Среди них есть и такие, которые едва ли соответствуют реально существующим объектам, поскольку имеют отрицательную массу или в ПВ вокруг них существуют замкнутые времениподобные геодезические линии. В последнем случае наблюдатель, который свободно движется по такой мировой линии, окажется в собственном прошлом, нарушив, таким образом, принцип причинности. Подобные решения ортодоксальные физики считают

нефизическими. К ним относится и ГС, которая описывается известной метрикой Керра при некоторых соотношениях между параметрами (см. п. 6.1.1). Но среди множества ГС есть и совсем другие решения, которые не имеют каких-либо патологических свойств. Могут ли они быть реальными космическими объектами? Для ответа целесообразно рассмотреть такие ГС подробнее.

Что такое сингулярность вообще? В ОТО — это область, имеющая обычно нулевой четырехмерный объем, в котором компоненты тензора кривизны и его инварианты становятся бесконечными[1]. С точки зрения математики эти сингулярности не принадлежат к ПВ, поэтому их свойства, не прибегая к предельным переходам, описать сложно. Но четырехмерная гиперповерхность, которая находится бесконечно близко к сингулярности, уже принадлежит ПВ и можно определить ее тип. Если такая гиперповерхность пространственноподобна, то и особенность называется пространственноподобной. Примером такой особенности являются космологическая сингулярность (рождение Вселенной) и особенности внутри незаряженных ЧД. В этих случаях наблюдатель, как бы он не двигался, приближается или отдаляется от пространственноподобной сингулярности вдоль временной координаты. Если гиперповерхность, которая бесконечно близка к сингулярности, времениподобна, то мы имеем дело с времениподобной сингулярностью. Двигаться по направлению к такой сингулярности нужно вдоль пространственной координаты. Если на некоторых своих участках такая линия приближения становится времениподобной, то времениподобная сингулярность окружена четным числом горизонтов событий и отдаленный наблюдатель не может зарегистрировать сигналы, которые идут от времениподобной сингулярности, так как их не пропустит горизонт. Такая ситуация случается, например, в заряженных ЧД, если их заряд не превышает их массу (в единицах, в которых $c = 1$, $G = 1$). Если линия на всем пути от времениподобной сингулярности к пространственной бесконечности остается пространственноподобной, то эту сингулярность называют голой.

ГС отличаются от ЧД тем, что последние имеют горизонт, а первые — нет. Поэтому наблюдатель, который свободно падает на ГС, теоретически может в любой момент — до попадания в сингулярность — убежать от нее подальше. Конечно, для этого

[1] Рассматривают еще и другие, так называемые патологические особенности [601], но мы не будем их сейчас описывать.

надо иметь ракету с мощным двигателем, причем предполагается, что приливные силы, которые бесконечно возрастают при приближении к ГС, еще не разорвали наблюдателя на куски. Если же человек падает на ЧД, то после пересечения горизонта он уже не может возвратиться и должен приближаться к сингулярности, несмотря на мощность двигателя ракеты. Кроме того, каждый удаленный наблюдатель может видеть ГС (отсюда и происходит ее название).

При наличии ГС мы уже не можем поставить задачу Коши для определения эволюции Вселенной по ее прошлым состояниям, т. е. невозможно предсказывать будущее. По крайней мере, до сих пор неизвестно, как вводить граничные условия на сингулярности. Таким образом, нельзя исключить, что из ГС может излучаться материя в любом виде, влияя таким образом на будущее Вселенной. Поспешим успокоить приверженцев фантастики — хотя свойства ГС чем-то и напоминают «портал в иной мир», из такой особенности не могут появиться орды пришельцев или черти с вилами, так как бесконечные приливные силы разорвут на элементарные частицы и пришельцев, и чертей, и вилы.

2.3.2. Гипотеза космической цензуры

Невозможность постановки задачи Коши, т. е. невозможность делать корректные предсказания, является очень неудобным обстоятельством в физике. Для обеспечения «асимптотической предсказуемости Вселенной» Р. Пенроуз [330] выдвинул так называемый принцип космической цензуры (ПКЦ, Cosmic Censorship Principle), согласно которому любой процесс коллапса может закончиться образованием ЧД, но не ГС. В этом случае ни одна ГС не может существовать во Вселенной. Отметим, что ПКЦ является только гипотезой. И хотя опубликована уже не одна статья, авторы которой утверждали, что они доказали или опровергли ПКЦ, проблема его справедливости остается одной из фундаментальных нерешенных задач ОТО.

Эту проблему трудно решить при аналитическом или числовом рассмотрении процесса коллапса из-за сложности расчетов, незнания уравнения состояния сверхплотной материи и всех процессов, которые могут происходить при коллапсе, включая квантовое излучение, поляризацию физического вакуума и т. п. На наш взгляд, наиболее перспективным направлением исследования ПКЦ является исследование свойств самих ГС. Как было

выяснено, некоторые типы ГС или вообще не могут образовываться путем коллапса или, образовавшись, останавливают этот коллапс.

Откуда же могут появиться ГС? Возможно, некоторые из них могли бы родиться вместе со всей Вселенной в процессе Большого взрыва. Но сейчас астрономы уверены, что вся известная нам Вселенная занимала до инфляционной стадии объем, меньший чем у атомного ядра. Вероятность возникновения ГС в таком малом объеме, по-видимому, пренебрежимо мала, и мы не найдем во Вселенной ни одной ГС, которая существовала в доинфляционную эру или родилась бы вместе со всем Космосом. Можно, однако, предположить другой способ образования ГС вследствие коллапса сильно несимметричной или быстро вращающейся конфигурации.

Важной составляющей изучения ПКЦ является проблема классификации разных типов ГС. Не останавливаясь на деталях, приведем основные результаты, достигнутые в этой области. В работе [321] было найдено наиболее общее решение уравнений Эйнштейна возле ГС и вообще возле времениподобных сингулярностей, в [322] оно было сшито с общим решением Белинского—Лифшица—Халатникова [52, 500] возле пространственноподобных сингулярностей. Проблема при анализе свойств ПВ с ГС состоит в том, что метрика записана в неизвестной системе координат и анализ свойств ПВ включает анализ системы координат точного решения. Для определения типа источника гравитационного поля в ГС был разработан метод диаграмм [570]. Его применение к простым примерам ПВ с ГС показало, что кроме обычных точечных и линейных источников возможны и совсем другие типы ГС со свойствами, которые невозможны в обычных пространствах с конечной кривизной [570]. Эти сингулярности были названы парадоксальными [567]. Оказалось, что большинство ГС, которые не вращаются, в зависимости от параметров относятся к точечным особенностям с отрицательной массой (например, известное решение Шварцшильда с $m < 0$), линейным источникам с положительной массой и парадоксальным сингулярностям [570]. В последних масса не только положительна, но ее линейная плотность должна превышать определенный предельный уровень. Из-за этого такие ГС не могут образоваться непосредственно при коллапсе. Точечные же источники с отрицательной массой из-за гравитационного отталкивания остановили бы процесс коллапса. Поэтому этот тип также не может образоваться при коллапсе.

Влияние вращения было исследовано в [568]. Оказалось, что при любом слабом вращении возле линейных ГС появляются замкнутые времениподобные мировые линии, свидетельствующие о нарушении причинности и нефизическом характере этого решения. Но с физической точки зрения это не совсем так. Если ГС имеет массу, больше планковской (иначе ее невозможно рассматривать в рамках ОТО и надо ждать разработки квантовой теории пространства-времени), то эти замкнутые геодезические линии находятся на расстояниях, меньших планковской длины, от ГС. Поэтому все замкнутые времениподобные мировые линии находятся в области, где невозможно применить законы современной физики.

Существенное влияние на тип и свойства ГС имеют негравитационные поля, источником которых служит ГС. Во многих случаях напряженность таких полей становится бесконечной вблизи ГС и мы не можем пренебрегать их влиянием на ПВ. Влияние некоторых полей рассмотрено в работах [325, 567, 571].

В сильном, а часто и переменном во времени гравитационном поле происходят квантовые эффекты, такие как рождение пар частица-античастица или поляризация физического вакуума, которые могут существенно повлиять на ход коллапса. Если квантовые потери энергии благодаря излучению пар и изменению энергии вакуума будут большими по сравнению с высвобождаемой гравитационной энергией, то ход коллапса может замедлиться настолько, что несимметричный коллапс успеет симметризоваться и закончиться образованием ЧД, а не ГС. Очень сильные потери энергии могут даже остановить коллапс. Как показано в [323], при коллапсе массивной заряженной оболочки квантовые потери на несколько десятков порядков превышают полную энергию оболочки. Поэтому коллапс не закончится образованием ГС Рейснера—Нордстрема. Он замедлится настолько, что заряд оболочки уменьшится из-за квантового рождения заряженных пар частица-античастица в сильном электрическом поле вокруг оболочки и, как следствие, образуется заряженная ЧД. Однако в одном из наиболее интересных случаев линейных ГС квантовые потери практически отсутствуют [324].

Из проведенных исследований видно, что при проверке справедливости ПКЦ необходимо сосредоточиться на двух типах ГС. Значительный интерес вызывает наиболее общий колебательный тип [321]. Но быстрые изменения поля во времени и пространстве, очевидно, могут вызвать сильное квантовое излучение, мощность

которого, к сожалению, тяжело рассчитать. Это излучение может повлиять на ход коллапса, симметризируя его настолько, что образуется ЧД. Тем не менее это предположение еще требует детального анализа. Линейные ГС не испытывают влияния квантовых эффектов, но это решение не является общим. Поэтому все отклонения от аксиальной симметрии в распределении коллапсирующей материи или ее небольшое вращение могут возрастать во время коллапса, возмущая метрику ПВ. Этот случай также требует дальнейшего исследования.

Если ПКЦ даже будет опровергнут и будет доказано, что ГС могут образовываться, это приведет к новым вопросам. Например, будет ли эволюционировать образованная ГС, изменяя размеры и форму? Будет ли этот процесс сопровождаться каким-то излучением? Как будет двигаться ГС во внешнем гравитационном поле — по геодезической линии, как все обычные тела, или как-то иначе? И может ли в процессе эволюции ГС «одеться», т. е. превратиться в ЧД? Пример такого «одевания» керровской ГС приведен в статье [569]; здесь рассчитано, при каких массах и угловых моментах ГС успеют «одеться» за время существования Вселенной.

2.3.3. Скалярные поля в окрестности компактных объектов

Важный и до конца еще невыясненный вопрос касается роли космологических полей, которые используют для того, чтобы ввести инфляционный этап расширения Вселенной [553] или же получить динамические модели темной энергии, которая обеспечивает современный этап космологического ускорения [369]. Существует большое количество теорий скалярного поля, удовлетворяющих имеющимся наблюдательным данным, которые можно применять — частично или полностью — взамен постоянной Λ [369]. Можно, например, построить модели скалярного поля, обеспечивающие в точности такую же диаграмму Хаббла, как в обычной ΛCDM-модели [478]. Задача заключается в поиске ограничений, которые помогли бы отобрать наиболее перспективных представителей всего «зоопарка» альтернативных теорий и отбросить нежизнеспособные варианты. Конечно, гравитационные тесты в не очень сильных полях тяготения дают определенные ограничения на ряд теорий с дополнительными полями [447, 593]. Однако вполне возможно, что поля, которые играли основную

роль в период инфляции, являются пренебрежимо малыми в современную эпоху и их вклад на много порядков меньше, чем точность наблюдения релятивистских эффектов в движении тел и распространении излучения. Также естественно предположить, что скалярные или другие поля, действующие на космологических масштабах или которые действовали в очень ранней Вселенной, вряд ли могут влиять на физику компактных астрофизических объектов, даже обладающих очень сильным гравитационным полем. В этом контексте интересны определенные особенности пространства-времени, которые возникают для любых, в том числе очень малых, скалярных полей. Пример таких особенностей показывает сферически-симметричное решение уравнений Эйнштейна с безмассовым скалярным полем.

Это решение, полученное в 1948 г. И.З. Фишером [596], было переоткрыто через 20 лет в более известной на Западе работе [215]. В решении Фишера как угодно малое скалярное поле кардинально изменяет структуру пространства-времени в окрестности компактного объекта и приводит к появлению ГС. Понятно, что само по себе это еще не означает наличие значимых наблюдательных эффектов в движении вещества, окружающего сингулярность. Например, при небольших значениях параметра $\varepsilon = 1 - q$, характеризующего интенсивность скалярного поля, распределение устойчивых круговых орбит для метрики Фишера подобно аналогичному распределению в поле ЧД Шварцшильда. Но увеличение этого параметра до $\varepsilon > 1/2$ дает качественные различия, такие как наличие двух областей устойчивых орбит, в том числе таких, которые являются как угодно близкими к сингулярности (см. п. 2.3.4). Последнее может иметь наблюдательные проявления.

Некоторыми авторами были получены результаты, которые суммируются под названием «теорем об отсутствии волос» у ЧД. Это означает, что поле изолированной ЧД не содержит мультипольных составляющих, которые бы отличали решение уравнений Эйнштейна от решения Шварцшильда в случае сферической симметрии и в общем случае — при отсутствии электромагнитного или других негравитационных полей — от решения Керра. При несферическом коллапсе мультипольные составляющие излучаются на бесконечность либо уходят в ЧД вместе с коллапсирующим телом.

В теориях со скалярным полем «отсутствие волос» также означает отсутствие ненулевого регулярного скалярного поля в окрестности черной дыры. Однако возможны нетривиальные ре-

шения, описывающие ЧД с дополнительными полями, в частности, в случае полей Янга—Миллса (см., например, обзор в [98]), скалярного поля с неминимальной связью [506] или просто при невыполнении определенных ограничений на потенциал скалярного поля (например, в работе [483] потенциал не является положительно-определенным и ограниченным снизу).

Противоречат ли теоремы об «отсутствии волос» возможности сосуществования космологического скалярного поля и черных дыр? Скорее всего, нет. Во-первых, отсутствие регулярного скалярного поля на горизонте может означать, что в процессе коллапса это поле излучается и стремится к нулю, аналогично мультипольным составляющим при коллапсе несферического тела. Во-вторых, результат об «отсутствии волос» получен при определенных предположениях об асимптотических свойствах (асимптотически плоское пространство-время, стационарность), которые в реальной Вселенной, строго говоря, не выполняются. Более того, в работах [59, 203, 214] отмечено, что скалярные поля не исчезают при наличии внешнего поля и в двойных звездах. Наконец, не исключено, что голые сингулярности все же имеют отношение к астрофизических реалиям, хотя их существование свидетельствует о необходимости модифицировать теорию.

2.3.4. Решение Фишера

Рассмотрим более подробно безмассовое скалярное поле с лагранжианом $L = (1/2)\varphi_{,\mu}\varphi^{,\mu}$. В случае центральной симметрии здесь имеет место решение Фишера [596] совместной системы уравнений скалярного поля, которые отсюда вытекают, и уравнений Эйнштейна (см. также [215]). Если предположить, что скалярное поле взаимодействует только с гравитацией, то для изучения эффектов в движении пробных тел или пробных полей достаточно знать только метрику. Квадрат интервала для решения Фишера можно представить в сферических координатах t, ρ, θ, φ в виде

$$ds^2 = A(\rho)dt^2 - \left[A(\rho)\right]^{-1} d\rho^2 - r^2(\rho)dO^2, \qquad (2.22)$$

где

$$dO^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2, \quad A(\rho) = \left(\frac{\rho-\rho_1}{\rho-\rho_2}\right)^q, \quad r^2(\rho) = (\rho-\rho_1)^{1-q}(\rho-\rho_2)^{1+q},$$
$$0 < q < 1.$$

Без потери общности положим $\rho_2 = 0$, причем $q\rho_1 = 2GM/c^2 > 0$, что соответствует обычной асимптотике метрики на пространственной бесконечности с положительной массой системы M. Отличие q от единицы характеризует «силу» скалярного поля; значение $q = 1$ соответствует отсутствию скалярного поля, в этом случае получаем метрику Шварцшильда. Но если $q = 1 - \varepsilon$ как угодно мало отличается от единицы ($\varepsilon > 0$), то скалярное поле имеет логарифмическую особую точку при $\rho = \rho_1$, т. е. существует «физическая» особенность системы и решение не продолжается на значения $\rho < \rho_1$.

Эта особенность является «голой»; в частности, легко видеть, что время распространения сигналов по радиусу от точки $\rho = \rho_1$ к удаленному наблюдателю конечно. Такая конфигурация не является черной дырой. Вместе с тем из-за малого ε распределение круговых орбит мало отличается от аналогичного распределения для метрики Шварцшильда. Это видно из формулы для эффективного потенциала для геодезических:

$$U(\rho) = A(\rho)\left(p_\varphi^2\, r^{-2}(\rho) + \eta\right),$$

минимумы и максимумы которого соответствуют радиусам устойчивых и неустойчивых круговых орбит. Здесь $\eta = 0$ для изотропных геодезических, $\eta = 1$ — для времениподобных; постоянная p_φ определяет радиус круговой орбиты.

В случае изотропных геодезических ($\eta = 0$) при $1/2 < q < 1$ потенциал $U(\rho)$ имеет максимум при $\rho > \rho_1$, соответствующий неустойчивой круговой изотропной орбите. При $0 < q \le 1/2$ круговых орбит нет.

Анализ времениподобных геодезических для метрики (2.22) проведен в [97]. В случае времениподобных геодезических ($\eta = 1$) при $q = 1/2$ экстремумы $U(\rho)$ возникают при $p_\varphi^2 > (3\sqrt{3}/8)\rho_1^2$. Устойчивые круговые орбиты лежат в области $\rho > 3\rho_1/2$, неустойчивые — в области $\rho_1 < \rho \le 3\rho_1/2$. Отметим, что в отличие от поля Шварцшильда радиусы неустойчивых орбит могут лежать сколь угодно близко от точки ρ_1, которая соответствует нулевому радиусу в координатах кривизн.

В более общем случае для $\eta = 1$ экстремумы эффективного потенциала

$$U(\rho) = p_\varphi^2(\rho - \rho_1)^{2q-1}\rho^{-1-2q} + (1 - \rho_1/\rho)^q$$

определяются корнями уравнения

$$A(x - q - 1/2) = f(x,q) \tag{2.23}$$

относительно $x = \rho/\rho_1 > 1$, где

$$f(x,q) = x^{1+q}(x-1)^{1-q},\ qA = 2p_\varphi^2/\rho_1^2 > 0,\ \ q \in (0,1).$$

График функции $f(x, q)$ имеет точку перегиба, причем $f(x,q) \approx$ $\approx x^2$ при больших x. Учитывая положение точки $x = q + 1/2$, где прямая $y = A(x - q - 1/2)$ пересекает ось абсцисс, получаем, что для фиксированного q в зависимости от параметра A уравнение (2.23) может не иметь решений или иметь одно, два или три решения. Для фиксированного q бифуркационные значения параметра A, при переходе через которое изменяется количество решений, соответствуют случаям, когда прямая $y = A(x - q - 1/2)$ касается графика функции $f(x,q) > 0$. Вследствие этого можно легко найти значения параметра A.

Области круговых орбит определяются величинами $X_{cr\pm}(q) \equiv$ $\equiv \frac{1}{2}\left(3q + 1 \pm \sqrt{5q^2 - 1}\right)$.

Для $q \in (1/2, 1)$ имеем устойчивые круговые орбиты с радиусами в области $X_{cr+}(q) < x < \infty$ и неустойчивые орбиты из области $q + 1/2 < x \le X_{cr+}(q)$.

Для $q \in (1/\sqrt{5},\ 1/2)$ существует область устойчивых круговых орбит $\{x : 1 < x < X_{cr-}(q)\}$, примыкающая к нулевому радиусу $r = 0$, промежуточная область неустойчивых круговых орбит с радиусами $\{x : X_{cr-}(q) < x < X_{cr+}(q)\}$ и область устойчивых круговых орбит $\{x : x > X_{cr+}(q)\}$.

При $q \in (0,\ \ 1/\sqrt{5})$ все круговые орбиты являются устойчивыми, их радиусы принадлежат области $r \in (0,\infty)$ в координатах кривизн.

Отметим, что на возможность существования устойчивых круговых орбит сколь угодно малого радиуса в сферически-симметричных конфигурациях со скалярным полем с ненулевым потенциалом самодействия, но без анализа ограничений на эти потенциалы, было указано в [591].

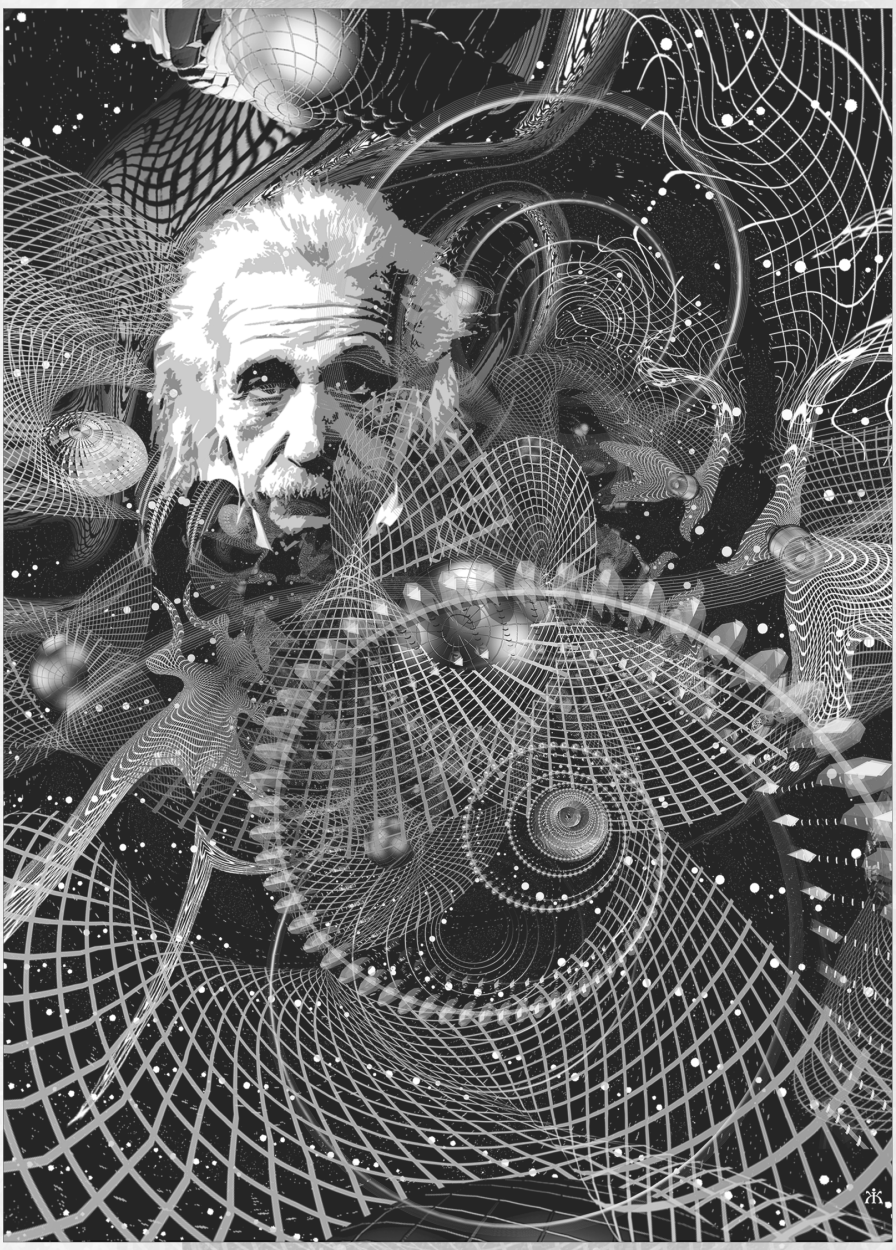
2.3.5. «Кротовые норы» пространства-времени

Определенный интерес вызывают решения уравнений Эйнштейна, которые имеют нетривиальную топологию, — так называемые «червоточины» или «кротовые норы», с помощью которых любители научной фантастики собираются путешествовать в параллельные вселенные. Сразу отметим, что подобные решения связаны с весьма экзотическими свойствами правой части уравнений Эйнштейна, т. е. части, которая имеет негравитационное происхождение. Поэтому, строго говоря, проблему «червоточин» и «кротовых нор» нельзя считать (решенной или не решенной) проблемой ОТО. Формально можно придумать, например, риманово пространство из двух частей, соединяемых «червоточиной», подставить соответствующий метрический тензор в уравнения Эйнштейна и получить тензор энергии-импульса, имеющий весьма необычные свойства. Здесь основной вопрос состоит не в справедливости уравнений ОТО, а в том, существует ли вообще материя с этими экзотическими свойствами? С другой стороны, исследования в области космологии уже открыли ящик Пандоры с такими «неканоническими» моделями, как, например, фантомные или тахионные поля, которые ранее интересовали весьма ограниченный круг исследователей.

Рассмотрим в этой связи модель «кротовой норы» [229, 315, 394], которая, по мнению Кардашова, Новикова, Шацкого, может описывать по крайней мере некоторые типы активных галактических ядер. Эта модель не является общепринятой, но она интересна, поскольку здесь рассматривается центральный объект, отличный от черной дыры. В этой модели главную роль в формировании джетов играет монопольное магнитное поле «кротовой норы» или ее остатка, а существование джетов зависит от величины магнитного поля. Здесь «кротовая нора» — условное название пространства-времени с метрикой типа найденной в 1935 г. Эйнштейном и Розеном. Это решение, получившее название моста Эйнштейна—Розена, в простейшем случае описывается метрическим тензором Морриса—Торна [290]. «Кротовая нора» может быть «проходной»

(без горизонта событий) или «непроходимой» (горизонт существует). Подобное решение уравнений Эйнштейна в вакууме без космологической постоянной является нестабильным [290], но присутствие магнитного поля и Λ-члена может коренным образом изменить ситуацию [229]. Мост Эйнштейна—Розена может быть стабильным, если имеет достаточно большой магнитный момент, который будет предотвращать его «распад» на две ЧД. Если же магнитный момент недостаточен, то «кротовая нора» превратится в две ЧД или две голые сингулярности — остатки «кротовой норы». Интересно, что такой остаток может иметь монопольное магнитное поле [315].

В такой модели джеты формируются вследствие влияния монопольного магнитного поля «кротовой норы» на заряженные частицы плазмы, которая аккрецирует, отделяя частицы с разными зарядами и ускоряя их в разных направлениях [315]. Рассмотрение аккреции в модели тонкого диска вокруг «кротовой норы» показало, что при одинаковых значениях массы, скорости аккреции и момента вращения объект, который содержит «кротовую нору», будет иметь значительно большую светимость и почти на порядок большую эффективность преобразования энергии вещества в излучение, чем объект с ЧД Керра [188].



3 МОДИФИКАЦИИ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И «АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ» ТЕОРИИ

Всякая доктрина проходит три этапа:
сначала ее атакуют, объявляя абсурдной,
потом допускают, что она, очевидно,
справедлива, но незначительна.
Признают, наконец, ее настоящую важность,
и тогда ее противники
оспаривают честь ее открытия.
Уильям Джеймс

3.1. НУЖНО ЛИ МОДИФИЦИРОВАТЬ ТЕОРИЮ ГРАВИТАЦИИ ЭЙНШТЕЙНА?

Любая физическая теория имеет свои границы применимости, и ОТО не является исключением. Эта книга посвящена проверкам и приложениям классической (т. е. неквантовой) релятивистской теории тяготения. Тем не менее, отметим, что, по общему мнению, теория гравитационного поля в перспективе должна учитывать квантовые эффекты. Вероятно, путь к такой модификации пролегает через объединение в единую схему всех физических взаимодействий: сильного, слабого, электромагнитного и гравитационного.

Определенные намеки о необходимости модификаций есть в самой ОТО: это наличие в теории определенных сингулярных решений (космологическая сингулярность, «голые сингулярности», см. п. 2.3.1), которые ограничивают возможность изучать физические реалии и предсказывать будущее — либо в рамках задачи Коши, либо каким-то иным образом. Однако в настоящее время наибольшим стимулом для модификаций ОТО являются космологические проблемы. Имеющиеся наблюдательные астрономические данные указывают на недостаточность так называемой стандартной космологической модели, которая базируется на ОТО с постоянной Λ. Здесь возникают проблема горизонта, проблема плоскостности, энтропии и др. (см., например, [442, 516, 517, 524]). В частности, проблема горизонта состоит в том,

что направления на небе, которые различаются на несколько градусов, в стандартной модели абсолютно независимы (причинно-несвязанные). Отсюда непонятно, почему значения температуры реликтового излучения, которые регистрируют с разных направлений, совпадают с относительной точностью вплоть до 10^{-5}?

Известный путь к решению этих проблем дает инфляционная модель (см., например, [442, 501, 516, 517, 553]), которая опирается на предположение о существовании стадии очень быстрого расширения ранней Вселенной. Однако пока о физике этой стадии можно говорить лишь в общих чертах и выделить приоритетную теоретико-полевую модель, обеспечивающую эту инфляционную стадию, достаточно трудно.

Здесь возникает несколько вопросов, в том числе касающихся обобщений ОТО. Безусловно, необходимо объединение ОТО и квантовой теории. Однако не исключено, что инфляционный этап расширения Вселенной можно описать в терминах неквантовой гравитации, тем более, что предполагаемые характерные времена значительно больше планковских.

Не факт, что описание инфляционной стадии — проблема сугубо гравитационная. Как известно, инфляцию с подходящими параметрами можно получить подбором феноменологически вводимого уравнения состояния. Не исключено, что существуют другие, дополнительные к известным, физические поля, которые можно условно назвать космологическими полями, поскольку они проявляются на космологических масштабах и в ранней Вселенной. Такой подход [262, 367, 456] созвучен введению «большой» космологической постоянной, которая обеспечит инфляцию. Мы не знаем, как ведут себя и обычные поля в условиях сверхвысоких плотностей энергии с учетом объединения взаимодействий и т. п.

Можно ли связывать «дополнительные» поля с гравитацией? Если будет показано, что эти поля имеют универсальный характер, т. е. одинаково действуют на все виды материи, тогда, по-видимому, имеет смысл говорить о модификациях релятивистской теории тяготения. В этом понимании космологические проблемы стимулируют разработку модификаций ОТО.

Возможно, что дополнительные поля являются проявлением квантово-гравитационных эффектов. Если это так, то для построения гравитационного классического действия следует привлечь постоянную Планка h, тогда в теории естественным образом появляются дополнительные размерные константы — планковские

длина, время, масса. Возможность «квантового» рождения Вселенной из вакуумных флуктуаций рассматривается в работах [152, 598, 599].

С другой стороны, новые константы, в частности, константа длины, могут быть введены из иных соображений, независимо от планковских параметров. Отсюда возникают обобщенные выражения для действия в так называемой «модифицированной гравитации» или $f(R)$ гравитации (см., например, ссылки в [306, 409]). Вместо плотности лагранжиана $L_0 = C_1 R + C_2$, которая линейна по скаляру кривизны R, рассматривают более общую функцию $L = f(R)$, которая может быть даже неаналитической функцией R, или еще более общую функцию инвариантов тензора кривизны, например $L = f\left(R, R_{\alpha\beta}R^{\alpha\beta}, R_{\alpha\beta\gamma\delta}R^{\alpha\beta\gamma\delta}\right)$. Заметим, что существует определенное соответствие между модифицированной гравитацией и стандартной ОТО со специальным типом скалярного поля [409, 516].

Популярными модификациями ОТО являются теории с дополнительными измерениями. В ряде работ наблюдаемую Вселенную рассматривают как (3+1)-поверхность, «брану» (термин «брана» — многомерное обобщение, происходящее от слова «мембрана»), которая вложена в многообразие более высокой размерности [271, 368]. В подходах типа Калуцы—Клейна [175—179] дополнительные измерения считают «компактифицированными», т. е. они имеют очень малый масштаб и вследствие этого ненаблюдаемы.

Подробный обзор поисков в области гравитации можно найти в работе [102]. Их конечной целью является объединение релятивистской теории тяготения с теорией других фундаментальных взаимодействий, которое может прояснить структуру темной энергии и, в конце концов, происхождение нашей Вселенной.

3.2. НЕМЕТРИЧЕСКИЕ ОБОБЩЕНИЯ ТЕОРИИ ТЯГОТЕНИЯ

3.2.1. Мотивы обобщений

Целесообразно проанализировать возможности модификаций ОТО на базовом уровне, связанном с изменением модели пространства-времени. Это необходимо как для планирования проверок теории, так и для исследования границ ее

применимости. Важным шагом на этом пути было исследование класса метрических теорий, которые для слабого поля можно описать в рамках так называемого параметризованого постньютоновского (ППН) формализма (см. п. 4.2.1) [593]. Эти теории удовлетворяют принципу эквивалентности; в этом классе теорий интерпретируются результаты ряда «ненулевых» экспериментов. Однако чтобы рассмотреть этот комплекс проблем с более широких позиций и дать теоретическую основу для анализа проверок именно принципов эквивалентности (см. п. 2.1.2), нужен анализ неметрических модификаций ОТО. Таких теорий существует очень много, их полный обзор мы не приводим, а ограничимся лишь общим обсуждением проблемы.

Примерами неметрических теорий являются аффинно-метрические теории, в которых наряду с метрическим тензором используется неметрическая аффинная связность, теории с несколькими метриками на многообразии пространства-времени [448], а также финслеровы обобщения ОТО [496, 586]. Метрико-аффинные обобщения ОТО возникают естественным образом в рамках калибровочного подхода к построению теории гравитации (см., например, [171, 172, 535]).

Финслеровы обобщения ОТО, опирающиеся на соответствующую модификацию СТО, привлекают возможностью модифицировать релятивистскую кинематику при очень высоких скоростях [280], как это предполагается в некоторых подходах к квантовой гравитации. В литературе обсуждаются тесты, с помощью которых можно обнаружить или отвергнуть некоторые неметрические эффекты, такие как двойное лучепреломление света при распространении в гравитационном поле [342]. Начиная с известного $TH\varepsilon\mu$-формализма [446, 593], неметрические обобщения применяют для интерпретации результатов проверок принципов эквивалентности.

Как было отмечено в п. 2.1, во всех метрических теориях имеется универсальный алгоритм, с помощью которого автоматически получают уравнения электродинамики и других физических полей на фоне гравитационного, а также соотношения для локально наблюдаемых величин, с учетом которых можно анализировать результаты практически всех измерений. В неметрических теориях, которые не содержат принципа, аналогичного постулату локальной лоренцевости, для полной физической картины необходимо анализировать уравнения для каждого физического поля в отдельности.

Последовательная гравитационная теория должна удовлетворять критерию *полноты*, т. е. содержать рецепты модификации всех уравнений теоретической физики при учете гравитации. В первую очередь речь идет об уравнениях электродинамики и уравнениях движения тел и сплошной среды. Вместе с тем ослабление постулатов метричности должно сохранить наиболее фундаментальные требования самосогласованности и соответствия с ОТО в определеной области явлений [593].

3.2.2. Время и уравнения движения пробных тел в финслеровой теории

Прежде всего рассмотрим финслерово обобщение теорий гравитации, которое представляется, возможно, наиболее естественным, когда идет речь о модификации метрической теории ПВ. В этой теории дифференциал интервала определяется положительно-однородной формой первой степени по dx^{ν}:

$$ds = \Phi(x, dx)\,. \tag{3.1}$$

На траектории $x(p)$ с параметром p для дифференциала собственного времени имеем ($c = 1$)

$$d\tau = \Phi(x, \dot{x})dp, \quad \dot{x} = \frac{dx}{dp}; \tag{3.2}$$

условие однородности обеспечивает независимость вычисления собственного времени от выбора параметра p. В случае римановой метрики

$$\Phi_{metr}(x, \dot{x}) = \{g_{\mu\nu}\dot{x}^{\mu}\dot{x}^{\nu}\}^{1/2}\,. \tag{3.3}$$

Измерение времени, очевидно, не исчерпывает всех возможных измерений наблюдаемых величин. В частности, для теоретического описания геометрических измерений необходимо задать способ вычисления углов между направлениями, т. е. аналог метрического тензора. В обобщенной теории тяготения этот тензор можно получить из формы (3.1) так, как и в финслеровой геометрии [586]:

$$G_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right) = \frac{1}{2}\frac{\partial^2\left[\Phi\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right)\right]^2}{\partial y^{\mu}\partial y^{\nu}}\,. \tag{3.4}$$

Этот метрический тензор зависит не только от точки x^α, но и от направления вектора y^β. Такая зависимость требует физической интерпретации. Один из возможных подходов состоит в том, чтобы задать векторное поле $y^\beta\left(x^\alpha\right)$ и интерпретировать его как поле скорости системы отсчета [496, 586]. Альтернативный подход, например, состоит в том, чтобы интерпретировать $y^\beta\left(x^\alpha\right)$ как некоторое космологическое поле.

Для анализа наблюдений необходимо ввести уравнения электродинамики, которые обобщают уравнения Максвелла при наличии финслеровой метрики (3.1). Это, в свою очередь, влечет за собой анализ всех астрономических наблюдений и систем отсчета, связанных прямо или опосредствованно с распространением электромагнитного излучения. Возникает большое количество вариантов, особенно в плане рассмотрения наблюдаемых величин. Например, для измерения времени мало указать форму (3.1), необходимо рассмотреть конкретные модели часов и способы сравнения их отсчетов. Действительно, если в метрической теории все часы в локально-лоренцевой системе идут одинаково, то при отсутствии этого свойства можно ожидать разность показаний[1], например, водородных или цезиевых стандартов частоты и генераторов, стабилизированных сверхпроводящим резонатором. В связи с этим одним из возможных путей теоретического исследования является использование приближенных феноменологических схем, подобно неметрическому $TH\varepsilon\mu$-формализму или использованию параметризованных лагранжианов [342, 446, 593].

В качестве простого примера свяжем форму (3.1) с лагранжианом пробной частицы. Пусть пробное (точечное) тело с ненулевой массой покоя движется в гравитационном поле. По аналогии с ОТО естественно ввести уравнения движения тела с помощью интеграла действия:

$$S_a \sim \int \Phi(x,\dot{x})dp\,. \tag{3.5}$$

Это довольно сильное предположение, которое дает возможность сравнивать результаты измерений времени и результаты слежения за траекториями тел. В любом случае следует ожидать, что величина $\Phi^2(x,\dot{x})$ будет мало отличаться от квадратичной

[1] Отметим, что существующие эксперименты не показывают такой разности хода (см. п. 4.1, [423, 424]).

формы $\Phi^2_{metr}(x,\dot{x})$. Откладывая вопрос о способе вычисления наблюдаемых величин, выясним, можно ли отличить уравнения движения, которые соответствуют действию (3.5), от уравнений геодезических линий, которые соответствуют некоторому метрическому тензору:

$$S_a = \int L_m(x,\dot{x})dt, \quad L_m = -mc^2\{g_{\mu\nu}\dot{x}^\mu\dot{x}^\nu\}^{1/2},$$

где $\dot{x}^\mu \equiv dx^\mu / dt$.

Пусть $\{x^\mu\} = \{ct, \mathbf{x}\}$, где t — координатное время в определенной системе, которая является аналогом барицентрической системы отсчета для Солнечной системы; $\mathbf{v} = d\mathbf{x}/dt$ (покомпонентно $v^i = dx^i/dt$, $i = 1,2,3$) — обычная трехмерная скорость движения пробного тела, которая в астрономических явлениях мала по сравнению со скоростью света: $|\mathbf{v}| << 1$. Полагая $p = t$, имеем

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = g_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{dt}\frac{dx^\nu}{dt} = c^2\left[g_{00} + 2g_{0i}v^i + g_{ij}v^iv^j\right]. \qquad (3.6)$$

Во всех экспериментах, которые планируются в ближайшем будущем в Солнечной системе, выполняются условия

$$g_{\mu\nu} \approx \eta_{\mu\nu};\ |g_{0i}| << 1,\ |\mathbf{v}| << 1.$$

Недиагональные члены метрики связывают с гравимагнитными эффектами, которые возникают вследствие вращения источников гравитационного поля. Оценка этих эффектов в ОТО дает весьма малые величины (см. п. 4.2.3). Поэтому для типичных случаев вклад линейных по скоростям членов в квадратных скобках даже меньше, чем квадратичных.

Сравним (3.6) с квадратом величины $\Phi(x,\dot{x}) = \Phi(x,1,\mathbf{v})$ ($p = t$). Раскладывая по малым величинами v^i, записываем

$$\Phi^2 \approx \Phi^2_{(2)} + \Phi^2_{(4)}. \qquad (3.7)$$

Здесь первое слагаемое объединяет члены до второго порядка по v^i включительно:

$$\Phi^2_{(2)} \approx \Phi^2(x,1,0) + \Phi^2_{v_i}(x,1,0)\frac{v_i}{c} + \frac{1}{2}\Phi^2_{v_iv_j}(x,1,0)\frac{v_iv_j}{c^2}, \qquad (3.8)$$

где $\Phi^2_{v_i} = \dfrac{\partial \Phi^2}{\partial v_i}$, $\Phi^2_{v_i v_j} = \dfrac{\partial \Phi^2}{\partial v_i \partial v_j}$ и т. д., а второе — остальные члены разложения, в котором ограничимся членами четвертого порядка:

$$\Phi^2_{(4)} \approx \frac{1}{3!}\Phi^2_{v_i v_j v_k}(x,1,0)\frac{v_i v_j v_k}{c^3} + \frac{1}{4!}\Phi^2_{v_i v_j v_k v_l}(x,1,0)\frac{v_i v_j v_k v_l}{c^3}. \qquad (3.9)$$

Отсюда видно, что для выявления неметрических эффектов надо выйти за рамки квадратичного приближения. Действительно, если ограничиться членами, квадратичными по скоростям, то для произвольной финслеровой формы можно подобрать метрический тензор с компонентами

$$g_{00}(x) = \Phi^2(x,1,0), \quad g_{0i} = \frac{1}{2}\Phi^2_{v_i}, \quad g_{ij} = \frac{1}{2}\Phi^2_{v_i,v_j}, \qquad (3.10)$$

такой, что величина Ф в этом приближении совпадает с выражением (3.6) для собственного времени пробной частицы в некоторой метрической теории. Дальнейший вопрос в том, соответствует ли она ОТО или нет, сводит последующее рассмотрение к ППН-формализму, который детально изучен (см., например, [446, 448]).

Рассмотрение указанных вопросов полезно по крайней мере для того, чтобы сравнить разные эксперименты и определить наиболее оптимальные пути для получения оценок параметров, которые определяют неметрические эффекты. Так, можно проверять формулу (3.2) с помощью прямого измерения времени или частоты в гравитационном поле. До сих пор наиболее точные проверки релятивистского сдвига частоты проводились в поле Земли. В проекте Солнечного зонда рассматриваются измерения гравитационного сдвига частоты на расстоянии r порядка четырех радиусов Солнца. В этом случае можно проверить эффекты $\sim \mathbf{v}^4, \mathbf{v}^2 r_{g\odot}/r$ и $\left(r_{g\odot}/r\right)^2$, где $r_{g\odot} = 2GM_\odot$, имеющие здесь порядок 10^{-13}.

Однако согласно (3.5) члены, которые отвечают за сдвиг частоты, возникают и в постньютоновском приближении для уравнений движения пробного тела. Они влияют на такой релятивистский эффект, как прецессия перигелия планет, в частности Меркурия. Поэтому измерение времени без траекторных наблюдений не дает новой информации с точки зрения поиска возможных отклонений от метричности. Впрочем, хотя предположение (3.5) целиком приемлемо с точки зрения современных теоретических представлений, его также надо проверять.

Дополнительные возможности для теоретических сопоставлений возникают при построении конкретных моделей измерения времени. Неметрические поправки в действии (3.5) дают вклад и в квантовые уравнения движения, т. е. влияют на величины переходов между состояниями в атоме водорода и т. п. Таким образом, измерив сдвиг частоты, можно независимо оценить отклонения от метричности. Аналогичные проверки можно проводить с помощью сравнения хода разных типов часов, размещенных в одной лаборатории.

Отметим, что построение феноменологического неметрического формализма для проверок теории тяготения может быть основано на параметризованных уравнениях движения, которые возникают, например, при использовании условий приближенной лоренц-инвариантности для постньютоновских лагранжианов (см., например, [512—514]).

3.2.3. Неметрические обобщения теории пространства-времени

В дальнейшем рассмотрении ограничимся лишь теми неметрическими обобщениями ОТО, которые можно охарактеризовать как *геометрические*. Как и в случае метрических теорий, принимаем, что *моделью ПВ* является четырехмерное многообразие M, а гравитационное взаимодействие моделируется его геометрической структурой. Это создает определенную основу для обеспечения полноты и самосогласованности. При применении более сложных, чем риманова, геометрий обычно возникает несколько возможностей модификации любого из основных уравнений физики, поэтому проверки самосогласованности остаются важной проблемой. Например, необходимо проверять, что разные по принципу действия часы в переменном гравитационном поле изменяют ход одинаково, по крайней мере в проверенных экспериментально границах. Полное исследование этого вопроса достаточно объемно; здесь мы ограничиваемся лишь обсуждением исходных положений теории на основе анализа движения пробных тел [24].

Далее, учитывая, что для некоторых явлений выводы ОТО хорошо проверены, мы требуем выполнения принципа соответствия с ОТО. Точнее, считаем, что в обобщенной теории существует непрерывный предельный переход к ОТО, если некоторый

параметр ϖ стремится к нулю[1] (заметим, что в ППН-формализме также выполняется это условие).

Главными геометрическими структурами, необходимыми для физики, являются метрическая форма и связность. Первая дает возможность моделировать пространственно-временные измерения, вторая — определять производные тензорных величин. В ПВ Минковского метрика псевдоевклидова, а связность соответствует абсолютному параллелизму. В метрических теориях связность полностью определяется римановой метрикой. Будем искать дальнейшие обобщения этих структур, которые можно было бы согласовать с теми положениями теории гравитации, которые надежно подтверждены опытом. Укажем, что из принципа соответствия с СТО вытекает существование в каждой точке ПВ метрического тензора лоренцевой сигнатуры.

Перейдем к обсуждению возможных ослаблений постулатов метричности [446, 593]. Напомним, что согласно Уиллу [446, 593] метрические теории могут быть определены такими постулатами:

1) *пространство-время имеет метрику* $g_{\alpha\beta}$ *;*

2) *мировые линии пробных тел являются геодезическими линиями этой метрики;*

3) *в локальных свободно падающих системах отсчета, называемых лоренцевыми, негравитационные законы физики являются законами СТО.*

Первые два постулата имеют вполне определенное геометрическое содержание, т. е. они касаются математической модели ПВ и движения тел. Третий постулат (как и ЭПЭ) сформулирован в физических терминах и требует математического уточнения. Понятно, что из физического принципа нельзя вывести математическую модель и он не может быть эквивалентен системе математических постулатов. Лоренцева система отсчета фактически моделируется орторепером, который переносится параллельно вдоль геодезической траектории наблюдателя. Третий постулат утверждает то, что называют минимальным взаимодействием с гравитацией. Его можно сформулировать так:

3') «*включение*» *гравитационного поля моделируется переходом от евклидовой связности пространства-времени СТО к римановой связности, которая соответствует метрике* $g_{\alpha\beta}$.

[1] Таких параметров может быть несколько. При этом наше рассмотрение справедливо для каждого из них при нулевых значениях остальных.

Вследствие выполнения условия метричности $g_{\alpha\beta;\gamma} = 0$ длины векторов и углы между ними не изменяются при параллельном перенесении.

В релятивистской теории собственное время — наиболее фундаментальная измеряемая величина. Дж. Синг [590] предлагал отказаться вообще от термина «геометрия», заменив его на «хронометрия». Поэтому, переходя к моделированию геометрии ПВ, прежде всего необходимо определить формулу для собственного времени.

Далее мы рассматриваем пробные тела как материальные точки, с которыми можно связать стандартные часы. Соответственно СПЭ считаем, что движение пробного тела определяется начальным положением и скоростью. Пусть $x^{\mu} = x^{\mu}(p)$ — траектория тела, p — произвольный монотонно возрастающий параметр. Тогда для дифференциала собственного времени следует принять формулу (3.1).

Как уже отмечалось, самой формы $\Phi\left(x^{\alpha}, dx^{\beta}\right)$ (3.1) недостаточно для моделирования пространственно-временных измерений. Для этого необходимо иметь аналог метрического тензора. Из условия однородности функции Φ вытекает, что

$$(d\tau)^2 = G_{\mu\nu}(x^{\alpha}, dx^{\beta})dx^{\mu}dx^{\nu}, \qquad (3.11)$$

где тензор $G_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right)$ определяется формулой (3.4); он является однородным нулевой степени однородности по переменным y^{β}: $G_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, \lambda y^{\beta}\right) = G_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right)$.

Это одно из возможных определений метрического тензора в финслеровой геометрии. В римановой геометрии введение метрической формы эквивалентно введению метрического тензора. В случае финслеровой геометрии это уже не так, и нет достаточных оснований, чтобы принимать эту формулу. Если задавать непосредственно симметричный тензор $G_{\mu\nu}(x^{\alpha}, y^{\beta})$ нулевой степени однородности по переменным y^{β}, т. е. отказаться от формулы (3.4), то приходим к так называемым обобщенным финслеровым геометриям. Таким образом, предполагаем, что для рассматриваемого нами класса теорий справедлив следующий обобщенный постулат:

1. *На пространственно-временном многообразии M существует обобщенный финслеров метрический тензор* $G_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right)$; *квадрат интервала между близкими событиями задается формулой (3.11); если* ϖ *стремится к нулю, то тензор* $G_{\mu\nu}$ *стремится к метрическому тензору ОТО,* $G_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right) \xrightarrow[\varpi \to 0]{} g_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}\right)$.

В соответствии с принципом соответствия метрический тензор можно представить в виде $G_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right) = g_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}\right) + \varpi\,\Theta_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}, \varpi\right)$, где $\varpi\,\Theta_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}, \varpi\right)$ — тензор деформации метрики. При $\varpi = 0$ тензор $G_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}\right)$ имеет лоренцеву сигнатуру. Сигнатура может изменяться лишь на гиперповерхностях, которые определяются уравнением $\det\left[G_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right)\right] = 0$. Это уравнение имеет одно или несколько решений $\varpi = \Omega\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right)$, но ни одна из этих поверхностей не пересекает поверхность $\varpi = 0$, поскольку равенство $\varpi = 0$ влекло бы вырожденность метрики $g_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}\right)$. Итак, можно утверждать, что в каждой точке $\left(x^{\alpha}\right)$ и для всех направлений $\left(y^{\beta}\right)$ существует конечный интервал значений параметра ϖ, в котором сигнатура тензора $G_{\mu\nu}$ остается лоренцевой. Поэтому представляется справедливым следующий постулат:

2. *Уравнение* $G\left(x_0^{\alpha}, dx^{\beta}\right) = 0$ *выделяет в касательном пространстве* $T_{x_0}M$ *точки* x_0 *двухполостной световой конус; каждому 4-направлению, которое удовлетворяет этому уравнению, соответствует траектория светового луча.*

Далее, в соответствии с принятой моделью, имеем:

3. *Через каждую точку* x_0^{α} *ПВ в каждом 4-направлении, таком, что* $G\left(x_0^{\alpha}, dx^{\beta}\right) > 0$, *проходит одна и только одна траектория пробных тел. С каждым пробным телом можно связать стандартные часы, показания которых совпадают с интервалом вдоль траектории.*

Обобщая постулат 3′, мы пока не уточняем связность ПВ однозначно, а лишь требуем:

4. *Влияние гравитации на динамику материи моделируется введением нетривиальной связности* $H^{\alpha}_{\beta\gamma}$ *на M; при* $\varpi = 0$ *связность ПВ является псевдоримановой, соответствующей метрике* $g_{\alpha\beta}$.

Дальнейшее уточнение геометрических свойств ПВ следует из отождествления путей пробных тел с геодезическими.

Уравнение (3.1) фиксирует определенную параметризацию траекторий частиц ненулевой массы. Его можно записать в виде

$$\Phi(x^\alpha, dx^\beta/d\tau) = 1 \tag{3.12}$$

и рассматривать как интеграл движения или как связь. Вследствие этого лишь три компоненты 4-вектора скорости $dx^\beta/d\tau$ независимы.

Из третьего постулата вытекает, что пути пробных тел удовлетворяют системе уравнений второго порядка:

$$\frac{d^2x^\alpha}{d\tau^2} + K^\alpha\left(x^\beta, \frac{dx^\gamma}{d\tau}\right) = 0\,. \tag{3.13}$$

При этом будем считать, что функции $K^\alpha\left(x^\beta, \frac{dx^\gamma}{d\tau}\right)$ — однородные второго порядка по $\frac{dx^\gamma}{d\tau}$, так что их можно представить в виде

$$K^\alpha\left(x^\mu, \frac{dx^\nu}{d\tau}\right) = K^\alpha_{\beta\gamma}\left(x^\mu, \frac{dx^\nu}{d\tau}\right)\frac{dx^\beta}{d\tau}\frac{dx^\gamma}{d\tau}, \tag{3.14}$$

где симметричные по нижним индексам коэффициенты $K^\alpha_{\beta\gamma}\left(x^\mu, \frac{dx^\nu}{d\tau}\right)$ являются однородными нулевой степени по скоростям. Такое предположение важно по нескольким причинам. Оно дает возможность: 1) выбирать независимым образом единицы измерения координат и (собственного) времени; 2) распространить уравнения (3.13) на светоподобные траектории, когда параметр τ приобретает иное физическое толкование; 3) распространить уравнения (3.13) на пространственноподобные траектории, когда квадрат интервала становится отрицательным. Следствием этой однородности является то, что решения уравнения (3.13) зависят от начальных скоростей $\dot{x}^\nu\big|_{\tau=0}$ и от параметра τ лишь через произведения $\left(\dot{x}^\nu\big|_{\tau=0} \cdot \tau\right)$. Здесь и в дальнейшем обычные

производные по собственному времени обозначаем точкой вверху, $dx^{\alpha}/d\tau = \dot{x}^{\alpha}$.

Уравнения (3.13) и (3.14) характеризуют кривые, которые можно назвать *геодезическими* для рассматриваемых обобщенных геометрий. С точки зрения дифференциальной геометрии эти уравнения определяют так называемую пульверизацию. При преобразованиях координат коэффициенты $K^{\alpha}_{\beta\gamma}\left(x^{\mu}, \dot{x}^{\nu}\right)$ преобразуются как компоненты связности.

С другой стороны, можно определить геодезические как автопараллельные кривые (чтобы выполнялся обобщенный закон инерции) связности $H^{\alpha}_{\beta\gamma}$, существование которой утверждается четвертым постулатом:

$$\frac{D\dot{x}^{\alpha}}{d\tau} \equiv \frac{d\dot{x}^{\alpha}}{d\tau} + H^{\alpha}{}_{\beta\gamma}\dot{x}^{\beta}\dot{x}^{\gamma} = 0\,. \qquad (3.15)$$

Сравнивая (3.15) с предыдущими уравнениями, приходим к выводу, что физическую связность $H^{\alpha}_{\beta\gamma}$, существование которой утверждается четвертым постулатом, можно представить в виде

$$H^{\alpha}_{\beta\gamma}\left(x^{\mu}, \dot{x}^{\nu}\right) = K^{\alpha}_{\beta\gamma}\left(x^{\mu}, \dot{x}^{\nu}\right) + L^{\alpha}_{\beta\gamma}\left(x^{\mu}, \dot{x}^{\nu}\right), \qquad (3.16)$$

где $L^{\alpha}_{\beta\gamma}$ — тензор, который удовлетворяет условию

$$L^{\alpha}_{\beta\gamma}\dot{x}^{\beta}\dot{x}^{\gamma} = 0\,. \qquad (3.17)$$

Дифференцируя (3.12) и учитывая уравнения (3.11), (3.13) и (3.14), получаем условие, которое связывает обобщенные метрическую и геодезическую структуры:

$$\left(G_{\alpha\beta,\gamma} - 2G_{\alpha\delta}K^{\delta}_{\beta\gamma} - G_{\alpha\beta,,\delta}K^{\delta}_{\gamma\mu}\dot{x}^{\mu}\right)\dot{x}^{\alpha}\dot{x}^{\beta}\dot{x}^{\gamma} = 0\,. \qquad (3.18)$$

Здесь одной запятой внизу обозначены частные производные по координатам, а двумя запятыми — частные производные по компонентам скорости. Уравнение (3.18) является однородным третьей степени по скоростям. Оно обобщает связь символов Кристоффеля с производными метрического тензора.

Таким образом, геометрия ПВ определяется метрическим тензором $G_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right)$ и связностью (3.16), которые удовлетворяют уравнениям (3.17) и (3.18). Пусть $g_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}\right)$ — метрический тен-

зор, который соответствует в рамках ОТО этому же распределению материи, и $\Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma}(x)$ — соответствующая риманова связность. Согласно принципу соответствия считаем, что тензор деформации связности

$$\Pi^{\alpha}_{\beta\gamma}\left(x^{\mu}, y^{\nu}\right) = H^{\alpha}_{\beta\gamma}\left(x^{\mu}, y^{\nu}\right) - \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma}\left(x^{\mu}\right) \tag{3.19}$$

формально пропорционален параметру ϖ.

Если сравнить геодезические линии, определенные уравнением (3.15), с римановыми геодезическими, соответствующими метрике $g_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}\right)$, то при одинаковых начальных условиях они будут постепенно расходиться. Для линейной по параметру ϖ части этого уклонения можно найти представление через квадратуры от тензора $\Pi^{\alpha}_{\beta\gamma}$. Пусть рассматриваются геодезические, проходящие при $\tau = 0$ через точку p. В римановых нормальных координатах z^{ρ}, определяемых метрикой $g_{\mu\nu}$ и имеющих начало в p, геодезическая, задаваемая начальным условием $\dot{z}^{\sigma}\Big|_{p} = v^{\sigma}$, имеет вид простого выражения: $z^{\sigma}(\tau) = v^{\sigma}\tau$. Как показано в работе [24], вектор уклонения $\zeta^{\rho}\left(v^{\sigma}\tau\right)$ деформированных геодезических задается выражением

$$\zeta^{\rho}\left(v^{\sigma}\tau\right) = -\tau\int_{0}^{\tau}\frac{\tilde{g}^{\rho\mu}\left(v^{\sigma}s\right)}{s^{2}}\left[\int_{0}^{s}\tilde{g}_{\mu\nu}\left(v^{\sigma}t\right)\tilde{\Pi}^{\nu}_{\lambda\tau}\left(v^{\sigma}t, v^{\sigma}\right)v^{\lambda}v^{\tau}t dt\right]ds, \tag{3.20}$$

где $\tilde{g}_{\mu\nu}$ и $\tilde{\Pi}^{\nu}_{\lambda\tau}$ — метрический тензор и тензор деформации связности в координатах z^{ρ}. С помощью формулы (3.20) можно моделировать влияние геометрических деформаций (метрических и неметрических) на динамику пробных тел и лучей.

Далее, в качестве примера рассмотрим более простой случай, когда компоненты метрического тензора и коэффициенты связности не зависят от скоростей. Уравнение (3.13) становится уравнением аффинных геодезических, и мы приходим к аффинно-метрическим теориям гравитации [171, 172, 535]. В этом случае из уравнения (3.17) вытекает, что тензор $L^{\alpha}_{\beta\gamma}$ является кососимметричным по нижним индексам. Это так называемый тензор геодезического кручения, который обычно обозначают $S^{\alpha}_{\beta\gamma}$. Урав-

нение (3.18) принимает вид

$$G_{(\alpha\beta,\gamma)} - 2G_{\delta(\alpha}K^{\delta}_{\beta\gamma)} = 0 \qquad (3.21)$$

или, если вводить обычные обозначения для ковариантного дифференцирования и учитывать (3.16) и (3.17),

$$G_{(\alpha\beta;\gamma)} = 0\,. \qquad (3.22)$$

Известно, что в любом пространстве аффинной связности задание поля симметричного тензора второй валентности $G_{\alpha\beta}(x)$, который используется для жонглирования индексами, дает возможность представить коэффициенты связности в виде [83]

$$\Gamma_{\alpha\mu\nu} = \{\alpha\mu\nu\} + Q_{\alpha\mu\nu} + \left(B_{\alpha\mu\nu} - B_{\nu\mu\alpha} + B_{\nu\alpha\mu}\right). \qquad (3.23)$$

Здесь мы, в отличие от общего случая, обозначили коэффициенты аффинной связности традиционно: $\Gamma_{\alpha\mu\nu} \equiv G_{\alpha\beta}\Gamma^{\beta}{}_{\mu\nu}$, $\{\alpha\mu\nu\}$ — символы Кристоффеля, $Q_{\alpha\mu\nu} = S_{\alpha\mu\nu} + S_{\mu\nu\alpha} + S_{\nu\mu\alpha}$ — так называемый тензор конторсии, $S_{\alpha\mu\nu} = \frac{1}{2}\left(\Gamma_{\alpha\mu\nu} - \Gamma_{\alpha\nu\mu}\right)$ — тензор кручения, $B_{\alpha\mu\nu} = -\frac{1}{2}g_{\alpha\mu;\nu}$ — тензор «неметричности». Теперь условие сохранения нормы 4-скорости (3.18) или (3.21) означает, что полностью симметричная часть тензора неметричности равна нулю [83].

В более общем случае метрический тензор и коэффициенты связности зависят не только от точки пространства-времени, но также от 4-направления в этой точке. Это можно назвать финслеровым обобщением аффинно-метрических геометрий. Финслерова геометрия очень богата возможностями для обобщения обычных понятий, но их применимость в физике пока исследована недостаточно. Например, известно несколько разных обобщений понятия угла между векторами [586]. Нетрудно увеличить их количество, однако необходимо проанализировать, которое из них можно применить в конкретной физической ситуации. Мы полагаем, что здесь в определенной степени может помочь принцип соответствия. Согласно этому принципу для значений параметра ϖ, которые принадлежат некоторой окрестности нуля, метрический тензор $G_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right)$ при всех значениях переменных x^{α}, y^{β} имеет лоренцеву сигнатуру. Итак, существует поле орторепера $h_i^{\mu}\left(x^{\alpha}, y^{\beta}\right)$ и

дуального корепера $h^i_\mu\left(x^\alpha, y^\beta\right)$, так что $G_{\mu\nu}\left(x^\alpha, y^\beta\right) = \eta_{ik} h^i_\mu h^k_\nu$. Как и в ОТО, орторепер можно считать моделью локальной лоренцевой системы отсчета. Пусть в точке x^α задан некоторый вектор A^α. Его можно разложить по линейному базису $A^\alpha = A^i h^\mu_i\left(x^\alpha, y^\beta\right)$. Однако возникает вопрос, как нужно избирать и интерпретировать аргумент y^β, а также связан ли он с вектором A^α. Одна из возможностей состоит в том, чтобы отождествить вектор y^β с 4-скоростью системы отсчета (монадой) [495]. С другой стороны, это может быть какое-то динамическое или геометрическое векторное поле $y^\beta\left(x^\alpha\right)$. В обоих этих случаях орторепер не зависит от A^α. Это дает возможность определить скалярное произведение векторов и угол между ними простым обобщением соответствующих римановых определений.

Следует заметить, однако, что такие гипотезы отходят от исходных финслеровых предположений, поскольку, например, формула (3.1) интерпретируется как «длина» вектора dx^α. Подобная ситуация возникает при определении ковариантной производной через связность $H^\alpha_{\beta\gamma}\left(x^\mu, y^\nu\right)$. В уравнении геодезических (3.15) аргумент y^ν естественным образом интерпретируется как вектор скорости, но в общей формуле $A^\alpha{}_{;\beta} = A^\alpha{}_{,\beta} + H^\alpha_{\gamma\beta}\left(x^\mu, y^\nu\right) A^\gamma$ снова стоит вопрос о роли вектора y^ν. Если предположить, что он связан с вектором A^α, то теряется линейность операции дифференцирования.

Итак, рассматриваемый класс обобщений ОТО допускает определение локально лоренцевых систем отсчета, но требует дальнейшего изучения. По всей видимости, класс теорий, которые удовлетворяют сформулированным требованиям, содержит целый набор разнообразных геометрий. Возникает вопрос, каким образом сравнивать между собою и с наблюдательными данными выводы альтернативных теорий. Например, если в дифференциальной геометрии сравнивают два пространства, то обычно считают, что они определены в общей системе координат. А существует ли для рассматриваемых геометрий какая-то общая система референции? Утвердительный ответ на этот вопрос базируется на таких соображениях. На практике системы отсчета определяются

оптическими наблюдениями за небесными телами и определенными действиями с часами, гироскопами и др. Каждая полная теория гравитации должна содержать математические модели свободного движения пробных тел, распространение света и указанных действий. Поэтому как общую основу для сравнения можно взять такие определения систем отсчета, которые базируются именно на этих моделях, т. е. математическая система отсчета должна моделировать определенную физическую картину. Это отличает ее от системы координат, выбираемой из соображений удобства при решении математических уравнений, которую, вообще говоря, неизвестно, как можно было бы реализовать практически. Таким образом, эти понятия различаются не столько математическими объектами, сколько их приложениями.

В ОТО такие модели систем отсчета хорошо известны. Это так называемые системы отсчета локального наблюдателя (см. п. 8.3), такие как система отсчета Ферми и оптическая система отсчета [579, 590]. Именно они могут быть обобщены и положены в основу сравнения выводов разных теорий гравитации. Они базируются на рассмотрении геодезических линий (в частности, световых) и параллельного переноса орторепера.

Интегрирование уравнения геодезических — сложная математическая задача, которая точно решается лишь в очень простых пространствах. Однако хорошо известно, как ее решить в форме степенных рядов для общего случая произвольной пульверизации [579, 586]. Разработан также метод интегрирования геодезических и построения систем отсчета локального наблюдателя в приближении слабого поля [279, 302, 489, 492].

3.3. ТЕОРИЯ БРАНСА–ДИККЕ

Одной из наиболее известных ранних альтернатив ОТО является теория Бранса—Дикке [70]. Точнее, первоначальную модель скалярно-тензорной теории предложил в 1955 г. Паскуаль Йордан [221]. Однако в этой модели функция Лагранжа обычной материи зависела от вводимого в теорию скалярного поля, что нарушало слабый принцип эквивалентности. Карл Бранс и Роберт Дикке отказались от такого подхода и предложили функцию Лагранжа (лагранжеву плотность) в следующем виде:

$$\mathcal{L}_{\mathrm{BD}} = \sqrt{|g|}\left[\frac{1}{2}\frac{c^4}{8\pi G_0}\left(\varphi R + \omega\frac{1}{\varphi}g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi\right) + L_m\right], \qquad (3.24)$$

где φ — скалярное поле Бранса—Дикке, постоянная ω — параметр теории, L_m — лагранжиан материи, не зависящий от поля φ. Как видно из первого члена этого уравнения, одной из основных отличительных особенностей данной теории является то, что эффективная гравитационная «постоянная» не является больше универсальной константой, а зависит теперь от положения и времени:

$$G_{\text{eff}} \equiv G_0 / \varphi . \tag{3.25}$$

Нетрудно видеть, что с помощью преобразования

$$\varphi = \xi\Phi^2 \equiv \frac{\varepsilon}{4\omega}\Phi^2, \tag{3.26}$$

где $\varepsilon = \pm 1 = \text{Sign}\,\omega$, член с производными от скалярного поля принимает канонический вид:

$$\mathcal{L}_{\text{BD}} = \sqrt{|g|}\left[\frac{1}{2}\frac{c^4}{8\pi G_0}\left(\xi\Phi^2 R + \varepsilon g^{\mu\nu}\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Phi\right) + L_m\right]. \tag{3.27}$$

Лагранжианы (3.24) и (3.27) записаны в представлении Бранса—Дикке (иногда используют термин «представление Йордана» или «представление Бранса—Дикке—Йордана»). С помощью конформного преобразования метрики

$$g_{\mu\nu} = \Omega^{-2}\bar{g}_{\mu\nu}\ , \quad \Omega = \sqrt{\xi}\Phi \tag{3.28}$$

и перехода к новому скалярному полю σ:

$$\Phi = \xi^{-1/2}\exp(\zeta\sigma)\ , \quad \zeta^2 = (6 + 4\omega)^{-1} > 0 \tag{3.29}$$

получаем функцию Лагранжа в *представлении Эйнштейна*:

$$\mathcal{L}_{\text{BD}} = \sqrt{|\bar{g}|}\left[\frac{1}{2}\frac{c^4}{8\pi G_0}\left(\bar{R} + \bar{g}^{\mu\nu}\partial_\mu\sigma\partial_\nu\sigma\right) + \bar{L}_m\right], \tag{3.30}$$

где $\bar{R}$ — скалярная кривизна, рассчитанная относительно новой метрики $\bar{g}_{\mu\nu}$, $\bar{L}$ — конформно преобразованный лагранжиан материи.

Математические и физические аспекты модели Бранса—Дикке подробно исследованы в работе [156]. Рассмотрим кратко на-

блюдательные следствия этой теории. Во-первых, как следует из формулы (3.25), в этой модели эффективная гравитационная «постоянная» является переменной величиной и в космологических задачах зависит от времени: $\dot{G}/G = -\dot{\varphi}/\varphi$. Однако существуют строгие экспериментальные ограничения на вариации гравитационной постоянной. Например, из данных WMAP следует [457]:

$$-1,75\cdot 10^{-12}\ \text{yr}^{-1} < \dot{G}/G < 1,05\cdot 10^{-12}\ \text{yr}^{-1}. \qquad (3.31)$$

Поэтому при исследовании конкретных космологических моделей (учитывающих вид материальных полей) необходимо учитывать это ограничение. Для астрофизических задач важным критерием жизнеспособности теории является соответствие ее параметризованных постньютоновских (ППН) параметров экспериментальным ограничениям. Для модели Бранса—Дикке ППН параметры γ и β определяются формулами [237, 333, 445]

$$\gamma_{\text{BD}} = \frac{1+\omega}{2+\omega},\quad \beta_{\text{BD}} = 1. \qquad (3.32)$$

Из выражения для γ_{BD} (3.32) видно, что предел $\omega \to \infty$ соответствует переходу к ОТО. ППН параметр β_{BD} совпадает со значением, получаемым в ОТО. По результатам космической миссии Cassini были получены ограничения на γ: $\gamma_{\text{obs}} - 1 = (2,1 \pm 2,3)\cdot 10^{-5}$, откуда следует, что

$$\omega > 4\cdot 10^{4}. \qquad (3.33)$$

При таких значениях ω оригинальная модель Бранса—Дикке практически неотличима от ОТО. С этой точки зрения она не является перспективной. Тем более, что природа скалярного поля в этой теории довольно туманна. Однако существуют различные обобщенные скалярно-тензорные модели, в которых можно обойти ограничение (3.33) и в которых скалярное поле возникает естественным образом. К ним относятся, например, модели с высшими производными (в простейшем случае это нелинейные $f(R)$ модели), где скалярные поля связаны с дополнительными степенями свободы, вызванными нелинейностью [404]. Теории с дополнительными измерениями в результате размерной редукции

также сводятся к скалярно-тензорным моделям, где скалярные поля соответствуют конформным возбуждениям объема внутренних пространств [347]. В последующих параграфах мы рассмотрим эти теории.

3.4. НЕЛИНЕЙНЫЕ $f(R)$ МОДЕЛИ

Известно, что ОТО не является перенормируемой и поэтому не может быть проквантована стандартным образом. Однопетлевые перенормировки приводят к тому, что к гравитационному действию Эйнштейна добавляются члены тензора кривизны высших порядков [63, 431], т. е. теория становится теорией с высшими производными относительно метрических коэффициентов. Нелинейные по скалярной кривизне члены могут возникать в гравитационном действии также в результате компактификации дополнительных пространственных измерений [308]. Теории, в которых линейный по скалярной кривизне член R заменен в действии на произвольную функцию $f(R)$, представляют особый интерес, поскольку они свободны от духовых переменных и нестабильности Остроградского. Эта нестабильность заключается в том, что в теориях с высшими производными функция Гамильтона не ограничена снизу [223, 454]. Чтобы избежать этого, в данной главе мы ограничимся нелинейными $f(R)$ теориями. Эти модели, начиная с пионерской работы [408], привлекли внимание, так как предложили естественный механизм инфляции ранней Вселенной. Недавно было выяснено, что эти теории могут также объяснить ускоренное расширение поздней Вселенной. Данное наблюдение привело к появлению большого количества новых публикаций, посвященных нелинейным моделям. Свойства нелинейных моделей подробно описаны, например, в [119, 223, 307, 404]. Остановимся на наиболее характерных особенностях этих моделей. При этом для удобства читателей будем использовать систему единиц, принятую в этих работах и соответствующую абсолютному большинству статей по этой теме.

В $f(R)$ гравитации действие имеет вид

$$S = \frac{1}{2\kappa^2}\int d^4x\sqrt{-g}\,f(R) + S_m\left(g_{\mu\nu}, \psi_m\right), \tag{3.34}$$

где в принятой системе единиц скорость света $c = 1$, $\kappa^2 = 8\pi G_N$

и S_m — действие для материальных полей, обозначенных ψ_m. Этому действию соответствует уравнение поля:

$$F(R)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}f(R)g_{\mu\nu} - \nabla_\mu\nabla_\nu F(R) + g_{\mu\nu}\Box F(R) = \kappa^2 T_{\mu\nu}. \qquad (3.35)$$

След этого уравнения равен

$$3\Box F(R) + F(R)R - 2f(R) = \kappa^2 T. \qquad (3.36)$$

Здесь $F(R) = f'(R)$, $T = g^{\mu\nu}T_{\mu\nu}$ и $\Box F = \left(1/\sqrt{-g}\right)\partial_\mu\left(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\partial_\nu F\right)$. Штрих означает дифференцирование по R. К важному специальному классу относятся модели, которые имеют решения $R_{\rm dS}$ уравнения

$$F(R)R - 2f(R) = 0. \qquad (3.37)$$

Как видно, это вакуумное $(T = 0)$ решение уравнения (3.36) с постоянным значением скалярной кривизны $(\Box F(R) = 0)$. Такие решения называются точками де Ситтера [119]. Вблизи точек де Ситтера функция $f(R)$ принимает вид

$$f(R) = -2\Lambda + R + o(R - R_{\rm dS}), \qquad (3.38)$$

где $\Lambda \equiv R_{\rm dS}/4$. Очевидно, что эти модели стремятся асимптотически к пространству де Ситтера, когда $R \to R_{\rm dS} \neq 0$ с космологической постоянной $\Lambda \equiv R_{\rm dS}/4$. Это происходит, когда космологическая постоянная дает основной вклад во Вселенной, как это имеет место в настоящее время. Известно, что наиболее популярные и жизнеспособные модели Старобинского и Ху—Савицкого (см. ниже) имеют стабильные точки де Ситтера.

Покажем, что нелинейные $f(R)$ модели являются обобщенными моделями Бранса—Дикке. Запишем действие вида

$$S = \frac{1}{2\kappa^2}\int d^4x\sqrt{-g}\left[f(\chi) + f'(\chi)(R - \chi)\right] + S_m\left(g_{\mu\nu}, \psi_m\right). \qquad (3.39)$$

Вариация этого действия относительно χ приводит к уравнению

$$f''(\chi)(R - \chi) = 0. \qquad (3.40)$$

Следовательно, $\chi = R$ при условии $f''(\chi) \neq 0$. Легко видеть, что действие (3.39) совпадает с исходным действием (3.34). Мы можем переопределить поле χ, введя новое поле $\varphi = f'(\chi)$ и потенциал

$$V(\varphi) = \chi(\varphi)\varphi - f(\chi(\varphi)). \tag{3.41}$$

Тогда действие (3.39) принимает вид

$$S = \frac{1}{2\kappa^2}\int d^4x\sqrt{-g}\left[\varphi R - V(\varphi)\right] + S_m\left(g_{\mu\nu}, \psi_m\right). \tag{3.42}$$

Очевидно, что это обобщенное действие Бранса—Дикке с параметром $\omega = 0$. Значение $\omega = 0$ не означает, что данные модели противоречат наблюдениям, так как теория (3.42) не совпадает тождественно (из-за присутствия потенциала $V(\varphi)$) с оригинальной моделью Бранса—Дикке (3.19). С помощью конформного преобразования

$$\overline{g}_{\mu\nu} = f'(R)\, g_{\mu\nu} \equiv \varphi g_{\mu\nu} \tag{3.43}$$

и переопределения

$$\varphi \equiv f'(R) = \exp\left(\sqrt{(2/3)}\,\kappa\sigma\right) \tag{3.44}$$

получаем действие в представлении Эйнштейна:

$$S = \int d^4x\sqrt{-\overline{g}}\left[\frac{\overline{R}}{2\kappa} - \frac{1}{2}\partial^\mu\sigma\,\partial_\mu\sigma - U(\sigma)\right] + S_m\left(e^{-\sqrt{(2/3)}\,\kappa\sigma}\overline{g}_{\mu\nu}, \psi_m\right), \tag{3.45}$$

где потенциал

$$U(\sigma) = \frac{R(\sigma)f'(R(\sigma)) - f(R(\sigma))}{2\kappa^2\left(f'(R(\sigma))\right)}. \tag{3.46}$$

Скалярные поля φ и σ называют скаляронами [408]. Квадрат эффективной массы скалярона определяется формулой

$$m_{eff}^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{f'}{f''} - R\right). \tag{3.47}$$

Функция $f(R)$ не является абсолютно произвольной. На нее накладываются теоретические и экспериментальные ограничения [223].

• Гравитация хорошо проверена, начиная с ранних стадий Вселенной, например, со времен первичного нуклеосинтеза. Поэтому на этих временах должна восстанавливаться ОТО. Формально это означает

$$f(R) \to R, \quad f' \to 1 \text{ при } R \to \infty. \tag{3.48}$$

• В областях с сильной кривизной, где $|Rf''| << 1$ и $f' \sim 1$, выражение (3.47) для квадрата массы принимает вид

$$m_{eff}^2 = \frac{1}{3f''}. \tag{3.49}$$

• Поэтому условие отсутствия тахионов приводит к требованию $f'' > 0$. Чтобы гравитон не становился «духом», следует потребовать всюду выполнения условия $f' > 0$.

• Чтобы удовлетворить ограничения на пятую силу (возникающую за счет дополнительной скалярной степени свободы) в Солнечной системе необходимо, чтобы в современной Вселенной выполнялось $|f' - 1| << 1$. Например, в [205] были получены ограничения $|f' - 1| \le 10^{-6}$.

В настоящее время наиболее популярными моделями, которые могут удовлетворять этим условиям, являются модель Ху—Савицкого [205]:

$$f(R) = R - \frac{bR_c}{1 + (R/R_c)^{-\alpha}} \tag{3.50}$$

и модель Старобинского [409]:

$$f(R) = R - bR_c\left[1 - \left(1 + R^2/R_c^2\right)^{-\alpha/2}\right], \tag{3.51}$$

где $b, \alpha, R_c > 0$ — параметры моделей.

3.5. МНОГОМЕРНЫЕ МОДЕЛИ КАЛУЦЫ–КЛЕЙНА

Как отмечалось раннее, в настоящее время наблюдаемая Вселенная на достаточно больших расстояниях хорошо описывается ΛCDM моделью с четырехмерной метрикой Фридмана—Робертсона—Уолкера (FRW). Однако возможно, что пространство-время на малых (планковских) расстояниях имеет размерность больше, чем 4, и сложную топологию.

Впервые гипотеза многомерности пространства-времени в теории гравитации Эйнштейна была высказана в 20-х годах XX века в работах Теодора Калуцы [226] и Оскара Клейна [236]. Оказалось, что идея многомерности позволяет, в принципе, осуществить объединение разных фундаментальных взаимодействий с гравитацией. Калуца и Клейн продемонстрировали это на примере пятимерного многообразия $M = M^4 \times S^1$, где M^4 — четырехмерное пространство-время, а S^1 обозначает одномерный тор (окружность) с периодом a. В первоначальном варианте этой модели компонента метрики $g_{44} = -a^2$ считалась постоянной, а все другие компоненты — зависимыми только от координат внешнего пространства. В этом случае метрику многомерного пространства-времени можно представить в виде

$$\tilde{g}_{AB} = \begin{pmatrix} \overline{g}_{\mu\nu}(x) - \xi^2 A_\mu(x) A_\nu(x) a^2 & \xi A_\mu(x) a^2 \\ \xi A_\nu(x) a^2 & -a^2 \end{pmatrix}, \qquad (3.52)$$

где $A, B = 0,1,2,3,4$; $\mu, \nu = 0,1,2,3$, а x — координаты четырехмерного пространства-времени. Гравитационная часть действия в теории гравитации Эйнштейна с произвольным количеством измерений $\mathcal{D} = D + 1$ имеет вид

$$S_g = -\frac{1}{2}\frac{c^3}{2S_D \tilde{G}_{\mathcal{D}}} \int d^{\mathcal{D}}x \sqrt{|\tilde{g}|} R^{1/2}[\tilde{g}], \qquad (3.53)$$

где $S_D = 2\pi^{D/2}/\Gamma(D/2)$ — полный телесный угол (площадь $(D-1)$-мерной сферы единичного радиуса), а $\tilde{G}_{\mathcal{D}}$ — гравитационная постоянная в $\mathcal{D}$-мерном пространстве-времени. В случае пятимерной метрики (3.52) после интегрирования по координатам внутреннего пространства (такая процедура называется размерной редукцией) гравитационная часть действия принимает вид

$$S_g = -\frac{1}{2}\frac{c^3}{8\pi G_N}\int d^4x\sqrt{|\bar{g}|}R[\bar{g}] - \frac{1}{4}\int d^4x\sqrt{|\bar{g}|}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \qquad (3.54)$$

где мы ввели ньютоновскую гравитационную постоянную[1]:

$$G_N = \frac{S_4\tilde{G}_5}{4\pi V_{\text{int}}} \qquad (3.55)$$

и объем внутреннего пространства $V_{\text{int}} = a$, а параметр ξ определяется из $\xi^2 = 16\pi G_N / a^2$; тензор напряженности электромагнитного поля $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Очевидно, что эффективная редуцированная четырехмерная теория (3.54) описывает модель, которая объединяет гравитационное и электромагнитное взаимодействия.

Впоследствии от условия $g_{44} = \text{const}$ отказались, в результате чего была получена теория с дополнительным скалярным полем. Например, если в (3.52) положить $A_\mu \equiv 0$ и $g_{44} = -a_0^2\Phi^2(x)$, где a_0 — масштабный фактор внутреннего пространства в настоящее время t_0, а функция $\Phi(x)$ описывает отклонение от этого значения, т. е. $\Phi(t = t_0) = 1$, то размерная редукция действия (3.53) приводит к выражению

$$S_g = -\frac{1}{2}\frac{c^3}{8\pi G_N}\int d^4x\sqrt{|\bar{g}|}R[\bar{g}]\Phi\,. \qquad (3.56)$$

Это — специальный случай скалярно-тензорной теории Бранса—Дикке с параметром $\omega = 0$. Несложно убедиться, что конформное преобразование метрики внешнего пространства-времени $\bar{g}_{\mu\nu} = \varphi^{-1}g_{\mu\nu}$ и переопределение скалярного поля в виде $\Phi = \sqrt{3/2}\,\ln\varphi$ приводят действие (3.56) к следующему виду:

$$S_g = -\frac{1}{2}\frac{c^3}{8\pi G_N}\int d^4x\sqrt{|g|}\left\{R[g] + g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi\right\}. \qquad (3.57)$$

[1] В п. 3.3—3.6 мы используем G_N для обозначения обычной «эффективной» четырехмерной гравитационной постоянной, чтобы отличать ее от многомерной «фундаментальной» гравитационной постоянной G_D.

Такая эффективная редуцированная четырехмерная теория описывает модель с гравитационным и свободным (без потенциала) скалярным полями в представлении Эйнштейна. Говорят, что действие для этой модели в виде (3.56) записано в представлении Бранса—Дикке. Мы отмечали, что модель Бранса—Дикке с параметром $\omega = 0$ противоречит наблюдательным данным. Очевидно, что модель Калуцы—Клейна в том виде, в каком она описана выше, служит для иллюстрационных целей, чтобы продемонстрировать механизм объединения фундаментальных взаимодействий в многомерных теориях.

В ранних работах дополнительные измерения использовались скорее как математический трюк для получения теорий объединения физических взаимодействий в эффективном четырехмерном пространстве-времени, чем как реально существующие дополнительные координаты. Широкую популярность многомерные теории приобрели в конце 70-х—начале 80-х годов прошлого века в связи с развитием струнных, суперструнных и супергравитационных теорий. В настоящее время этот интерес поддерживается обобщением указанных теорий на *P*-браны, *M*- и *F*-теории. В большинстве случаев наиболее самосогласованная формулировка этих теорий (отсутствие аномалий) имеет место в пространстве-времени с критическими размерностями D_c, большими чем 4. Например, $D_c = 26$ для бозонной и $D_c = 10$ для суперсимметричной версий теории струн. Это дало возможность взглянуть на дополнительные измерения как на реально существующие объекты.

Большое количество публикаций о многомерных теориях, последовавшее вслед за развитием суперструнных теорий, привело к созданию многомерной космологии, которая исследует динамику внешних и внутренних пространств для разных вариантов теории. В большинстве этих работ предполагается, что исследуемое многомерное многообразие подверглось «спонтанной компактификации»: $M \to M = M^4 \times B^{\mathcal{D}-4}$, где $B^{\mathcal{D}-4}$ — компактное внутреннее пространство (или прямое произведение нескольких компактных внутренних пространств). Обычно исследуются однородные модели, где в качестве внешнего и внутреннего пространств выбираются пространства постоянной кривизны или, в более общем случае, пространства Эйнштейна. Тогда спонтанно компактифицированное $\mathcal{D}$-мерное многообразие имеет вид

$$M = \mathbb{R} \times M_0 \times M_1 \times \ldots \times M_n. \qquad (3.58)$$

Здесь M_i, $(i = 0,\ldots,n)$ являются d_i-мерными пространствами Эйнштейна, а $\mathcal{D} = 1 + \sum_{i=0}^{n} d_i$ — общая размерность пространства-времени, M_0 описывает внешнее трехмерное пространство. Обычно предполагается, что M_i ($i = 0$, ..., n) являются максимально симметричными пространствами, и для описания их эволюции достаточно одного масштабного фактора a_i для каждого из M_i. Следует заметить, что если даже идея многомерности Вселенной окажется не более чем красивой гипотезой, то тем не менее многие результаты, полученные при исследовании многомерных космологических моделей, не утратят своего значения, поскольку они применимы к описанию эволюции анизотропных моделей Вселенной в обычном четырехмерном пространстве-времени. Например, формула (3.58) описывает Бианки-I модель, если $d_i = 1$ $(i = 0,1,2)$; Бианки-III модель, если M_0 — двумерное пространство постоянной отрицательной кривизны, а $d_1 = 1$ $(n = 1)$; вселенную Кантовски—Сакса, если M_0 — двумерное пространство постоянной положительной кривизны, а $d_1 = 1$ $(n = 1)$.

Предположив, что наш мир является многомерным, мы, казалось бы, сразу приходим к противоречию с обычным повседневным опытом, поскольку из наблюдений следует, что наш мир на известных нам макромасштабах является четырехмерным, и эксперименты на современных ускорителях также не подтверждают на доступных в настоящее время микромасштабах (т. е. до 1 ТэВ$^{-1}$ ~ 10^{-17} см) существование дополнительных измерений. С другой стороны, дополнительные измерения могут опосредствованно проявить себя из наблюдений фундаментальных постоянных, поскольку динамическое поведение внутренних пространств приводит к временной вариации эффективных четырехмерных фундаментальных констант. Такие вариации до настоящего времени не были обнаружены.

Таким образом, дополнительные измерения в модели Калуцы—Клейна в настоящее время не наблюдаемы, если они являются статическими или почти статическими и имеют размер меньше или порядка 10^{-17} см. Тогда Вселенная является эффективно четырехмерной в соответствии с привычной для нас картиной мира. Чтобы быть в согласии с такой постановкой, ищут решения многомерных уравнений Эйнштейна, обеспечивающие

расширение части измерений, которые соответствуют внешнему пространству, и сжатие до планковских размеров оставшихся дополнительных измерений. В этом случае говорят, что состоялась динамическая компактификация внутренних измерений.

При этом естественно считать, что сначала все измерения были равноправными и одного порядка, а потом в результате эволюции Вселенной произошло нарушение симметрии между внешними и внутренними измерениями. Предполагается, что в результате действия некоторых механизмов, которые были рассмотрены, например, в работах [176, 177, 179], происходит замораживание внутренних измерений возле планковских или фермиевских масштабов. Поэтому особый интерес представляют точные решения со статическими внутренними пространствами. Очевидно, что эти решения должны быть стабильными относительно возмущений масштабных факторов внутренних пространств, т. е. статические решения должны соответствовать минимуму эффективного потенциала. Эффективная теория получается в результате размерной редукции многомерного действия к четырехмерному [175, 176, 346]. При этом масштабные факторы внутренних пространств выглядят как скалярные поля, которые распространяются на фоне четырехмерного пространства-времени, а эффективный потенциал определяет потенциальную энергию этих полей. Данные скалярные поля названы в этих работах радионами или гравитационными экситонами. Они слабо взаимодействуют с полями обычной материи, поэтому играют роль темной материи.

Стабилизация внутренних пространств может осуществляться или чисто геометрическим способом, если отсутствует материя, но в этом случае эффективная космологическая постоянная отлична от нуля и отрицательна, или в присутствии материи. В последнем случае с помощью тонкой подстройки параметров модели эффективную космологическую постоянную можно сделать равной нулю. Также с помощью тонкой подстройки параметров можно добиться, чтобы эффективная космологическая постоянная стала положительной и ее значение было равным плотности энергии наблюдаемой сейчас темной энергии. Для такой тонкой подстройки наиболее часто используют потенциалы, в которых учтены однопетлевые квантовые поправки (в том числе эффект Казимира), а также «монопольные» члены — так называемые «поля форм».

Подробные обзоры теорий Калуцы—Клейна можно найти в работах [44, 320]. Отметим, что около 15 лет назад появился альтерна-

тивный механизм объяснения ненаблюдаемости дополнительных измерений. В этом случае допускается, что все поля, которые относятся к так называемой стандартной модели элементарных частиц, локализованны на трехмерном многообразии — бране, которая описывает наш трехмерный мир. Однако гравитационное поле не является локализованным. Такие модели получили название теории миров на бране (см., например, [499, 585]).

Далее опишем, к каким наблюдаемым следствиям в границах Солнечной системы приводят многомерные модели Калуцы—Клейна и какие ограничения на параметры этих моделей накладывают известные гравитационные эксперименты (отклонение Солнцем луча света, смещение перигелия Меркурия и запаздывание радарного эха).

3.5.1. Экспериментальные ограничения

Очевидно, что любая физическая теория только тогда заслуживает серьезного внимания, когда находится в согласии с наблюдениями. Общая теория относительности в четырехмерном пространстве-времени очень хорошо согласуется с гравитационными экспериментами в Солнечной системе. К таким экспериментам относятся сдвиг перигелия планет, отклонение луча света Солнцем и временная задержка радиолокационного сигнала (эффект Шапиро). Естественно возникает вопрос о соответствии многомерных гравитационных теорий этим классическим тестам. В ОТО для расчета этих эффектов в Солнечной системе используется приближение слабого поля, т. е. считают гравитационные поля слабыми и скорости движения гравитирующих тел намного меньше скорости света [550]. При этом гравитирующие массы можно рассматривать как точечные источники. Покажем, к каким наблюдательным следствиям приводит этот подход в случае многомерных моделей Калуцы—Клейна, для которых уравнение Эйнштейна, получаемое варьированием действия (3.53), принимает вид

$$R_{ik} = \frac{2S_D \tilde{G}_D}{c^4}\left(T_{ik} - \frac{1}{D-1} g_{ik} T\right). \qquad (3.59)$$

Рассмотрим сначала модели с тороидальной компактификацией внутренних пространств, когда все внутренние пространства являются торами с периодами a_i, $i = 1,\ldots,D'$. Полный объем внутренних пространств равен $V_{D'} = \prod_{i=1}^{D'} a_i$. В приближении слабо-

го поля для покоящихся гравитирующих объектов единственной отличной от нуля компонентой тензора энергии-импульса является $T_{00} \approx \rho_D c^2 \sim O(c^2)$, где $\rho_D = m\delta(\vec{r}_D)$ — D-мерная плотность массы покоя гравитирующей точечной массы m, $\vec{r}_D$ — D-мерный радиус-вектор. Таким образом, в этом приближении гравитирующие источники характеризуются пылевыми уравнениями состояния $P = 0$ во всех (т. е. внешних и внутренних) пространственных измерениях. Если гравитирующая масса равномерно размазана/распределена по внутренним пространствам, то $\rho_D = \rho_3 / V_{D'} = m\delta(\vec{r}_3)/V_{D'}$.

Рассмотрим случай без размазки. Тогда можно показать, что для точечной покоящейся гравитирующей массы m решение линеаризованных уравнений (3.59) приводит к следующим выражениям для метрических коэффициентов [132]:

$$g_{00} \approx 1 + \frac{2}{c^2}\varphi(\vec{r}_D) + \frac{2}{c^4}\varphi^2(\vec{r}_D), \tag{3.60}$$

$$g_{\alpha\beta} \approx -\left(1 - \frac{1}{D-2}\cdot\frac{2}{c^2}\varphi(\vec{r}_D)\right)\delta_{\alpha\beta}, \ \alpha, \beta = 1, \ldots, D. \tag{3.61}$$

Формулы (3.60) и (3.61) показывают, каким образом наличие гравитирующей массы возмущает фоновое плоское пространство-время. Далее будем обозначать возмущение порядка $1/c^2$ как h_{00} и $h_{\alpha\beta}$. Мы выразили компоненту g_{00} с точностью до $1/c^4$ включительно. Такая точность нужна для расчета сдвига перигелия планет. Относительно пространственных компонент $g_{\alpha\beta}$ известно, что их достаточно рассчитать до порядка $1/c^2$ включительно. Нерелятивистский гравитационный потенциал $\varphi(\vec{r}_D)$ удовлетворяет D-мерному уравнению Пуассона:

$$\Delta_D\varphi = \delta^{\alpha\beta}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} = S_D G_{\mathcal{D}} m\delta(\vec{r}_D), \tag{3.62}$$

где

$$G_{\mathcal{D}} = \frac{2(D-2)}{D-1}\tilde{G}_{\mathcal{D}} \tag{3.63}$$

является переопределенной гравитационной постоянной в ($\mathcal{D} = D+1$)-мерном пространстве-времени. Как увидим ниже, такая

перенормировка удобна тем, что метрический коэффициент g_{00} принимает вид, удобный для использования в параметризованном постньютоновском формализме. Отметим, что выбор этой калибровки (как и любой другой) не влияет на основные выводы относительно применимости моделей Калуцы—Клейна. Таким образом, для определения метрических коэффициентов (3.60) и (3.61) необходимо решить уравнение (3.62). Однако еще до решения этого уравнения можно видеть, что при использовании рассматриваемых моделей сталкиваются с серьезной проблемой. Из формул (3.60) и (3.61) следует, что отношение возмущений метрических коэффициентов $h_{\alpha\alpha}$ и h_{00} равно $1/(D-2)$. Таким образом, при $D > 3$ это отношение сильно отличается от единицы. Однако именно это отношение определяет постньютоновский параметр γ, который согласно наблюдениям чрезвычайно близок к единице (см. ниже).

Если дополнительные измерения не компактифицированы, т. е. полное пространство имеет топологию $\mathbb{R}^D$, то уравнение (3.62) имеет следующее решение:

$$\varphi\,(r_D) = -\frac{G_{\Phi} m}{(D-2) r_D^{D-2}}, \quad D \geq 3, \tag{3.64}$$

где r_D — модуль радиуса-вектора $\vec{r}_D$. Это единственное решение (3.62), удовлетворяющее нулевому предельному значению на бесконечности.

Если топология пространства имеет вид $\mathbb{R}^3 \times T^d$ (т. е. с тороидальной компактификацией внутренних пространств), то естественно наложить на нерелятивистский гравитационный потенциал периодические граничные условия в направлении дополнительных измерений. Тогда уравнение (3.62) имеет решение [134, 135]

$$\varphi\,(r_3, \xi_1, \ldots, \xi_d) = -\frac{G_N m}{r_3} \sum_{k_1=-\infty}^{+\infty} \ldots \sum_{k_d=-\infty}^{+\infty} \exp\left[-2\pi \left(\sum_{i=1}^{d} \left(\frac{k_i}{a_i}\right)^2\right)^{1/2} r_3\right] \times$$

$$\times \cos\left(\frac{2\pi k_1}{a_1} \xi_1\right) \ldots \cos\left(\frac{2\pi k_d}{a_d} \xi_d\right), \tag{3.65}$$

где r_3 — модуль радиуса-вектора в трехмерном пространстве, $\xi_i \in [0, a_i]$ — координата i-го дополнительного измерения, а ньюто-

новская гравитационная постоянная G_N связана с многомерной гравитационной постоянной G_D:

$$G_N = \frac{S_D}{4\pi} \cdot \frac{G_D}{\prod_{i=1}^{d} a_i}. \qquad (3.66)$$

В этой формуле стоит перенормированное значение G_D, а не оригинальное $\tilde{G}_D$, как в (3.55). Легко видеть, что в пределе $a_i \to 0$ нулевая мода (решение, в котором все $k_i = 0$) вносит основной вклад, и мы получаем ньютоновский гравитационный потенциал $\varphi(r_3, \xi_1, ..., \xi_d) \to -G_N m / r_3$. Формула (3.65) показывает, что перенормировка (3.63) была необходима для перехода в этом пределе к гравитационному потенциалу Ньютона без каких-либо дополнительных префакторов. В литературе ненулевые моды k_i называются модами Калуцы—Клейна. В противоположном пределе, т. е. если все $a_i \to +\infty$, суммы в (3.65) можно заменить на интегралы. Используя стандартные интегралы, можно показать, что, например, в частных случаях d = 1, 2 мы получим необходимый результат: $\varphi(r_3, \xi_1, \ldots, \xi_d) \to -G_D m / [(D-2)\, r_D^{D-2}]$, т. е. предельный переход к решению (3.64).

В случае одного дополнительного измерения $d = 1$ можно выполнить суммирование ряда в (3.65), применяя, например, формулу Абеля—Плана или просто используя таблицы рядов. В результате приходим к компактному выражению:

$$\varphi(r_3, \xi) = -\frac{G_N m}{r_3} \frac{\sinh\left(\frac{2\pi r_3}{a}\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi r_3}{a}\right) - \cos\left(\frac{2\pi \xi}{a}\right)}, \qquad (3.67)$$

где $r_3 \in [0, +\infty)$ и $\xi \in [0, a]$. Нетрудно проверить, что эта формула имеет правильные асимптотические выражения для $r_3 >> a$ и $r_4 << a$.

Очевидно, что при рассмотрении гравитационного поля на расстояниях $r_3 >> a_i$ достаточно ограничиться нулевой модой Калуцы—Клейна. Например, это приближение хорошо использовать для планет Солнечной системы, поскольку эксперименты по провер-

ке закона обратных квадратов показывают, что дополнительные измерения в моделях Калуцы—Клейна не должны превышать субмиллиметровые расстояния. Поэтому в этом случае гравитационный потенциал имеет вид

$$\varphi(\vec{r}) \approx -\frac{G_N m}{r_3} = -\frac{r_g c^2}{2r_3}, \tag{3.68}$$

где r_g — трехмерный радиус Шварцшильда, равный $2G_N m/c^2$.

Выше мы отмечали важный частный случай гравитирующих масс, равномерно размазанных по внутренним пространствам. Можно показать, что с точки зрения квантовой механики он соответствует основному состоянию гравитирующего источника. Для размазанных гравитирующих источников нерелятивистский гравитационный потенциал полностью совпадает с ньютоновским выражением (т. е. знак приближенного равенства в (3.68) необходимо заменить на знак точного равенства) [135]. В дальнейшем в основном будем иметь дело с размазанными гравитирующими массами. Это оправдано и тем, что размазка является необходимым условием совместности уравнений Эйнштейна для моделей с кривыми внутренними пространствами Эйнштейна [93].

Таким образом, метрика рассматриваемого гравитирующего источника в изотропных координатах имеет вид

$$ds^2 \approx \left(1 - \frac{r_g}{r_3} + \frac{r_g^2}{2r_3^2}\right)c^2dt^2 - \left(1 + \frac{1}{D-2}\frac{r_g}{r_3}\right)\times$$

$$\times\left(dr_3^2 + r_3^2 d\theta^2 + r_3^2 \sin^2\theta d\psi^2\right) - \left(1 + \frac{1}{D-2}\frac{r_g}{r_3}\right)\times$$

$$\times\left((d\xi_1)^2 + (d\xi_2)^2 + \ldots + (d\xi_d)^2\right). \tag{3.69}$$

Теперь можно провести расчеты гравитационных тестов.

Сдвиг частоты

Поскольку метрический коэффициент g_{00} в метрике (3.69) совпадает с g_{00} в метрике Шварцшильда, то формула сдвига частоты будет такая же, как и в ОТО.

Другие тесты можно рассчитать, непосредственно используя вид метрики (3.69) [132], а также известные формулы параметри-

зованого постньютоновского формализма (см. п. 4.2.1). Сравнение метрики (3.69) с формулами (4.8) и (4.9) показывает, что для рассматриваемых моделей Калуцы—Клейна ППН параметры равны

$$\beta = 1, \quad \gamma = \frac{1}{D-2}. \tag{3.70}$$

Поэтому, используя уравнения, приведенные в п. 4.2.1, получаем выражения для гравитационных тестов.

Сдвиг перигелия

$$\delta\psi = \frac{1}{3}(2 + 2\gamma - \beta)\frac{3\pi r_g}{a(1-e^2)} = \frac{D\pi r_g}{(D-2)a(1-e^2)}, \tag{3.71}$$

где a и e — большая полуось и эксцентриситет эллипса соответственно. Для трехмерного случая $D = 3$ это уравнение в точности совпадает с формулой ОТО. Известно, что Меркурий в Солнечной системе имеет наибольшую разность между измеренным значением сдвига перигелия и значением, рассчитанным с использованием ньютоновского формализма. Наблюдательная разность составляет $43{,}11 \pm 0{,}21$ угловых секунд за столетие. Это значение объясняется релятивистскими эффектами вида (3.71). Однако только в трехмерном случае $D = 3$ с помощью формулы (3.71) получают удовлетворительный результат $42{,}94''$, который лежит в границах точности измерений. Например, для моделей с $D = 4$ и $D = 9$ мы находим $28{,}63''$ и $18{,}40''$ соответственно, которые очень далеки от наблюдательного значения.

Отклонение света

$$\delta\psi = (1 + \gamma)\frac{r_g}{r_m} = \frac{D-1}{D-2}\frac{r_g}{r_m}, \tag{3.72}$$

где r_m — прицельный параметр. В трехмерном случае $D = 3$ это уравнение в точности совпадает с формулой ОТО. В ОТО для луча света, касающегося края диска Солнца, получаем $\delta\psi \approx 1{,}75$ arcsec, что хорошо согласуется с данными наблюдений. Формула (3.72) показывает, что мы получаем это значение $\delta\psi$ только для обыч-

ного трехмерного пространства. В случаях $D = 4$ и $D = 9$ соответственно имеем $\delta\psi \approx 1,31''$ и $\delta\psi \approx 1,00''$; эти величины очень далеки от наблюдаемого значения.

Эффект Шапиро

Приведем выражение для временной задержки радарного эха (см. (4.11)):

$$\Delta T = \frac{D-1}{D-2}\frac{r_g}{c}\ln\left(\frac{4r_{Earth}\,r_{planet}}{R_{Sun}^2}\right). \qquad (3.73)$$

Эта формула совпадает с выражением для ОТО при $D = 3$.

Очевидно, что расхождения между вычисленными значениями и данными наблюдений при $D > 3$ возникают за счет значения ППН параметра γ. Второе уравнение в (3.70) показывает, что параметр γ совпадает с соответствующим выражением ОТО, если $D = 3$. Только в этом случае $\gamma = 1$. Согласно экспериментальным данным, γ должно быть очень близко к 1. Наиболее строгие ограничения на γ следуют из эксперимента Шапиро по измерению временной задержки радарного эха с использованием космического аппарата Кассини: $\gamma - 1 = (2,1 \pm 2,3)\cdot 10^{-5}$. Однако при $D > 3$ имеем $\gamma - 1 \sim O(1)$. Например, для D, равного 4 и 9, получаем, что $\gamma - 1$ равно $-1/2$ и $-6/7$ соответственно. Конечно, эти значения очень далеки от экспериментальных данных.

Таким образом, для рассматриваемых моделей выражения для сдвига перигелия, отклонения луча света и ППН параметра γ демонстрируют хорошее согласие с экспериментальными данными только в случае обычного трехмерного ($D = 3$) пространства. Этот результат не зависит от размера дополнительных измерений. Следовательно, в этих многомерных моделях Калуцы—Клейна точечные массы (с пылевым уравнением состояния во всех пространствах) не могут порождать гравитационные поля, которые соответствуют классическим гравитационным тестам. Данный вывод обобщается и на протяженные компактные сферично-симметричные (в трехмерном пространстве) гравитирующие объекты с пылевыми уравнениями состояния во всех пространствах [130]. Поэтому необходимо или модифицировать гравитационный источник (разрешая, например, источнику

иметь релятивистские уравнения состояния в дополнительных измерениях), или рассматривать компактификацию, отличную от тороидальной. Первое предложение реализуется для латентных солитонов и их частных случаев — черных струн и черных бран [130, 133]. В случае сферической компактификации также можно добиться согласия с экспериментами [94] (см. ниже).

Рассмотрим физические причины того, что в одних случаях модели противоречат экспериментальным данным, а для других моделей имеет место хорошее согласие с гравитационными тестами [136]. С этой целью удобно гравитационную постоянную Ньютона G_N выразить относительно оригинальной многомерной гравитационной постоянной $\tilde{G}_{\mathcal{D}}$ в виде, аналогичном формуле (3.55):

$$G_N = \frac{S_D}{4\pi}\frac{\tilde{G}_{\mathcal{D}}}{V_{D'}}\,, \tag{3.74}$$

где $V_{D'}$ — объем внутреннего пространства. Тогда для моделей с тороидальной компактификацией и в случае точечного гравитирующего источника с пылевыми уравнениями состояния во всех пространствах возмущения h_{00} и $h_{\alpha\beta}$ (порядка $O(1/c^2)$) метрических коэффициентов можно записать в виде

$$h_{00} = -\frac{2(D-2)}{D-1}\frac{2G_N m}{c^2 r_3}\,, \tag{3.75}$$

$$h_{\alpha\alpha} = -\frac{2}{D-1}\frac{2G_N m}{c^2 r_3},\quad \alpha = 1,2,3\,, \tag{3.76}$$

$$h_{\mu\mu} = -\frac{2}{D-1}\frac{2G_N m}{c^2 r_3},\quad \mu = 4,5,\ldots,D\,. \tag{3.77}$$

Здесь латинские индексы принимают значения $i,k = 0,\ldots,D$, греческие — $\alpha,\beta = 1,2,3$ и $\mu,\nu = 4,5,\ldots,D$. С одной стороны, очевидно, что данное переопределение не влияет на значение ППН параметра $\gamma : \gamma = h_{\alpha\alpha}/h_{00} = 1/(D-2)$. С другой, h_{00} определяет нерелятивистский гравитационный потенциал: $h_{00} = 2\varphi/c^2$. Например, в ОТО $\tilde{h}_{00} = 2\varphi_N/c^2 = -2G_N m/\left(c^2 r_3\right)$ и $\tilde{h}_{00} = \tilde{h}_{\alpha\alpha}$. В нашем случае гравитационный потенциал приобрел префактор $2(D-2)/(D-1)$. В

чем причина появления этого префактора и неравенства между h_{00} и $h_{\alpha\alpha}$? Легко увидеть, что возмущения метрических коэффициентов h_{00} и $h_{\alpha\alpha}$ можно записать следующим образом:

$$h_{00} = \tilde{h}_{00} + \frac{1}{2}\delta V_{D'}\,, \tag{3.78}$$

$$h_{\alpha\alpha} = \tilde{h}_{\alpha\alpha} - \frac{1}{2}\delta V_{D'}, \tag{3.79}$$

где $\delta V_{D'}$ — относительное изменение объема внутреннего пространства:

$$\delta V_{D'} = \sum_{\mu=4}^{D} h_{\mu\mu} = -\frac{2(D-3)}{D-1}\frac{2G_N m}{c^2 r_3}\,. \tag{3.80}$$

Очевидно, что данное возмущение вызвано внесением гравитирующей массы в первоначально плоское пространство-время. Такие возмущения наблюдаются во внешнем пространстве в виде скалярных полей, названных выше радионами или гравитационными экситонами.

Уравнения (3.78) и (3.79) явным образом показывают, что префактор $2(D-2)/(D-1)$ в h_{00}, а также неравенство между h_{00} и $h_{\alpha\alpha}$ возникли за счет примеси возмущения объема внутреннего пространства. Сравнение $\delta V_{D'}$ с $2\varphi_N/c^2$ показывает, что это возмущение совпадает с ньютоновским выражением с точностью до префактора $2(D-3)/(D-1)$ и удовлетворяет уравнению, аналогичному уравнению Пуассона. Очевидно, что это приводит к дополнительной силе, пропорциональной силе Ньютона. Обычно такая сила называется пятой силой. Она соответствует обмену скалярными частицами (радионами) между гравитирующими телами. Итак, в данной модели вариация объема внутреннего пространства порождает пятую силу. В этом и состоит причина противоречия между расчетными величинами и экспериментальными данными.

Выше мы указывали на возможность обойти противоречие экспериментальным данным в моделях с тороидальной компактификацией, если позволить гравитирующим источникам иметь релятивистские уравнения состояния во внутренних пространствах. Действительно, существует класс точных солитонных решений (см., например, [130, 133]) с ненулевыми уравнениями состоя-

ния в дополнительных измерениях, т. е. когда компоненты тензора энергии-импульса во внутреннем пространстве имеют вид

$$T_{\mu\mu} \approx \omega_\mu \frac{1}{V_{D'}} \rho_3(r_3)c^2 \approx \omega_\mu T_{00}, \quad \mu = 4,5,\ldots,D, \tag{3.81}$$

где ω_μ — параметры уравнений состояния в дополнительных измерениях. В приближении слабого поля возмущения метрических коэффициентов для этих решений равны [130]

$$h_{00} = -\frac{2(D-2)}{D-1}\frac{2G_N m}{c^2 r_3} - \frac{2\Omega}{D-1}\frac{2G_N m}{c^2 r_3}, \tag{3.82}$$

$$h_{\alpha\alpha} = -\frac{2}{D-1}\frac{2G_N m}{c^2 r_3} + \frac{2\Omega}{D-1}\frac{2G_N m}{c^2 r_3}, \tag{3.83}$$

$$h_{\mu\mu} = -\frac{2}{D-1}\frac{2G_N m}{c^2 r_3} - 2\left(\omega_\mu - \frac{\Omega}{D-1}\right)\frac{2G_N m}{c^2 r_3}, \tag{3.84}$$

где $\Omega = \sum_{\mu=4}^{D} \omega_\mu$. Очевидно, что вторые члены в уравнениях (3.82)—(3.84) обусловлены ненулевыми уравнениями состояния в дополнительных пространствах и в случае $\Omega = 0$ эти уравнения сводятся к (3.75)—(3.77). Из уравнения (3.84) легко получить выражение для вариаций объема внутреннего пространства:

$$\delta V_{D'} = \sum_{\mu=4}^{D} h_{\mu\mu} = -2\left(\frac{D-3}{D-1} + \frac{2\Omega}{D-1}\right)\frac{2G_N m}{c^2 r_3}, \tag{3.85}$$

которое показывает, что вариация возникает вследствие двух эффектов. Первый член образуется за счет многомерности пространства $(D > 3)$, а второй член имеет место благодаря ненулевым уравнениям состояния в дополнительных измерениях $(\Omega \neq 0)$. Существует интересный специальный случай, когда оба эти эффекта уничтожают друг друга:

$$\Omega = -\frac{D-3}{2}. \tag{3.86}$$

Такого рода решения названы в [130] латентными солитонами. В этом случае объем внутреннего пространства является постоянным:

$$\delta V_{D'} = 0, \tag{3.87}$$

и h_{00} и $h_{\alpha\alpha}$ в точности совпадают с ньютоновскими выражениями и друг с другом: $h_{00} = \tilde{h}_{00} = h_{\alpha\alpha} = \tilde{h}_{\alpha\alpha}$. Черные струны $(D = 4)$ и черные браны $(D > 4)$ являются частными случаями латентных солитонов с одинаковыми уравнениями состояния $\omega_\mu = -1/2$ во всех дополнительных измерениях. В этих частных случаях все возмущения метрических коэффициентов $h_{\mu\mu} = 0$, т. е. все масштабные факторы внутренних пространств остаются постоянными. Однако в общем случае латентных солитонов для согласия с наблюдательными данными достаточно удерживать постоянным общий объем внутренних пространств. В этом случае пятая сила отсутствует, т. е. гравитирующие массы не приводят к возбуждению радионов. Поскольку $\Omega < 0$, то все или часть параметров ω_μ должны быть отрицательными. Такие уравнения состояния во внутренних пространствах соответствуют натяжению. На данный момент мы не знаем физически разумного объяснения появлению натяжения (т. е. отрицательного релятивистского давления!) для таких астрофизических объектов, как наше Солнце. Поэтому желательно строить модели без натяжения, которые удовлетворяли бы гравитационным экспериментам.

С этой целью рассмотрим модели Калуцы—Клейна, для которых внутренние пространства являются произвольными пространствами Эйнштейна. В этом случае фоновое многообразие представляет собой прямое произведение четырехмерного плоского многообразия с метрикой Минковского η_{ik} $(i,k = 0,1,2,3)$ и компактного кривого многообразия с метрикой $\hat{g}_{\mu\nu}$ $(\mu,\nu = 4,5,\ldots,D)$, соответствующего внутреннему пространству:

$$\mathfrak{M}_{\mathcal{D}} = \mathfrak{M}_4 \times \mathfrak{M}_d, \quad \mathcal{D} = 1 + D = 4 + d. \tag{3.88}$$

Пространства Эйнштейна определяются условием

$$\hat{R}_{\mu\nu}[\hat{g}] = \lambda \hat{g}_{\mu\nu}, \quad \hat{R}^{\mu}_{\mu}[\hat{g}] = \lambda d, \quad \lambda \equiv \text{const}. \tag{3.89}$$

Постоянная λ имеет произвольный знак. Например, если внутреннее пространство — d-мерная сфера радиуса a, то $\lambda = -(d-1)/a^2$ (знак минус соответствует выбранному нами определению тензора кривизны и сигнатуры метрики). Случай $\lambda = 0$ соответствует риччи-плоскому внутреннему пространству (например, рассмотренной выше тороидальной компактификации).

Так как внутреннее пространство кривое, то необходимо присутствие фоновой материи, которая создает такой кривой фон. Используя многомерные уравнения Эйнштейна для выбранной фоновой метрики, легко определить требования, которым должны удовлетворять компоненты тензора энергии-импульса этой фоновой материи [93]

$$\hat{T}_i^k = -\left(\frac{\lambda d}{2\kappa} + \Lambda_{\mathcal{D}}\right)\delta_i^k, \quad \hat{T}_\mu^\nu = -\left(\frac{\lambda(d-2)}{2\kappa} + \Lambda_{\mathcal{D}}\right)\delta_\mu^\nu, \quad \kappa \equiv \frac{2S_D\tilde{G}_{\mathcal{D}}}{c^4}. \quad (3.90)$$

В (3.90) и ниже «шляпки» обозначают фоновые значения. Мы также включили в модель многомерную космологическую постоянную $\Lambda_{\mathcal{D}}$. Как будет видно ниже, эта космологическая постоянная играет важную роль для стабилизации внутреннего пространства. Эти выражения можно записать в виде тензора энергии-импульса идеальной жидкости:

$$\hat{T}_N^M = \mathrm{diag}(\hat{\varepsilon}, -\hat{p}_0, -\hat{p}_0, -\hat{p}_0, \underbrace{-\hat{p}_1, \ldots, -\hat{p}_1}_{d \text{ times}}), \quad M, N = 0,1,\ldots,D, \quad (3.91)$$

где для плотности энергии и уравнений состояния выполняются соотношения

$$\hat{\varepsilon} \equiv -\left(\frac{\lambda d}{2\kappa} + \Lambda_{\mathcal{D}}\right), \quad \hat{p}_0 = \omega_0\hat{\varepsilon}, \quad \hat{p}_1 = \omega_1\hat{\varepsilon} \quad (3.92)$$

с параметрами уравнения состояния:

$$\omega_0 = -1, \quad \omega_1 = \frac{(2-d)\lambda - 2\kappa\Lambda_{\mathcal{D}}}{\lambda d + 2\kappa\Lambda_{\mathcal{D}}}. \quad (3.93)$$

Здесь $\omega_0 = -1$ соответствует уравнению состояния вакуума во внешнем пространстве. Во внутреннем пространстве параметр ω_1 является произвольным. Выбирая разные значения ω_1 (с фиксированным $\omega_0 = -1$), можно моделировать различные формы материи. Например, $\omega_1 = 1$ соответствует монопольным полям форм (обобщение электромагнитного поля). С учетом эффекта Казимира имеем $\omega_1 = 4/d$. Очевидно, что для этих форм материи можно рассчитать плотность энергии и давление во внешнем и внутреннем пространствах и уравнения (3.92) и (3.93) должны рассматриваться как условия тонкой подстройки между полевыми переменными и геометрическими параметрами модели.

Уравнения (3.92) и (3.93) приводят к соотношению

$$\hat{\varepsilon} = -\lambda/[\kappa(1+\omega_1)], \qquad (3.94)$$

которое является необходимым условием стабильной компактификации внутреннего пространства [93].

Расположим на этом фоне гравитирующую массу m. Предположим, что этот источник имеет пылевое уравнение состояния во внешнем пространстве (как это имеет место для обычных астрофизических объектов типа нашего Солнца) $\tilde{p}_0 = 0$ и произвольное давление $\tilde{p}_1$ во внутреннем пространстве с параметром уравнения состояния Ω. Определим возмущения фоновой метрики данным источником.

Очень важное свойство рассматриваемой модели заключается в том, что в случае кривых внутренних пространств $\lambda \neq 0$ *уравнения Эйнштейна совместны только для размазанных гравитирующих источников* [93]. Если $\lambda = 0$, то, как мы видели выше, размазка не является необходимым условием совместности. Однако в этом случае согласие с гравитационными тестами имеет место только при ненулевом натяжении источника ($\Omega = -1/2$) во внутреннем пространстве.

Для размазанного по внутреннему пространству гравитирующего источника массы m и произвольного значения давления Ω во внутреннем пространстве возмущения (порядка $O\left(1/c^2\right)$) фоновой метрики равны [93]

$$h_{00} = \frac{2\varphi_N}{c^2}\left[1 + \frac{d}{2+d}(1+2\Omega)\exp(-\mu r_3)\right] \equiv \frac{2\varphi}{c^2}, \qquad (3.95)$$

$$h_{\alpha\alpha} = \frac{2\varphi_N}{c^2}\left[1 - \frac{d}{2+d}(1+2\Omega)\exp(-\mu r_3)\right], \quad \alpha = 1,2,3, \qquad (3.96)$$

$$h_{\mu\nu} = -\frac{4\varphi_N}{(2+d)c^2}(1+2\Omega)\exp(-\mu r_3)\hat{g}_{\mu\nu}, \quad \mu,\nu = 4,5,\ldots,D, \qquad (3.97)$$

где $\varphi_N = -G_N m/r_3$ — ньютоновский гравитационный потенциал. В случае риччи-плоских пространств $\lambda = 0 \Rightarrow \mu = 0$ эти уравнения совпадают с уравнениями (3.82)—(3.84) при очевидной замене в последних $\Omega \to d\Omega$. В этих выражениях мы учли граничные условия (т.е. метрика вдали от источника должна стремиться к фоновому значению), что, в свою очередь, требует положитель-

ности квадрата массы частиц взаимодействия Юкавы (иными словами, квадрата массы радиона/гравэкситона):

$$\mu^2 = \frac{2\lambda\left[2 - d(1+\omega_1)\right]}{d+2} > 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \omega_1 > (2/d) - 1, & \lambda < 0, \\ \omega_1 < (2/d) - 1, & \lambda > 0. \end{cases} \tag{3.98}$$

Это условие также является достаточным условием стабильной компактификации внутреннего пространства [93].

Как отмечалось выше, для d-мерной сферы радиуса a скалярная кривизна $\lambda = -(d-1)/a^2$. Из уравнения (3.97) следует, что константа взаимодействия g юкавовских бозонов (в нашем случае это радионы/гравэкситоны), обеспечивающих дополнительное взаимодействие между массивными телами (пятая сила!), определяется как

$$g^2 \sim \frac{d}{2+d}(1+2\Omega)G_N \sim O(G_N). \tag{3.99}$$

Таким образом, в отличие от массы радиона $\mu \sim 1/a$ константа взаимодействия не зависит от размера a внутреннего пространства. Более того, в случае черных струн/бран, где $\Omega = -1/2$, это дополнительное взаимодействие полностью исчезает. В результате присутствие гравитирующей массы не возмущает внутреннее пространство: $h_{\mu\nu} \equiv 0$.

Обратимся к гравитационным тестам, точнее рассмотрим ППН параметр $\gamma = h_{\alpha\alpha}/h_{00}$ в данной модели. Из эксперимента по измерению эффекта Шапиро известно, что параметр γ чрезвычайно близок к 1. В случае риччи-плоских пространств $\lambda = 0 \Rightarrow \mu = 0$ из формул (3.95) и (3.96) легко видеть, что это значение можно достичь только в случае $\Omega \to -1/2$, т. е. для черных струн/бран. Если внутреннее пространство кривое $\lambda \neq 0 \Rightarrow \mu \neq 0$, то имеются две возможности достичь согласия с экспериментом. Во-первых, в случае черных струн/бран $\Omega = -1/2$ ППН параметр γ в точности равен 1, как и в ОТО. Это имеет место для любой массы радиона μ, т. е. результат не зависит от размера внутреннего пространства. Во-вторых, легко видеть, что ППН параметр $\gamma \to 1$ при увеличении массы радиона $\mu \to \infty$, т.е. при уменьшении объема внутреннего пространства. Это имеет место при любом давлении Ω во внутреннем пространстве, включая наиболее интересный пылевой случай $\Omega = 0$.

Таким образом, мы построили модель, которая не противоречит гравитационным тестам в случае нулевого давления $\Omega = 0$ во внутреннем пространстве. Однако ситуация в целом оказывается более сложной. Дело в том, что гравитирующая масса возмущает фоновый тензор энергии-импульса, приводя к дополнительным слагаемым. Эти возмущения локализуются возле гравитирующей массы, спадая экспоненциально с расстоянием r_3 от гравитирующего объекта (см. формулы (3.95)—(3.97)). Вследствие этого затравочная гравитирующая масса одевается «шубой».

Рассмотрим случай, когда внутреннее пространство является двумерной сферой. Тогда для внешнего наблюдателя такая масса характеризуется эффективным тензором энергии-импульса со следующими ненулевыми компонентами [137]:

$$T_0^{0(eff)} \approx \rho(r_3)c^2\left(1-\frac{1+2\Omega}{2\omega_1}\right), \tag{3.100}$$

$$T_\alpha^{\alpha(eff)} \approx -\rho(r_3)c^2\frac{1+2\Omega}{2\omega_1},\ \alpha = 1,2,3, \tag{3.101}$$

$$T_4^{4(eff)} = T_5^{5(eff)} \approx \rho(r_3)c^2\frac{1}{2}, \tag{3.102}$$

где $\rho(\vec{r}_3) = m\delta(\vec{r}_3)/V_2$, $V_2 = 4\pi a^2$, а быстро убывающую экспоненциальную функцию мы заменили дельта-функцией:

$$\frac{1}{r_3}\exp\left(-\frac{\sqrt{\omega_1}}{a}r_3\right) \to \int\frac{1}{r_3'}\exp\left(-\frac{\sqrt{\omega_1}}{a}r_3'\right)dV_3' \times \delta(\vec{r}_3) = \frac{V_2}{\omega_1}\delta(\vec{r}_3). \tag{3.103}$$

Уравнения (3.100)—(3.102) представляют эффективную плотность энергии и эффективное давление «одетой» гравитирующей массы. Видно, что эффективная плотность энергии $\varepsilon^{(eff)} = T_0^{0(eff)}$ и эффективное давление $p_0^{(eff)} = -T_\alpha^{\alpha(eff)}$ во внешнем пространстве зависят от параметра Ω, который определяет уравнение состояния затравочной массы во внутреннем пространстве. Однако эффективное давление во внутреннем пространстве $\hat{p}_1^{(eff)} = -T_4^{4(eff)}$ не зависит от Ω и является отрицательным (параметр уравнения состояния равен $-1/2$). Уравнение (3.101) явным образом показывает, что «одетая» масса приобретает релятивистское давление во внешнем (нашем) пространстве. Очевидно, что это не имеет место для компактных астрофизических объектов типа нашего Солнца. Обычно они имеют нерелятивистские скорости

в трехмерном пространстве и давление внутри них намного меньше, чем плотность энергии. В приближении слабого поля такие объекты хорошо описываются пылевым уравнением состояния $p_0 = 0$. Легко видеть, что равенство $\Omega = 1/2$ является единственной возможностью иметь $p_0^{(eff)} = 0$. Это означает, что затравочная гравитирующая масса должна обладать натяжением во внутреннем пространстве: $p_1 = -\varepsilon/2$ (аналогично черным струнам и черным бранам). Тогда ее эффективная и затравочная плотности энергии совпадают, и гравитирующая масса, как и раньше, имеет нулевое давление в нашем пространстве. Во внутреннем пространстве гравитирующая масса сохраняет натяжение с параметром уравнения состояния $-1/2$.

Таким образом, несмотря на то, что модели с внутренними пространствами в виде кривых пространств Эйнштейна удовлетворяют гравитационным тестам и при $\Omega = 0$, натяжение $\Omega = -1/2$ является необходимым условием, чтобы эти модели не противоречили физическим свойствам обычных астрофизических объектов. Проблема заключается в объяснении физической причины возникновения такого натяжения для этих объектов. На данный момент удовлетворительного объяснения не существует.

3.6. МОДЕЛИ МИРА НА БРАНЕ

3.6.1. Большие дополнительные измерения

В моделях Калуцы—Клейна, рассмотренных в предыдущем параграфе, наше пространство-время является эффективно четырехмерным благодаря компактности и малости внутренних пространств. В этом случае размер дополнительных измерений экспериментально ограничен масштабом электрослабого взаимодействия 10^{-17} см. Однако эффективным четырехмерным пространство-время может быть и в случаях, когда дополнительные измерения много больше, чем масштаб электрослабого взаимодействия, и даже являются бесконечными. Эта идея реализуется в моделях мира на бране.

Интерес к этим моделям возрос сразу после выхода статьи Аркани—Хамеда, Димопоулоса и Двали [33], в которой авторы показали, каким образом в многомерных моделях можно решить проблему иерархии. Проблема заключается в чрезвычайной малости гравитационного взаимодействия по сравнению с другими фундаментальными взаимодействиями. Если в энергетических

единицах электрослабое взаимодействие соответствует масштабу $M_{EW} \sim 1$ ТэВ, то гравитационное взаимодействие характеризуется массой Планка $M_{Pl} = 1{,}22 \cdot 10^{19}$ ГэВ. Таким образом, между этими двумя масштабами лежит огромный интервал энергий. Напомним, что гравитационная ньютоновская постоянная (в единицах $c = \hbar = 1$) выражается через массу Планка: $G_N = M_{Pl}^{-2}$. Поэтому огромная масса Планка приводит к малому значению гравитационной постоянной Ньютона.

Авторы статьи [33] в своей модели (получившей название ADD модель) предположили, что поля стандартной модели элементарных частиц локализованы на трехмерной гиперповерхности, соответствующей нашей Вселенной, а гравитация может свободно распространяться по всему многомерному многообразию. При этом, топология такого многообразия (называемого часто «балком» или объемом) соответствует топологии моделей Калуцы—Клейна. Тогда четырехмерная G_N и многомерная $\tilde{G}_{\mathcal{D}} = M_{\mathcal{D}}^{-(2+D')}$ гравитационные постоянные связаны формулами (3.55) и (3.74), которые в энергетических единицах можно записать в виде

$$M_{Pl}^2 \sim V_{\text{int}} M_{\mathcal{D}}^{2+D'}, \tag{3.104}$$

где D' — полное число дополнительных измерений. Если a — характерный размер дополнительного измерения, то $V_{\text{int}} \sim a^{D'}$ и из формулы (3.104) следует

$$a \sim V_{\text{int}}^{1/D'} \sim 10^{(32/D')-17} \text{ см}. \tag{3.105}$$

Таким образом, за счет локализации полей стандартной модели на бране нет противоречия экспериментальным данным с точки зрения физики элементарных частиц (если толщина браны в направлении дополнительных измерений не превышает 10^{-17} см). В тоже время, так как гравитоны могут распространяться по всему многомерному балку и тем самым модифицировать законы гравитации, размер дополнительных измерений ограничивается гравитационными экспериментами. Например, эксперименты по проверке закона обратных квадратов показывают [228], что размер дополнительных измерений не должен превышать нескольких десятков микрометров. Выбирая $M_{\mathcal{D}} \sim 1$ ТэВ, из формулы (3.105) видим, что этому ограничению удовлетворяют модели с $D' \geq 3$. Следовательно, размер дополнительных измерений можно увеличить чуть ли не до микрометров, решив тем самым проблему иерархии энергетических масштабов: слаба только эффективная четырехмерная гра-

витация, а «оригинальная» многомерная гравитация может быть порядка электрослабого взаимодействия. Правда, возникает новая иерархия между характерным размером 10^{-17} см электрослабого взаимодействия и размером больших дополнительных измерений.

3.6.2. Бесконечные дополнительные измерения

Как указывалось выше, трехмерная брана представляет нашу Вселенную, встроенную в фундаментальное многомерное пространство. Такой сценарий следует из теории струн, например из 11-мерного предела *M*-теории, компактифицированной на S_1/Z_2 орбифолде (представляющем собой окружность, сложенную по диаметру, где две концевые точки являются фиксированными точками, в которых могут располагаться браны). В решении Хоржавы—Виттена [202] калибровочные поля стандартной модели элементарных частиц заключены на двух (1+9)-мерных плоскостях/бранах, локализованных в фиксированных точках. Эти пространственно-временные плоскости представляют собой прямое произведение $\mathbb{R} \times M_3 \times M_6$, где M_3 — трехмерное некомпактное многообразие и M_6 — шестимерный компактный Калаби—Яу трифолд с характерным масштабом r_{CY}. Если расстояние между плоскостями $R >> r_{CY}$, то тогда можно выполнить размерную редукцию, интегрируя по шести компактным Калаби—Яу координатам. В результате получим эффективную пятимерную гетерогическую *M*-теорию с двумя (1+3)-мерными плоскостями. Одна из этих плоскостей описывает нашу брану/Вселенную, а другая соответствует скрытой бране.

Модель Хоржавы—Виттена представляет один из возможных сценариев включения бран в многомерное пространство. Этот сценарий инспирировал целый ряд моделей мира на бране [178, 499, 585]. Одними из наиболее популярных являются две модели, предложенные Лизой Рендалл и Раманом Сандрумом [348, 349]. В первой модели [348] они рассмотрели пятимерное пространство-время анти-де Ситтера с двумя бранами в фиксированных точках. Браны характеризуются натяжением (т. е. отрицательным давлением). Наша Вселенная расположена на бране с отрицательным натяжением. Во второй модели [349] пятимерное пространство не является компактным (дополнительное измерение является бесконечным!) и содержит только одну брану с положительным натяжением. На этой бране расположена наша

Вселенная. Было показано, что в этой модели можно воспроизвести обычную четырехмерную гравитацию (т. е. ОТО) на бране. Приведем кратко вывод выражения для метрики и формулу гравитационного потенциала на бране для второй модели.

Мы ищем решение метрики в виде

$$ds^2 = a(\xi)\left(c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2\right) - d\xi^2, \qquad (3.106)$$

где $-\infty < \xi < +\infty$ является дополнительным измерением. Видно, что такая метрика четырехмерно-пуанкаре-инвариантна. Естественно, эта метрика должна быть решением пятимерного уравнения Эйнштейна:

$$R_{ik} = k\left(T_{ik} - \frac{1}{3}Tg_{ik}\right) - \frac{2}{3}\Lambda_5 g_{ik}, \qquad (3.107)$$

где $k \equiv 2S_D\tilde{G}_{\Phi}/c^4$, T_{ik} — тензор энергии-импульса материи, и мы ввели пятимерную космологическую постоянную Λ_5. В вакууме (т.е. $T_{ik} \equiv 0$) это уравнение Эйнштейна сводится к системе уравнений

$$\begin{aligned} a_{\xi\xi} + \frac{2}{3}\Lambda_5 a = 0, \\ a_{\xi}^2 = -\frac{2}{3}\Lambda_5 a^2, \end{aligned} \qquad (3.108)$$

где индекс ξ обозначает частную производную по ξ. Из второго уравнения сразу следует условие $\Lambda_5 < 0$ (т. е. балк является пространством анти-де Ситтера). Предположим, что в точке $\xi = 0$ расположена бесконечно тонкая (в направлении дополнительного измерения ξ) трехмерная брана, характеризуемая только натяжением $\sigma = \text{const}$. Эту брану можно учесть в виде граничного условия Израэля [213]:

$$\left(K_{mn} - g_{mn}K\right)_{\xi=+0} - \left(K_{mn} - g_{mn}K\right)_{\xi=-0} = S_{mn}\,|_{\xi=0}, \quad m,n = 0,1,2,3, \quad (3.109)$$

где тензор энергии-импульса на бране $S_{mn} = -\sigma g_{mn}$, и тензор внешней кривизны $K_{mn} = -(1/2)\partial\, g_{mn}/\partial\xi$. В нашем случае это условие принимает вид

$$\frac{3}{2}\left(\frac{da}{d\xi}\,|_{\xi=+0} - \frac{da}{d\xi}\,|_{\xi=-0}\right) = \sigma a\,|_{\xi=0}. \qquad (3.110)$$

Легко видеть, что единственным решением, удовлетворяющим и системе (3.108), и граничному условию (3.110), является

$$a(\xi) = \exp\left(-\sqrt{-\frac{2}{3}\Lambda_5}\,|\xi|\right) = \exp\left(-\frac{1}{3}\sigma|\xi|\right) \qquad (3.111)$$

с условием тонкой подстройки:

$$\Lambda_5 = -\frac{\sigma^2}{6} \equiv -\frac{6}{l^2}, \qquad (3.112)$$

где мы ввели величину l, характеризующую масштаб кривизны пятимерного пространства анти-де Ситтера. Окончательно метрика (3.106) имеет вид

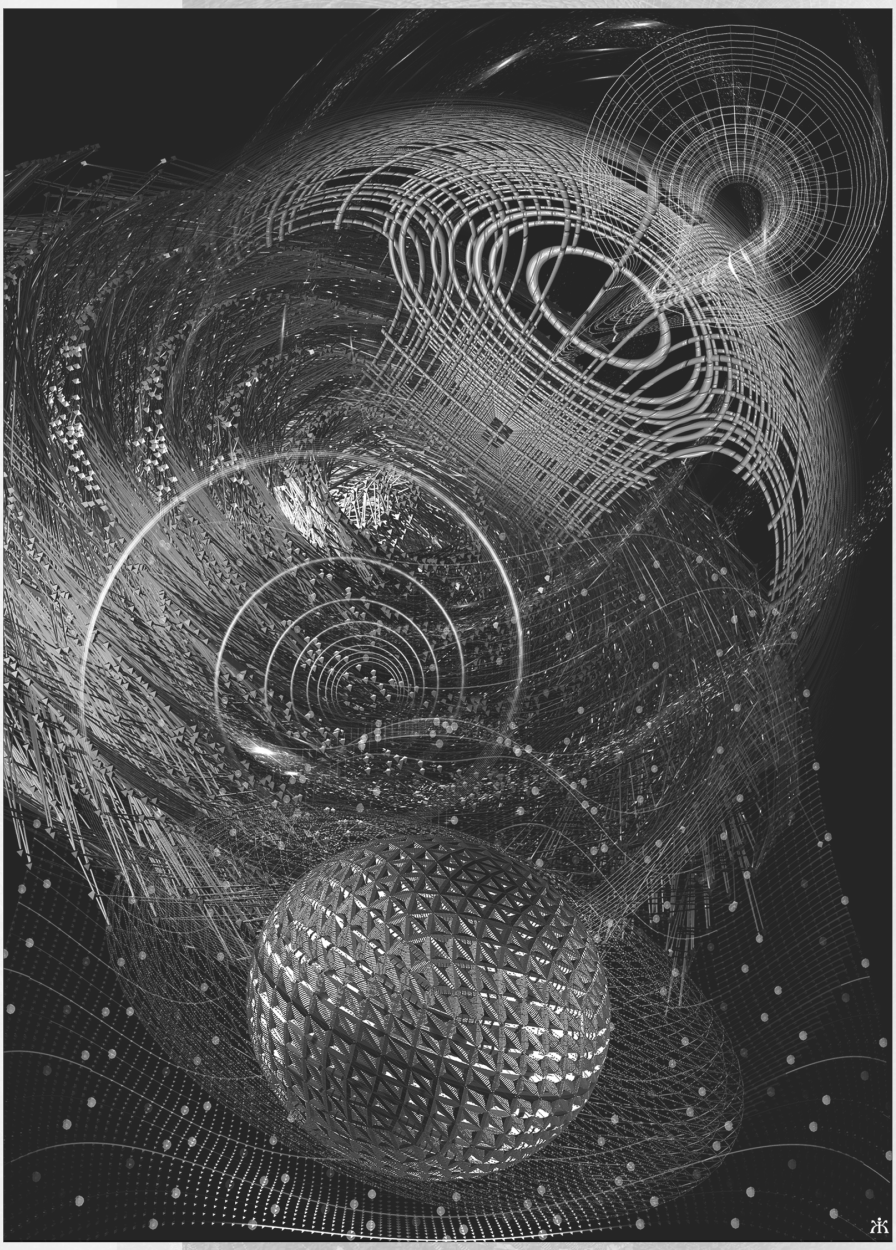
$$ds^2 = \exp(-\frac{2|\xi|}{l})\left(c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2\right) - d\xi^2. \qquad (3.113)$$

Рассматривая возмущения (в линеаризованном пределе) этой метрики гравитирующим источником массы m на бране, можно получить выражение для гравитационного потенциала этого источника на бране [349, 499, 585]:

$$\varphi(r_3) \approx \begin{cases} -\dfrac{G_N m}{r_3} - \dfrac{G_N m}{r_3}\dfrac{l}{\pi r_3} \approx -\dfrac{G_N m l}{\pi r_3^2}, & r_3 << l, \\ -\dfrac{G_N m}{r_3}\left(1 + \dfrac{l^2}{2r_3^2}\right) \approx -\dfrac{G_N m}{r_3}, & r_3 >> l, \end{cases} \qquad (3.114)$$

где $G_N = G_5 / l$ и r_3 — модуль трехмерного радиуса-вектора на бране. Мы видим, что в определении эффективной ньютоновской гравитационной постоянной G_N стоит не бесконечный размер/объем дополнительного измерения (как это имело бы место в традиционных моделях Калуцы—Клейна (см., например, (3.55) и (3.74)), а конечный характерный масштаб l. Таким образом, G_N является хорошо определенной величиной. Математически это происходит из-за экспоненциального префактора $\exp(-2|\xi|/l)$ в выражении для метрики (3.113) [349]. По этой же причине полный объем многомерного пространства также является конечным.

Из формулы (3.114) видно, что на малых расстояниях гравитация отличается от ньютоновского предела. В принципе, гравитационные эксперименты могут обнаружить это различие. До сих пор такое различие не было зафиксировано, что позволяет получить ограничения на параметры модели. Например, эксперименты по проверке закона обратных квадратов приводят к такому верхнему пределу на параметр l: $l < 10$ мкм [131].



ПРОВЕРКИ ГРАВИТАЦИОННЫХ ТЕОРИЙ

Теории подобны мышам:
они проходят через девять дыр
и застревают в десятой.
Франсуа Вольтер

Проверки ОТО можно разделить на две группы: «нулевые» и «результативные» эксперименты. В первую (очень важную) группу входят многочисленные проверки базовых принципов метрических теорий и прочие исследования, в которых оценивают отсутствие эффектов, не предвиденных ОТО. В частности, значительные усилия гравитационистов были направлены на проверки всех составляющих ЭПЭ [446]: универсальности свободного падения, локальной лоренц-инвариантности (ЛИ) и локальной позиционной инвариантности (см. п. 2.1.2). Не останавливаясь на этом вопросе, переадресуем читателя к книгам Уилла [448, 593] и обзорам [190, 446].

Существует больше сотни ненулевых эффектов ОТО [536], которые составляют «результативную» группу. Однако большинство из них не являются независимыми; они имеют общую физическую природу и определяются одними и теми же постньютоновскими параметрами [446, 593]. Мы ограничимся рассмотрением тех эффектов, которые являются базовыми как в теоретическом плане, так и с точки зрения современных возможностей для их наблюдения.

4.1. ПРОВЕРКИ БАЗОВЫХ ПРИНЦИПОВ ТЕОРИИ ТЯГОТЕНИЯ

4.1.1. Проверки лоренц-инвариантности

Лоренц-инвариантность, которая при наличии гравитационного поля становится локальной, — это один из краеугольных камней не только теории от-

носительности, но и всей фундаментальной физики. Поэтому поиски возможных нарушений ЛИ имеют исключительно важное значение [260, 280, 446, 593]. Уверенность в справедливости ЛИ для негравитационных взаимодействий необходима при тестировании гравитационных эффектов при больших скоростях (см., например, [337, 566]).

Лоренцево преобразование от одной инерциальной системы отсчета к другой, которая движется с относительной скоростью $\mathbf{v}$, характеризуется так называемым γ-фактором Лоренца $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, который теоретически может принимать неограниченные значения. Впрочем, можно предположить, что при больших значениях γ-фактора формулы преобразований требуют модификации. В лабораторных условиях, конечно, невозможно достичь очень больших значений γ-фактора (на ускорителях протонов $\gamma \sim 10^3$). Но для протонов в космических лучах сверхвысоких энергий ($E \sim 10^{20}$ эВ) γ уже порядка 10^{11}. Еще больших значений может достигать γ-фактор частиц в близкой окрестности черных дыр.

Широко распространено мнение, что естественную границу применимости ОТО устанавливает ее объединение с квантовой теорией поля. Ряд современных теоретических моделей квантовой гравитации предусматривает или предполагает нарушение ЛИ при энергиях, соизмеримых с так называемой планковской энергией $E_{Pl} \approx 10^{28}$ эВ [260, 437]. При этом привлекает то обстоятельство, что нарушение ЛИ может регуляризовать теорию поля. Итак, разрыв между E_{Pl} и высочайшими энергиями, которые наблюдаются в космических лучах, составляет приблизительно восемь порядков. Не исключено, что сильное нарушение ЛИ при планковских энергиях может приводить к некоторым отклонениям от ЛИ и при меньших энергиях.

Тестирование ЛИ охватывает физику элементарных частиц, ядерную и атомную физику, гравитационную физику и релятивистскую астрофизику [260, 280]. Теоретические подходы, которые используются для параметризации гипотетических отклонений от ЛИ, варьируются от непосредственной модификации релятивистского дисперсионного соотношения $E^2 = c^4m^2 + p^2$, где E, $\mathbf{p}$, m — энергия, импульс, масса частицы, до так называемого расширения стандартной модели (Standard Model Extension) [107] — глубоко разработанного теоретико-полевого формализма, который

учитывает возможные нарушения всех типов взаимодействий. Поскольку ЛИ внутренне связана с другой фундаментальной симметрией — CPT-инвариантностью, нарушение последней будет одновременно означать нарушение ЛИ [166].

Остановимся на некоторых аспектах тестирования ЛИ, которые наиболее тесно связаны с гравитацией.

Главной базой проверок ЛИ (как в экспериментальном, так и в теоретическом плане) являются процессы с участием электромагнитного взаимодействия. При анализе экспериментов с электромагнитными сигналами широко применяется кинематическая модель нарушения ЛИ, которая была предложена Робертсоном [364], а позднее разработана Мансури и Секслом [277]. В этом подходе допускается существование выделенной инерциальной системы отсчета $\Sigma(t,\mathbf{x})$, относительно которой скорость света c изотропна. Преобразование Лоренца, связывающее Σ с другой инерциальной системой отсчета $S(t',\mathbf{x}')$, которая равномерно движется со скоростью $\mathbf{v}$, обобщается так [64]:

$$t = a^{-1}\left(t' + \frac{(\mathbf{v}\mathbf{x}')}{c^2}\right),$$

$$\mathbf{x} = d^{-1}\left(\mathbf{x}' - \frac{\mathbf{v}(\mathbf{v}\mathbf{x}')}{v^2}\right) + b^{-1}\frac{\mathbf{v}(\mathbf{v}\mathbf{x}')}{v^2} + a^{-1}\mathbf{v}\left(t' + \frac{(\mathbf{v}\mathbf{x}')}{c^2}\right). \qquad (4.1)$$

Здесь коэффициенты a, b, d — функции модуля относительной скорости v. Эксперименты, о которых пойдет речь, нечувствительны к типу синхронизации часов, поэтому для простоты здесь избрана синхронизация по Эйнштейну. При этом условии (4.1) является наиболее общим взаимно однозначным преобразованием, которое сохраняет прямолинейность движения по инерции. В СТО имеем $a^{-1} = b = \gamma$, $d = 1$. В первом приближении по параметру v^2/c^2 полагаем $a \approx 1 + \alpha_{MS} v^2/c^2$, $b \approx 1 + \beta_{MS} v^2/c^2$, $d \approx$ $\approx 1 + \delta_{MS} v^2/c^2$, так что в ОТО $\alpha_{MS} = -1/2$, $\beta_{MS} = 1/2$, $\delta_{MS} = 0$. Далее, использовав уравнение светового конуса $c^2t^2 = (\mathbf{x}\mathbf{x})$ и положив $r' = \sqrt{(\mathbf{x}'\mathbf{x}')}$, находим время распространения сигнала на расстояние r' в системе отсчета $S(t',\mathbf{x}')$ в зависимости от угла θ между направлением распространения и вектором $\mathbf{v}$:

$$t' = \frac{r'}{c}\left[1 - \left(\beta_{MS} - \alpha_{MS} - 1\right)\frac{v^2}{c^2} - \left(\frac{1}{2} - \beta_{MS} + \delta_{MS}\right)\frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right]. \quad (4.2)$$

Это соотношение представляют также в эквивалентной форме:

$$\frac{c}{c'} = \left[1 - \left(\beta_{MS} - \alpha_{MS} - 1\right)\frac{v^2}{c^2} - \left(\frac{1}{2} - \beta_{MS} + \delta_{MS}\right)\frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right], \quad (4.3)$$

где c' — скорость света в системе отсчета $S\left(t', \mathbf{x}'\right)$.

В качестве системы отсчета Σ обычно принимают такую, в которой реликтовое излучение в среднем изотропно. Относительно нее Солнечная система движется со скоростью $V_\odot \approx 369{,}5$ км/с в направлении с галактическими координатами (lII, bII) ≈ ≈ (264,4°, 48,4°) [240].

Параметр $P_{MM} = 1/2 - \beta_{MS} + \delta_{MS}$ характеризует зависимость скорости света от направления и измеряется в экспериментах, подобных опытам Майкельсона и Морли [284]. На протяжении значительного времени наиболее строгое ограничение на такую анизотропию было получено в 1979 г. [74]: $\Delta c/c \le (1{,}5 \pm 2{,}5)\cdot 10^{-15}$, что соответствует $\left|P_{MM}\right| \le 5\cdot 10^{-9}$. Новые эксперименты, проведенные в течение первого десятилетия XXI столетия, позволили последовательно улучшить точность таких оценок. В работах [141, 191] приведены результаты экспериментов, в которых достигнуто ограничение на анизотропию $\Delta c/c \le 1\cdot 10^{-17}$. Относительно параметра P_{MM} авторы этих работ приводят такие ограничения: $\left|P_{MM}\right| \le \left|4 \pm 8\right|\cdot 10^{-12}$ [191] и $\left|P_{MM}\right| \le \left|1{,}6 \pm 6 \pm 1{,}2\right|\cdot 10^{-12}$ [141].

Параметр $P_{KT} = \left(\beta_{MS} - \alpha_{MS} - 1\right)$ характеризует зависимость скорости света от скорости источника. Он измерен в экспериментах типа опыта Кеннеди и Торндайка [192, 231]. В работе [424], в которой приведены результаты шестилетних (2002—2008) измерений влияния скорости Земли на скорость света, для этого параметра получены такие значения: $P_{KT} = -1{,}7(4{,}0)\cdot 10^{-8}$ — для суточных вариаций, $P_{KT} = -23(10)\cdot 10^{-8}$ — для годовых. Взяв взвешенное среднее значение, авторы нашли, что $\left|P_{KT}\right| \le 4{,}8(3{,}7)\cdot 10^{-8}$.

В экспериментах с часами и в опытах типа Айвса—Стилуэла по измерениям доплеровского сдвига измеряется параметр α_{MS}, ха-

рактеризующий релятивистское замедление времени [170, 361, 453]. Его современная оценка приведена в работе [356]: $|\alpha_{MS} + 1/2| \leq \leq 8,4 \cdot 10^{-8}$.

Намного более точное определение всех трех параметров, которые описывают отклонения от ЛИ в формализме Робертсона—Мансури—Сексла, можно получить после проведения экспериментов в космосе [252].

Рассмотренный подход является сугубо кинематическим и поэтому описывает лишь ограниченный круг гипотетических нарушений ЛИ. Более детальные теории рассматривают конкретные модификации фундаментальных уравнений физики, вызванные такими нарушениями, и соответствующие наблюдательные следствия. Одно из них — это анизотропия инертной массы, существование которой, конечно, требовало бы пересмотра основных принципов теории гравитации. Проверка этого аспекта ЛИ осуществляется с помощью экспериментов, начатых Хьюзом [207] и Древером [128] в самом начале 60-х годов прошлого столетия. На протяжении приблизительно двадцати лет их эксперименты были наиболее точными проверками ЛИ [446]. Эти эксперименты состоят в сравнении показаний часов разных типов, которые находятся рядом и совместно двигаются вместе с Землей. Ссылки на современные исследования в этом направлении можно найти в [280]. В частности, оценки разных компонент тензора анизотропии массы нейтрона ограничены значениями 10^{-16}—10^{-18} эВ.

Еще один широко применяемый кинематический подход к описанию нарушений ЛИ состоит в модификации релятивистского дисперсионного уравнения $E^2 = c^4 m^2 + p^2$ [280], вместо которого рассматривают[1] разные формулы вида $E^2 = c^4 m^2 + p^2 + + f(\mathbf{p})$. При этом некоторые авторы считают, что релятивистская формула справедлива лишь в выделенной системе отсчета, другие — рассматривают возможность сохранения инвариантности за счет деформации группы Лоренца [163, 273]. Если требовать сохранения вращательной инвариантности, то функция f будет зависеть лишь от модуля импульса $|\mathbf{p}|$. Нарушение ЛИ на

[1] Такую замену можно трактовать как переход к финслеровой геометрии ПВ (см. п. 3.2).

планковских масштабах энергий моделируют таким разложением:

$$E^2 = c^4 m^2 + p^2 + E_{Pl} f^{(1)} |p| + f^{(2)} p^2 + \frac{f^{(3)}}{E_{Pl}} |p|^3 + \dots .$$

Модификация дисперсионного уравнения при планковских энергиях приводит к зависимости скорости фотона от его энергии и к вакуумному двойному лучепреломлению (см., например, [257]). При энергиях, которые доступны для наблюдений, эти эффекты слишком малы. Но если источник фотонов находится очень далеко, то разность времен распространения к наблюдателю излучения с разными частотами и поляризациями становится достаточно заметной. Наиболее пригодны для проверки существования подобных эффектов наблюдение далеких и коротких во времени явлений, таких, например, как гамма-вспышки. Исследования, проведенные в этом направлении за последние два десятилетия, не обнаружили дисперсии скорости фотонов и существенно ограничили возможности для модификации дисперсионного уравнения [13, 62, 257].

Недавно группа ученых [199] сообщила о новом тесте локальной лоренц-инвариантности и эйнштейновского принципа эквивалентности для электронов с использованием долговременных измерений частоты перехода между двумя почти вырожденными состояниями атомного диспрозия (редкоземельный элемент с атомным номером 66). Результаты вычислений показали, что энергии расщепления этих состояний очень чувствительны к возможным нарушениям как специальной, так и общей теории относительности. Отношение частот атомных переходов разных часов (т. е. частот разных атомных переходов) должны быть независимыми от скорости системы отсчета (ЛЛИ) и от вариаций гравитационного потенциала (ЭПЭ). Ограничения на нарушение лоренц-инвариантности для электронов, полученные в работе [199], составляют 10^{-17} (относительная погрешность). Что касается аномалий гравитационного красного смещения, то здесь относительные ограничения составляют 10^{-8}. Приведенные результаты значительно улучшают предшествующие ограничения на нарушение этих фундаментальных принципов. Более того, по мнению авторов [199], в перспективе эти эксперименты могут ограничить нарушение лоренц-инвариантности еще на два порядка.

Резюмируя изложенное выше о проверках ЛИ, отметим, что несмотря на значительные усилия исследователей, на сегодня

отсутствуют какие-либо экспериментальные свидетельства нарушений ЛИ. До недавнего времени казалось, что эту идиллическую картину несколько искажали данные наблюдений космических лучей сверхвысоких энергий (КЛСЭ). В соответствии с теоретическими расчетами заряженные частицы, в частности, протоны, с энергией $E > 5 \cdot 10^{19}$ эВ должны довольно быстро ее терять вследствие фоторождения пионов при взаимодействии с космическим микроволновым фоном (следует также учитывать процессы рождения электрон-позитронных пар, где, однако, потери значительно меньше). Поэтому спектр космических лучей, регистрируемый на Земле, должен быстро убывать в области $E > 10^{20}$ эВ. Это — так называемое ГЗК-обрезание спектра КЛСЭ (по фамилиям Кеннета Грайзена, Георгия Зацепина и Вадима Кузьмина [169, 469], теоретически предсказавших этот эффект). Убывание спектра имеет место при естественном предположении об однородном распределении источников КЛСЭ в пространстве. Если бы все КЛСЭ рождались на расстоянии меньшем 50 Мпк, то обрезания бы не было; но таких источников не было найдено, и подобные гипотезы не находят подтверждения.

Расчеты ГЗК-обрезания используют известные свойства взаимодействия заряженных частиц с фотонами. В системе покоя протонов сверхвысоких энергий фотоны реликтового излучения выглядят как гамма-кванты, а процесс фоторождения пионов при рассеянии гамма-фотонов на протонах хорошо изучен. Переход от лабораторной системы отсчета к системе протона опирается на общие положения СТО, поэтому отсутствие ГЗК-обрезания можно было бы интерпретировать как нарушение ЛИ при высоких энергиях [235]. Количество частиц со сверхвысокими энергиями довольно мало, и первые измерения потока не позволяли провести достоверное измерение спектра. С этим связаны сообщения о возможном отсутствии ГЗК-обрезания и, как следствие, многочисленные попытки пересмотра СТО. Однако накопление наблюдательных данных группой HiRes [194] позволило набрать необходимую статистику, которая согласуется с расчетами эффекта ГЗК. Этот вывод подтвержден данными обсерватории Пьера Оже [421, 422]. В целом, результаты наблюдений согласуются в пределах погрешностей с теоретическими расчетами [55, 403]. На сегодня это практически исключает основания для предположений о нарушении СТО в области сверхвысоких энергий.

4.1.2. Проверки слабого ПЭ

Остановимся на нескольких прямых проверках СПЭ, в данное время наиболее точных, — экспериментах типа опыта Этвеша [593]. По сути, проверяют равенство ускорений тел разного состава в гравитационном поле, нарушение которого характеризуется параметром Этвеша:

$$\eta = \left| \frac{m_{g,1}}{m_1} - \frac{m_{g,2}}{m_2} \right| \approx 2 \frac{|a_1 - a_2|}{|a_1 + a_2|},$$

где m_i — инертные массы тел, $m_{g,i}$ — их гравитационные массы, a_i — ускорения (i = 1, 2).

Тела должны быть малыми по сравнению с характерным масштабом, на котором ощутимы неоднородности гравитационного поля. В экспериментах типа Этвеша наблюдают две массы из разных материалов, подвешенные на крутильных весах, причем схема построена таким образом, чтобы при наличии нарушений принципа эквивалентности в гравитационном поле возникали бы крутильные колебания. В частности, в экспериментах Ролла—Кроткова—Дике в Принстоне [365] и Брагинского—Панова в Москве [505] активным фактором было гравитационное поле Солнца; с помощью этих экспериментов определены ограничения на уровне $\eta < 10^{-12}$. Наиболее жесткие ограничения $\eta < 4 \cdot 10^{-13}$ получены в Вашингтонском университете [41, 413]. Это очень высокая точность, которая дает возможность установить ограничения на нарушения ПЭ для разных типов массы, обусловленные типом взаимодействия — ядерным, электромагнитным или слабым. В частности, в лабораторных экспериментах относительный вклад слабых взаимодействий в общую массу тел составляет порядка 10^{-10}, поэтому для этих взаимодействий η ограничено на уровне 0,1 %. Вклад гравитационных взаимодействий в массы обычных тел в таких экспериментах слишком мал, поэтому нельзя получить аналогичную оценку.

4.1.3. Проверки сильного ПЭ

Для планет гравитационный дефект массы довольно значителен, что дает возможность проверить сильный ПЭ [311]. Это важно отметить, поскольку все метрические теории тяготения

удовлетворяют слабому ПЭ, но не обязательно сильному ПЭ. Нордтведт [312] показал, что в случае нарушения сильного ПЭ возникали бы аномальные колебания расстояния Земля—Луна, т. е. колебания, которые не возникают при его выполнении. Обозначим $\lambda = \frac{m_g}{m} - \frac{M_g}{M}$, где M_g, m_g — гравитационные массы Земли и Луны, которые играют роль «гравитационных зарядов», а M, m — их инертные массы. При нарушении сильного ПЭ амплитуда аномальных колебаний ρ составляет приблизительно $\rho = 2\lambda \cdot 10^{12}$ см (вывод см. в [593, 606]). Отсутствие таких аномальных колебаний дает возможность проверить принцип эквивалентности с высокой точностью, сопоставимой с точностью современных проверок СПЭ в лабораторных условиях. Но «лунный эксперимент Этвеша» подтверждает также сильный ПЭ, тогда как наземные эксперименты проверяют лишь слабый ПЭ.

Относительная величина гравитационного дефекта массы, которая оценивается с помощью ньютоновского соотношения для гравитационной энергии, в случае Земли

$$\frac{\Delta M_{grav}}{M} \sim \frac{3GM}{5c^2 R_{Earth}} = 4 \cdot 10^{-10}.$$

Аналогичная величина для Луны на порядок меньше. Пусть ПЭ не выполняется лишь для указанного гравитационного вклада в массу. Тогда $\lambda \approx \lambda_1 \frac{\Delta M_{grav}}{M} \approx 4 \cdot 10^{-10}$ и $\rho \approx 8\lambda_1$ м, где коэффициент пропорциональности λ_1 естественно взять порядка единицы. Подробным небесно-механическим рассмотрением получены дополнительные поправки к ρ, которые, однако, можно учесть независимым образом с надлежащей точностью, достаточной для того, чтобы обеспечить оценку аномальных колебаний с помощью измерений расстояния между Землей и Луной. Окончательная оценка $\rho \approx 9\lambda_1$ м. В настоящее время результаты лазерной локации Луны ограничивают эту величину на уровне сантиметров.

Точные измерения расстояния Земля—Луна начались в 1969 г., когда на лунной поверхности экипаж космического корабля «Аполлон-11» установил уголковый отражатель света. Дополнительные отражатели были установлены экипажами космических кораблей «Аполлон-14» и «Аполлон-15» и автоматическими

станциями «Луна-17» и «Луна-21». Благодаря лазерной локации Луна получила статус уникальной лаборатории гравитационно-физических измерений. Теоретическая интерпретация таких измерений основывается на постньютоновской теории движения Луны с учетом возмущений со стороны Солнца и планет. Эти исследования подтвердили, что ускорения Земли и Луны в гравитационном поле одинаковы с точностью $\sim 3 \cdot 10^{-13}$ [29, 295, 313, 449]. Вследствие чувствительности измерений к вкладу гравитационного взаимодействия в общую массу это подтверждает сильный ПЭ [390, 593].

Другой важный аспект принципов эквивалентности составляет предположение о неизменности фундаментальных констант. Идея возможных изменений фундаментальных констант с течением времени впервые обсуждалась Милном и Дираком еще во второй половине 1930-х годов. Исследования движения Луны с помощью лазерной локации ограничивают изменения гравитационной постоянной на уровне $\dot{G}/G \leq 5 \cdot 10^{-12}$ за год (см. также п. 4.2.2). Подавляющее большинство исследований свидетельствует также о неизменности постоянной тонкой структуры α_f (см., например, [114, 288, 446]). Кроме того, получены довольно сильные оценки возможных изменений $\dot{\alpha}_f / \alpha_f < 6 \cdot 10^{-7}$ за более чем 10^{10} лет, которые вытекают из геофизических исследований изотопного состава [115].

Проверка неизменности постоянной тонкой структуры α_f может быть построена и на наблюдениях линий поглощения в спектрах далеких квазаров. Были альтернативные сообщения о якобы наблюдательном доказательстве вариаций α_f на основе наблюдений линий поглощения в спектрах 28 квазаров ($0{,}4 < z < 3{,}5$). Один из последних таких результатов в пользу изменений α_f во времени (см., например, [297, 298]) якобы дает ненулевую оценку относительных вариаций $\Delta\alpha_f/\alpha_f = (-0{,}54 \pm 0{,}12) \times 10^{-5}$, т. е. на уровне 4,7 σ. Однако с помощью недавно проведенных наблюдений [344] с высокой разрешающей способностью по длине волны на телескопе ESO VLT получены верхние ограничения относительных изменений на уровне $2 \cdot 10^{-6}$; при этом наблюдались линии поглощения железа ($z = 1{,}15$) в направлении QSO HE 0515-4414.

4.1.4. Гравитационное красное смещение и локальная позиционная инвариантность

Одной из значимых проверок ОТО Эйнштейн считал эффект гравитационного красного смещения (ГКС) или гравитационного сдвига частоты спектральных линий атома [140]. Позднее выяснилась значимость ГКС для проверок эйнштейновского принципа эквивалентности [593], а именно его третьей составляющей — *принципа локальной позиционной инвариантности* (см. п. 2.1.2.). Напомним, что согласно этому принципу все процессы, протекающие в (малой) физической системе, относительно собственной локально-лоренцевой СО выглядят одинаково, независимо от пространственно-временного положения системы. В частности, это может быть любой элементарный излучатель (не обязательно атомный электронный переход). Эффект ГКС одинаков в любой метрической теории, которая имеет правильный ньютонов предел. Измерения ГКС подтверждают не только ОТО, но и постулаты метрических теорий в целом.

На качественном уровне эффект ГКС имеет принципиальное значение для выяснения факта искривленности пространства-времени. Рассмотрев мировые линии двух частиц, находящихся в покое относительно статического гравитационного поля, а также световых сигналов, которыми они обмениваются, Альфред Шилд [376] заметил, что эффект ГКС несовместим с геометрией ПВ Минковского. Это можно интерпретировать как свидетельство искривленности ПВ (см. также [557]).

Эффект ГКС состоит в зависимости частоты фотона от потенциала гравитационного поля U и проявляет себя, если приемник света находится в области с меньшим по модулю гравитационным потенциалом U_O, чем излучатель[1]. В частности, если исключить обычный эффект Доплера, зависимый от скорости, то измеренная наблюдателем частота излучения атома ω_O, который находится в гравитационном поле массивного небесного тела, будет меньше частоты излучения такого же атома $\omega_S \ (> \omega_O)$, находящегося в свободном пространстве. Согласно принципу локальной лоренцевости ω_S — это также частота этого атома относительно собственной локально-лоренцевой системы отсчета.

[1] Напомним, что гравпотенциал U корректно считать отрицательным.

Смещение может происходить и в фиолетовую часть спектра в случае, если наблюдатель находится в более сильном гравитационном поле, чем источник. Фактически ГКС — это тот же эффект, что и гравитационное замедление времени: чем более сильное гравитационное поле, тем больше замедление времени. Итак, наблюдатель, который находится в области с другим гравитационным потенциалом, будет интерпретировать сдвиг частот как изменение хода времени.

Эйнштейн получил формулу эффекта ГКС, используя закон сохранения энергии. Можно показать, что в статическом гравитационном поле $[g_{00}(\mathbf{r})]^{1/2} E_{\text{лок}} = \text{const}$, где $E_{\text{лок}} = hc/\lambda_{\text{лок}}$ — локально измеренная энергия частицы, $\lambda_{\text{лок}}$ — локально измеренная (комптоновская) длина ее волны. В такой форме закон справедлив для частиц с нулевой (фотон) и ненулевой массой покоя. Отсюда $\lambda_{\text{лок}}(g_{00})^{-1/2} = \text{const}$, или

$$1 + z = [g_{00}^{(O)} / g_{00}^{(S)}]^{1/2}, \tag{4.4}$$

где $z = (\omega_S - \omega_O)/\omega_O$ — красное смещение.

Во всех метрических теориях такой же результат вытекает из рассмотрения собственного времени с учетом формул (2.1), (2.3) для неподвижных излучателя и наблюдателя в статическом поле тяготения.

Отсюда, в случае слабого гравитационного поля, используя приближенную формулу (2.7) для g_{00}, получаем

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2} = -\frac{U_1 - U_2}{c^2}, \tag{4.5}$$

где ω, U — частота излучения и потенциал поля в соответствующих точках.

Формулу (4.5) легко получить как результат сохранения энергии: фотоны теряют часть своей энергии $E = \hbar\omega$ на преодоление гравитации и их частота, соответственно, уменьшается. При этом неявно используется предположение о равенстве инертной и гравитационной массы фотона.

Проверка эффекта ГКС в гравитационном поле Земли

Эффект ГКС (и, вместе с тем, принцип локальной позиционной инвариантности) в поле Земли стало возможным эффективно проверить лишь в 1960—1965 гг. в серии экспери-

ментов Паунда—Ребки—Снайдера [339, 340]. Проверка состояла в измерении сдвига частоты между двумя одинаковыми стандартами частоты (атомными часами), расположенными на разных высотах над поверхностью Земли. Частота каждого стандарта в собственной локальной лоренцевой системе отсчета не зависит от положения этой системы отсчета. Сравнение частот двух атомных часов, которые находятся на разных высотах, соответствует сравнению скоростей двух локальных лоренцевых систем отсчета. А именно, одна из них связана с часами во время излучения его сигнала, а вторая система отсчета — со вторыми часами во время приема этого сигнала. Если в таком эксперименте будет зарегистрирован сдвиг частоты между двумя атомными часами, то это есть следствием доплеровского сдвига первого порядка между двумя локально-лоренцевыми системами отсчета. Если принцип локальной позиционной инвариантности нарушается, то сдвиг частот будет происходить не по формуле (4.5), а по формуле

$$z_g = (1 + \alpha)\, \Delta U/c^2, \qquad (4.6)$$

где α — тестовый параметр принципа локальной позиционной инвариантности, характеризующий часы, сдвиг частоты которых измеряется, — может быть ненулевым и зависимым от типа часов при отклонении от принципов метрических теорий.

Постановка экспериментов Паунда—Ребки—Снайдера [339, 340], как и многих следующих экспериментов по проверке принципа локальной позиционной инвариантности, стала возможной благодаря открытию эффекта Мессбауера (1959). В указанных экспериментах эффект Мессбауера был использован для оценки влияния однородного гравитационного поля на смещение узкой спектральной линии, образованной фотонами гамма-лучей с энергией 14,4 кэВ, испущенными изотопом ^{57}Fe. Излучатель и поглотитель гамма-лучей были установлены в состоянии покоя в подземной части и на верхней части башни Джеферсоновской физической лаборатории Гарвардского университета (h = 22,5 м). Итак, эффект ГКС, который на основе принципа эквивалентности составлял (с учетом ускорения свободного падения в месте проведения эксперимента и высоты башни) $\Delta\lambda/\lambda = gh/c^2 = 2{,}46 \cdot 10^{-15}$, был подтвержден с точностью до 1 % [340]. Таким образом, длина волны фотонов зависит лишь от свойств атомов (или ядер), которые их излучают. Это относится и к измерению времени атомными часами. Отметим, что в этих экспериментах оценке подлежало именно различие *собственного времени* $\Delta\tau$ двух

атомных часов или двух локально-лоренцевых систем отсчета (см. [557, т. 3, с. 299]).

Другая серия экспериментов по проверке ГКС, обусловленного гравитационным полем Земли, была выполнена в 1960—70-х гг. с использованием атомных часов, установленных на самолетах, ракетах и космических аппаратах (КА). В частности, в эксперименте Оллея и др. [27] разность показаний двух идентичных атомных часов, смонтированных в специальных установках, измерялась до и после того, как одна из установок транспортировалась на самолете в сопровождении радиолокатора в течении 15 ч на высоте 10 км (в ходе эксперимента было выполнено пять независимых полетов). Нарастание разности времени $\Delta\tau$ в показаниях часов регистрировалось телеметрически с помощью лазерных импульсов продолжительностью 0,1 нс. Теоретическая оценка разности времени составляла $\Delta\tau_{\text{теор}} = 47{,}1 \pm 0{,}25$ нс, и в результате эксперимента было получено $\Delta\tau_{\text{измер}}/\Delta\tau_{\text{теор}} = 0{,}987 \pm 0{,}010$.

Более жесткая верхняя оценка параметра α из формулы (4.6) была получена в конце 1970-х годов в эксперименте Вессо—Левина [433, 434] по измерению ГКС в поле Земли. Частота водородно-мазерных часов, установленных на ракете, сравнивалась с частотой часов, установленных в наземной лаборатории. Высота подъема ракеты составляла 10 000 км. Это был первый специализированный космический запуск (миссия Gravity Probe A), предназначенный для проверок фундаментального физического закона. По результатам этого эксперимента было получено $|\alpha| < 1{,}4 \cdot 10^{-4}$.

Среди интересных проверок *принципа локальной позиционной инвариантности* отметим, прежде всего, «нулевой» эксперимент по сравнению относительных скоростей разных типов часов в зависимости от их положения, который был проведен в апреле 1976 г. в Стенфордском университете. Идея эксперимента состояла в использовании того факта, что вариация солнечного потенциала $\Delta U/c^2$ имеет две составляющих: синусоидальную с 24-часовым периодом и амплитудой $3 \cdot 10^{-13}$, вызванную вращением Земли, и линейную с темпом $3 \cdot 10^{-12}$ в сутки, обусловленную движением Земли по орбите. Для оценки параметра α была использована система из двух водородно-мазерных часов и трех генераторов, стабилизированных сверхпроводящим контуром. Отклонений от принципа локальной позиционной инвариантности в границах тестового параметра $|\alpha^{\text{ВМЧ}} - \alpha^{\text{ГССК}}| < 2 \cdot 10^{-2}$ не было найдено (эту точность в 1995 г. улучшили Годон и др. [162]; см. также [423]).

Учет поправок за ГКС и замедление времени стало необходимым элементом таких международных навигационных систем как Глобальная позиционная система (GPS), европейская «Галилео», российская ГЛОНАСС и др. [34], а также при рассмотрении геодезических задач. Если не учитывать эффекты СТО и ОТО, то расхождение показаний между бортовыми и наземными часами достигает 39 мкс за сутки и может приводить к потере точности позиционирования в несколько километров за сутки. Этот эффект был подтвержден еще в 1972 г. в прямом эксперименте Хафеле—Китинга [185]. В ходе этого эксперимента в октябре 1971 г. четверо цезиевых атомных часов были установлены на рейсовых самолетах, которые дважды облетели вокруг Земли (первый раз в восточном направлении, второй — в западном). Наземные часы находились в Морской обсерватории США. Предсказание ОТО, что бортовые часы должны опаздывать на 40 ± 23 нс при движении на восток и опережать наземные часы на 275 ± 21 нс при движении на запад, были подтверждены с высокой точностью.

Точность атомных часов, создаваемых в настоящее время, столь высока, что изменения их хода становятся заметными даже при изменении их положения по высоте менее чем на один метр [96].

Попутно укажем, что эксперименты с атомными часами, в частности цезиевыми, привлекли внимание астрономов. В начале 1990-х были инициированы теоретические исследования по внедрению новой пространственно-временной метрики для международных систем отсчета (в том числе барицентрических и геоцентрических) с учетом Международного атомного времени (TAI).

Проверка эффекта ГКС в Солнечной системе

Несколько важных экспериментов было выполнено для проверки ГКС под действием гравитационного поля планет Солнечной системы и Солнца [446—448, 504, 544, 593].

В свое время Эйнштейн оценил, что для Солнца величина гравитационного красного смещения в ньютоновском приближении составляет приблизительно $2 \cdot 10^{-6}$ длины волны. Эту оценку можно получить из формулы (4.4): для сферически-симметричного небесного тела с массой M и радиусом R она приобретает вид

$$z_g = (1 - r_g / R)^{-1/2} - 1 . \qquad (4.7)$$

Напомним, что параметр $r_g = 2GM / c^2$ имеет размерность длины. Для Солнца $r_g \approx 3$ км, $z_g \approx 2 \cdot 10^{-6}$ [604, с. 530—600]. В частности, для длины волны $\lambda = 5000$ Å получаем $\Delta\lambda \approx 10^{-2}$ Å.

Для Солнца эффект ГКС маскируется обычным доплеровским сдвигом, который зависит от места нахождения на Солнце источника излучения. Это связано, прежде всего, со значительными конвективными движениями (горячие потоки — на поверхность, холодные — к нижним слоям атмосферы), которые служат причиной доплер-эффекта. Доплеровские сдвиги спектральных линий в условиях солнечной фотосферы сильно маскирует ГКС. Тем не менее, в 1962 г. Броулту [71] с помощью специально сконструированного фотоэлектрического спектрометра с довольно узкой щелью удалось измерить ГКС мощной спектральной линии натрия D_1 ($\lambda = 5895{,}923$ Å), которая образуется в высоких слоях фотосферы Солнца. Эффект ГКС для этой линии $z_g = \Delta\lambda/\lambda \equiv GM_\odot/(R_\odot c^2)$ был подтвержден с точностью до 5 %. Позднее в эксперименте по измерению ГКС для триплета линии кислорода в инфракрасном участке спектра лимба Солнца была достигнута точность 2 %, а точность измерения солнечного ГКС с помощью осцилляторных часов, установленных на КА «Галилео», составила 1 %.

В 1980—81 гг. с точностью в 1 % проверен эффект ГКС, обусловленный гравитационным полем Сатурна, с помощью стабильных осцилляторных часов, установленных в 1977 г. на КА «Вояджер» [446, 448]. Напомним, что американские КА «Вояджер-1, 2» были запущены в 1977 г. для исследования внешних планет Солнечной системы. В 1980-х годах траектории КА после облетов планет-гигантов были разделены так, чтобы КА покинули Солнечную систему в разных направлениях («Вояджер-2» летит в южной полусфере под углом 48° к эклиптике, «Вояджер-1» — под углом 38° над эклиптикой). Полагают, что мощности трех радиоизотопных термоэлектрических генераторов, топливом для которых служит Pu-238, хватит до 2025 г. К середине 2012 г. эти КА преодолели зону гелиопаузы Солнечной системы и находятся на границе с межзвездным пространством (детальнее см. сайты, посвященные этим КА).

ГКС в гравитационном поле компактных звезд

Исследование таких небесных тел как белые карлики, нейтронные звезды, квазары, галактики с активными ядрами возможно только с использованием ОТО, поскольку компактные звезды на последних стадиях своей эволюции являются релятивистскими объектами, а активность ядра галактики можно объяснить аккрецией вещества на центральную массивную ЧД (см. п. 6.2). Для таких объектов ОТО служит не как теория, которая требует подтверждения, а как теория, которая позволяет указать критические тесты для проверки астрофизических моделей.

Относительно эффекта ГКС отметим, что на поверхности некоторых компактных объектов вне Солнечной системы его величина может быть сопоставимой с доплеровской шириной линии. Измерение ГКС предоставляет возможность получить данные о радиусе этих небесных тел. На поверхности белых карликов ГКС достигает $z_g \sim 10^{-4}$ и превалирует над доплеровской шириной линии. Если белый карлик входит в двойную систему, то с надежной точностью можно оценить его массу M. Тогда в формуле (4.7) остается один свободный параметр — его радиус R, который определяют из этой формулы по результатам измерений z_g и M.

Наиболее интересным из этого класса небесных тел длительное время оставался компаньон ближайшей к Солнцу звезды Сириус (расстояние составляет 8,6 световых лет), который, как известно, является двойной звездой. Хотя Сириус В (белый карлик) был открыт А. Кларком еще в 1862 г., проблема его наблюдения состояла в том, что излучение от этого компонента маскировалось излучением главной звезды системы — Сириуса А. И лишь в 2005 г. Барстоу и др. [47], используя возможности спектрографа STIS космического телескопа Хаббла в плане разрешающей способности компонентов Сириуса, а также дату ближайшего сближения с Землей в 1993 г., когда эта разрешающая способность была наивысшей, обработали данные полной серии бальмеровских линий Сириуса В и получили для него эффект ГКС, эквивалентный доплеровскому сдвигу при скорости 80,42 ± 4,83 км/с, а также новые оценки массы и радиуса: $m_{Sirius\ B} = 1{,}02 \pm 0{,}02\ M_\odot$, $R_{Sirius\ B} = 0{,}0081 \pm 0{,}0002\ R_\odot$. Для определения радиуса и массы (до этого массу Сириуса В определяли по гравитационному взаимодействию с Сириусом А) были использованы фотометрические данные, а также параллаксы, полученные КА «Hipparcos». Итак, при массе очень близкой к массе

Солнца и диаметре 12 тыс. км сила гравитации на его поверхности в 350 тыс. раз больше земной (напомним, что чем больше масса белого карлика, тем меньше его диаметр). При этом главный компонент системы — Сириус А имеет массу, равную $2M_{\odot}$, диаметр — около 2,4 млн км, поверхностную температуру — 10 500 K.

Белые карлики составляют приблизительно 10 % от общего звездного населения Галактики. Но их роль в общей эволюции материи во Вселенной, как и в установлении наших знаний об ее эволюции, намного больше. Напомним, что компактные белые карлики вследствие аккреции вещества на них от гигантских компаньонов в двойных системах со временем взрываются, как сверхновые звезды типа Ia. Измерения расстояний до этих сверхновых в 1998 г. вместе с данными относительно микроволнового реликтового излучения утвердили новую космологическую парадигму об ускоренном расширении Вселенной.

Очень важно измерение эффекта ГКС для нейтронных звезд, поскольку радиус нейтронной звезды трудно поддается оцениванию, особенно в случае радиопульсаров. Первый надежный результат по отождествлению спектральных линий нейтронной звезды был получен с помощью космического телескопа КА «XMM-Ньютон» в наблюдениях 2000 г. рентгеновского источника EXO0748-676 [110, 371]. В спектре этой нейтронной звезды удалось идентифицировать линии «ободранных» атомов Fe XXVI и Fe XXV (с переходами $n = 2 \div 3$), O VII и O VIII (с переходами $n = 1 \div 2$). Длины волн этих линий смещены в красную часть спектра одинаково на величину $z_g = 0{,}35$. Если предположить, что масса звезды равна стандартной для большинства пульсаров ($1{,}4\ M_{\odot}$), то тогда полученный результат удовлетворяет модели обычной нейтронной звезды без привлечения фазовых переходов в пион-каонный конденсат или кварк-глюонную плазму (см. п. 6.2). Если масса нейтронной звезды $M_{\text{н.з}} < 1{,}1M_{\odot}$, то полученное значение радиуса будет слишком малым, и уравнение состояния нейтронной звезды требует уточнений.

Пульсары (нейтронные звезды) характеризуются высокоточными периодами обращения. Если пульсары являются компонентами двойных звездных систем, то имеются уникальные возможности проверки ОТО в сильных гравитационных полях, а также можно определить их физические параметры. Наиболее изучены с этой точки зрения пульсар PSR 1913+16 — член двойной системы, открытый Халсом и Тейлором в 1975 г. [209] и ис-

следованный во многих работах (см., например, [118]), а также двойной радиопульсар PSR J0737-3039 A+B, открытый Бурже и др. в 2003 г. [80]. Важность последней системы для проверок ОТО впервые была отмечена в работе [270]. Это единственная на данный момент система, где наблюдаются оба пульсара. Она имеет наименьший орбитальный период (2,45 ч) среди известных подобных систем, где наблюдаются наиболее сильные релятивистские эффекты [249, 345]. Оценки эффектов гравитационного излучения и гравимагнитных эффектов приведены в следующих главах.

ГКС для скоплений галактик

Наблюдение эффекта ГКС в космологических масштабах — намного более сложная задача, поэтому следует отметить работу, выполненную под руководством Р. Войтака в 2011 г. для скоплений галактик, отобранных из Слоановского цифрового обзора галактик SDSS [452]. Эффект ГКС в этом случае состоит в том, что фотоны, которые приходят из центра массивного скопления галактик, должны смещаться в красную часть спектра сильнее, чем фотоны, которые приходят из внешних областей скопления. Но для типичного скопления ГКС значительно меньше (на два порядка), чем кинематический эффект, за счет движения галактик в скоплении. Идея метода, который позволяет разделить гравитационный и кинематический эффекты, учитывает, что последний приводит к симметричному расширению наблюдаемого распределения частот, тогда как ГКС сдвигает центральную часть этого распределения. С учетом порядка величины ГКС становится понятно, что для уверенного измерения необходимо иметь очень большое количество галактик со спектрально измеренными скоростями, которые связаны с иррегулярностями структуры скоплений. Чтобы решить эту задачу, было проведено усреднение данных по примерно 8 000 скоплений галактик и показано, что смещение к красному концу спектра согласуется с предсказаниями ОТО на 99 % уровне статистической значимости. Впервые эффект ГКС был подтвержден астрономическими наблюдениями на масштабах в 10^{22} раз больших, чем в лабораторных наземных экспериментах. Авторы работы [452] отмечают, что полученный результат может быть объяснен в рамках ОТО, но он не соответствует некоторым альтернативным космологическим моделям без темной материи.

4.2. ПРЯМЫЕ ПРОВЕРКИ ОТО В СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЕ

4.2.1. Параметризованный постньютоновский формализм для сферически-симметричных полей

Для сравнения разных метрических теорий тяготения в 1970-е годы был создан ППН-формализм, который дает возможность получить унифицированное выражение для метрического тензора в постньютоновском приближении. Метрика ППН-формализма содержит ограниченное количество безразмерных констант, значения которых соответствуют разным метрическим теориям. Формализм охватывает практически все такие теории и дает возможность описать все гравитационные эксперименты, которые касаются движения тел и распространения электромагнитного излучения в Солнечной системе. Техника ППН-формализма подробно описана в работах [448, 557, 593] (см. также обзор в [446]).

Ограничимся упрощенным вариантом ППН-формализма. Если не рассматривать такие экзотические эффекты, как наличие выделенной системы отсчета, нарушение лоренц-инвариантности и нарушение законов сохранения, то в ППН-метрике остаются лишь две свободные константы. Эти константы входят в выражение для ППН-метрики сферически-симметричного поля, с помощью которой можно описать классические эксперименты по измерению гравитационного сдвига частоты, искривления траектории света, задержки сигналов, прецессии перигелия планет.

Общая метрика статического сферически-симметричного поля может быть представлена в сферических изотропных координатах t, r, θ, φ:

$$ds^2 = A(r)c^2dt^2 - B(r)\{dr^2 + r^2[d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2]\}. \qquad (4.8)$$

Вид метрики (4.8) можно конкретизировать, если принять, что гравитационное поле создается сферически-симметричным телом с массой M и центром в начале координат $r = 0$. Функции A и B должны быть безразмерными функциями от безразмерных величин (напомним, что координаты и ds имеют размерность длины). В рассматриваемой статической задаче безразмерные независимые переменные, от которых зависят эти функции, могут быть построены лишь из радиальной переменной r, гравитационной постоянной G, скорости света c и массы центрального тела M.

С точностью до функционального преобразования единой такой переменной является r_g/r, где $r_g = 2GM/c^2$. Для Солнца $r_g \approx 3$ км. Радиус Солнца $R \approx 7 \cdot 10^5$ км, отсюда на поверхности Солнца $r_g/R \approx 4 \cdot 10^{-6}$. Малость этой величины указывает на малость гравитационно-релятивистских эффектов в Солнечной системе. Далее, учитывая $r_g/r << 1$, разложим A и B по степеням этого малого параметра:

$$A(r) = 1 - \alpha\frac{r_g}{r} + \frac{\beta}{2}\left(\frac{r_g}{r}\right)^2 + \ldots; \quad B(r) = 1 + \gamma\frac{r_g}{r} + \ldots, \tag{4.9}$$

где α, β, γ — безразмерные коэффициенты. Формулу (4.9) называют разложением Эдингтона—Робертсона.

Сразу же можно конкретизировать первый коэффициент, сравнив (4.9) с (2.7): $\alpha = 1$. Можно показать [593], что такой же результат получается из рассмотрения ГКС (формула (4.5)).

Перейдем к другим гравитационно-релятивистским эффектам, которые связаны с параметрами β и γ (напомним, что в ОТО $\beta = 1$, $\gamma = 1$).

Параметр γ определяет искривление траекторий световых лучей в поле компактной сферически-симметричной массы. При этом угол отклонения луча равен

$$\delta\varphi = (\gamma + 1)r_g / r_m, \tag{4.10}$$

где r_m — прицельное расстояние относительно центра (тела с массой M).

Этот же параметр определяет гравитационный вклад во время распространения электромагнитных сигналов (эффект Шапиро). Эффект был неоднократно измерен при радиолокации космических аппаратов и планет Солнечной системы. Если радиолокационный сигнал проходит в гравитационном поле, создаваемом некоторой массой M, то возникает дополнительная задержка. Приведем формулу для этой величины в координатах, которые соответствуют метрике (4.8). Пусть сигнал излучается в точке $r = r_1$, проходит мимо массы M на расстоянии r_m, отражается от рефлектора при $r = r_2$, проходит обратный путь и регистрируется снова в точке $r = r_1$. Вследствие гравитации возникает дополнительная задержка во времени распространения сиг-

налов, которая изменяется при перемещении наблюдателя и рефлектора относительно Солнца. Гравитационная часть этой задержки, которая изменяется с прицельным расстоянием r_m (считаем его значительно меньшим по сравнению с r_1 и r_2), составляет (см., например, [557, 593])

$$\Delta T_{\text{грав}} = \frac{r_g}{c}(\gamma + 1)\ln\left(\frac{4r_2 r_1}{r_m^2}\right). \qquad (4.11)$$

В Солнечной системе эта величина может достигать сотен микросекунд. Вклад гравитационной задержки необходимо учитывать в современных астрометрических наблюдениях, в частности, в радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ) и при радиолокации планет и КА в Солнечной системе. Если свет от далеких квазаров проходит мимо галактики, находящейся вблизи луча зрения, то гравитационная задержка может достигать месяцев и лет. Этот эффект обуславливает так называемую относительную временную задержку во внегалактических гравитационно-линзовых системах при наличии нескольких изображений квазара, когда свет приходит к наблюдателю по нескольким путям (см. п. 6.2).

Рассмотрим математическую модель РСДБ с учетом эффектов ОТО. В процедуре РСДБ-наблюдений регистрируются сигналы удаленного радиоисточника на мировых линиях — 4-траекториях антенн x_i (τ_i), i = 1, 2. С помощью стандартов частоты на траекториях антенн проводится преобразование сигналов и генерация меток времени. После вычитания частоты сигналы записывают на цифровые носители, записи нормированных сигналов $Z1(\tau)$ и $Z2(\tau)$ поступают в коррелятор. Подробное описание техники РСДБ можно найти в книге [519].

Поскольку параметры сопровождения и преобразований сигналов известны, для простоты можно считать, что в коррелятор поступают непосредственно сигналы Z1 и Z2, причем один из сигналов задерживается на время $\tau_з$: $Z2(\tau - \tau_з)$. Корреляционные свойства полей излучения могут быть исследованы так же, как в классической оптике. Для последующего изложения достаточно информации об эйконале Ω, поскольку максимум корреляции сигналов 1 и 2 в границах точности РСДБ процедуры соответствует равенству

$$\Omega(x_1(\tau_1)) = \Omega(x_2(\tau_2)), \qquad (4.12)$$

где τ_i — моменты прихода сигнала к антеннам 1 и 2 по собственным часам каждой из антенн. Это основное уравнение РСДБ, которое определяет связь времен τ_1, τ_2 и зависимость времени задержки $\tau_з = \tau_1 - \tau_2$ от этих величин, например, $\tau_з(\tau_1) = \tau_1 - \tau_2(\tau_1)$, как функцию от τ_1 (по часам первой антенны).

При совместной обработке сигналов можно определить другую радиоинтерферометрическую величину — частоту интерференции ω_I. При перемножении сигналов Z1(τ) и Z2(τ) с фиксированным временем задержки $\tau_з$ возникают сигналы с частотой

$$\omega_I = \frac{d}{d\tau}\left[\Omega(x_2(\tau - \tau^*)) - \Omega(x_1(\tau))\right] \Big|_{\tau^*=\tau_з}.$$

Существует иное определение частоты интерференции как производной от времени задержки по собственному времени одной из антенн:

$$\bar{\omega}_I = \omega_0 \frac{d\tau_з}{d\tau_1},$$

где ω_0 — средняя частота принятого излучения. Можно назвать $\bar{\omega}_I$ «вычисляемой частотой интерференции». Однако ω_I более близка к классическому определению частоты интерференции, которая в обычных интерферометрах измеряется независимо от $\tau_з$. Легко получить связь

$$\bar{\omega}_I = \omega_I \left\{\frac{d\Omega}{dx^\mu}\frac{dx_2^\mu}{d\tau_2}\right\}^{-1} \omega_0.$$

Величина $\tau_з = \tau_1 - \tau_2$ зависит от синхронизации часов на траекториях антенн. Процедура синхронизации может быть разной: на основе транспортирования часов или путем привязки моментов $\tau_1 = \tau_2 = 0$ к какой-нибудь системе отсчета. При измерениях угловых расстояний между источниками на небе синхронизацию можно проводить по времени прихода сигнала от опорного источника. В результате разность времени задержки $\tau_з = \tau_1 - \tau_2$ для двух разных источников излучения можно связать с углом между направлениями на эти источники. Это дает возможность получить данный угол с высокой точностью, которая оценивается величиной $c\Delta\tau/L$, где $\Delta\tau$ — погрешность измерения времени задержки, L — расстояние между антеннами (база ин-

терферометра). Современная оценка точности $\Delta\tau \sim 10^{-12}$ с. Поскольку для наземных измерений L ограничено размерами Земли, разрабатываются проекты космического радиоинтерферометра. В частности, в июле 2011 г. был осуществлен запуск антенны радиоинтерферометра в рамках проекта «Радиоастрон» (см. http://www.asc.rssi.ru/radioastron). Расчеты релятивистских эффектов в РСДБ можно найти, например, в [487, 519].

Параметр β в (4.9) характеризует уже нелинейные эффекты в метрике ПВ по массе источника поля. Он проявляет себя в поправках к траектории тела. В ньютоновской теории орбита пробного тела в поле тяготения компактной сферически-симметричной массы является замкнутой кривой — эллипсом, и изменение угла между последовательными перицентрами составляет 2π (полный оборот). Влияние релятивистской гравитации обусловливает дополнительный угол поворота:

$$\delta\varphi = \pi r_g \left(1 + \gamma - \frac{\beta}{2}\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right),$$

где r_1 и r_2 — значения радиальной координаты перицентра и апоцентра. Вследствие этого орбита незамкнута. Перицентр сдвигается в направлении движения тела, причем эффект накапливается с каждым поворотом, что облегчает его наблюдение. Для Меркурия релятивистский сдвиг перигелия (т. е. перицентра вокруг Солнца) составляет 43″ за 100 лет.

4.2.2. Современные оценки ППН-параметров

Объяснение аномального сдвига перигелия Меркурия в 43″ за 100 лет, который не был удовлетворительно истолкован со времени его открытия в 1859 г., стало первым успехом гравитационной теории Эйнштейна [604, с. 452—504]. В 1919 г. при измерениях отклонения света гравитационным полем Солнца во время его полного затмения было получено экспериментальное подтверждение предсказаний этой теории [520]. Точность измерений составила 30 % [446]. За прошедшее время точность подтверждения ОТО возросла на много порядков. Например, слежение за КА «Викинг» во время его полета к Марсу подтвердило предсказания ОТО (эффект Шапиро) с точностью ~ 0,1 % [351, 391].

Релятивистский эффект отклонения света играет существенную роль в современных астрометрических исследованиях. Их основу составляют наблюдения квазаров и активных галактик с помощью РСДБ. Вследствие эффекта отклонения взаимные угловые положения этих источников чувствительны к положению Солнца на небесной сфере. В результате обработки свыше двух миллионов наблюдений получена оценка параметра γ:

$$|\gamma - 1|_{\text{РСДБ}} \leq 3 \cdot 10^{-4},$$

которая согласуется с ОТО на уровне ~ 0,03 % [258, 363, 446].

Одним из наиболее точных средств проверки ОТО в Солнечной системе является лазерная локация Луны, планет и КА. Исследование расстояния между Землей и Луной приводит к важным выводам [310]:

1) гравитационная сила не зависит от разности в химическом составе этих тел;

2) для ППН-параметра β получена оценка

$$|\beta - 1| \leq 2 \cdot 10^{-4};$$

3) прецессия де Ситера (геодезическая прецессия), предсказанная ОТО (см. п. 4.3.2), экспериментально подтверждена на уровне 0,1 % [314];

4) гравитационная постоянная G не испытывает временные вариации (по крайней мере, $\dot{G}/G \leq 5 \cdot 10^{-12}$ за год).

Можно ожидать, что точность лазерной локации Луны повысится на порядок благодаря новому наблюдательному комплексу APOLLO (The Apache Point Observatory Lunar Laser-ranging Operation), расположенному в Нью-Мексико [450].

Наиболее точная оценка ППН-параметра γ получена в экспериментах с КА «Кассини» [61] (см. также [430, 447]):

$$\gamma - 1 = (2{,}1 \pm 2{,}3) \cdot 10^{-5}.$$

Этот результат дал возможность несколько улучшить другие оценки на основе данных локации Луны [430]. В частности, для вариации гравитационной постоянной получены такие пределы: $\dot{G}/G = (0{,}46 \pm 1{,}0) \cdot 10^{-12}$ за год.

В определенной мере повышение точности проверок ОТО стимулировалось потребностями космической навигации. Клас-

сические теории движения планет, построенные на основе законов классической механики, обеспечивали точность в несколько сотен километров при вычислении координат планет. Такая точность была недостаточной для обеспечения межпланетных полетов. В связи с этим в 1960—80 гг. Институтом радиотехники и электроники АН СССР совместно с другими организациями были организованы систематические радиолокационные наблюдения внутренних планет [542]. Кроме того, были обработаны результаты оптических наблюдений планет и Солнца, полученные в Николаевской астрономической обсерватории, а также наблюдений КА «Венера-9, -10, -11, -12» и другие данные. Для обработки результатов наблюдений были созданы программные комплексы численного интегрирования уравнений движения планет в классическом ньютоновском и релятивистском вариантах. Предполагалось определение не только элементов орбит внутренних планет, но и астрономических постоянных: астрономической единицы, радиусов планет и др. В результате обработки всего массива астрометрических и радиолокационных данных в релятивистском варианте теории движения планет значительно улучшилась согласованность измеренных и теоретически вычисленных величин (расстояний, угловых координат). Так была осуществлена интегральная проверка ОТО, которая включала все возможные ее эффекты в движении планет и в распространении света с точностью до 1 %.

Аналогичные исследования проводились и в других странах. Широкое распространение получила постньютоновская модель DE405 движения крупных тел Солнечной системы, разработанная в Лаборатории реактивного движения (Jet Propulsion Laboratory, JPL) Калифорнийского технологического института [407]. С помощью этой модели получены барицентрические координаты планет, Солнца и Луны на период 1600—2200 гг. с точностью до нескольких угловых миллисекунд. Более подробно ознакомиться с релятивистской небесной механикой можно в [244].

Учитывая дополнительную информацию, полученную из наблюдений планет, можно значительно улучшить оценки ППН-параметров и ограничения на вариации гравитационной постоянной. В результате обработки более чем 300 тыс. наблюдений планет Солнечной системы в период с 1913 по 2003 г., а также большого количества высокоточных радарных и РСДБ наблюдений внутренних планет и космических аппаратов были получены оценки [581]

$\dot{G}/G < 10^{-13}$/год ; $\beta = 1{,}0000 \pm 0{,}0001$; $\gamma = 0{,}9999 \pm 0{,}0002$,

которые также полностью соответствуют ОТО.

Таким образом, с помощью измерений гравитационно-релятивистских эффектов в Солнечной системе можно проверить постньютоновское приближение ОТО с весьма высокой точностью. Дополнительные возможности возникают благодаря наблюдениям двойных звездных систем, которые содержат пульсары. В частности, точность измерения некоторых постньютоновских эффектов в движении системы двух пульсаров J0737–3039 A+B уже конкурирует с точностью тестов в Солнечной системе.

4.2.3. Проекты тестирования ОТО в космических экспериментах

Перспективы повышения точности проверок СТО и ОТО в значительной степени связаны с проведением специально спланированных космических экспериментов. Эти исследования составляют существенную часть более широкой программы тестирования фундаментальных положений современной физики. Совершенствование технологий обусловило создание и развитие в конце XX—начале XXI века множества проектов подобных тестов [253, 254, 592] (см. также [606, 607]). К преимуществам космических экспериментов относится использование намного больших, чем на Земле, расстояний, относительных скоростей и перепадов гравитационного потенциала, намного меньших негравитационных силовых воздействий и ускорений. Благоприятным фактором является также возможность создания термостабилизированного окружения, компенсации негравитационных шумов, привязки к инерциальной системе отсчета [125, 254, 592].

В апреле 2009 г. под эгидой Европейского космического агентства (ESA) была создана Консультативная группа (КГ) по разработке «дорожной карты» в области фундаментальной физики[1] для планирования космической деятельности на период 2015—2025 гг. После обсуждения на международных форумах был подготовлен и в августе 2010 г. опубликован соответствующий документ[2]. Приведем перечень ключевых научных вопросов и связанных с ними

[1] Fundamental Physics Roadmap (FPR) Advisory Team (FPR-AT).

[2] A Roadmap for Fundamental Physics in Space (http://sci.esa.int/directordesk/44552-fpr-at-home-page).

экспериментальных исследований так, как они определены в этом документе.

• Подтверждаются ли в природе фундаментальные принципы общей теории относительности? (Свойства гравитационных волн в диапазоне 10^{-4}—10^{-1} Гц, проверка принципа эквивалентности, измерение ППН-параметров, влияние ГКС на ход часов.)

• Каков закон гравитации на всех масштабах? (Движение массивных тел, распространение света, ГКС часов, галактические и космологические наблюдения.)

• Как ведет себя гравитация в режиме сильного поля (вблизи черных дыр, нейтронных звезд)? (Гравитационные волны, рентгеновские наблюдения,...)

• Является ли лоренц-инвариантность симметрией нашей Вселенной? (Проверки локальной лоренц-инвариантности и принципа эквивалентности, изучение удаленных источников энергетических частиц и фотонов.)

• Подтверждаются ли законы квантовой механики в природе? (Перепутанные состояния фотонов, декогерентность, интерферометрия волн материи.)

• Можем ли мы проверить возможное объединение гравитации и квантовой теории (Стандартная модель)? (Проверка принципа эквивалентности, непостоянство констант, проверка лоренц-инвариантности, сечение взаимодействий нейтрино с другими частицами при высоких энергиях, детектирование сверхтяжелых частиц.)

• Является ли новая форма энергии — темная энергия — ответственной за наблюдаемое ускорение расширения Вселенной, какова ее природа? (Проверка принципа эквивалентности, проверки постоянства констант, проверка дальнодействующих сил, гравитационное линзирование, стандартные свечи/линейки.)

• Если темная материя существует, какова ее природа? (Детектирование космических частиц высоких энергий, проверка дальнодействующих сил, возможные распады частиц темной материи, линзирование.)

• Каковы механизмы ускорения космических частиц? (Детектирование высокоэнергетических космических частиц различных типов: фотонов, нейтрино, протонов, ионов.)

Подробное рассмотрение FPR выходит за рамки нашей книги; ограничимся кратким обзором экспериментов, имеющих непосредственное отношение к ОТО и наиболее близких к реализации. КГ подчеркнула, что три проекта уже приняты ESA. Это LISA Path-

Finder, ACES и MICROSCOPE. Эти разработки способствовали развитию ключевых технологических программ для будущей фундаментальной физики в космосе. Их реализация жизненно важна; она повысит технологическую готовность важных подсистем, ключевых для успеха будущих миссий. Описание реализованных проектов гравимагнитных экспериментов см. в п. 4.3.4.

LISA PathFinder

Миссия LISA PathFinder запланирована к запуску в 2015 г. Она занимает центральное место в плане фундаментальной физики как по научной программе, так и по технологическим разработкам. Эта миссия призвана проложить путь для будущих проектов, проверить в космическом полете саму концепцию детектирования гравитационных волн (о гравитационных волнах и их детектировании см. гл. 5). КА массой 1900 кг будет выведен на околоземную орбиту, а затем с помощью собственных двигателей перейдет на орбиту в окрестности первой точки Лагранжа системы Солнце—Земля. При этом две пробные массы будут приведены в состояние почти идеального свободного падения, и будет осуществлено измерение их движения с беспрецедентной точностью. Новейшие технологии, предназначенные минимизировать воздействие внешних сил на пробные массы и для проведения измерений, включают инерциальные сенсоры, лазерно-интерферометрическую метрологическую систему, систему контроля отклонений от свободного падения и систему сверхточных микрореактивных двигателей. Проект в целом является европейским, но систему контроля и управления «геодезичностью» движения обеспечивает NASA.

ACES/PHARAO

Проект ACES — это эксперимент по функционированию сверхточных часов в условиях микрогравитации на околоземной орбите и передаче соответствующего сигнала на поверхность Земли. Сигналы времени и частоты будут генерироваться бортовой системой, образованной водородным мазером и фонтанными часами PHARAO (Project d'Horloge Atomique par Refroidissement d'Atomes en Orbite). Фонтанные часы — это наиболее точные часы (на уровне первичного стандарта) нового поколения [359]. Напомним, что единица времени — секунда — определяется через частоту определенного перехода в атоме цезия.

Принцип действия фонтанных часов состоит в том, что сначала с помощью лазерных лучей формируется облачко атомов цезия, т. е. ансамбль атомов, имеющих узкое распределение по скоростям. Это так называемое лазерное охлаждение. Затем атомное облачко приводится в состояние свободного падения (фонтан), во время которого и генерируется собственная частота нужного перехода. Наземные фонтанные часы имеют относительную погрешность $\sim 10^{-15}$. Ожидается, что в условиях микрогравитации погрешность часов PHARAO будет $\sim 10^{-16}$. Водородный мазер имеет на порядок меньшую точность, но лучшую стабильность на коротких временах. На базе сигналов от обоих устройств будет сформирована единая шкала времени и частоты. Соответствующие сигналы будут передаваться на Землю по специальной микроволновой линии связи. Ожидается, что это позволит на один-два порядка повысить точность сравнения часов на поверхности Земли и довести ее до 10^{-17} при времени накопления в несколько дней. Это открывает возможности для восстановления геопотенциала с разрешением 10 см.

В дополнение к микроволновой линии будет задействована оптическая линия (лазерной) связи. Их совместное использование позволит сравнить два метода передачи времени и исследовать атмосферные задержки. Бортовой комплекс также включает приемник спутниковой навигации, обусловливающий автономное определение координат.

Бортовой комплекс будет установлен на Международной космической станции в специальном наружном отсеке модуля «Коламбус», принадлежащем ESA. Миссия запланирована на 2016 г., длительность эксперимента — 18 месяцев с возможным продолжением до трех лет.

Реализация проекта позволит решить следующие задачи.

- Синхронизовать часы в космосе и на поверхности Земли с точностью $\sim 10^{-16}$. Это позволит реализовать глобальную систему временной синхронизации со сверхвысокими характеристиками и в перспективе предоставит новые возможности для навигационных и позиционных применений.
- Измерить эффект ГКС с погрешностью $< 50 \cdot 10^{-6}$ после 300 с и $< 2 \cdot 10^{-6}$ после 10 дней накопления.
- Измерить временные вариации постоянной тонкой структуры $\alpha = e^2/\hbar c$ на уровне точности $\alpha^{-1} d\alpha/dt < 1 \cdot 10^{-17}$ год$^{-1}$ с возможным повышением точности до $3 \cdot 10^{-18}$ год$^{-1}$ в случае продолжения миссии до трех лет.

• Осуществить поиск анизотропии скорости света на уровне $\delta c/c < 10^{-10}$.

Подробную информацию о проекте см. на портале Earth Observation: https://directory.eoportal.org/web/eoportal/satellite-missions/i/iss-aces-pharao.

MICROSCOPE

Проект MICROSCOPE (Micro-satellite à trainée Compensée pour l'Observation du Principe d'Équivalence) имеет целью проверку СПЭ с точностью $\eta<10^{-15}$. Здесь $\eta = 2\left|(a_1 - a_2)/(a_1 + a_2)\right|$ — параметр Этвеша, который характеризует относительную разность ускорений a_i ($i = 1,2$) двух пробных тел в гравитационном поле массы M (в системе отсчета, где эта масса находится в покое). Заметим, что в наземных условиях и при лазерной локации Луны не удается достичь точности лучшей, чем $\eta \sim 10^{-13}$. С другой стороны, низкоэнергетическое приближение теории струн предусматривает нарушение принципа эквивалентности на уровне $\eta \sim 10^{-18} \div 10^{-15}$ [116]. В эксперименте MICROSCOPE будет измеряться относительное ускорение двух соосных цилиндров, изготовленных из различных металлов, один из которых находится внутри другого [56, 425]. Второй аналогичный акселерометр, в котором оба цилиндра сделаны из одного материала, будет применен для устранения систематических погрешностей. Акселерометры будут находиться на спутнике, свободном от сноса, на круговой полярной орбите на высоте ~ 700 км, вращающейся синхронно с суточным обращением Солнца для обеспечения термостабильности. Запуск спутника запланирован на апрель 2016 г. Информация о проекте представлена на сайте: http://smsc.cnes.fr/MICROSCOPE/index.htm (см. также https://directory.eoportal.org/web/eoportal/satellite-missions/m/microscope).

4.3. ЭФФЕКТЫ ОТО, СВЯЗАННЫЕ С ВРАЩЕНИЕМ ТЕЛ

Рассмотрим эффекты ОТО, которые получили название гравимагнитных (или гравитомагнитных), и прочие эффекты, связанные с вращением массивных тел. В соответствии с решениями уравнений ОТО вокруг таких тел существует эффект так называемого увлечения системы отсчета, вследствие которого

все тела возле центрального вращающегося массивного тела начинают вращаться в том же направлении. Наиболее явно это явление проявляется возле вращающихся черных дыр. Анализ соответствующего пространства-времени, которое описывается известной метрикой Керра (см. п. 6.1.1), показывает, что вне горизонта такой дыры существует так называемая эргосфера — пространственная область в форме сплюснутого эллипсоида вращения, в которой все частицы должны вращаться вокруг дыры. Только за пределами этой эргосферы возможно существование частиц, неподвижных относительно удаленного наблюдателя.

В слабом гравитационном поле, например, в границах Солнечной системы, действие гравимагнитных эффектов очень слабое. Приближенная метрика, которая описывает пространство-время вокруг центрального медленно вращающегося тела со сферически-симметричным распределением массы, имеет вид (метрика Лензе—Тирринга)

$$ds^2 = c^2\left(1-\frac{2GM}{c^2 r}\right)dt^2 - \left(1+\frac{2GM}{c^2 r}\right)\left(dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2\right) + \\ + \frac{4GJ}{c^2 r}\sin^2\theta\, dt d\varphi, \qquad (4.13)$$

где M и J — масса и момент импульса тела соответственно, а координаты (r, θ, φ) при уменьшении M и J до нуля переходят в обычные сферические координаты. В приближении слабого поля и нерелятивистских скоростей на пробную частицу, движущуюся со скоростью $\mathbf{v}$ в гравитационном поле (4.13), действует ускорение, которое имеет вид, схожий с силой Ампера или Лоренца:

$$\mathbf{a} = \left[\frac{\mathbf{v}}{c}\times\mathbf{B}\right], \quad \mathbf{B} = \frac{2G}{c}\cdot\frac{\mathbf{J} - 3(\mathbf{J}\,\mathbf{n})\mathbf{n}}{r^3}, \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}}{r}. \qquad (4.14)$$

Здесь $\mathbf{B}$ и $\mathbf{n}$ — напряженность гравимагнитного поля и единичный вектор в направлении пробной частицы; c — скорость света в вакууме, G — гравитационная постоянная. Из формулы (4.14) видно, что поле $\mathbf{B}$ имеет такой же вид, как и магнитное поле магнитного диполя.

4.3.1. Эффект Лензе—Тирринга

Для частицы, свободно вращающейся вокруг центрального тела, такое гравимагнитное ускорение приводит к известному эффекту Лензе—Тирринга [122, 259], при котором ув-

лечение системы отсчета обусловливает прецессию орбиты частицы. Эллиптическая орбита поворачивается «как целое», не изменяя своего эксцентриситета, вокруг центрального тела с угловой скоростью [550, с. 426]

$$\Omega_{LT} = \frac{2GJ}{c^2 a^3 \left(1-e^2\right)^{3/2}} \left\{ \mathbf{n}_1 - 3n_2 \left(\mathbf{n}_1 \, \mathbf{n}_2 \right) \right\}, \qquad (4.15)$$

где a, e — соответственно длина большой полуоси и эксцентриситет орбиты частицы (пробного тела), а $\mathbf{n}_1$, $\mathbf{n}_2$ — единичные векторы в направлениях $\mathbf{J}$ и момента импульса частицы, связанного с ее орбитальным движением. Это приводит к постоянному вращению плоскости орбиты вокруг направления оси обращения центрального тела и к дополнительному смещению перицентра орбиты. Скорости прецессии долготы восходящего узла Ψ и аргумента перигея ψ равны

$$\dot{\Psi} = \frac{2GJ}{c^2 a^3 \left(1-e^2\right)^{3/2}}, \quad \dot{\psi} = -\frac{6GJ\cos i}{c^2 a^3 \left(1-e^2\right)^{3/2}}, \qquad (4.16)$$

где i — наклон орбиты. Для искусственного спутника Земли на очень низкой орбите первая величина равна 0,26″ за год. Вторая величина складывается с более известным эффектом ОТО — сдвигом перигея спутника Земли или перигелия планеты, например Меркурия.

Действие эффекта Лензе—Тирринга не ограничивается изменением элементов орбиты. Если тело, которое вращается по орбите, имеет собственный момент импульса (например, один из четырех гироскопов на спутнике Gravity Probe B), то оно начинает прецессировать с определенной частотой (4.15). Этот эффект был предсказан Шиффом. Знак эффекта зависит от угла между векторами $\mathbf{n}_1$, $\mathbf{n}_2$. Это можно объяснить следующим образом. Если гироскоп находится вблизи полюса, то он пытается поворачиваться в направлении вращения Земли из-за увлечения системы отсчета. Если он находится в экваториальной плоскости, то и гравитационное поле, и увлечение системы отсчета уменьшаются с расстоянием от Земли. Представим гироскоп, ось которого ориентирована перпендикулярно Земли. Тогда более близкую к Земле часть гироскопа из-за увлечения системы отсчета сильнее тянет в сторону вращения Земли. Вследствие этого про-

исходит прецессия спина гироскопа в направлении, противоположном вращению Земли. Отметим, что это относится только к случаю слабых полей и скоростей, небольших по сравнению со скоростью света, т. е. к Солнечной системе, но не к черным дырам. Из-за этого эффекта период прецессии оси Земли равен 273 мрд лет, что существенно превышает возраст Вселенной.

4.3.2. Геодезическая прецессия

Прецессия Лензе—Тирринга — не единственная релятивистская прецессия. Есть еще геодезическая прецессия, которая происходит при параллельном переносе каждого вектора (в том числе вектора спина вращающейся частицы или гироскопа) в искривленном пространстве-времени [1]. В 1916 г. де Ситтер рассмотрел геодезическую прецессию системы Земля—Луна (earth-moon gyroscope) в гравитационном поле Солнца [122]. В конце 1980-х годов она была обнаружена с помощью комбинации определения расстояния до Луны и РСДБ-наблюдений [392]. Точность этого подтверждения достигает порядка 1 % после использования уточненных данных [449]. В [309, с. 497] утверждается, что Бертотти и др. измерили этот эффект с погрешностью менее чем 2 %. Прецессия де Ситтера (так называют геодезическую прецессию) происходит в направлении движения системы Земля—Луна со скоростью 19,2 mas/год (mas, ***milliarcsecond*** — угловая миллисекунда). Период прецессии оси Земли из-за этого эффекта равен $(5—6{,}7) \cdot 10^7$ лет (см. работу Кориналдези и Папапетру в [309]), что намного больше, чем период прецессии линии равноденствия благодаря взаимодействию Солнца и Луны с квадрупольным моментом Земли, приблизительно равный 26 тыс. лет.

Для оценки возможности проверки гравимагнитных эффектов в Солнечной системе за пределами системы Земля—Луна целесообразно рассчитать вызванный ими сдвиг перигелия разных тел. Прецессия Лензе—Тирринга для Меркурия обеспечивает сдвиг его перигелия на –0,0128″ за 100 лет. Это малая добавка по сравнению со сдвигом 43″ за 100 лет, который возникает вследствие известного эффекта ОТО. Для других планет прецессия

[1] Также существует релятивистская прецессия Томаса, которая имеет место и в плоском ПВ при негеодезическом движении гироскопа под действием внешней силы.

Лензе—Тирринга обусловливает еще меньший сдвиг. Перспективам ее измерения посвящена работа [211]. Лучшая ситуация со спутниками планет. Благодаря эффекту Лензе—Тирринга спутник Юпитера V (Амальтея) имеет гравимагнитный сдвиг перицентра 2,26″ за год, однако в настоящее время его тяжело измерить. Аналогичный эффект для Луны составляет –0,19 mas за 100 лет. Конечно, можно измерять гравимагнитные эффекты с помощью искусственных спутников Солнца. Гравимагнитные вклады в отклонение света и задержку сигналов в поле Солнца будут заметными для измерений в рамках миссий LATOR [429] и ASTROD [305].

Таким образом, для проверки гравимагнитных эффектов целесообразно применять искусственные спутники Земли и исследовать эволюцию с течением времени элементов их орбит. Теоретически можно также использовать точные сравнения скорости течения времени на спутнике и на поверхности Земли. Однако несложные оценки показывают, что это еще не дает возможность измерить гравимагнитные эффекты.

За пределами Солнечной системы измерению тонких эффектов мешают большие погрешности и неопределенности в характеристиках отдаленных космических систем. Отметим предположение Крамера [246], что геодезическая прецессия пульсара PSR 1913+16 — члена двойной системы — через несколько десятков лет может привести к отклонению излучения пульсара от направления на Землю. Для земного наблюдателя он исчезнет и восстановится через несколько столетий. Более информативно измерение релятивистской прецессии в системе двух пульсаров J0737–3039 A+B. Здесь плоскость орбиты пульсаров вокруг общего центра масс имеет небольшой угол наклона к лучу зрения на наблюдателя, вследствие чего наблюдается приблизительно 30-секундное затемнение компоненты A компонентой B (благодаря поглощению импульсов от A в магнитосфере пульсара B). В работе Бретона и др. [73] была определена релятивистская прецессия оси собственного вращения относительно общего орбитального углового момента системы. Эта величина составила $4,77^{+0,66}_{-0,65}$ градусов за год (с доверительной вероятностью 68 %), что согласуется с расчетом по ОТО в границах погрешности 14 %. Но расчеты опирались на определенную модель излучения пульсара; связанные с этим уточнения рассмотрены в работе Перера и др. [332].

4.3.3. Гравимагнитное влияние на ход часов

Рассмотрим круговую орбиту спутника в экваториальной плоскости Земли в пространстве-времени, описываемом метрикой (4.13). Ее уравнение и обозначение координат имеют вид

$$x^1 = r = \text{const}, \quad x^2 = \theta = \pi/2 = \text{const}, \quad x^3 = \varphi = \omega t, \quad x^0 = t. \qquad (4.17)$$

После подстановки (4.17) в уравнения геодезических

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{kl}\frac{dx^k}{ds}\frac{dx^l}{ds} = 0 \qquad (4.18)$$

имеем одно условие при $i = 1$:

$$\Gamma^1_{00} + \omega^2\,\Gamma^1_{33} + 2\omega\,\Gamma^1_{03} = 0\,. \qquad (4.19)$$

Используя приближенные значения Γ^1_{kl}, полученные из метрики (4.13), находим условие

$$\frac{GM}{r^2} - \omega^2 r - \frac{2GJ}{c^2r^2}\omega = 0. \qquad (4.20)$$

Именно последний член в (4.20) указывает на отличие от ньютоновского приближения для угловой скорости вращения. Решение (4.20) имеет вид

$$\omega \approx \sqrt{\frac{GM}{r^3}} - \frac{GJ}{c^2r^3}\,. \qquad (4.21)$$

Последнее слагаемое в (4.21) обусловливает небольшое отклонение от ньютоновской угловой скорости вращения спутника. Скорость течения времени на его борту, измеряемая эталоном времени, равна

$$\tau \approx t\left(1 - \frac{GM}{c^2r} - \frac{r^2\omega^2}{2c^2} + \frac{2GJ\omega}{c^4r}\right). \qquad (4.22)$$

Последнее слагаемое в (4.22) связано именно с вращением Земли. После подстановки (4.21) в (4.22) получаем влияние вращения Земли на скорость течения времени на борту спутника:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{3GJ}{c^4r}\omega = \frac{3GJ}{c^4r}\sqrt{\frac{GM}{r^3}} \propto r^{-2,5}\,. \qquad (4.23)$$

Этот эффект уменьшается с увеличением r. Его максимальное значение достигается для орбиты спутника возле поверхности Земли (очень низкая орбита), при $r \approx R = 6\ 371\ 110$ м, и имеет порядок $\Delta T / T \approx 3{,}5 \cdot 10^{-20}$, что меньше, чем погрешность существующих стандартов времени-частоты. Но проблема не ограничивается только недостаточной точностью эталона времени. Второе и третье слагаемые в (4.22), связанные с влиянием массы Земли, намного превышают гравимагнитный вклад. Именно они обеспечивают основное влияние на скорость течения времени. Эти слагаемые описывают эффект СТО, вызванный скоростью спутника, и эффект ОТО — гравитационное красное смещение. Различия в скорости течения времени характеризуются отношением $\Delta T/T$. Для обоих указанных эффектов оно имеет порядок $r_0/R \sim 10^{-10}$, где $r_0 \approx 0{,}444$ мм — гравитационный радиус Земли, а $R > 6400$ км — радиус круговой орбиты спутника. Итак, гравимагнитный вклад на десять порядков меньше двух других эффектов. Кроме того, гравитационное поле Земли отличается от поля точечного тела. Его можно разложить по мультиполям и оценить вклад отдельных составляющих в скорость течения времени. Вклад монополя — массы Земли — был оценен выше.

Оценим теперь вклад квадруполя. В первом приближении можем считать Землю сплюснутым эллипсоидом вращения, а именно эллипсоидом Красовского с осями $a = 6\ 378\ 245$ м и $c = 6\ 356\ 863$ м. Средний радиус $r = 6\ 371\ 110$ м, масса $M = 5{,}98 \cdot 10^{27}$ г. Тензор квадрупольного момента характеризуется величиной

$$D = D_{zz} = -2D_{xx} = -2D_{yy} \approx 0{,}8\ r\ (c - a) = -\ 6{,}517 \cdot 10^{42}\ \text{г} \cdot \text{см}^2.$$

Вблизи поверхности Земли (ведь гравимагнитный вклад достигает максимума для низких орбит спутника) нельзя выделить вклад квадрупольного момента, так как мультипольное разложение работает только на больших расстояниях, но можно оценить этот эффект с помощью стандартного разложения потенциала по мультиполям на больших расстояниях от Земли: $\varphi = \varphi^{(1)} + \varphi^{(2)} + \ldots$. Квадрупольная составляющая $\varphi^{(2)}$ обеспечивает разность в скоростях течения времени:

$$\frac{\Delta T}{T} = \sqrt{g_{00}} - 1 \approx \frac{\varphi^{(2)}}{c^2} = \frac{DG}{4c^2 R^3}\left(3\left\langle \cos^2\theta \right\rangle - 1\right). \qquad (4.24)$$

Здесь R — радиус круговой орбиты спутника, θ — его широта, угловые скобки $\langle ... \rangle$ означают усреднение по времени. После вычислений имеем

$$\frac{\Delta T}{T} = 4,67 \cdot 10^{-13} \left(\frac{R}{r}\right)^3 \left(3\left\langle \cos^2 \theta \right\rangle - 1\right), \tag{4.25}$$

где r — радиус Земли. Этот эффект действует как на спутнике, так и на Земле. Мы можем измерить только разность указанных влияний:

$$\frac{\Delta T}{T} = -3 \cdot 4,67 \cdot 10^{-13} \frac{h_c}{r}\left(3\left\langle \cos^2 \theta \right\rangle - 1\right) \approx$$

$$\approx 1,1 \cdot 10^{-13} \frac{h_c}{500 \text{ км}}\left(3\left\langle \cos^2 \theta \right\rangle - 1\right). \tag{4.26}$$

Здесь $h_c = R - r$ — высота орбиты спутника над поверхностью Земли. Для расчета последнего множителя применяем сферическую тригонометрию и получаем

$$\frac{\Delta T}{T} \approx 2,2 \cdot 10^{-13} \frac{h_c}{500 \text{ км}}\left(1 - \frac{3}{4}\sin^2 \alpha\right), \tag{4.27}$$

где α — угол наклона орбиты спутника к экватору. Таким образом, влияние рассматриваемого эффекта оценивается разностью в скоростях течения времени порядка 10^{-13}. Это тоже намного больше гравимагнитного вклада. Аналогичным образом можно оценить и вклад 16-польной составляющей. Но в отличие от массы Земли величины ее мультипольных моментов измерены с гораздо меньшей точностью. Обусловленные этим погрешности в учете вклада мультиполей в скорость течения времени будут превышать гравимагнитный вклад (4.23).

4.3.4. Орбитальные гравимагнитные эксперименты

На основании изложенного выше можно сделать вывод, что для поиска и измерения гравимагнитных эффектов ОТО следует сосредоточиться на исследовании вызванной ими эволюции орбит спутников.

LAGEOS, LAGEOS II и LARES

Наибольшего успеха достигли эксперименты с участием спутников системы LAGEOS (LAser GEOdynamic Satellite). Это — спутник LAGEOS, который был запущен NASA в 1976 г., и спутник LAGEOS II, который был запущен NASA вместе с Итальянским космическим агентством в 1992 г. Третий спутник, названный LARES (LAser RElativity Satellite), был выведен на орбиту европейской ракетой-носителем «Вега» 13 февраля 2012 г. Параметры орбит этих спутников и величина их прецессии Лензе—Тирринга приведены в табл. 4.1.

Спутники LAGEOS и LAGEOS II имеют форму шара диаметром 60 см с угловыми отражателями, которые отражают лазерные лучи с Земли, и массу 406 кг. За годы их полета более чем 50 станций на поверхности Земли сделали миллионы лазерных определений положений этих спутников с погрешностью в несколько миллиметров. Наблюдения продолжаются; по оценкам LAGEOS достигнет земной атмосферы только через 8,4 миллиона лет. Анализ измерений подтвердил существование и величину прецессии Лензе—Тирринга. В результате анализа данных за 11 лет было вычислено, что орбита спутников смещалась на 2 м в год в направлении вращения Земли. Это значение на 99 % совпадает с предсказанным общей теорией относительности эффектом увлечения инерциальных систем отсчета вращающимся телом.

Существуют некоторые разногласия относительно точности этого подтверждения. Это обусловлено не только повышением точности с течением времени за счет накопления наблюдательных данных (в первых публикациях группы Чиуфолини речь идет о точности до 30 % [101], в последних — она увеличилась, погрешности достигли уровня 6 % [100]), но и сложностью учета

Таблица 4.1. **Параметры орбит LAGEOS, LAGEOS II и LARES и их прецессия Лензе—Тирринга**

Орбитальный параметр	LAGEOS	LAGEOS II	LARES
a (полуось), км	12270	12163	1450
e (эксцентриситет)	0,0045	0,014	0,0008
i (наклон), град	110	52,65	70
$\dot{\Psi}_{LT}$, mas/год	31	31,5	31
$\dot{\psi}_{LT}$, mas/год	31,6	–57	–31,6

эффектов несферичности Земли. Погрешность из-за несферичности Земли значительно превышает другие погрешности, связанные с неточностью учета атмосферного торможения и давления солнечного излучения, изменением угловой скорости вращения Земли и положением ее полюсов, сдвигом наземных станций вследствие дрейфа континентов, а также гравитационными возмущениями от Солнца, Луны и планет. Более того, величина сдвига орбиты из-за несферичности Земли на несколько порядков превышает величину самой прецессии Лензе—Тирринга. В связи с этим применялись сложные модели гравитационного поля Земли. В работе [101] использовалась модель EGM-96, а наблюдаемая прецессия составила 110 ± 20 % от теоретически рассчитанной. В работе [100] использовалась улучшенная модель EIGEN-GRACE02S, а наблюдаемая прецессия составила 99 ± 5 % от теоретической. Для улучшения точности также использовали сумму координат узлов и перигеев нескольких спутников. Однако Иорио [212] утверждает, что точность измерения прецессии Лензе—Тирринга с помощью спутников LAGEOS всегда оценивалась с нереалистичным оптимизмом. Он считает, что неопределенность во влиянии первых четных членов мультипольного разложения дает весьма большую погрешность определения элементов орбиты, порядка величины самой прецессии. Поэтому погрешностям в $(1—3)\sigma$ должны соответствовать не 5—10 % общей точности, а 15—45 %, или даже 26—78 %.

Спутник LARES изготовлен из вольфрамовых сплавов и имеет 92 уголковых отражателей (кубических ретрорефлекторов), с помощью которых можно с высокой точностью (единицы сантиметров) отслеживать траекторию полета космического аппарата, используя лазерные локационные станции на поверхности Земли. LARES имеет 36,4 см в диаметре и массу около 400 кг. Выведен на практически круговую орбиту (перигей 1437 км, апогей 1451 км) с перицентром 1450 км и наклоном 69,5 градуса (подробнее см. в [99]). Предполагается, что будет достигнута точность в 1 % при измерении эффекта Лензе—Тирринга. Однако некоторые ученые, прежде всего Иорио, подвергли это утверждение критике (многочисленные статьи Иорио и ответ на них Чиуфолини легко найти в базе ADS). Очевидно, окончательный результат о том, какова точность измерения эффекта Лензе—Тирринга с помощью LARES, будет получен после накопления и обработки данных наблюдений.

Для минимизации влияния несферичности Земли используют взвешенную комбинацию прецессий орбит трех упомянутых спутников, которая согласно предсказаниям ОТО равна 50,5 mas/год. При этом весовой коэффициент для LAGEOS выбран равным 1, а для LAGEOS II и LARES — 0,3586 и 0,0751 соответственно.

Gravity Probe B (GP-B)

Существенный прогресс в точности измерения гравимагнитных эффектов ожидался благодаря запуску спутника Gravity Probe B (проект Стэнфордской миссии), с помощью которого, как утверждалось, можно проверить гравимагнитные эффекты с погрешностью 1 %. Идея Стэнфордской миссии была выдвинута еще в 1959 г. Шиффом. Суть эксперимента — наблюдение прецессии гироскопа, вращающегося на спутнике вокруг Земли, относительно направления на отдаленную звезду. Она полностью отличалась от миссии спутника Gravity Probe A (GP-A), который был запущен в 1976 г. NASA (Wallops Flight Center в Вирджинии). Цель миссии — проверка эффекта гравитационного красного смещения (см. п. 4.1.4). После 1 ч 55 мин полета, высота которого достигла 10 тыс. км над поверхностью Земли, спутник упал в Атлантический океан. На протяжении полета атомные часы измеряли скорость течения времени, которое отличалось от аналогичной скорости на Земле.

На спутнике GP-B не было эталона времени, но он имел на борту 4 сверхпроводящих гироскопа. Его полет был продолжительным (миссия завершилась 3 октября 2005 г., период накопления научных данных продолжался от 28 августа 2004 г. до 14 августа 2005 г.), а основные измерения позволили точно определить элементы его орбиты и ориентацию гироскопов. Информация о ходе миссии размещена на сайте http://einstein.stanford.edu/.

Плоскость орбиты спутника проходила через полюса Земли и направление на звезду IM Пегаса (HD 216489), экваториальные координаты которой $\alpha = 22^h53^m02{,}2659^s$, $\delta = 16°50'28{,}298''$. Высота орбиты 640 км. Телескоп на борту Gravity Probe B был фиксировано направлен на эту звезду. Звезда IM Пегаса играла ключевую роль в эксперименте, поскольку была опорной звездой, относительно которой измерялся сдвиг как орбиты спутника, так и осей гироскопов. Приведем ее основные характеристики. Это

двойная переменная звезда, звездная величина которой в максимуме достигает 5,85. Изменение яркости довольно сложное, ощутимо влияние пятен. Расстояние до Земли около 100 пк. Спектральный тип, радиус, массу обоих компонентов и их орбитальные элементы можно найти на сайте http://www.yorku.ca/bartel/guidestar/, посвященном этой звезде. С 1997 г. с помощью сети радиоинтерферометров со сверхдлинной базой Национальной радиоастрономической обсерватории США, сети 65-метровых антенн Deep Space Network (NASA) и 100-метровой антенны Радиоастрономического института им. Макса Планка (Max-Planck-Institut fur Radioastronomie, MPIfR) в Германии проводилось определение положения этой звезды относительно не менее двух квазаров. Сессии происходили приблизительно 4 раза в год и длились не меньше 18 ч. После предварительной обработки в NRAO (Сокорро, Нью-Мехико, США) данные обрабатывались в Йоркском университете (Торонто, Канада) и Гарвард-Смитсоновском центре астрофизики (Кембридж, Массачусетс, США). Оказалось, что собственное движение звезды IM Пегаса составляет 35 mas/год, т. е. имеет такой же порядок, как эффект Лензе—Тирринга (6,32′ за 100 лет). Но поскольку погрешность определения собственного движения равна 0,1 mas/год, то оно существенно не влияет на точность эксперимента. Положения спутника GP-B относительно опорной звезды измерялись многими наблюдательными станциями. В Украине наблюдения проводились Главной астрономической обсерваторией (ГАО НАНУ).

Во время работы аппаратуры спутника обнаружились неожиданные факторы, учет которых привел к тому, что окончательный отчет о результатах миссии появился только в мае 2011 г. [142]. В отличие от предшествующих отчетов он давал окончательные результаты $-6601{,}8 \pm 18{,}3$ mas/год для геодезической прецессии и $-37{,}2 \pm 7{,}2$ mas/год для увлечения системы отсчета, которые хорошо согласовываются с результатами, предсказанными ОТО, а именно –6606,1 mas/год и –39,2 mas/год соответственно. Однако существует определенная настороженность относительно точности полученных результатов, поскольку на аппаратуру действовали факторы, которые не предполагались при планировании миссии. Их учет осуществлялся только после окончания эксперимента (подробнее см. в [444]).

4.4. ГРАВИТАЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И ПУЛЬСАРЫ В ДВОЙНЫХ СИСТЕМАХ

4.4.1. Формула Эйнштейна для мощности гравитационного излучения

Эйнштейн получил [604, с. 631—646] формулу для мощности гравитационного излучения, создаваемого движущимися массами:

$$\dot{E}_{grav} = \frac{G}{45c^5} \ddot{D}_{ij} \ddot{D}^{ij}, \tag{4.28}$$

где $D_{ij} = \int_V \rho\left(3x_i x_j - \delta_{ij} r^2\right) dV$ — квадрупольный момент масс. Эта формула вытекает из линеаризованных уравнений Эйнштейна; здесь мы явно выписываем скорость света и гравитационную постоянную.

Для двух точечных масс m_1 и m_2, которые вращаются вокруг общего центра масс на расстоянии l друг от друга с частотой ω, формула (4.28) приобретает такой вид [550]:

$$\dot{E}_{grav} = \frac{32G}{5c^5} \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 l^4 \omega^6 . \tag{4.29}$$

Из этой формулы следует, что при $m_1 = m_2 = 1$ т, $l = 1$ м, $\omega = 3 \cdot 10^2$ с$^{-1}$ величина эффекта составляет лишь 10^{-23} эрг/с. Подобные оценки были причиной пессимистического отношения экспериментаторов к возможной генерации гравитационных волн в лабораторных условиях. Но в астрофизике малый множитель G/c^5 в формуле (4.29) можно компенсировать большими массами и размерами излучающей системы.

Заметим, что в общем случае в ОТО существует проблема правильного определения энергии гравитационного поля. Однако в линейном приближении ОТО, в котором получена формула (4.28), эта проблема отсутствует. Далее отметим, что орбитальные поправки в движении изолированной системы двух тел сравнимой массы (например, двойного пульсара) за счет излучения соответствуют порядку $(v/c)^5$, где v — характерная скорость в системе. Это более высокий порядок точности, чем тот,

в котором была впервые получена формула (4.28). В связи с этим были проведены прямые расчеты уравнений движения двух тел до порядка $(v/c)^5$, которые не требуют энергетических соображений. Было определено, что учет дополнительных поправок в движении не влияет на вывод энергетических потерь в главном порядке, т. е. результаты исследований подтвердили правильность формулы Эйнштейна (4.28) (более подробно см. в [502, 530, 579]).

4.4.2. Существование гравитационных волн и новые тесты

Рассел Халс и Джозеф Тейлор открыли и исследовали радиопульсар PSR 1913+16 [209], который стал настоящей лабораторией для исследования релятивистских эффектов. Этот пульсар является членом двойной системы; он движется по очень вытянутой орбите с эксцентриситетом около 0,6 и периодом 7 ч 45 мин. При этом средняя орбитальная скорость пульсара составляет приблизительно 200 км/с. Измерение времени прихода импульсов от пульсара с собственным периодом 0,059 с дают возможность измерять слабые эффекты в движении пульсара, обусловленные ОТО. Уже в первые месяцы наблюдений пульсара было определено релятивистское смещение периастра орбиты. Оно оказалось равным 4,22663° за год, что в 36 тыс. раз больше аналогичной величины для орбиты Меркурия в Солнечной системе. Релятивистские эффекты были использованы для определения параметров двойной системы, в частности массы пульсара, которая оказалась равной 1,4411 массы Солнца $M_\odot$. В то время такие оценки были получены наиболее точными измерениями массы пульсара.

Формула для изменения орбитального периода тесной двойной системы имеет вид

$$\dot{P} = -\frac{192\pi G^{5/3}}{5c^5}\left(\frac{P}{2\pi}\right)^{-5/3} \times$$

$$\times\ (1-e^2)^{-7/2}\left(1+\frac{73}{24}e^2+\frac{37}{96}e^4\right)m_p m_c (m_p+m_c)^{-1/3}, \qquad (4.30)$$

где e — эксцентриситет орбиты, m_p и m_c — масса пульсара и его компаньона.

Пятнадцатилетние наблюдения пульсара дали возможность проверить одно из фундаментальных предсказаний ОТО — существование гравитационного излучения. Два тела, которые обращаются вокруг общего центра масс, должны терять энергию на излучение гравитационных волн в соответствии с формулой (4.29), из-за чего орбита будет все время уменьшаться. Для параметров двойного пульсара[1] PSR 1913+16 формула (4.30) предсказывает уменьшение орбитального периода со скоростью всего лишь 75,8 мкс/год. Полученные до 1991 г. результаты дали значение $76 \pm 0{,}3$ мкс/год, что с блеском подтвердило теоретические расчеты [118, 208, 417].

На данный момент известно около десяти тесных двойных систем, в которых по крайней мере один из компонентов является пульсаром. Для части из них определено изменение периода, которое в пределах точности также совпадает с предсказанием ОТО. За открытие и исследование первого двойного радиопульсара PSR 1913+16 Тейлору и Халсу была присуждена Нобелевская премия 1993 г. по физике. Сейчас мы являемся свидетелями своеобразного соревнования между PSR 1913+16 (B 1913+16) и единственной известной системой двух пульсаров J0737–3039 A+B. Приведем результаты измерений скорости изменения орбитального периода dP/dt в этих двойных системах. Для J0737–3039 A+B [248, 249] эта величина составляла[2] $\dot{P} = -1{,}252(17)\cdot 10^{-12}$, а отношение расчета в ОТО[3] к наблюдательной оценке $\dot{P}^{GR}/\dot{P} = 0{,}997$. В работе [447] (оценка 2007 г. опубликована в 2010 г.) для PSR 1913+16 приведены такие данные: $\dot{P} = -2{,}4184(9)\cdot 10^{-12}$, $\dot{P}^{GR}/\dot{P} = 1{,}0013(21)$. Уникальность J0737–3039 A+B состоит в том, что здесь наблюдаются сигналы от обоих компонентов, хотя и с разным качеством. Кроме того, в этой системе плоскость орбиты близка к лучу зрения, поэтому наблюдается затмение одного компонента другим, что дает дополнительную информацию. Следует учитывать, что при накоплении результатов наблюдений

[1] Мы используем термин «двойной пульсар», так как он часто встречается в литературе. В действительности PSR 1913+16 — *единственный* пульсар в двойной системе B 1913+16 — в отличие от системы *двух* пульсаров J0737–3039 A+B.

[2] Скобки после приведенного значения означают среднеквадратическую ошибку в последних цифрах.

[3] По определенным на основе наблюдений массам компаньонов и эксцентриситету.

погрешность измерения dP/dt уменьшается с течением времени как $t^{-2,5}$ [248]. Позже величина dP/dt для системы PSR 1913+16 была измерена [443] уже с точностью менее 0,05 %. Но для сравнения с теоретическим расчетом необходимо учесть ускорение системы (в поле Галактики) относительно наблюдателя, которое дает дополнительный вклад в систематическую погрешность и ограничивает точность сравнения с расчетом ОТО в рамках 0,2 %. В системе J0737–3039 A+B, которая расположена значительно ближе, вкладом относительного ускорения можно пренебречь [247]; здесь скорость изменения периода составляет $107,79 \pm 0,11$ наносекунд за сутки, что согласуется с ОТО в рамках относительной погрешности 0,1 % [247].

Возможности J0737–3039 A+B этим не исчерпываются. В движении этой системы четко проявляются релятивистская прецессия перицентра и эффект Шапиро задержки сигналов в гравитационном поле. Поэтому можно вычислить параметры орбитального движения разными способами, используя формулы ОТО. Совпадение результатов расчета, где задействованы независимые наблюдаемые величины, свидетельствует, что эта теория не противоречит наблюдениям на уровне относительной точности порядка $\sim 0,01\,\%$.

4.5. ПРОВЕРКА ЗАКОНА ОБРАТНЫХ КВАДРАТОВ

Большинство альтернативных теорий гравитации в пределе слабого поля приводят к выражениям для гравитационного потенциала, отличающимся от стандартной ньютоновской формулы $\varphi(r) \sim 1/r$. Иногда это называют проблемой пятой силы. Чаще всего встречаются два типа модификации. Первый — это поправки типа взаимодействия Юкавы:

$$\varphi(r) = -\frac{G_N m}{r}\left(1 + \alpha\, e^{-r/\lambda}\right), \qquad (4.31)$$

где α — безразмерный параметр, характеризующий силу добавочного взаимодействия, λ — характерный масштаб взаимодействия. Юкавская поправка возникает за счет обмена между гравитирующими телами виртуальными бозонами с массой $m_b = \hbar/(\lambda c)$. Такие поправки имеют место, например, в нелинейных $f(R)$ теориях [138], где бозоны — это скаляроны, соответствующие до-

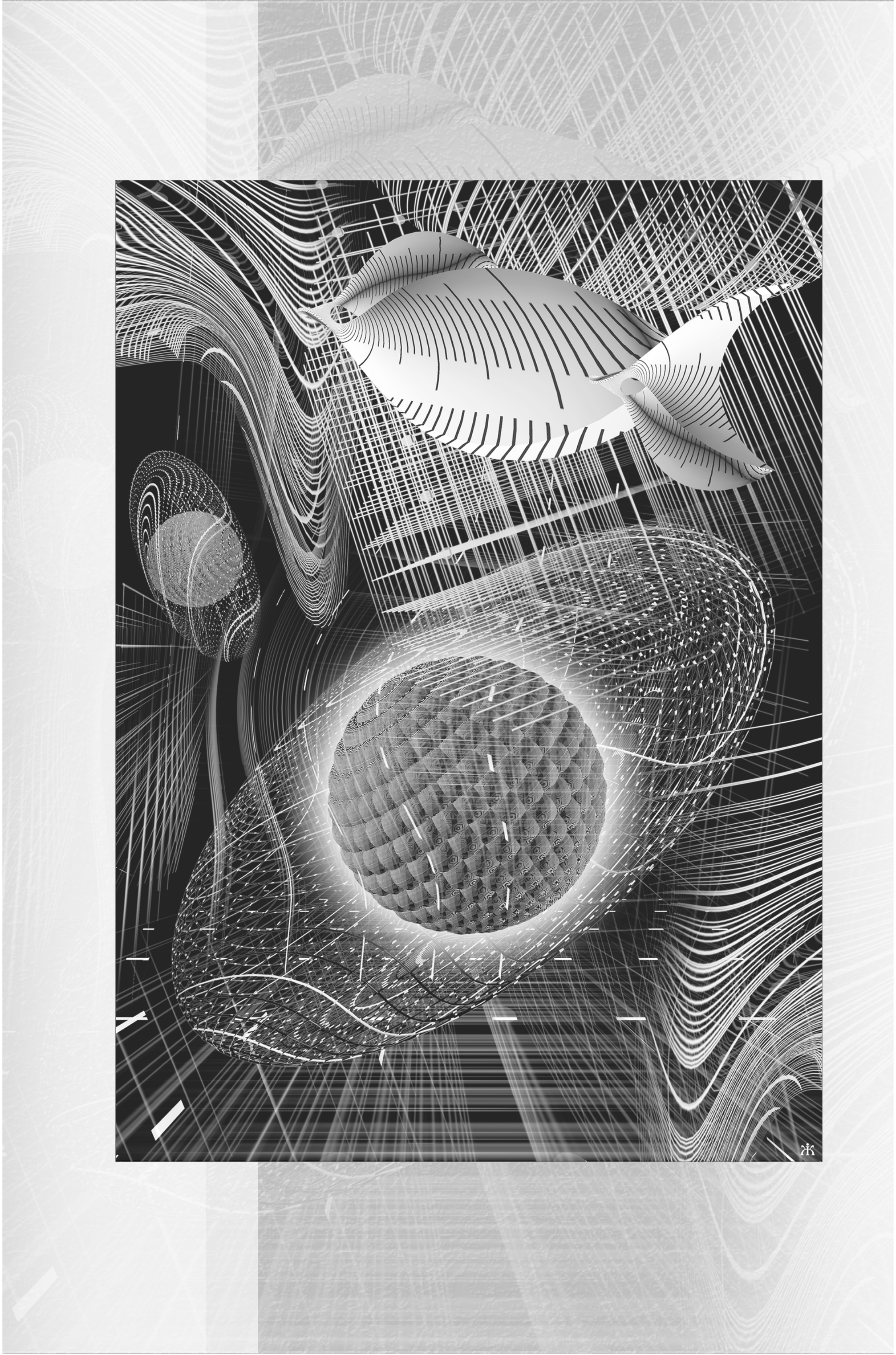
полнительной степени свободы в этих теориях (см. п. 3.4). Они возникают также в многомерных моделях Калуцы—Клейна (см. п. 3.5). В этом случае бозоны — это радионы/гравэкситоны, соответствующие конформным возмущениям объема внутреннего пространства около положения равновесия.

Второй тип поправок имеет вид

$$\varphi(r) = -\frac{G_N m}{r}\left[1 + \bar{\alpha}\left(\frac{r_0}{r}\right)^{N-1}\right]. \qquad (4.32)$$

В этой формуле $\bar{\alpha}$ — безразмерная постоянная, r_0 соответствует характерному масштабу, связанному с неньютоновскими процессами. Такой тип поправок имеет место, например, в многомерных моделях мира на бране (см. (3.113)). В этом случае $N = 3$, и поправки возникают за счет суммирования по непрерывному спектру калуцы-клейновских гравитонов.

В работе [17] приведен подробный обзор экспериментов по проверке гравитационного закона обратных квадратов (см. также обновленные результаты в [228]). Если, например, константа взаимодействия $\alpha \sim O(1)$, то характерный масштаб действия сил Юкавы не должен превышать $\lambda < 56$ мкм [228]. Значимых отклонений от ньютоновского закона не обнаружено.



5 ПЕРСПЕКТИВЫ ГРАВИТАЦИОННО-ВОЛНОВОЙ АСТРОФИЗИКИ

На волны глядя вдаль, я вспоминаю
жизнь свою, я подвожу итоги.
На каждом гребне свет и тень
колышутся — в них прошлого картины...
Уолт Уитмен

Обсуждение гравитационных экспериментов было бы неполным без главы о гравитационном излучении. Пожалуй, ни один гравитационный эксперимент не привлекал столько сил и средств, как программы создания гравитационных детекторов. И это несмотря на то, что до сих пор ни один гравитационный детектор не дал убедительного свидетельства «ловли гравитационных волн». Отметим, что в существовании гравитационного излучения вообще, в каком-либо виде, никто не сомневается: сейчас любая релятивистская теория приводит в слабом пределе к волновому уравнению. Можно было бы выразить сомнения, что характеристики гравитационных волн должны быть именно такие, как предсказывает ОТО. Однако эти сомнения рассеиваются по мере успехов ОТО в других областях и с учетом того, что есть и косвенные подтверждения существования гравитационного излучения (см. п. 4.4.2). Недавние измерения поляризации реликтового излучения, по-видимому, также можно считать некоторым подтверждением существования гравитационных волн, хотя совершенно другого происхождения [1]. Внимание к поискам гравитационного излучения обусловлено новыми возможностями получения астрофизической информации, которые открываются в этом направлении и перед которыми даже возникающие при этом возможности проверок ОТО отходят на второй план.

[1] См. сноску на с. 242.

5.1. ДЕТЕКТОРЫ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

5.1.1. Первые попытки

Существование гравитационных волн было предсказано Эйнштейном еще в 1916 г. при создании ОТО. С тех пор было сделано много попыток их детектирования. Но только теперь развитие техники измерений приблизило нас к возможности наблюдения гравитационного излучения от реальных астрофизических источников. Сегодня никто не сомневается в реальности гравитационного излучения, поскольку есть косвенное, но убедительное свидетельство того, что гравитационные волны действительно существуют. Оно следует из данных наблюдений за пульсарами — членами тесных двойных систем, в частности, из наблюдений пульсара PSR 1913 + 16, открытого Р. Халсом и Дж. Тейлором[1] [209]. Исследования этого пульсара проводят с 1974 г. Как отмечалось в п. 4.2, уменьшение периода обращения двойной системы, в которую входит пульсар, происходит так, как это предсказывает ОТО, вследствие излучения гравитационных волн. Реальное обнаружение гравитационного излучения, с одной стороны, откроет качественно новое окно для астрофизических исследований, а с другой, позволит проверить выводы ОТО для сильных гравитационных полей [466].

Экспериментальный поиск гравитационных волн начался в 1960-е годы работами Дж. Вебера. Он построил несколько резонансных масс-детекторов и сообщил о возбуждении детекторов приблизительно раз в сутки, объясняя это откликом на гравитационные волны от космических катастроф в центре Галактики [440]. Многочисленные попытки повторить результаты Вебера исследователями в Москве, Мюнхене, Рочестере, Глазго и других городах (в том числе в Киеве, где был создан резонансный детектор веберовского типа в гравитационной группе под общим руководством профессора К.А. Пирагаса [606]) дали отрицательный результат. Научное сообщество пришло к выводу, что указанные события обусловлены негравитационными факторами. Если бы резонансные всплески на детекторах Вебера действительно были вызваны космическими катастрофами, то с учетом чувствительности детекторов можно утверждать, что они не могли быть незамеченными при проведении других наблюдений.

[1] В последние годы для этой системы используют также обозначение B 1913 + 16.

Техника резонансных масс-детекторов с размерами примерно 1,5 м развивалась на протяжении трех десятилетий. Гравитационная волна вызывает механические колебания такого детектора, которые можно регистрировать с помощью прецизионных датчиков. Для уменьшения тепловых шумов детекторы охлаждали до нескольких кельвинов. В последнее время использовали такие масс-детекторы: ALLEGRO, AURIGA, EXPLORER, NAUTILUS, NIOBE. Все они имеют максимум чувствительности в килогерцевой области частот. Вместе с тем уже более двух десятилетий развивается иное направление конструирования гравитационных антенн — лазерно-интерферометрические детекторы километровых размеров. Эти широкополосные антенны чувствительны в диапазоне частот от 1 до 1000 Гц, и именно на них сейчас возлагают большие надежды. Были созданы пять интерферометрических детекторов по проектам LIGO (2 антенны, США), VIRGO (Италия—Франция), GEO600 (Германия—Великобритания) и TAMA300 (Япония).

Для прямого детектирования гравитационных волн необходима беспрецедентная чувствительность гравитационных детекторов, причем полезный сигнал требуется выделить на фоне существенных помех сейсмического или иного происхождения. Мощные всплески от вспышки сверхновой в нашей Галактике можно было бы зарегистрировать уже техникой минувшего столетия. Но такое событие, по существующим оценкам, может произойти лишь один раз в 300 лет. Для детектирования гравитационных волн от реальных астрофизических источников («слипание» нейтронных звезд, коллапс звездных ядер сверхновых в других галактиках, вращение нейтронных звезд с деформированной поверхностью и т. п.) необходимо повысить чувствительность детекторов на много порядков. Возможность этого еще до недавнего времени воспринималась скептически. И все-таки уровень современной техники приближается к необходимому порогу.

5.1.2. Шумовые характеристики и чувствительность детекторов

Гравитационно-волновой детектор характеризуют спектральной мощностью его шумов. Пусть детектор выдает ряд безразмерных отсчетов, например, $x(t)$, которые в случае интерферометра являются нормированными разностями длин двух его

плечей. При отсутствии какого-либо гравитационно-волнового сигнала на выходе детектора имеется только шум $n(t)$. Автокорреляционная функция шума $\kappa(t_1, t_2)$ определяется усреднением по ансамблю реализаций шума:

$$\kappa(t_1, t_2) \equiv \overline{n(t_1)n(t_2)} \tag{5.1}$$

(здесь черта — знак усреднения).

В предположении стационарности шумового процесса $\kappa(t_1, t_2) \equiv \equiv \kappa(t_1 - t_2)$ зависит только от разности $\tau \equiv t_2 - t_1$, причем $\kappa(\tau) = = \kappa(-\tau)$. Для реальных детекторов среднее по ансамблю можно заменить на среднее по времени, предполагая эргодичность.

Реальные шумы детекторов, однако, не исчерпываются тепловыми шумами и, строго говоря, не являются стационарными. В частности, могут иметь место избыточные (нетепловые) шумы, связанные со свойствами подвесок, зеркал и т. п. Предположение о стационарности может быть принято как приближенная рабочая гипотеза. В этом случае вводят одностороннюю спектральную мощность шума:

$$S_n(f) = \begin{cases} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \kappa(\tau) \exp(2\pi i f \tau) d\tau, & f \geq 0, \\ 0, & f < 0. \end{cases} \tag{5.2}$$

Поскольку $\kappa(\tau)$ — четная функция, то $S_n(f)$ является действительной функцией частоты. Отсюда видно, что

$$\overline{\tilde{n}(f)\tilde{n}^*(f')} = S_n(f)\delta(f - f'), \tag{5.3}$$

где $\tilde{n}(f)$ — преобразование Фурье от $n(t)$, т. е. $\tilde{n}(f) \equiv \equiv \int\limits_{-\infty}^{\infty} n(t) \exp(2\pi i f t) dt$; звездочка означает комплексное сопряжение. Из (5.3) следует, что функция $S_n(f)$ положительно определена. Легко видеть, что

$$\overline{n^2(t)} = 2\int\limits_0^{\infty} S_n(f) df \ . \tag{5.4}$$

Это уравнение оправдывает название «спектральная мощность» для $S_n(f)$.

Величина $S_n(f)$ имеет размерность времени, но удобно использовать размерность [Гц$^{-1}$], поскольку $S_n(f)$ определена в частотной области. Используют также линейную характеристику шумов:

$$h(f) \equiv \sqrt{S_n(f)}\,, \tag{5.5}$$

имеющую размерность [Гц$^{-1/2}$], и безразмерную величину

$$h_n(f) \equiv \sqrt{f\ S_n(f)}\,, \tag{5.6}$$

которая называется эффективным шумом.

Гравитационно-волновые амплитуды сравнивают с инструментальной чувствительностью для определения возможности наблюдения конкретных источников. Компонента Фурье $\tilde{h}(f) \equiv$ $\equiv \int_{-\infty}^{\infty} h(t)\exp(2\pi ift)dt$ детерминированного сигнала $h(t)$ (гравитационной волны) имеет размерность [Гц$^{-1}$], т. е. $f\left|\tilde{h}(f)\right|$ — безразмерная величина. Последнюю сравнивают с (5.6) для того, чтобы определить силу источника относительно шума детектора. Таким же способом сравниваются величины $\sqrt{f}\left|\tilde{h}(f)\right|$ и (5.5), имеющие размерности [Гц$^{-1/2}$].

Для монохроматических источников безразмерную амплитуду h_0 гравитационной волны сравнивают с эффективным шумом за время накопления с ожидаемыми «мгновенными» амплитудами. Монохроматическая волна с частотой f_0, наблюдаемая на интервале времени T, соответствует узкой линии в частотном интервале шириной $\Delta f \equiv 1/T$ вблизи f_0. Шум в этом интервале $S_n(f)\Delta f = S_n(f)/T$. Таким образом, отношение ρ сигнала к шуму за время наблюдения T можно записать так:

$$\rho = \frac{h_0}{\sqrt{S_n(f_0)/T}}\,. \tag{5.7}$$

Из этой формулы видно, что отношение сигнал/шум возрастает по амплитуде с течением времени наблюдения как $\sqrt{T}$, а по мощности — как T.

5.1.3. Резонансные детекторы гравитационных волн

Перспективы детектирования гравитационных волн зависят от возможностей регистрации оптических или механических эффектов, которые возникают под действием переменного поля гравитационной волны. Два основных направления в этой области базируются на разработке резонансных и широкополосных систем. Резонансный детектор имеет высокодобротный элемент, который резонирует на определенной частоте. Это может быть тело цилиндрической или какой-то другой формы; его механические колебания регистрируются прецизионными датчиками. Резонансный детектор наиболее восприимчив к излучению определенной частоты или набора близких частот, который может возникать, например, благодаря вращению пульсаров.

За 20 лет, начиная с первых детекторов Вебера, за счет внедрения криогенной техники, сверхпроводящих усилителей, улучшения виброизоляции, увеличения добротности и т. п. чувствительность резонансных гравитационных антенн улучшилась на несколько порядков и стала достаточной для детектирования гравитационных волн от источников эруптивного характера в нашей Галактике [26, 343]. Со временем детекторы Вебера начали использовать для поиска непрерывных гравитационно-волновых сигналов [281]. До 2008 г. проводились измерения на пяти резонансных криогенных детекторах: AURIGA (Национальный институт ядерных исследований INFN, Италия, Падова, введен в действие в 1997 г.), ALLEGRO (США, Государственный университет Луизианы, Батон-Руж, 1991 г.), EXPLORER (ЦЕРН, Швейцария, 1983 г., обслуживается группой Римского университета), NAUTILUS (INFN, Италия, Фраскатти, 1994 г.) и NIOBE (Gravity Discovery Centre, Университет Западной Австралии, 1993 г.). Научные сотрудники, которые выполняли исследования на этих детекторах, координировали свои действия в рамках Международного сотрудничества по гравитационным событиям (IGEC, International Gravitational Event Collaboration). Все пять детекторов расположены приблизительно в одной плоскости, которая проходит через центр Земли. При этом оси цилиндров перпендикулярны к этой плоскости, т. е. диаграммы направленности имели подобные ориентации.

При резонансном детектировании сложно угадать частоту, на которой необходимо проводить поиск сигнала. Более перспективными для открытия гравитационных волн являются широко-

полосные лазерно-интерферометрические детекторы. Поэтому резонансные детекторы постепенно выводятся из эксплуатации. В 2007 г. закончил свою работу американский резонансный детектор ALLEGRO. После этого набирали данные остальные детекторы, в частности, с апреля 2007 г. по июль 2010 г. было проведено 5 серий совместных измерений детекторами EXPLORER и NAUTILUS [40]. А затем, после многолетней работы в ЦЕРН, детектор EXPLORER был демонтирован и в 2012 г. перенесен в Европейскую гравитационную обсерваторию (EGO) в г. Касцина (близ Пизы, Италия) — местонахождение интерферометрического детектора VIRGO. Перемещение EXPLORER в EGO является частью проекта создание музея научных инструментов под открытым небом. С такой инициативой выступила EGO перед администрацией Касцины в рамках усилий, направленных на поощрение туризма в этой местности [69].

5.1.4. Лазерно-интерферометрические детекторы

В широкополосных лазерно-интерферометрических гравитационно-волновых антеннах регистрации подлежат изменения относительных расстояний между двумя свободно подвешенными зеркалами. Непосредственно здесь измеряется относительный сдвиг фазы оптического сигнала, который распространяется между зеркалами. Интерферометр должен быть полностью изолированным от внешнего окружения, чтобы обеспечить чувствительность исключительно к гравитационным волнам. Для этого разрабатываются новые технологии в производстве мощных лазеров стабильного излучения, зеркал высокой отражающей способности и сейсмической изоляции, контроля юстирования и позиционирования. Поскольку остаточный газ влияет на измерения, световой пучок в интерферометре должен распространяться в сверхвысоком вакууме. Трубы-рукава таких интерферометров являются наибольшими в мире вакуумными камерами.

Проект LIGO

Наиболее известным и амбициозным является американский проект LIGO (Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory). LIGO — общий проект Калифорнийского и Массачусетского технологических институтов, который финансируется Национальным научным фондом (National Scientific Foundation, NSF). Со временем к проекту присоединились ученые других

институтов и образовали Научное сотрудничество LIGO (LIGO Scientific Collaboration, LSC); проект стал международным. В 2012 г. LSC насчитывало около тысячи научных сотрудников всего мира, которые объединили свои усилия для поиска гравитационных волн от наиболее грандиозных событий во Вселенной.

По проекту LIGO, стоимость которого в 2001 г. оценивалась в 300 млн дол. США, построены две лазерно-интерферометрические антенны в Ливингстоне, штат Мериленд (детектор L1) и в Ханфорде, штат Вашингтон. Они состоят из зеркал, смонтированных в углах гигантской L-образной вакуумной системы, которая простирается на 4 км в каждую из сторон. Интерферометр в Ханфорде имеет на средине пути лазерного луча дополнительные оптические системы, вследствие чего детектор может одновременно работать в двух режимах — с рукавами 4 и 2 км (детекторы H1 и H2 соответственно).

В августе 2002 г. была достигнута чувствительность $h(f) \sim 2 \times \times 10^{-21}$ Гц$^{-1/2}$ на частоте около 300 Гц (для наиболее чувствительного детектора L1). (Проектная чувствительность детектора была на 2 порядка выше, при ее достижении возможны измерения амплитуды колебаний $\sim 10^{-16}$ см). Стабильная работа всех трех детекторов дала возможность провести первую научную серию измерений S1 — с 23 августа по 9 сентября 2002 г. До 2005 г. были проведены еще 3 научные серии измерений (S2—S4), относительно кратковременные. Проектной чувствительности детекторы LIGO почти достигли в конце 2007 г. [5].

В конце 2005 г. чувствительность детекторов приблизилась к конструктивной на большей части диапазона частот при стабильной работе и высоком факторе заполнения рабочего времени (отношения времени набора данных к полному времени работы). Было решено провести длинную научную серию измерений. Серия S5 продолжалась с 4 ноября 2005 г. (L1 начал работать немного позднее, 14 ноября) до 1 октября 2007 г. После окончания серии S5 детектор H2 продолжал работать в режиме «астровахты» (Astrowatch) параллельно с GEO600. В это же время 4-километровые детекторы L1 и H1 были модернизованы к уровню Enhanced LIGO, что означало введение и испытание технологий и методов измерения, которые будут использоваться во втором поколении детекторов, Advanced LIGO. Модернизация Enhanced LIGO позволила повысить чувствительность L1 и H1 в два раза на частотах, больших 200 Гц. Следующая научная серия S6 проводилась с 7 июля 2009 г. по 20 октября 2010 г. уже в статусе Enhanced LIGO, без детектора H2, который был снят с эксплуатации.

Проект VIRGO

Вторым по размеру интерферометрической системы является совместный итальяно-французский проект VIRGO, который начал работу летом 2003 г. С итальянской стороны в проекте принимает участие Национальный институт ядерных исследований (INFN), с французской — Национальный центр научных исследований (CNRS). Детектор VIRGO расположен вблизи итальянского города Пиза. Основой проекта есть лазерный интерферометр с ортогональными рукавами длиной 3 км каждый. Многочисленные отражения между зеркалами, которые расположены на краях каждого из рукавов, увеличивают эффективную оптическую длину рукава до 120 км. Диапазон частот VIRGO от 10 до 6000 Гц. Этот диапазон и ожидаемая высокая чувствительность дают возможность регистрировать гравитационные волны от редких событий вспышки сверхновых и «слипания» двойных систем в Млечном пути и других галактиках, в частности в скоплении галактик Virgo (Дева), что и обусловило название проекта.

В окончательной конфигурации проекта детектор VIRGO начал работать в конце 2005 г., позднее других интерферометрических детекторов. Пиковая чувствительность его составила $6 \cdot 10^{-22}$ Гц$^{-1/2}$ на частоте 300 Гц. Детектор VIRGO присоединился к совместным с LIGO и GEO600 наблюдениям во время серии S5 LIGO, начиная с конца 2006 г. и до марта 2007 г., сначала в режиме «астровахты» по выходным дням. Полноценный набор данных начался с первой научной серией VIRGO (First VIRGO science run, VSR1) 18 мая 2007 г. до окончания S5 LIGO 1 октября 2007 г. Вторая научная серия измерений VIRGO — VSR2 состоялась с 7 июля 2009 г. по 8 января 2010 г. с улучшением чувствительности приблизительно в 2 раза по сравнению с VSR1. Третья серия измерений VSR3 была проведена с 11 августа 2010 г. по 20 октября 2010 г. В целом время занятости VIRGO на протяжении этих двух серий составило 78 %.

Детектор GEO600

Интерферометрический детектор гравитационных волн GEO600 расположен недалеко от Ганновера, Германия. Он разработан и управляется учеными из Института гравитацион-

ной физики общества Макса Планка (Albert Einstein Institute, AEI) совместно с партнерами из университета Глазго (Великобритания). В 1970-е годы немецкая и британская группы исследователей независимо начали разработки лазерно-интерферометрических гравитационно-волновых антенн. В 1989 г. они объединили свои усилия. Так родился проект GEO детектора с 3-километровыми рукавами; идеальным местом его расположения рассматривались горы Гарц (Северная Германия). Однако ввиду финансовых трудностей реализация проекта не началась. В 1994 г. было предложено создать меньший по размерам детектор GEO600 с длиной рукавов 600 м, который и был построен в низменной местности близ Ганновера. В 2002 г. был проведен первый тестовый сеанс наблюдений. На 2006 г. была достигнута чувствительность $\sim 2 \cdot 10^{-22}$ Гц$^{-1/2}$ на частоте 500 Гц. Со средины 2002 г. по осень 2006 г. было проведено пять научных серий измерений, в большинстве случаев вместе с детекторами LIGO, частично с VIRGO. С конца 2006 г. детектор работал в режиме «астровахты», используя более благоприятное для измерений нерабочее время. Летом 2009 г. начались последовательные обновления детектора.

Детектор TAMA300

Японский детектор TAMA300, расположенный в Национальной астрономической обсерватории (Митака, Токио), был разработан на протяжении 1995—1999 гг. и представляет собой интерферометр с длинами рукавов 300 м. Детектор TAMA300 был первым среди других интерферометрических детекторов, введенных в действие. В августе 1999 г. были проведены первые пробные измерения. Детектор работал по январь 2004 г., проведя 9 научных сеансов накопления данных, из них последние три вместе с LIGO и GEO600. За время эксплуатации чувствительность детектора повысилась от $\sim 3 \cdot 10^{-19}$ Гц$^{-1/2}$ до $\sim 1{,}5 \cdot 10^{-21}$ Гц$^{-1/2}$ на частоте 1 кГц [19]. Позднее внимание японских исследователей переключается на детектор CLIO, на котором отрабатываются технологии будущего детектора LCGT (KAGRA) второго поколения.

Второе и третье поколения интерферометрических наземных детекторов

В конце 2010 г. закончилась последняя научная серия S6 измерений на детекторах LIGO и эпоха интерферометрических детекторов первого поколения. Несколько лет они успеш-

но работали на уровне или вблизи конструктивной чувствительности. В сотрудничестве с интерферометрами VIRGO и GEO600 они образовали всемирную сеть инструментов, цель которой — прямое достоверное выявление гравитационных волн. В последние две научные серии измерений детекторы LIGO набирали данные совместно с VIRGO. Эти данные в настоящее время продолжают анализироваться для выявления гравитационно-волновых сигналов от двойных систем, источников всплесков, стохастичного фона и быстро вращающихся нейтронных звезд.

На время окончания шестой научной серии измерений чувствительности 4-километровых детекторов LIGO и детектора VIRGO были такие, что детектировать двойную систему компактных (нейтронных) звезд с массами по 1,4 массы Солнца при их благоприятной ориентации относительно детектора можно было до расстояний 49; 47 и 23 Мпк для детекторов H1, L1 и VIRGO соответственно [5].

В 2011—2020 гг. запланировано проведение модернизации интерферометров LIGO — проект Advanced LIGO. Детектор Advanced LIGO предполагается в 10 раз более чувствительным, чем LIGO. Поскольку объем исследуемого детектором пространства возрастает как чувствительность в третьей степени, то вместо одного события в LIGO детектором Advanced LIGO будет регистрироваться 1000 событий.

19 января 2012 г. началось постепенное переоборудование детектора VIRGO в Advanced VIRGO. Этот процесс по плану должен быть закончен в 2015 г. Руководитель проекта Advanced VIRGO S. Losurdo выразил надежду, что до 2016 г., к 100-летию предсказания Эйнштейном гравитационных волн, они будут открыты [267].

Ограниченность инфраструктуры в местоположении GEO600 не позволяет провести кардинальное обновление детектора. Поэтому научное сотрудничество GEO решило повышать чувствительность детектора с помощью небольших последовательных обновлений (некоторые из которых будут испытаны сначала на прототипах). Разработки, тестирования и установки этих обновлений называют проектом GEO-HF. Такие усовершенствования должны улучшить чувствительность детектора приблизительно на порядок величины на высоких частотах [233]. Как только конструктивная чувствительность GEO600 будет достигнута, детектор начнет работать как часть всемирной сети.

Ученые, чья деятельность связана с проектом GEO600, работают в рамках научного сотрудничества LIGO (LSC). Ими, в частности, вместе с Лазерным центром в Ганновере были созданы лазеры для Advanced LIGO.

К компании этих «продвинутых» детекторов может присоединиться японский детектор LCGT (The Large scale Cryogenic Gravitational-wave Telescope), который строят под землей в шахте Камиока (известной тем, что в ней проводят и другие физические эксперименты, например, Super-Kamiokande). Детектор LCGT с длинами рукавов 3 км и сапфировыми зеркалами является проектом группы по исследованию гравитационных волн Института исследования космических лучей (Institute for Cosmic Ray Research, ICRR) Токийского университета. Проект LCGT был утвержден Министерством образования, культуры, спорта, науки и технологий Японии в июне 2010 г. Пока что в шахте Камиока построен прототип LCGT с рукавами 100 м — детектор CLIO (Criogenic Laser Interferometer Observatory), на котором проводят отработку узлов и систем LCGT. Планируется, что чувствительность LCGT будет сопоставимой с чувствительностью Advanced LIGO и LCGT будет дополнять перекрытие неба другими интерферометрическими детекторами. Шумы LCGT будут на два порядка меньше шумов TAMA300. Первые измерения планируют провести в 2017—2018 гг. [227]. 28 января 2012 г. состоялась торжественная церемония начала построения детектора LCGT (ground-breaking ceremony); при этом проект получил новое название — KAGRA (Kamioka Gravitational Wave Detector). В марте 2014 г. была закончена проходка 3-километровых туннелей.

На протяжении 2011—2012 гг. рассматривался проект переноса одного из детекторов Advanced LIGO в Австралию. Проект имел название LIGO-Australia. В сотрудничестве с лидером гравитационно-волновых измерений — LIGO — этим проектом занимался Australian Consortium for Interferometric Gravitational Astronomy (ACIGA), входящий в LIGO Scientific Collaboration. Разместить интерферометр предлагалось в научном центре Джинджин в 80 км от Перта в Западной Австралии, где ACIGA эксплуатирует 80-метровый интерферометр. Стоимость такого переноса оценивалась в 140 тыс. дол. США. Главный аргумент переноса — сеть интерферометрических детекторов в 5—10 раз более чувствительна с LIGO-Australia, чем без него.

Однако правительство Австралии отказалось выделить средства на обустройство инфраструктуры детектора [362]. Поэтому рассмат-

ривается другая возможность — перенос детектора H2 Advanced LIGO в Индию [145]. Несколько индийских институтов образовали консорциум IndIGO для реализации проекта LIGO-Индия. На сайте этого проекта есть сообщение о том, что в августе 2012 г. Национальный научный совет США уполномочил заместителя директора проекта Advanced LIGO внести изменения в проект, которые касаются перенесение в Индию одного детектора (H2). Согласно приведенному графику весь комплекс работ по построению детектора будет длиться 9 лет — с 2012 по 2020 гг.

Работы над интерферометрическими детекторами второго поколения только начинаются, но уже есть проект следующего, третьего поколения детекторов, который имеет название Телескоп Эйнштейна (Einstein Telescope, ET, http://www.et-gw.eu). Предполагается, что ET будет смонтирован на глубине 800 м, иметь три рукава длиной 10 км, образующих правильный треугольник, в которых будет создан почти идеальный вакуум при температуре ниже 100 K. Восемь европейских научных учреждений, добившихся наибольших успехов в гравитационно-волновой астрономии, объединились для создания конструкторского проекта Европейского детектора, который бы превзошел по чувствительности детекторы второго поколения. Место для детектора еще не выбрано, изучается возможность использования брошенных шахт европейских стран. Проект поддерживается 7-й Рамочной программой (FP7) научных исследований и технологического развития Европейского Союза. Предварительная оценка затрат на проект 0,5—1 млрд дол. США.

5.2. ИСТОЧНИКИ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

5.2.1. Слипание тесных двойных систем

Одним из многообещающих источников гравитационных волн, которые могут исследовать будущие детекторы, являются компактные двойные звездные системы, среди которых различают три типа: системы, состоящие из двух нейтронных звезд (НЗ + НЗ), из черной дыры и нейтронной звезды (ЧД + + НЗ), из двух черных дыр (ЧД + ЧД). Поскольку такие системы эволюционируют с излучением гравитационных волн, то с течением времени они становятся более тесными, и конечной стадией эволюции является слипание, которое сопровождается мощным всплеском гравитационных волн.

Существуют два подхода для оценки частоты слипания нейтронных звезд. Первый из них — популяционный — основан на немногочисленных данных о релятивистских двойных пульсарах. В частности, из анализа параметров лишь двух или трех таких систем по оценкам разных авторов частота слипания в галактиках, подобных Млечному пути, составляет от 10^{-4} до 10^{-6} ежегодно [518]. Поскольку наблюдения пульсаров охватывают лишь 1 % объема Галактики, а типичные радиопульсары в соответствии с теорией «выключаются» задолго до слипания, считается, что нижняя граница частоты слипания в действительности на порядок выше. Второй подход основан на теориях эволюции двойных звездных систем, которые дают систематически более высокие частоты слипания — от $2 \cdot 10^{-5}$ до $3 \cdot 10^{-4}$ за год [518]. В частности, наиболее вероятной считается оценка Бейлиса — $2 \cdot 10^{-5}$ за год [45].

Поскольку выборка двойных пульсаров довольно немногочисленна, то открытие новых объектов вносит существенные коррективы в расчеты. В частности, с учетом параметров двойного пульсара J0737–3039 оценка количества слипаний в Млечном пути составила 180^{+477}_{-144} за 10^6 лет. Это в 6—7 раз больше, чем в случае аналогичных подсчетов без учета пульсара J0737–3039 [225, 234].

О черной дыре (ЧД) звездной массы известно намного меньше. У наиболее исследованного из этих объектов Gyg X-1 орбитальный период составляет 5,6 суток, масса черной дыры оценивается в 7—18 $M_\odot$, а оптического компонента — в 20—30 $M_\odot$. Средняя масса черной дыры в выборке кандидатов в аналогичные системы составляет 8,5 $M_\odot$, что намного больше массы нейтронной звезды ~1,4 $M_\odot$. Поэтому с точки зрения регистрации гравитационных волн наблюдения слипания в двойной системе с черной дырой более перспективны.

Чувствительность детектора удобно характеризовать расстоянием до тесных двойных систем, с которого можно зарегистрировать слипания. Так, если принять, что масса НЗ составляет 1,4 $M_\odot$, ЧД — 10 $M_\odot$, то LIGO может принять сигнал от системы НЗ + НЗ с расстояния 20 Мпк, ЧД + НЗ — 40 Мпк, ЧД + ЧД — 100 Мпк. Для Advanced LIGO эти расстояния составляют соответственно 450, 1000 и 2000 Мпк (данные приведены из технической документации LIGO [181]).

Оценки частоты слипания тесных двойных систем для Млечного пути экстраполируются на другие галактики. С учетом глу-

бины обзора детектором можно вычислить количество регистраций событий слипания. Так, в [225] в соответствии с приведенными выше данными о частоте слипания нейтронных звезд в Галактике количество регистраций для интерферометра LIGO для его теоретической чувствительности оценивается как 75^{+200}_{-60} за тысячу лет работы и 405^{+1073}_{-325} за 1 год работы для Advanced LIGO. Более поздние оценки являются более скромными: в среднем 0,02 и 40 за год соответственно [3].

Из современных концепций звездной эволюции следует, что с большой вероятностью первое экспериментальное обнаружение гравитационных волн будет связано с наблюдением двойных звездных систем, где компонентами являются ЧД. В работе [436] приведены результаты моделирования эволюции большого количества двойных систем ($\sim 2 \cdot 10^7$) с учетом последних наблюдательных данных, на основании которых проведена оценка частоты регистрации событий слипания: с помощью LIGO — 0,25 за год; Advanced LIGO — 850 за год. Возможно, что оценки частоты регистрации этих событий еще выше, если учесть, что значительная часть звезд имеет пониженную металличность и с большей вероятностью эволюционирует к структуре более массивных двойных черных дыр, а не нейтронных звезд. Тогда детекторы следующего поколения «обязаны» в начале своей работы обнаружить гравитационные волны [245].

5.2.2. Источники непрерывного квазимонохроматического излучения

Считается, что в Галактике есть по крайней мере 10^8 вращающихся нейтронных звезд. Существует несколько механизмов, за счет которых эти звезды излучают гравитационные волны [518]. Один из них — влияние малых отклонений формы нейтронных звезд от аксиально симметрической. Нейтронные звезды обычно вращаются с высокой частотой (от нескольких до 500 Гц). При таком быстром вращении звезда увеличивается в экваториальной зоне и сплющивается возле полюсов. Наличие магнитного поля может сделать звезду несимметричной, что приводит к переменности во времени его квадрупольного момента и возникновению гравитационных волн.

Звезда может иметь некоторые неоднородности ядра или коры, которые образовались при ее рождении или во время сле-

дующих неустойчивых движений в ядре. При наличии аккреционного диска направление его углового момента не обязательно совпадает с моментом импульса нейтронной звезды, что также может нарушить аксиальную симметрию. Влияние диска и силы реакции электромагнитного излучения могут вызвать и потом поддерживать «покачивание» нейтронной звезды. Нормальные моды колебаний нейтронных звезд (радиальные и другие осцилляции) могут забирать энергию вращения и потом переизлучать ее в виде гравитационных волн.

5.2.3. Источники эруптивного характера

Вспышки сверхновых II типа сопровождаются интенсивным выбросом вещества со скоростями порядка 0,001 скорости света и образованием компактного остатка — нейтронной звезды или черной дыры. При этом излучается разность энергий связи предсверхновой и образованной компактной звезды, которая оценивается формулой

$$|E| \approx 3 \cdot 10^{53} \left(\frac{M}{M_{Sun}} \right)^2 \left(\frac{R}{10 \text{ км}} \right)^{-1} \text{ эрг.} \qquad (5.8)$$

Потоком нейтрино уносится 99 % этой энергии, примерно 1 % переходит в кинетическую энергию вещества, которое выбрасывается, а около 10^{-4} от общей энергии излучается в виде электромагнитных волн. В зависимости от асимметрии коллапса определенная часть энергии излучается также в виде гравитационных волн. В случае сферически-симметричного коллапса звезда не может быть источником гравитационного излучения. В соответствии с численным моделированием [292] можно предполагать, что только до 10^{-7} общей энергии излучается в виде гравитационных волн. Вместе с неопределенностью частоты взрыва сверхновых II типа это не давало надежды на выявление таких всплесков детекторами первого поколения. Однако второе поколение интерферометров может зарегистрировать гравитационный сигнал от сверхновой на расстоянии скопления в созвездии Девы. С учетом большого количества относительно близких галактик Местного сверхскопления частота регистрации вспышек сверхновых детекторами второго поколения оценивается до десяти событий за год [518].

Некоторая часть энергии излучается на протяжении особых стадий несимметричного коллапса (значительное растягивание

звезды, конвективная неустойчивость в ядре и т. п.). В этом случае излучение гравитационных волн может забирать с собой до $10^{-3}M_{\odot}c^2$ за несколько миллисекунд [65]. Детекторы LIGO и VIRGO регистрируют такое событие с расстояния до 50 Мпк или с 5—10 Мпк, если волны генерируются на высоких частотах около 1 кГц. Детектор GEO600 регистрирует подобные сигналы на частотах около 200 Гц. Конвективная неустойчивость в ядре звезды, которая сохраняется около секунды после окончания коллапса, может быть причиной гравитационного излучения из-за анизотропного распределения и движения вещества. В работе [293] определено, что безразмерная амплитуда волн на расстоянии 100 кпк составляет $h \sim 10^{-23}$ и эти волны будут генерироваться на частотах ~100 Гц.

5.2.4. Стохастический гравитационно-волновой фон

Обнаружение источника гравитационных волн ограничивается не только инструментальными шумами, но и возможным гравитационно-волновым шумом от астрофизических и космологических источников. Стохастический фон гравитационного излучения подобен микроволновому фону, он может превышать инструментальный шум. Хотя астрофизический фон гравитационных волн важен сам по себе, его можно воспринимать как препятствие обнаружения сигналов от интересных потенциальных источников гравитационного излучения.

Частотный спектр стохастического фона описывается безразмерной плотностью $\Omega_{gw}(f)$ гравитационно-волновой энергии на единицу логарифма частоты, разделенную на критическую плотность энергии $\varepsilon_c \equiv 3c^4H_0^2/8\pi G$:

$$\Omega_{gw}(f) \equiv \frac{f}{\varepsilon_c}\frac{d\varepsilon_{gw}}{df}, \tag{5.9}$$

где $d\varepsilon_{gw}$ — плотность энергии гравитационной радиации в элементарном интервале частот.

Величина $\Omega_{gw}(f)$ и спектральная мощность стохастического гравитационно-волнового фона $S_{gw}(f)$, которая определяется через сигнал $h(t)$ по формулам, аналогичным (5.4) и (5.5), связаны таким образом:

$$S_{gw}(f) = \frac{3H_0^2}{10\pi^2} f^{-3}\Omega_{gw}(f)\,. \qquad (5.10)$$

Во избежание зависимости от конкретного значения постоянной Хаббла H_0 вместо $\Omega_{gw}(f)$ вводят величину $\Omega_{gw}(f)h_{100}^2 \equiv w$, где $h_{100} \equiv H_0 / 100$ км/с/Мпк.

5.3. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ

5.3.1. Экспериментальные результаты

Чувствительности детекторов первого поколения, использованных при переоборудовании в усовершенствованные варианты интерферометров, не хватает для измерения гравитационного излучения от источников, которые известны из оптических и других наблюдений и могут излучать гравитационные волны. Поэтому ожидаемым результатом исследований есть лишь оценки верхних границ для потоков гравитационной энергии. Научную ценность имеет также апробация методов обработки данных, в частности техники оптимальной фильтрации для эффективного поиска сигнала с известной формой на фоне шумов. Одни и те же данные от детекторов (в первую очередь, от широкополосных интерферометров) обрабатываются с применением разных оптимальных фильтров в зависимости от характера источников ожидаемого сигнала.

В 1997—2003 гг. были проведены совместные измерения на резонансных детекторах ALLEGRO, AURIGA, EXPLORER, NAUTILUS, NIOBE в рамках IGEC. Анализ результатов не показал излишка совпадений, которые нельзя объяснить случайными причинами [26].

В частности, в 1997—1998 гг. была проведена серия измерений на пяти детекторах, причем в каждый момент времени работало не меньше трех детекторов. Это был первый значительный сеанс поиска волн при участии такого количества детекторов. Типичный порог чувствительности составлял $h(f) \sim 4 \cdot 10^{-21} / \sqrt{\text{Гц}}$ для фурье-компоненты на 103 Гц.

Позднее итальянские участники проведенных экспериментов пересмотрели результаты 1997—1998 гг. На основе лишь данных от EXPLORER и NAUTILUS, полученных на протяжении приблизительно шести месяцев 1998 г. (общее время измерений 94,5 суток),

был найден небольшой излишек совпадений в те часы звездного времени, когда максимум диаграммы направленности направлен на Галактический центр [39]. В работе [150] вывод авторов [39] подвергнут критике, а именно утверждалось, что некорректно использовались статистические критерии значимости в оценках. Но в 2001 г. был проведен новый 90-дневный сеанс измерений на EXPLORER и NAUTILUS. Анализ результатов показал, как и по данным 1998 г., излишек совпадений, причем преимущественно в те времена, когда детекторы были ориентированы на центр Галактики [37]. По данным 2003 и 2004 гг. было подтверждено наличие небольших излишков совпадений [336]. В последние годы работы детектора EXPLORER (2007—2010) также проводили поиск совпадений на детекторах EXPLORER и NAUTILUS. Была применена усовершенствованная методика анализа совпадений с учетом оптимальных значений «сигнала» и «окна совпадений». Излишка совпадений не выявлено [40]. Поиск совпадений привел к побочным результатам, в частности к выводу о возможности детектирования космических лучей, сигнал от которых «мимикрирует» под гравитационно-волновой [36].

В работе [38] было сообщено о проведенном в 2001—2002 гг. анализе многолетних (начиная с 1991 г.) данных измерений детектора EXPLORER с целью поиска гравитационного сигнала от вращающихся нейтронных звезд. Результатом анализа явилось утверждение, что если с любого направления на Землю поступает сигнал от нейтронной звезды, которая вращается с частотой от 921,00 до 921,76 Гц, то амплитуда этого сигнала меньше, чем $2 \cdot 10^{-23}$.

Первая научная серия измерений (S1) на интерферометрах LIGO была проведена с 23 августа по 9 сентября 2002 г.; в это же время работал интерферометр GEO600 [7]. Результаты приведены в пяти основных работах, которые поступили в базу электронных препринтов в августе—декабре 2003 г. Описание детекторов и выполненных измерений приведено в [7]. Анализ данных поиска волн от источников четырех типов представлен в работах [6, 8, 9, 12].

На протяжении следующих лет (до 2009 г.) было проведено еще пять научных серий измерений (S2—S6), из которых самой длительной была почти двухлетняя серия S5 (04.11.2005—01.10.2007), причем в это время чувствительность детекторов LIGO была близкой к конструктивной. Часть времени детектор LIGO выполнял измерения совместно с VIRGO, TAMA300, GEO600 и ALLEGRO. К сожалению, гравитационных волн не бы-

ло обнаружено ни в одном из исследований. Остановимся на некоторых результатах по установлению верхних пределов. Эти примеры иллюстрируют круг астрофизических задач, которые в будущем будут решаться гравитационными наблюдениями вместе с традиционными астрономическими наблюдениями.

В работе [6] приведены результаты поиска в данных серии S1 сигналов от слияний двойных нейтронных звезд, которые могут происходить в Галактике, а также в Большом и Малом Магеллановых облаках. Для анализа были использованы данные от двух из трех детекторов LIGO. Установлен наблюдательный верхний предел $R < 170$ за год для галактики типа Млечного Пути (с 90%-ной доверительной вероятностью) на частоту R слияния двойных систем, в которых каждый компонент имеет массу — (1—3) $M_{\odot}$. Вероятность детектирования такого источника зависит от того, насколько долго частота сигнала находится в полосе чувствительности интерферометра. На протяжении серии S1 интерферометры LIGO были наиболее чувствительны вблизи 100 Гц. Согласно оценкам сигнал от слияния двойной нейтронной звезды с массами компонентов 1,4 $M_{\odot}$ в полосе чувствительности будет находиться 2 с. При достижении теоретической чувствительности полоса расширилась приблизительно до 40 Гц, так что возможный сигнал будет находиться в полосе чувствительности ~30 с.

По результатам поиска квазипериодических гравитационных волн от известных пульсаров на основе данных серии S1 был установлен верхний предел для напряженности волн от пульсара J1939 + 2134 на ожидаемой частоте 1284 Гц [12]. По данным второй серии измерений S2 проведен поиск гравитационно-волнового сигнала от 28-ми известных пульсаров, которые характеризуются быстрым вращением (частота больше 20 Гц) и возможностью определения скорости изменения периода с точностью, необходимой для слежения за фазой сигнала [10]. Результат поиска отрицательный.

В [9] было сообщено о поиске гравитационных волн от источников эруптивного характера по результатам измерений на детекторе LIGO во время серии измерений S1. Поиск был нацелен на всплески волн с продолжительностью от 4 до 100 мс в полосе чувствительности детекторов LIGO от 150 до 3000 Гц. Поиск проводился по данным от трех детекторов LIGO. Определено, что доверительная вероятность частоты всплесков меньше 1,6 события за сутки равна 90 %.

Результаты исследования стохастического гравитационно-волнового фона по данным серии измерений S1 приведены в работе [8]. Установлены верхние пределы для $\Omega_{gw}(f)h_{100}^2 \equiv w$ в диапазоне частот 40—314 Гц. Кросс-корреляционный анализ данных пары детекторов H1—L1 дал ограничения $w \le 55 \pm 11$ за 64 часа наблюдений, а для пары детекторов H2—L1 — $w \le 23 \pm 4{,}6$ для 90%-ной доверительной вероятности.

По данным первого года серии S5, когда детекторы LIGO достигли проектной чувствительности, был проведен поиск гравитационных волн от компактных двойных сливающихся систем малых масс с общей массой от 2 до $35M_{\odot}$ и минимальной массой одного из компонентов в $1M_{\odot}$. В зависимости от массы детекторы «чувствуют» слияния до расстояния 150 Мпк. Гравитационно-волновых сигналов выше ожидаемого уровня не наблюдалось. Предполагая, что двойные объекты являются системы НЗ + + НЗ, НЗ + ЧД и ЧД + ЧД с гауссовским распределением масс, на 90%-ном уровне доверительной вероятности были рассчитаны верхние пределы частоты слияния. Они составляют соответственно для этих систем $3{,}9 \cdot 10^{-2}\ L_{10}^{-1}$ за год, $1{,}1 \cdot 10^{-2}\ L_{10}^{-1}$ за год и $2{,}5 \cdot 10^{-3}\ L_{10}^{-1}$ за год для галактики с голубой светимостью L_{10} (в 10^{10} светимостях Солнца) [11].

В августе 2006 г. наблюдался сбой «пульсарного времени» в PSR B0833-45 — пульсара в Парусах (Vela pulsar). Считают, что физические механизмы, которые приводят к сбою, возникают из-за возбуждения квазинормальных мод колебаний нейтронных звезд, которое сопровождается излучением гравитационных волн. Во время сбоя работали два совмещенных детектора в Хенфорде; при поиске в их данных соответствующих гравитационных волн не обнаружено. Это устанавливает 90%-ный верхний предел от $6{,}3 \cdot 10^{-21}$ до $1{,}4 \cdot 10^{-20}$ на пиковую амплитуду гравитационной волны. Соответствующий диапазон верхних границ энергий $5{,}0 \cdot 10^{44}$—$1{,}3 \cdot 10^{45}$ эрг [2].

Во время серии измерений S5 произошло 137 гамма-вспышек (GRB), которые были обнаружены в спутниковых гамма-экспериментах (главным образом спутником «Swift»). Был проведен поиск в данных сети LIGO + VIRGO гравитационно-волновых всплесков, связанных с GRB. При поиске использовался когерентный сетевой метод анализа, в котором учитываются разные положения и ориентации трех интерферометров LIGO и интер-

ферометра VIRGO. Свидетельств связи гравитационных сигналов с GRB этой выборки не обнаружено. Установлены верхние пределы на амплитуды гравитационных волн, связанных с каждой GRB, и соответствующие нижние пределы расстояний до каждой GRB в предположении фиксированной энергии гравитационного излучения [4]. Эти результаты интересны в плане перспектив будущих сетевых измерений антеннами второго поколения.

5.3.2. Наблюдения за пульсарным временем

Кроме специально построенных детекторов гравитационного излучения поиск гравитационно-волновых сигналов может быть осуществлен с помощью «экспериментов с пульсарным временем» с использованием данных, полученных на радиотелескопах. Впервые эффект влияния на периодичность сигналов при прохождении гравитационной волны от посторонних источников был вычислен Сажиным [373], позднее Детвейлером [123]. Как известно, миллисекундные пульсары являются очень точными космическими часами, которые имеют много применений к задачам физики и астрофизики, в частности к тестированию ОТО [406]. При прохождении гравитационной волны частота поступления сигналов от пульсара подлежит модуляции.

Существуют по меньшей мере три коллаборации, которые занимаются детектированием гравитационных волн на основе данных «пульсарного тайминга»: Европейский массив пульсарного тайминга (European Pulsar Timing Array, EPTA), сотрудничество между пятью большими радиоастрономическими обсерваториями Европы (Jodrell Bank, Effelsberg, Westerbork, Nançay and Sardinia) [217], Северо-американская наногерцевая обсерватория гравитационных волн (the North American Nanohertz Observatory for Gravitational Waves) [218] и Паркский массив пульсарного тайминга (Parkes Pulsar Timing Array, Австралия) [196, 219]. Детальную информацию об использующихся методах и верхних границах, установленных в экспериментах с пульсарным временем, можно найти в указанных публикациях этих групп исследователей.

Для пополнения Паркского массива пульсарного тайминга (МПТ), например, проводят измерение времени прихода импульсов от 20 миллисекундных пульсаров на трех радиочастотах на уровне точности, который приближается к уровню, необходимому для обнаружения гравитационного излучения. Основными источниками гравитационных волн на наногерцевых час-

тотах, на которых МПТ наиболее чувствительный, являются, как считают, сверхмассивные двойные ЧД в ядрах галактик. Текущие результаты пока не накладывают строгих ограничений на модели формирования двойных систем таких ЧД, но можно ожидать, что через несколько лет или состоится детектирование гравитационных волн, или будут установленные жесткие ограничения на современные представления о формировании ЧД и слияния галактик. Будущие инструменты, такие как Square Kilometer Array («квадратная километровая решетка»), должны не только обнаружить гравитационные волны от астрофизических источников излучения, но и обеспечить проведение детальных исследований этих источников [276].

5.3.3. Космические перспективы гравитационно-волновой астрофизики

Со временем наземные детекторы будут дополнены космическими антеннами, которые смогут искать гравитационные волны на много более низких частотах, чем в наземных гравитационно-волновых обсерваториях. Наиболее разработанным является проект космической миссии LISA (The Laser Interferometer Space Antenna), который до недавнего времени был совместным проектом Европейского космического агентства (ESA) и NASA (США). Однако с 2011 г. американская сторона прекратила финансирование проекта, который таким образом рассматривается сейчас как чисто европейский проект, получивший официальное название NGO (New Gravitational-Wave Observatory), а неофициальное — eLISA (evolved LISA). Минимальное участие в проекте NASA все-таки оставляет за собой, планируя финансирование основной исследовательской группы.

В начальном варианте проекта LISA планировалось запустить три космических аппарата и вывести их на орбиты вокруг Солнца, близкие к земной. На этих орбитах три аппарата будут образовывать равносторонний треугольник со стороной в 5 миллионов километров, центр которого двигается по орбите Земли вокруг Солнца, отставая от Земли на 20°. Плоскость треугольника наклонена к плоскости эклиптики на 60°. Положение аппаратов относительно Земли выбрано как компромисс между намерением уменьшить эффекты переменного гравитационного поля Земли и вместе с тем не очень отдаляться от Земли для облегчения связи. Треугольник как целое будет обращаться вокруг

Солнца. Такая конфигурация удобна для определения направления на источник гравитационных волн.

LISA должна была действовать как система космических интерферометров с идентичным оснащением трех аппаратов. Каждый из них должен излучать лучи лазера под углами 60° на два другие, которые в свою очередь будут детектировать полученный сигнал и передавать новый пучок своих бортовых лазеров обратно на первый аппарат. Фазы полученного и переданного пучков будут сравниваться, а разности фаз использоваться для определения изменений в расстоянии между аппаратами (о дальнейших изменениях этого проекта см. далее). Гравитационная волна генерирует относительные малые изменения в расстоянии между аппаратами. Абсолютная длина рукавов LISA будет измеряться с точностью до 10 м, а изменения длин — с точностью, лучшей 10 пм (приблизительно 1/10 часть размера атома!).

LISA должна дополнять результаты, полученные LIGO и другими наземными интерферометрами. Если LIGO работает на частотах 10—1500 Гц (аналог оптической астрономии), то LISA — на частотах 0,0001—0,1 Гц (аналог радиоастрономии). В отличие от LIGO, LISA не сможет получать данные для физики нейтронных звезд. Однако LISA даст сведения о сверхмассивных ЧД с массами $(10^5—10^7)M_\odot$, которые находятся в центрах галактик и квазаров, в то время как LIGO будет изучать ЧД звездных масс в диапазоне $(3—1000)M_\odot$. Если LIGO будет изучать слияние нейтронных звезд и ЧД, то LISA будет изучать эти объекты задолго до слияния, а также двойные системы с белыми карликами. Наконец, если LIGO будет изучать космологический гравитационно-волновой фон, начиная с 10^{-25} с после Большого взрыва (10^9 Гэв), то LISA — с 10^{-12} с (100 Гэв).

В проекте LISA запланированы исследования компактных двойных систем в шаровых скоплениях как потенциальных источников гравитационных волн. Количество источников, которые могут быть зарегистрированы LISA за год, оценивается от 10 до 1000 для волн с частотой 1 мГц. Эти источники не могут быть зарегистрированы наземными детекторами, в чем и состоит преимущество космической гравитационно-волновой астрономии.

Одними из возможных источников гравитационных волн, которые могут быть зарегистрированы LISA, есть AM CVn-звезды [300, 468]. Это класс двойных короткопериодических (с периодом от 5 до 65 мин) катаклизмично переменных звезд, которые в оптическом диапазоне наблюдают как слабые голубые перемен-

ные звезды. Определяющей особенностью их спектров является наличие гелиевых абсорбционных (эмиссионных) линий. На октябрь 2003 г. этот класс содержал 10 подтвержденных объектов и 2 кандидата [467]. По ориентировочным оценкам, приблизительно 11 000 AM CVn-звезд могут быть зарегистрированы космическим интерферометром LISA [300].

Диапазон частот LISA может быть загрязнен гравитационно-волновым шумом от слипающихся двойных белых карликов и нейтронных звезд. Частота появления объектов обеих популяций в окне чувствительности численно равна частоте их слияния. Двойные белые карлики многочисленнее, чем двойные нейтронные звезды, и частота их слияния существенно выше, чем у двойных нейтронных звезд. Двойные белые карлики слипаются 1 раз в 300 лет, тогда как двойные нейтронные звезды — 1 раз каждые 10 000 лет. Поскольку массы этих систем не очень различаются, то гравитационно-волновой шум от белых карликов будет большим, чем от нейтронных звезд [518].

По начальным планам запуск космических аппаратов LISA был назначен на 2010 г., однако был перенесен на более позднее время. В марте 2011 г. в связи с прекращением участия NASA в проекте ESA заявила о необходимости изучать возможности миссии как сугубо европейского проекта. Это означает значительное сокращение затрат, но, как можно надеяться, при сохранении ее основной научной цели. В результате был разработан проект eLISA/NGO, принявший основные положения LISA, но пересмотренный с точки зрения удешевления.

Аппараты eLISA/NGO планируется запустить в начале 2020-х годов. Основной принцип детектирования гравитационной волны остается тем же, что и для LISA — измерение зависящих от времени изменений расстояний между свободно падающими массами. Много конструктивных и технологических разработок оставлены такими же, что и в LISA, но есть и существенные отличия. Если в проекте LISA предлагалось запустить три равноценных аппарата в вершинах равностороннего треугольника, то eLISA будет иметь «центральный узел» и два более простых аппарата, которые образуют V-видную форму детектора. Измерения будут происходить лишь вдоль двух рукавов детектора с длинами в 10^6 км (вместо $5 \cdot 10^6$ км в LISA). Другая ключевая особенность концепции eLISA — пробные массы внутри аппаратов, по которым будет контролироваться геодезичность движения, тщательно защищены от возмущений. Максимум чувстви-

тельности eLISA будет находиться приблизительно на той же частоте 0,01 Гц, что и в LISA, и составит $\sim 4 \cdot 10^{-24}$ Гц$^{-0,5}$; на больших частотах (до 1 Гц) чувствительность eLISA будет несколько лучше (на полпорядка), но на более низких частотах (до 10^{-4} Гц) — на порядок хуже [28].

В 2015 г. ESA планирует запуск прототипа космического детектора LISA — одного аппарата LISA Pathfinder [30]. Его задача — отрабатывание технологических процессов измерения, которые будут применены в основной миссии. Ключевым экспериментом на борту LISA Pathfinder будет так называемый LISA Technology Package (LTP), целью которого является прецизионное измерение дифференциального ускорения между двумя пробными массами, которые входят в систему космического аппарата без «сноса».

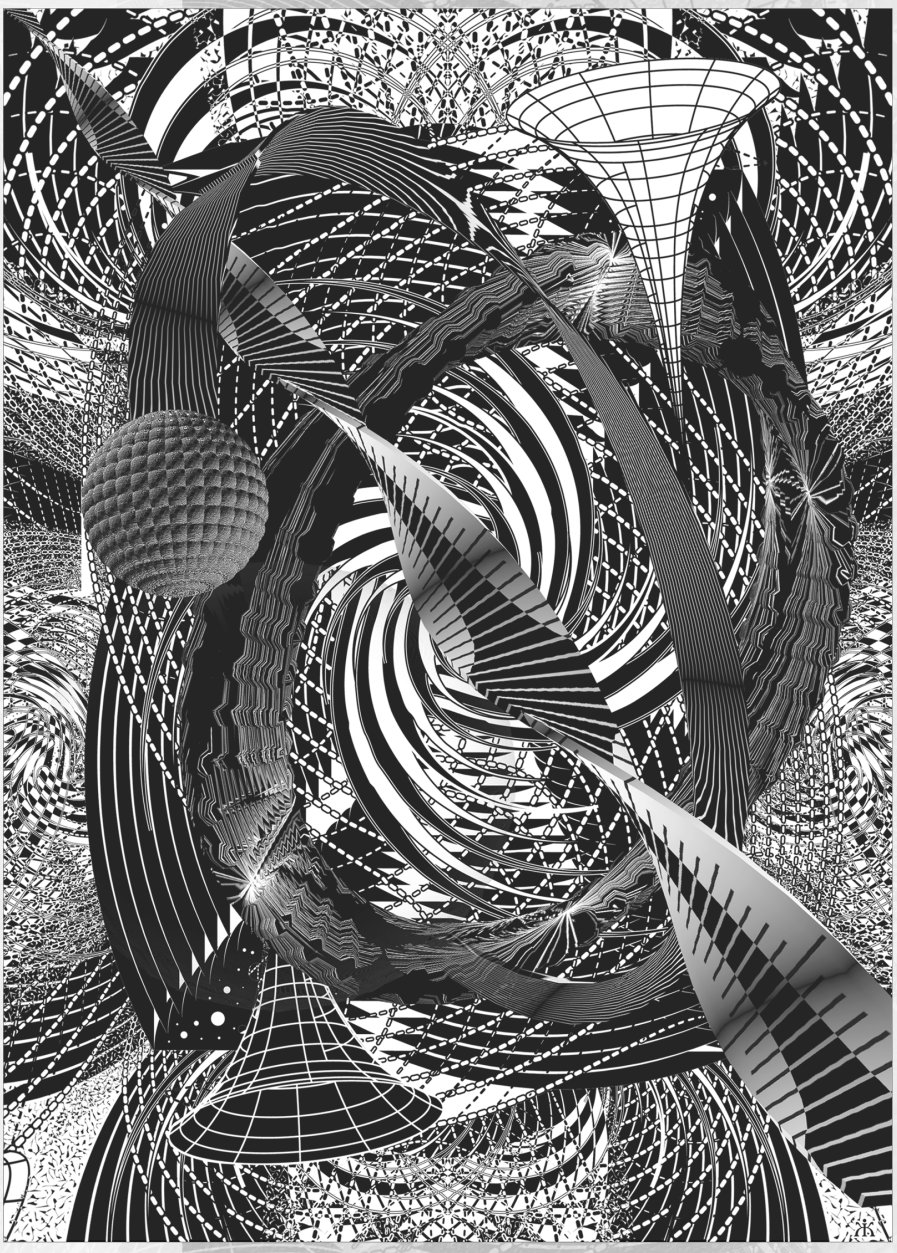
Разрабатываются также несколько других концепций космических детекторов. DECIGO (DECi-hertz Interferometer Gravitational Wave Observatory) [230] — японский проект, цель которого заполнить пробел в частотах между наземными детекторами и LISA, т. е. полосу 0,1—10 Гц. Конструкция его похожа на LISA с тремя космическими аппаратами, но рукава имеют меньшую длину (1000 км). Есть планы двух предварительных демонстрационных миссий (DECIGO Pathfinder and Pre-DECIGO) с запуском главной миссии в середине 2020-х годов.

Совместный проект NASA и ESA Big Bang Observer (BBO) (см., например, [112]) похож на DECIGO по частотной полосе. Главная цель — детектировать стохастический гравитационно-волновой фон от ранней Вселенной, но будет использоваться и для высокоточной космологии. Конфигурация детектора состоит из четырех созвездий, каждое — из трех аппаратов, как и LISA, но с длинами рукавов 50 тыс. км. Два созвездия будут образовывать гексаграмму, два другие и «гексаграмма» разделены углами 120° на орбите Земли. Запуск этой миссии планируется после DECIGO (в перспективном плане NASA — на 2025—2035 гг.), чувствительность может быть в 2—3 раза больше.

На рассмотрении также китайские проекты ASTROD и ASTROD1 [305]. Цель проекта ASTROD с тремя КА состоит в выполнении широкого спектра задач: измерение постньютоновских параметров β и γ, солнечного квадрупольного момента, а также гравитационных волн. Как первый этап рассматривается проект ASTROD1 с одним КА, оптически связанным с наземной станцией. Эта миссия имеет подготовительный характер. В зави-

симости от ее результатов будет принято решение о более узкой специализации следующей миссии — или ASTROD, или ASTROD-GW. Если основными задачами будет определен поиск гравитационных волн (миссия ASTROD-GW), то в 2028 г. будут запущены три КА в окрестность точек Лагранжа L2, L3, L4 системы Солнце—Земля. Полученная таким образом конфигурация приблизительно равностороннего треугольника со стороной 260 млн км приводит к рабочей полосе частот интерферометрической системы 100 нГц—1 мГц. В этом диапазоне можно изучать процессы общей эволюции галактик и сверхмассивных ЧД в их ядрах, определять уравнения состояния темной энергии, тестировать инфляционные процессы в ранней Вселенной и т. п. [72, 303].

В настоящее время нет достоверных данных относительно регистрации гравитационного излучения. Однако благодаря беспрецедентным усилиям по повышению чувствительности наземных гравитационных детекторов можно ожидать обнадеживающих результатов от детекторов второго поколения уже в ближайшем будущем. Большое внимание, уделяемое этому направлению исследований во всем мире, обусловлено блестящими перспективами гравитационно-волновой астрономии. Она открывает дополнительное окно в окружающую Вселенную, поэтому можно будет получить ответы на целый ряд вопросов, которые волнуют специалистов по релятивистской астрофизике и космологии.



6 ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ В ЗАДАЧАХ АСТРОФИЗИКИ

Из видимого познавай невидимое.
Григорий Сковорода

Рассмотрим проблемы, где ОТО выступает не столько как объект тестирования, сколько как вполне необходимый элемент, без которого невозможно провести адекватную интерпретацию астрономических наблюдений. Если до 1960—70-х годов рассмотрение вопросов, связанных с ОТО, было эпизодическим, то позднее гравитационно-релятивистская тематика становится неотъемлемым элементом очень большой части астрономических исследований. Черные дыры — это наиболее яркий представитель класса релятивистских астрофизических объектов, где ОТО выступает во всей своей полноте. Среди этих объектов выделяют сверхмассивные ЧД в ядрах галактик и ЧД звездных масс, которые образуются вследствие эволюции массивных звезд, а также ЧД промежуточных масс, чья роль в общей эволюционной картине Вселенной сейчас активно исследуется.

6.1. ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ: ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

6.1.1. Метрика Керра

Черные дыры — относительно простые с теоретической точки зрения астрофизические объекты. Их можно описать без привлечения сведений о свойствах вещества, коллапс которого приводит к появлению ЧД, в частности, не требуются данные об уравнении состояния. Теория ЧД разработана довольно подроб-

но и хорошо отражена в литературе (см., например, [602]). Остановимся на наиболее важных свойствах ЧД.

Пространство-время вращающейся черной дыры описывается метрикой Керра [232], которая представляет одно из важнейших точных решений уравнений Эйнштейна. Решение Керра является единственным решением вакуумных уравнений Эйнштейна, которое описывает конечное асимптотическое состояние коллапсирующего незаряженного тела с массой M и моментом вращения J в случае асимптотически плоского пространства-времени. Соответствующий квадрат интервала имеет вид

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g r}{\rho^2}\right)(dt)^2 - \frac{\rho^2}{\Delta}(dr)^2 - \rho^2(d\theta)^2 +$$

$$+ \frac{2ar_g r}{\rho^2}(\sin\theta)^2 dt d\varphi - \left(r^2 + a^2 + \frac{r_g r a^2}{\rho^2}(\sin\theta)^2\right)(\sin\theta d\varphi)^2 \quad , \qquad (6.1)$$

где $a = J/M$, $r_g = 2GM$, $\rho^2 = r^2 + a^2\cos^2\theta$, $\Delta = r^2 - r_g r + a^2$. Здесь метрика записана в координатах Бойера—Линдквиста [66] и в релятивистских единицах ($c = 1$). Известно обобщение этой метрики при наличии ненулевого заряда (метрика Керра—Ньюмена) [546]. Поверхность $r = R_h$, где $R_h = \frac{r_g}{2} + \sqrt{\frac{r_g^2}{4} - a^2}$, имеет свойства горизонта событий для пространства-времени Керра: внешний наблюдатель не может получить никаких физических сигналов из области $r < R_h$. Горизонт событий пространства-времени Керра не совпадает с поверхностью бесконечного красного смещения $g_{00} = 0$; уравнение этой поверхности $r = \frac{r_g}{2} + \sqrt{\frac{r_g^2}{4} - a^2\cos^2\theta}$; она лишь касается горизонта в полюсах $\theta = 0, \pi/2$. Область между горизонтом и поверхностью бесконечного красного смещения называют *эргосферой*.

С эргосферой связана интересная возможность отбирать энергию вращения ЧД — *процесс Пенроуза* — в отличие от невращающейся ЧД (Шварцшильда), где это невозможно (если не учитывать квантовых эффектов). При этом так называемая *неприводимая масса черной дыры* $M_{ir} = \left[\frac{M}{2}\left(M + \sqrt{M^2 - a^2}\right)\right]^{1/2}$ не уменьшается ни в каких взаимодействиях. В процессе Пенроуза

тело, которое падает в ЧД Керра, попадает в ее эргосферу, где разрушается и распадается. Часть материи, которая образовалась при этом, теряет энергию и продолжает падение на ЧД, тогда как другая часть приобретает дополнительную энергию и вылетает из эргосферы. Материя, оставляя эргосферу ЧД, уменьшает у нее момент вращения, и эргосфера ЧД сжимается.

Изучение коллапса тела с точки зрения отдаленного наблюдателя не касается области под горизонтом «в чистом виде». По часам внешнего наблюдателя вещество звезды всегда покрывает горизонт. Граница звезды с течением времени стремится к горизонту, но никогда его не достигает. Однако, начиная с некоторого момента, сигналы от коллапсирующего вещества практически не могут достичь внешних областей. Следует отметить, что сингулярность пространства-времени Керра (которая находится в области под горизонтом) не наблюдаема с точки зрения внешнего наблюдателя и не может влиять на процессы извне горизонта при $a < GM$. Это следствие имеет принципиальное значение: сингулярность порождает неприятности для любой теории, поскольку это, как правило, связано с невозможностью делать предсказания. Но для $a > GM$ горизонта не существует, т. е. имеем «голую» сингулярность, которая наблюдается извне. Возникающая при этом проблема описана в п. 2.3.1, 2.3.2: из-за отсутствия горизонта время движения сигналов от «голой» сингулярности к внешнему наблюдателю конечно, т. е. сингулярность может непредсказуемо влиять на области, отдаленные от нее. Напомним, что Пенроуз выдвинул гипотезу [330], согласно которой возникновение «голых» сингулярностей невозможно, если они не существовали с самого начала космологического расширения. Анализ ряда физических ситуаций как будто подтверждает гипотезу Пенроуза, но достаточно общего ее доказательства до сих пор не существует, и этот важный вопрос остается открытым.

Метрика Керра является устойчивым пределом решений уравнений Эйнштейна в том смысле, что малые возмущения этого решения убывают с течением времени до нуля, за исключением тех, которые описывают движение черной дыры или изменение его углового момента как целого. Уравнения, описывающие малые возмущения метрики Керра, допускают разделения переменных, после чего сводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям Тюкольского [419] (см. также [341, 418, 420]). Интересно, что уравнения электромагнитного поля и поля безмассовых нейтрино сводятся к аналогичным уравнени-

ям, которые различаются лишь значением спинового параметра. С помощью уравнений Тюкольского можно рассчитывать характеристики гравитационного излучения, которое возникает после образования черной дыры и несет информацию о ее массе и угловом моменте.

6.2. ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ ЗВЕЗДНОЙ МАССЫ И НЕЙТРОННЫЕ ЗВЕЗДЫ

6.2.1. Характерные наблюдательные признаки

Учет эффектов ОТО играет существенную роль при изучении конечных состояний звездной эволюции — холодных звезд, израсходовавших свое ядерное горючее. В эволюционном контексте холодными называются звезды, в которых температурные эффекты дают пренебрежимо малый вклад в давление, противодействующее силам гравитационного сжатия. К своему конечному состоянию звезда может приходить через серию процессов, которые сопровождаются изменениями химического состава и уменьшением массы [501, 531]. Однако возможны лишь три варианта конечного состояния звезд: белый карлик, нейтронная звезда и ЧД.

Для иллюстрации величины эффектов ОТО в случае тела с массой M и характерным размером R введем параметр $\mu_g = r_g / R$, где $r_g = 2GM$. Для массы Солнца $M = M_\odot$ имеем $r_g = 3$ км, поэтому для звезды с такой массой эффекты ОТО существенны, если звезда имеет радиус не больше десятков километров. Именно таким есть радиус пульсаров — сильно замагниченных быстро вращающихся нейтронных звезд; для них $\mu_g \sim 0{,}1$. Для сравнения приведем значение для Солнца: $\mu_g = 4 \cdot 10^{-6}$; для белых карликов: $\mu_g \sim 10^{-3}$. Если же масса превышает критическое значение (3—5) $M_\odot$ и холодная звезда коллапсирует, то применение ньютоновской теории невозможно даже на качественном уровне. В этом случае возникают принципиально новые — по сравнению с классическим подходом — явления. Строго говоря, здесь нельзя говорить о радиусе звезды в обычном понимании; за радиус черной дыры принимают r_g. ЧД — истинно релятивистский объект.

Наблюдательные данные о ЧД можно получить лишь при наличии других звезд или аккрецирующего вещества вблизи них. В двойных звездных системах индикатором компактной массы может быть рентгеновское излучение, которое возникает за счет перетекания газа на ЧД от звезды-компаньона. При аккреции перетекающего вещества газ разогревается до температур[1], при которых начинает излучать в рентгеновском диапазоне. Но рентгеновское излучение может возникать при аккреции на другие виды компактных объектов, которые слабо излучают и их также сложно наблюдать. Поэтому, чтобы определить тип невидимой звезды, надо оценить ее массу. Это возможно, если ЧД является членом двойной системы и ее компаньон — обычная звезда, которую можно наблюдать, например, в оптическом диапазоне. В двойной системе спектральные линии излучения обычной звезды колеблются вокруг среднего положения. Это дает возможность оценить период и прочие характеристики орбиты периодического движения вокруг общего центра масс и установить ограничения на массу невидимого компаньона. Если она превышает предельное значение (3—5) $M_{\odot}$, то для холодной звезды остается единственная возможность — быть черной дырой.

Сам факт рентгеновского излучения свидетельствует об относительно небольших размерах объекта, на который идет аккреция. Это может происходить в случае нейтронной звезды — члена двойной системы. Но практически все нейтронные звезды, которые до сих пор наблюдали, являются пульсарами; в этом случае в излучении возникают периодичности. Отсутствие таких периодичностей — также признак черной дыры.

Все перечисленные признаки являются достаточными для того, чтобы считать ряд объектов хорошо подтвержденными кандидатами в ЧД звездных масс. Первые свидетельства существования черных дыр звездной массы появились в начале 1970-х годов с открытием ярких рентгеновских источников не только в нашей Галактике, но и в других галактиках. К настоящему времени обнаружено немало рентгеновских источников в двойных системах, где масса невидимых компаньонов превышает допустимые значения для нейтронной звезды. В частности, масса наиболее известного и к настоящему времени наиболее исследованного источника Gyg X-1 (Лебедь X-1), который является ти-

[1] Строго говоря, газ, который излучает в аккреционном диске, может быть термодинамически неравновесным, даже локально. В этом случае температура вводится условно как мера кинетической энергии частиц газа.

пичным представителем этого класса объектов, оценивается в интервале $(6{,}8—13{,}3)M_{\odot}$. Оценка массы проводится на основе оптических и рентгеновских наблюдений, с помощью которых можно оценить орбитальный период и наклон орбиты в двойной системе по периодическим изменениям сдвига спектральных линий и поляриметрическим измерениям. Это позволяет считать невидимый объект черной дырой. Отметим недавние результаты по определению спина черной дыры [144, 164], свойств излучения аккреционного диска [316], струй от этого объекта [470] и т. п.

В отличие от кандидатов в ЧД, количество которых относительно невелико, нейтронных звезд (пульсаров) обнаружено довольно много и в рентгеновском, и в радиодиапазонах. Периоды повторения импульсов от оптических или радиопульсаров довольно стабильны. Единственным известным механизмом, который объясняет это и согласуется с наблюдательными характеристиками импульсов, может быть собственное вращение компактного тела. Угловая скорость вращения очень медленно убывает из-за потерь энергии на электромагнитное излучение. Пульсары наблюдают и как отдельные источники радио- и оптического излучения, и в двойных системах, где аккреция вещества на невидимый компонент является причиной рентгеновского излучения.

6.2.2. Критические массы холодных звезд

Сравнение массы членов двойных систем с критическими значениями является весомым аргументом при определении типа объекта. В связи с этим напомним основные физические факторы, которые необходимо учитывать при определении границы устойчивости холодной звезды. При больших давлениях, типичных для внутренних областей звезды, основной вклад в их значение вносит идеальный ферми-газ. Впервые модель вырожденного электронного ферми-газа для объяснения природы белых карликов была использована Р. Фаулером [154]. В 1931 г. Чандрасекар [88] рассчитал модель белого карлика с учетом давления вырожденного электронного газа и выяснил, что масса белого карлика не может быть больше некоторого значения порядка массы Солнца; позже эта оценка неоднократно уточнялась[1]. В 1932 г. Ландау [549] дал простое объяснение чан-

[1] Современная оценка $M_{Ch} \approx 1{,}4\ M_{\odot}$.

драсекаровского предела; его рассуждения можно использовать и для оценки предельной массы нейтронных звезд. Ниже мы ограничимся рассмотрением этого вопроса на качественном уровне (более подробно см. в [501, 510, 531]). Основной вклад в давление в холодной звезде обеспечивают фермионы (электроны или нейтроны), которые при нулевой температуре[1] $T = 0$ образуют вырожденный ферми-газ. При условии $T = 0$ фермионы плотно заполняют все нижние состояния и функция распределения в фазовом пространстве является постоянной для импульсов, меньших по абсолютной величине некоторого максимального значения p (импульс Ферми), что упрощает расчеты термодинамических величин. Импульс Ферми можно связать с объемной плотностью частиц и оценить полную энергию ферми-газа. Если прибавить к ней энергию гравитационного взаимодействия, то можно показать, что минимум полной энергии $E(R)$, как функции радиуса R сферически-симметричной звезды, существует лишь для ограниченных значений массы.

При больших значениях плотности средняя кинетическая энергия электронов в белом карлике значительно превышает энергию электростатического взаимодействия электронов с ядрами, и это неравенство усиливается с увеличением плотности электронов. Это оправдывает применение модели вырожденного идеального ферми-газа. Но с возрастанием импульса Ферми становится важным обратный β-распад ($p + e^- \to n + \nu$), т. е. становится неправильным предположение о неизменности числа электронов, которое используется для исследования устойчивости белых карликов. Если плотность вещества становится порядка ядерной, то основную массу звезды составляют нейтроны, которые также являются фермионами. В таком случае можно повторить приведенные выше оценки о существовании предельной массы, когда основной вклад в давление дает вырожденный ферми-газ нейтронов. Здесь имеем такое же по порядку значение предельной массы как для белых карликов, так и для нейтронной звезды, хотя для последней предельная масса в 2—3 раза больше. Для звезды с довольно большой массой (большей нескольких $M_\odot$) минимум функции $E(R)$ отсутствует. Это означает, что силы давления не могут остановить гравитационное сжатие.

[1] Температура реальной «холодной» звезды может достигать нескольких тысяч градусов, но температурный вклад в давление здесь несущественен.

Последовательное рассмотрение асимптотического поведения коллапсирующей звезды требует применение аппарата ОТО, причем вращение звезд может вносить существенные коррективы в предельную массу. Важным является также учет эффектов физики элементарных частиц при построении реалистического уравнения состояния при сверхвысоких плотностях.

С помощью современных расчетов на основе уравнения равновесия для невращающихся белых карликов получено следующее значение предела Чандрасекара: $M_{Ch} \approx 1,4\, M_{\odot}$. Учет эффектов нейтронизации вещества для разного химического состава звезды может вносить поправку в эту величину в пределах 10—20 % [186].

В 2003 г. была обнаружена очень яркая сверхновая SNLS-03D3bb (ее иногда называли «Champagne Supernova» — «сверхновая-шампанское»). Этот результат был опубликован в 2006 г. [204]. После этого были открыты еще несколько подобных сверхновых типа 1a, которые, как считают, могли происходить от белых карликов с массой значительно больше M_{Ch} (почти в два раза). Причиной такого превышения может быть быстрое вращение белого карлика (см., например, [182]). Согласно альтернативной гипотезе превышение массы может быть связано с тем, что перед вспышкой сверхновой сливаются два белых карлика. Хотя таких объектов немного, они привлекают значительное внимание, поскольку именно сверхновые 1a используются в космологии как стандартные свечи при определении фотометрических расстояний до далеких объектов. Однако характеристики этих «диссидентствующих» сверхновых таковы, что их трудно спутать с обычными сверхновыми 1a, имеющими большие красные смещения.

С помощью расчетов для нейтронных звезд получено $M < M_{n,\max} \approx 3,6\, M_{\odot}$ и минимальный период собственного обращения пульсаров 0,4 мс. Здесь ситуацию усложняет недостаточное знание свойств сильных взаимодействий при плотностях материи порядка ядерных, поскольку важным является учет физических условий как в центре холодной звезды, так и вне сверхплотного ядра. Для получения предельной массы в центральных областях используют *максимально жесткое* уравнение состояния $P = P_0 + (\rho - \rho_0)$ для плотностей, больших $\rho_0 \sim 5 \cdot 10^{15}$ г/см^3. Если в этой области предположить *бесконечно жесткое* уравнение состояния $\rho = \text{const}$ (что уже противоречит требованиям теории относительности), то $M_{n,\max} \sim 5\, M_{\odot}$ [189].

6.2.3. Взрывные процессы в системах с релятивистскими звездами

Основные направления в исследованиях вращающихся нейтронных звезд тесно связаны с изучением как устойчивых равновесных конфигураций, так и динамических процессов, которые сопровождают их образование, в частности, вспышек сверхновых. Основой для расчетов является система уравнений (2.13)—(2.15), (2.18). По сравнению с ньютоновским описанием ОТО вносит значительные коррективы в параметры этих динамических процессов (см., например, [121]). Решение совместной системы уравнений ОТО и гидродинамики требует применение численных методов (см. [153, 317]).

Исследование устойчивости стационарной холодной звезды также связано с изучением динамических процессов. Основой здесь служит линеаризованная система уравнений для возмущений относительно равновесного состояния, которая следует из (2.13)—(2.15), (2.18). Несимметричная вращающаяся конфигурация является неустойчивой в связи с потерями энергии на гравитационное излучение. Если речь идет о достаточно больших промежутках времени, то первоначально несимметричная звезда «успокаивается» и стремится к некоторому аксиально-симметричному состоянию (или сферически-симметричному, если вращение невелико). Поэтому в исследованиях устойчивости часто ограничиваются возмущениями аксиально-симметричных стационарных решений. Но неустойчивые конфигурации также заслуживают внимания (в зависимости от характерного времени существования), поскольку могут описывать наиболее интенсивные источники гравитационного излучения, не релаксировавшие к равновесному состоянию.

Отдельное направление составляют исследования коллапса релятивистских звезд. Сопоставление с наблюдательными данными свидетельствует о необходимости изучения несферического коллапса с учетом вращения, неустойчивостей и возможной фрагментации системы (см., например, [537, 538]). Спектр частот колебаний, которые возникают после коллапса и образования нейтронной звезды, несет информацию о ее сверхплотных недрах [410].

В настоящее время нет окончательного понимания, как образуются ударные волны, которые приводят к вспышкам сверхновых [216]. Для рассмотрения механизмов формирования ударной волны необходимы как сложные гидродинамические расче-

ты несферического коллапса, так и четкое понимание условий формирования взрыва, которому предшествует коллапс звезды, а также характеристик звезд и вещества, которое их окружает после взрыва [81].

С этим направлением тесно связаны исследования гамма-вспышек [84, 265], которые были открыты в начале 1970-х годов, а сейчас регулярно регистрируются с помощью спутниковых наблюдений. Это — наиболее яркие и мощные процессы во Вселенной. Энергия, которая высвобождается при такой вспышке, по крайней мере, не меньше энергии сверхновой [220]. Причиной гамма-вспышки может быть коллапс гиперновой звезды или слияние релятивистских звезд. Вероятно, в механизме образования этих вспышек есть немало элементов, подобных вспышкам сверхновых, причем в обоих случаях должен работать не один, а несколько механизмов формирования ударной волны в процессе коллапса.

Подводя итог, отметим, что можно считать хорошо обоснованным утверждение о том, что максимальная масса стационарной холодной звезды[1] не может превышать величину примерно 3 $M_\odot$. Менее жесткая «абсолютная» оценка максимальной массы белого карлика или нейтронной звезды составляет приблизительно 5 $M_\odot$. Общепринятая точка зрения заключается в том, что холодные объекты с массой, больше указанной границы, должны быть черными дырами. Практические астрофизики относят альтернативные объяснения таких коллапсирующих объектов (например, голые сингулярности) к области экзотики.

Эффекты ОТО вносят существенные коррективы в теоретические расчеты динамических процессов, связанных с образованием и колебаниями компактных холодных объектов звездной массы. Однако нужно учитывать, что в эти результаты часто входят неизвестные параметры, которые отражают состав вещества и его уравнение состояния. Поэтому, хотя ОТО и является необходимым элементом интерпретации наблюдений, эти наблюдения можно использовать для тестирования теории лишь на качественном уровне. Надеемся, что в будущем регистрация гравитационных волн значительно улучшит понимание физических условий и процессов, которые сопровождают образование нейтронных звезд и черных дыр.

[1] Т. е. которая не является черной дырой.

6.3. СВЕРХМАССИВНЫЕ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ В КВАЗАРАХ И ЯДРАХ ГАЛАКТИК

Важным классом объектов, где релятивистская гравитация проявляет себя «в полной мере», являются сверхмассивные черные дыры (СМЧД) с массой $(10^6—10^9)\ M_\odot$ в квазарах и ядрах галактик. Согласно современным представлениям квазары и активные ядра галактик (АЯГ) — это разные проявления одного и того же явления. К классу АЯГ, кроме квазаров, относят галактики Сейферта, блазары (лацертиды), лайнеры и пр. Физически эти объекты считаются подобными, хотя могут существенно различаться по светимости: например, для квазаров она в среднем приблизительно на два-три порядка выше, чем для галактик Сейферта.

Всем известным АЯГ, независимо от их конкретного типа, присущи такие свойства: мощное нетепловое излучение, которое исходит, главным образом, из центральной части АЯГ, ультрафиолетовый избыток по сравнению с нормальными галактиками, наличие мощного рентгеновского излучения, переменность излучения в континууме (на временных масштабах от нескольких лет до нескольких часов).

Важной особенностью может быть наличие широких эмиссионных линий (ШЭЛ) в оптических и рентгеновских спектрах и сильно коллимированных релятивистских струй газа (джетов), которые вытекают из центральной области. Если появление ШЭЛ обусловлено быстрыми движениями вещества вокруг СМЧД, то относительно джетов окончательного понимания еще нет. Большинство признаков удается объяснить в рамках так называемой обобщенной (унифицированной) схемы физического строения АЯГ, которая трактует наблюдательные отличия активных ядер как следствие геометрической ориентации оси вращения объекта относительно луча зрения [31].

Причиной мощного излучения АЯГ считают аккрецию вещества на центральный массивный объект — СМЧД. Идея, что активность квазаров обусловлена аккрецией на СМЧД, была впервые высказана на основании теоретических исследований Я.Б. Зельдовичем и И.Д. Новиковым [533] и независимо Эдвином Солпитером [370] в 1964 г. вскоре после открытия квазаров. Позже эта идея была подтверждена многими авторами (см., например, [269, 352]) на основе как теоретических исследований, так и прямых наблюдений. Быстрая переменность и «сверхсветовые джеты»

свидетельствовали в пользу релятивистской природы «центральной машины» в АЯГ.

Это представление было положено в основу унифицированной схемы строения АЯГ, впервые предложенной в 1985 г. Робертом Антонуччи и Джоном Миллером [31]. Ими было выдвинуто предположение о сферической несимметрии АЯГ, вследствие которой геометрические эффекты, обусловленные ориентацией АЯГ, могут играть ключевую роль в формировании наблюдательной картины конкретного АЯГ. В данное время существует значительное количество моделей, которые являются дальнейшими развитиями гипотезы Антонуччи и Миллера, и имеют много общих черт, хотя и отличаются разными представлениями о свойствах компонентов АЯГ. Согласно этим моделям основными компонентами «центральной машины» АЯГ считаются СМЧД, аккреционный диск и корона. Общепринятыми являются модели с СМЧД, описываемые метрикой Керра. Характерный размер области, где существенны эффекты ОТО, определяется массой или гравитационным радиусом черной дыры и для СМЧД имеет порядок $3 \cdot 10^6 - 3 \cdot 10^9$ км (или 0,02—20 а. е.).

Аккреционный диск (АД) имеет размеры порядка половины световых суток или меньше (приблизительно 10^{10} км); он состоит из ионизированной плазмы. Часто рассматривают АД геометрически тонким в непосредственной близости от центра [18] и постепенно утолщающимся с отдалением от него, переходящим в газопылевой тор. В непрерывном спектре диска имеются как тепловая, так и синхротронная компоненты. Максимум теплового излучения лежит в ультрафиолетовом диапазоне; наиболее близкие к центру части АД излучают в жестком рентгеновском диапазоне путем синхротронного и обратного комптоновского механизмов. Кроме того, в спектре АД может присутствовать излучение в линиях, например, нейтрального железа Fe-Kα (около 6,4 кэВ). Линии, которые формируются в непосредственной близости от СМЧД, имеют характерный профиль за счет релятивистских эффектов при вращении диска в гравитационном поле СМЧД [255]. Измерение ширины и формы профиля этих линий и расстояний между максимумами дает возможность определять скорость движения частиц в непосредственной близости к СМЧД. Таким образом, интерпретация данных этих измерений существенно опирается на ОТО.

6.3.1. Наблюдательные методы определения параметров СМЧД

С конца 1970-х годов начали накапливаться фотометрические и спектральные данные, которые подтверждали наличие массивных черных дыр в центральных областях многих галактик ранних типов. Модели с черной дырой хорошо объясняли все имеющиеся данные. Наоборот, модели без черной дыры отпадали одна за одной как несовместимые с наблюдениями.

Понятно, что свидетельства существования СМЧД должны быть выведены из наблюдений очень малой центральной области галактик. Для нахождения масс СМЧД в галактиках используют главным образом два метода. Для близких объектов (до сотни Мпк) используют данные о кинематике звезд или газа в малой области (до 10 пк), основываясь на ньютоновском законе и предполагая, что гравитационное влияние черной дыры в этой области является доминирующим.

Иной метод определения массы СМЧД основан на эхокартировании (reverberation mapping), при этом используется переменность излучения АЯГ. Известно, что излучение в непрерывном спектре (оптическом, рентгеновском) возникает в центральной области АЯГ. Этот спектр переизлучается в эмиссионных линиях (например, ШЭЛ) на значительном расстоянии от центра (где гравитационное поле можно описывать в ньютоновском приближении), а значит, с определенной временной задержкой. Таким образом, изменения потока в линиях будут запаздывать по сравнению с изменениями потока в континууме, и время запаздывания зависит от размера области, где формируются эти линии. Задержку, а значит, и расстояние до центра определяют, наблюдая корреляции между изменениями потоков в континууме и в эмиссионных линиях. Поскольку по ширине эмиссионных линий можно определить также скорости вращательного движения вещества, то отсюда получают оценку массы центрального объекта.

Оба метода, как эхокартирование, так и анализ кинематики звезд или газа, имеют и недостатки, и преимущества. Тем не менее, сравнение двух методов определения масс черных дыр на некотором подмножестве активных ядер показывает их неплохую согласованность [147].

Затронем кратко тему определения еще одного ключевого параметра, характеризующего ЧД — ее удельный угловой момент a.

Этот параметр, в принципе, может быть оценен на основе астрономических наблюдений.

Существует несколько методов, которые в зависимости от характеристик наблюдаемого объекта и особенностей ситуации могут дать такую оценку. По-видимому, наиболее эффективным в настоящее время является метод, основанный на исследовании профиля флюоресцентных линий, таких как линии железа Fe-K и никеля Ni-K, которые генерируются в непосредственной близости возле ЧД. Самой сильной среди люминесцентных линий является линия железа. В системах с аккрецией на ЧД профили таких линий испытывают влияние как эффекта Доплера вследствие вращательного движения вещества вокруг ЧД, так и красного смещения в гравитационном поле ЧД. В типичном случае релятивистская линия имеет основание, сильно вытянутое в сторону меньших энергий E, тогда ее правая сторона имеет пик, который резко обрывается со стороны больших E (см., например, [143, 222]). Отрицательным моментом являются некоторые детали, которые обусловлены неизвестным распределением вещества в аккреционном диске. Форма линий зависит от массы, углового момента вращающейся ЧД и угла наклона плоскости диска к лучу зрения. На форму линий также могут влиять эффекты, связанные с отражением излучения в этих линиях от поверхности аккреционного диска. Однако необходимо помнить, что помимо люминесцентных линий в спектрах объектов, содержащих ЧД, могут присутствовать и рекомбинационные линии сильно ионизированного железа. Такие линии могут возникать как в сильно ионизированных, оптически тонких внутренних частях аккреционного диска, так и в падающем на диск веществе или во внешних областях системы.

Другой метод оценки a основывается на независимых оценках масс и временного масштаба переменности. Этот метод, как, впрочем, и предыдущий, базируется на предположении о том, что рентгеновское излучение аккрецирующего вещества возникает в непосредственной близости от ЧД. В этом случае его переменность должна быть связана с орбитальным движением неоднородностей аккреционного диска. Характерный временной масштаб такой переменности связан с радиусом устойчивой орбиты, ближайшей к внутреннему краю диска (или внутреннему радиусу стабильности). Такой метод наилучшим образом подходит для блазаров с мощным излучением в гамма-диапазоне [291]. Однако в действительности внутренний радиус аккреционного

диска, особенно для радиогромких объектов, может существенно отличаться от радиуса наименьшей устойчивой орбиты [358].

Имеются и другие методы, разрабатываемые с целью оценить значение спина индивидуальной ЧД [426] и среднее значение выборки в статистическом подходе [389].

Многообещающим методом исследований центральных частей АЯГ (в данном случае речь идет большей частью о квазарах) является внегалактическое гравитационное линзирование и микролинзирование. Сегодня известно более сотни квазаров в гравитационно-линзовых системах. С помощью событий сильного гравитационного микролинзирования во внегалактических гравитационно-линзовых системах можно оценивать размеры источника излучения. В этом отношении особенно интересным является исследование одних и тех же событий в различных диапазонах длин волн и сравнение полученных размеров источника.

Информативными являются наблюдения в области высоких энергий, особенно в жестком рентгеновском и гамма-диапазонах; излучение центральной части АЯГ составляет значительную долю всего излучения в этих диапазонах энергий. При этом важны как сравнительно кратковременные (часы или сутки) наблюдения с высоким спектральным разрешением (космические миссии Chandra, XMM-Newton, Suzaku), так и менее точные, но продолжительные мониторинги (спутники INTEGRAL, «Swift», BeppoSAX): спектральный анализ и переменности на разных временных масштабах в этой области спектра несут информацию о процессах, которые происходят в центральной части АЯГ.

Изучение и уточнение пространственной структуры, которая излучает в радиодиапазоне, а также ее радиоспектра являются важным шагом к усовершенствованию существующих обобщенных схем строения АЯГ и пониманию их природы. Благодаря наземной системе наблюдений внегалактических радиоисточников Whole Earth Blazar Telescope (WEBT) с помощью РСДБ [127] достигнут уровень точности порядка нескольких десятков микросекунд. Дальнейший прогресс возможен при вынесении радиоинтерферометров на околоземную космическую орбиту. Многообещающим в этом плане является проект «Радиоастрон», в котором может быть повышена точность воспроизведения изображений внегалактических объектов до микросекунд дуги. Проект предназначен для систематических исследований центральных областей АЯГ, галактических ЧД, нейтронных звезд, облас-

тей звездообразования, а также гравитационного поля Земли. В 2018 г. запланирован запуск космического аппарата «Миллиметрон», который обеспечит более высокое угловое разрешение (до наносекунд дуги).

6.3.2. СМЧД в центре Галактики

Метод определения массы центрального объекта по динамике окружающих звезд был применен прежде всего к нашей Галактике. В 1990-х годах были начаты наблюдения в инфракрасном диапазоне звезд вокруг радиоисточника Sgr*, который находится в центре Галактики. С помощью наблюдений в 2005 г. определена масса центральной черной дыры $(3{,}7 \pm 0{,}2) \cdot 10^6\ M_\odot$ при расстоянии от центра Галактики до Солнца 8 кпк [159]. Одним из последних определений (по наблюдениям до 2009 г.) получено $(4{,}1 \pm 0{,}3) \cdot 10^6\ M_\odot$ при расстоянии $8{,}0 \pm 0{,}3$ кпк [160, 463]. В будущем с использованием сверхмощного телескопа точность определения массы черной дыры достигнет 0,1 % [441]. При этом можно будет измерять релятивистские эффекты низших порядков, такие как прецессия орбиты, а в перспективе, при обнаружении звезд с высокоэксцентричными орбитами — и эффекты высших порядков. Хотя здесь справедливы те же эффекты ОТО, что и используемые для проверок ОТО в Солнечной системе, важность тестирования этих эффектов с участием СМЧД связана с гораздо большими масштабами масс и расстояний.

В литературе давно обсуждаются возможные свидетельства в пользу черных дыр с массами $\sim 10^3\ M_\odot$ вблизи центра Галактики [42, 173, 187, 274, 384].

6.3.3. Детектирование СМЧД в других галактиках

Изучение динамики звезд из окружения центрального массивного объекта в других галактиках требует очень высокой (десятки угловых миллисекунд) разрешающей способности приемников. За небольшим исключением наземным телескопам не хватает пространственного разрешения «сферы влияния» СМЧД даже для ближайших галактик. Изучение СМЧД в других галактиках получило толчок после запуска космического телескопа Хаббла (Hubble Space Telescope, HST). Преимущество HST перед наземными телескопами в этой области было значительным. После приблизительно двух десятилетий трудных, но неубеди-

тельных наземных исследований спектральные и оптические наблюдения с помощью HST показали существования структур, присущих черным дырам. На основании результатов этих исследований выполнены точные оценки масс СМЧД. С помощью данных, полученных с борта HST, проведено детектирование ЧД в нескольких десятках других галактик. Примеры можно найти в [606].

6.3.4. Свидетельства существования двойных СМЧД

Вопрос о существовании сверхмассивных двойных черных дыр очень важен для решения ключевых проблем астрофизики. Обнаружение и оценки их количества дадут важные ограничения на модели формирования и эволюции галактик, на возможные механизмы нарастания их масс. Считают, что основным путем формирования двойных ЧД является слияние галактик. Если обе сливающиеся галактики содержат СМЧД, то последние с течением времени также сольются. Иерархические модели слияния галактик предусматривают довольно частые случаи слияния двойных черных дыр (см., например, [183]), причем частота слияния в скоплениях и группах галактик довольно большая. Однако существует версия формирования двойных ЧД в центрах первичных галактик [75]. Слияние больших ЧД может спровоцировать вспышку звездообразования в околоядерной области галактики [416], в то время как слияния меньших ЧД вызовут активность самого ядра. При слиянии двух СМЧД (большей частью в эллиптических галактиках) возникают керровские ЧД, которые быстро вращаются, что может быть причиной «радиогромкости». Радиотихие ядра, находясь в спиральных галактиках, имеют медленно вращающиеся ЧД.

Возможно, что все блазары обязаны своим происхождением наличию двойных черных дыр [435]. Различие между разными типами активных ядер в работе [435] объясняли разными этапами эволюции: лацертиды и радиогалактики класса FRI представляют собой стадии с тесными двойными системами, в то время как в радиогалактиках класса FRII должны присутствовать широкие пары с большими орбитальными периодами, которые сложнее распознать при наблюдениях. Несовпадение осей радиоджетов и аккреционных дисков активных галактик, которое иногда наблюдается, обусловлено минувшими слияниями черных дыр, возможно, неоднократными. Это касается также того, что ори-

ентации радиоджетов в активных ядрах практически произвольны относительно плоскости звездного диска.

В соответствии с моделями эволюции двойных черных дыр наибольшие временные масштабы приходятся на случаи тесных двойных систем с расстоянием между компонентами ~ 0,01—10 пк. Поэтому большинство пар черных дыр не могут быть разделены в наблюдениях. Эти пары проявляют себя периодическими явлениями, такими как покачивание радиоджетов, квазипериодические переменности в кривых блеска. Тем не менее предполагают наличие и более широких пар, которые могут быть разделены в наблюдениях. Такие пары можно более уверенно идентифицировать, если оба компонента активны. Очевидно, много пар, в которых второй компонент неактивен, не будут найдены. Пока известна только одна пара наблюдательно разделенных рентгеновски активных черных дыр в центре одиночной галактики NGC 6240 с расстоянием между компонентами ~1,5 кпк.

Сливающиеся двойные СМЧД должны быть мощными источниками гравитационных волн. Наблюдения всплесков гравитационного излучения от слияния СМЧД дадут исследователям новую ценную информацию об особенностях этих процессов.

6.4. ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ МАСС

6.4.1. Где нужны ЧДПМ?

Достаточно долго считалось, что в астрофизических системах возможны лишь ЧД в двух диапазонах масс: черные дыры звездных масс (ЧДЗМ), $M_\bullet = (3 - 20)\, M_\odot$, которые образуются при коллапсе ядер массивных звезд, и сверхмассивные черные дыры с массами $M_\bullet = (10^6 - 10^{9{,}5})\, M_\odot$, которые находятся в центрах галактик и образуются в ходе процессов, пока до конца не выясненных. Пробел в пять порядков масс, $\sim (10^1 - 10^6)\, M_\odot$, долгое время считался незаполненным. Механизмы образования СМЧД не так хорошо отработаны, как для ЧДЗМ. Высокая светимость многих АЯГ, которая объясняется высоким темпом аккреции, подсказывает, что ЧД растет из-за поглощения материи от аккреционного диска. Однако есть ли другие механизмы роста? И как возникли «зародышевые» ЧД, насколько большие эти зародыши? Если они образовались в результате взрыва сверхновых

звезд популяции III, что представляется достаточно вероятным, то какой механизм «прикормки» необходим для того, чтобы за время, меньшее хаббловского, вырастить СМЧД? Означают ли найденные корреляции между массой СМЧД и массой балджа галактики, а также дисперсией скоростей звезд в ядерной области, генетическую связь образования ЧД и их родительских галактик? Ответы на эти и другие подобные вопросы связаны с представлениями об образовании и эволюции ЧД промежуточных масс (ЧДПМ) в диапазоне $\sim (10^1 - 10^6)\, M_\odot$.

Сам факт существования ЧДПМ является критическим в понимании процесса их образования. В так называемой «top-down» модели, в которой прослеживается образование СМЧД в очень ранних стадиях образования галактик, является естественной нижняя граница $M_\bullet \sim 10^6\, M_\odot$ (см., например, [184, 264, 398]). В модели «bottom-up» ядерные СМЧД образуются путем слипания ЧДПМ, расположенных и в галактических центрах, и в шаровых скоплениях [129, 338]. В таком сценарии нет физических причин для запрета образования черных дыр с массами, меньшими $10^6\, M_\odot$. Итак, наблюдательные данные существования ЧДПМ свидетельствовали бы в пользу сценария со слипанием.

ЧДПМ имеют важное значение в других астрофизических процессах: динамической эволюции звездных скоплений, генерации гравитационных волн (в диапазоне частот будущих космических детекторов типа LISA), ультраярких рентгеновских источников во внеядерных областях галактик и т. п.

Данные, свидетельствующие о возможном существовании ЧДПМ, стали накапливаться, начиная с 1990-х годов. Поступают они главным образом из изучения ультраярких рентгеновских источников (УРИ, Ultraluminous X-ray sources, ULXs), шаровых скоплений и ядер карликовых и безбалджевых галактик поздних типов. Изучение УРИ дает кандидатов в ЧДПМ в нижней части «пробела» масс, шаровых скоплений — в ее середине, ядер карликовых и поздних галактик, в частности активных, — в верхней части пробела.

Возможно, что ЧДПМ находятся и вблизи центра нашей Галактики. Инфракрасный источник IRS-13 был отождествлен с источником рентгеновского излучения по данным космической обсерватории «Chandra» [42]. Источник представляет собой исключительно плотную концентрацию массивных горячих звезд,

движущихся совместно. Из-за этого была высказана гипотеза, что IRS-13 является остатком ядра ранее массивного скопления звезд с ЧД с массой примерно 1300 $M_{\odot}$, разрушенного приливными силами центральной СМЧД [274]. Эта гипотеза, однако, вызвала критику, поскольку новые определения массы черной дыры по динамике звезд скопления показали слишком большую массу — 7000 $M_{\odot}$, а отождествление скопления с рентгеновским источником нельзя считать надежным [384].

Другие свидетельства о наличии ЧДПМ вблизи центральной СМЧД Галактики поступают из анализа движения звезд центрального скопления. Некоторые специфические детали распределения звезд вокруг Галактического центра могут быть лучше объяснены при наличии ЧДПМ [187]. По наблюдениям движения 19 звезд центрального скопления Галактики сделан вывод о возможности существования двойной системы СМЧД—ЧДПМ, причем последняя имеет массу (2000—4000)$M_{\odot}$ [173].

6.4.2. ЧДПМ и ультраяркие рентгеновские источники

Эддингтоновская светимость аккрецирующего компактного объекта массой M равна $L_{Edd} = 1{,}3 \cdot 10^{38}(M / M_{Sun})$ эрг/с. Это составляет $\sim 2 \cdot 10^{38}$ эрг/с для нейтронной звезды и (0,4—2,0) $\cdot$ 10^{39} эрг/с для ЧДЗМ. Однако неожиданно по результатам наблюдений на спутниках «Albert Einstein», ROSAT (Roentgen Satellite) и «Chandra» у части близких галактик были обнаружены источники с большей светимостью, чем могут дать ЧДЗМ. Если допустить, что излучение таких источников является изотропным, то наблюдаемый поток указывает на рентгеновскую светимость $2 \cdot 10^{39} \le L_X \le 10^{41}$ эрг/с. Такие источники стали называть УРИ. Их изотропная светимость меньше, чем у Сейфертовских галактик (10^{42}—10^{44} эрг/с), так что они относятся к объектам с умеренной рентгеновской светимостью [432].

УРИ в общем случае не занимают центры галактик, следовательно, не служат причиной активности ядер, относительно низкой в данном случае. В общем случае они являются неразделенными при высоком пространственном разрешении (приборы «Chandra», например, имеют разрешение примерно 0.″5). С учетом того, что многие из них показывают переменность, это исключает гипотезу, что УРИ является агрегацией источников

низкой светимости. Детальное изучение УРИ в галактиках Антенны [471] показало, что большинство из них не проявляются в радиодиапазоне. Вместе с переменностью это противоречит тому, что УРИ могут быть молодыми сверхновыми. Остается предположить, что механизм УРИ определяется аккрецией на компактный объект. Сферически симметричная аккреция Бонди недостаточна для объяснения наблюдаемой светимости; следовательно, остается аккреция от звезды-компаньона в двойной системе. Такая интерпретация соответствует наблюдаемой переменности и тому, что некоторые УРИ показывают переходы от низкого/жесткого к высокому/мягкому состоянию, что характерно для Галактических рентгеновских двойных систем с нейтронной звездой.

Некоторые из таких объектов имеют рентгеновскую светимость, которую трудно объяснить привычной моделью с ЧДЗМ, не нарушая стандартное предположение об эддингтоновском пределе. Если УРИ излучают изотропно на уровне эддингтоновской светимости, то аккрецирующими объектами должны быть ЧД с массами в диапазоне (15—1000) M_{Sun}. Суб-эддингтоновское излучение или существенное дополнительное излучение в других, нерентгеновских, диапазонах приводит к еще большим массам. Однако масса не может быть больше $\sim 10^6 M_{Sun}$, иначе за счет динамического трения она переместилась бы к центру галактики [224]. Таким образом, наиболее «естественной» моделью УРИ есть модель с ЧДПМ. Более того, долгое время УРИ считали прямым свидетельством в пользу аккрецирующей ЧДПМ [106].

На основе простой модели УРИ создана рентгеновская модель спектра, сформированного дисковой тепловой аккрецией и непрерывной компонентой со степенным распределением. Если эту модель применить к спектру УРИ, то получим температуру диска 0,1—0,3 кэВ (см., например, [286]); это много ниже, чем температура Галактических ЧД (0,6—1,0 кэВ). Более холодный диск является более крупным диском. Так считают потому, что диск тянется до ближайшей к ЧД устойчивой орбиты, из этого следует большая масса ЧД. Такие холодные диски действительно были найдены в нескольких УРИ. Казалось бы, это подтверждает модель ЧДПМ как универсальную для всех УРИ. Но детальная разработка такой универсальной модели столкнулась с определенными теоретическими и наблюдательными проблемами. Простая модель с ЧДПМ не обязательно хорошо аппроксимирует рентгеновские спектры для многих УРИ. Поэтому стали рас-

сматривать и менее экзотические модели для объяснения УРИ, такие как биминг (коллимация) или сверх-эддингтоновская аккреция. Оба эти подхода объясняют рентгеновские свойства УРИ без привлечения идеи о ЧДПМ. Сверх-эддингтоновские галактические источники хорошо известны — это двойные с ЧДЗМ GRS 1915 + 105, V4641 Sgr и, возможно, SS 433. Последний источник является примером одновременно и биминга, и сверх-эддингтоновской эмиссии, комбинация которых может просто объяснить даже большинство УРИ [51].

Интерпретация УРИ как ЧДПМ имеет и другие проблемы. Например, неизвестны пути эволюции систем двойных звезд, которые приводят к требуемым характеристикам УРИ. Если принять, что ЧДПМ образовалась изолированно, а затем захватила компаньона из плотной среды приливными силами, то следует предположить прямую связь между УРИ и звездными скоплениями, чего, однако, не наблюдается. В Антеннах, например, УРИ часто наблюдаются вблизи скоплений звезд, но не совпадают с ними [471].

Подробные моделирования рентгеновских спектров обнаружили свойства, которые затрудняют любую простую универсальную интерпретацию, указывая на то, что на самом деле существует несколько классов УРИ. Вероятно, они представляют собой совокупность различных объектов, которая включает и класс объектов более низкой рентгеновской светимости, таких как классические галактические кандидаты на ЧДЗМ [57].

Если принять модель УРИ с ЧДПМ, то перспективным методом оценки масс возможных ЧДПМ в УРИ является метод квазипериодических осцилляций (КПО) рентгеновского излучения. Заметим, что наличие КПО сначала рассматривалось как характерный признак нейтронных звезд. Однако позже, по результатам наблюдений на обсерваториях «Гранат» (Санкт-Петербург, РФ) и «Ginga» (Япония), КПО были обнаружены в рентгеновском излучении таких хорошо известных кандидатов в ЧДЗМ, как GX 339-4 и LMC X-1. Постепенно стало понятно, что КПО является обычным явлением и для ЧД. Предположение, что по свойствам временных вариаций излучения можно оценить массу ЧД, подтверждалось в большом количестве работ. Например, в [282] показано, что СМЧД и ЧДЗМ образуют «плоскость переменности»: имеется линейная зависимость между временной шкалой переменности (квазипериодом) в широком диапазоне частот, светимостью и массой. В [82] это соотношение применено для оценки

масс двух УРИ, M82 X-1 и NGC 5408 X-1 в диапазонах $115 < M_\bullet / M_\odot < 1300$ и $95 < M_\bullet / M_\odot < 1260$ соответственно. Еще один способ оценки масс предложен в [161]. Авторы этой работы показали, что амплитуда высокочастотной (более 10 Гц) рентгеновской переменности в жестком спектральном состоянии связана с массой ЧД. Для карликовой галактики NGC4395 таким способом они оценили массу центральной ЧД в $M_\bullet \approx 3{,}9 \cdot 10^4 M_\odot$.

Сейчас достаточно точно установлено, что некоторые Галактические ЧД (так называемые типа С КПО), показывают сильную корреляцию между своими спектральными и временными параметрами. Для этих объектов значительная часть рентгеновской светимости принадлежит непрерывной компоненте, для которой спектральный индекс коррелирует с частотой КПО. В работе [393] показано, что соотношение частота КПО—спектральный индекс для источников типа С КПО может быть использовано для эмпирической оценки массы ЧД. С применением этого метода, например, была оценена масса ЧД в NGC 5408 X-1 от 2000 до 5000 $M_\odot$ [411]. Результаты хорошо согласуются с независимой оценкой работы [161]. Важно, что ни одна из этих оценок не дает массу ЧД, меньшую 1000 $M_\odot$. Авторы этих работ считают, что NGC 5408 X-1 содержит ЧДПМ. Кандидатами в ЧДПМ рассматриваются также следующие УРИ: X9 в галактике M81 (M81 X9), CXOM82 J0995550.2 + 694047 в неправильной галактике со звездообразованием M82, самый яркий источник HLX-1 в галактике ESO 243-49 (ESO 243-49 HLX-1) и другие.

6.4.3. ЧДПМ в центрах шаровых скоплений

Давно предполагали, что ЧД с массами $M_\bullet = (10^2 \div 10^4) M_\odot$ могут образовываться в центрах плотных звездных скоплений, прежде всего в шаровых скоплениях (ШС) (см., например, [286]). ШС содержат от несколько тысяч до несколько сотен миллионов старых звезд, упакованных в область размером ~10 пк. Их высокая плотность обусловливает большую вероятность взаимодействия и столкновения звезд. В некоторых теоретических работах отмечено, что динамические процессы в плотных внутренних областях ШС могут приводить к образованию ЧД с массой $\sim 10^3 M_\odot$ [287]. Компьютерное моделирование

также показывает возможность образования ЧДПМ в богатых ШС ($\sim 10^6 M_\odot$) из молодых массивных звезд, причем масса ЧДПМ должна быть порядка 0,1 % от массы скопления [338].

Однако многочисленные моделирования показывают также, что звездные взаимодействия приведут к эжектированию большинства или всех ЧД, образующихся в ШС. Например, с большой вероятностью ЧД получит большой реактивный толчок вследствие анизотропного излучения гравитационных волн и со скоростью до 4000 км/с вылетит из скопления [200], т. е. ШС могут быть «генераторами» ЧДПМ, которые затем эжектируются в окружающее пространство. Следствием эжекции является большая населенность гало Галактики одинокими ЧДПМ, которые трудно обнаружить обычными астрономическими методами. Кроме того, такой процесс может объяснить относительную редкость детектирования ЧДПМ в ШС. Согласно расчетам [200], даже если ЧДПМ имеет начальную массу $\sim 10^3 M_\odot$, то только в 60 из 150 Галактических ШС они удержатся, причем только в крупнейших скоплениях.

Наблюдать ЧД в ШС по динамике звезд теми методами, которые используются для СМЧД, гораздо труднее. Радиус влияния GM/σ^2 в ЧДПМ много меньше, чем в СМЧД. Например, типичным значением дисперсии скоростей вблизи центра Галактики есть ~ 100 км/с, а для ШС — ~ 10 км/с. Итак, радиус влияния ЧД с массой $3 \cdot 10^6 M_\odot$ в центре Галактики в 30 раз больше аналогичного радиуса вокруг ЧД массой $10^3 M_\odot$. На расстоянии 10 кпк звездная орбита с радиусом влияния вокруг ЧД с массой $10^3 M_\odot$ будет находиться в пределах 1″, поэтому наблюдения будут трудными, но не невозможными. Итак, наземные наблюдения современными инструментами с адаптивной оптикой вместе с наблюдениями на космическом телескопе могут быть нацелены на ШС для поиска массивных ЧДПМ. Дополнительно усложняется наблюдение тем, что в отличие от ярких звезд в центре нашей Галактики, которые наблюдают уже в течение двадцати лет, ШС населяют старые и тусклые звезды, не обеспечивающие достаточную точность измерений массы центральной ЧД.

Если действительно массивные ЧД занимают центры ШС, то они должны влиять на распределение и динамику звезд, приводя к появлению каспов в профилях их плотности и дисперсии ско-

ростей. Однако наблюдать такие каспы трудно даже при разрешении космического телескопа Хаббла. Для большинства ШС поверхностная яркость и спроектированный профиль плотности хорошо воспроизводятся семейством простых моделей, характеризующихся протяженным плоским изотермическим ядром и приливно урезанной периферией — так называемые модели Кинга. Однако определенная часть (~15—20 % согласно [126]) Галактических ШС значительно отклоняется от такого поведения. Профили спроектированной плотности таких скоплений не имеют форму протяженного плоского ядра, а описываются степенным законом $\Sigma(r) \propto r^{\alpha}$ с α в интервале от –0,8 до –1,0. Моделирование показывает, что такая картина появляется при динамической эволюции звездных систем, в которых произошел коллапс ядра. Такие скопления называются *скоплениями с пост-коллапсом ядра* (post-core collapse clusters). Однако к такой форме профиля плотности звезд скопления могут привести и другие процессы, в частности — влияние ЧДПМ в центральной части скопления. Впервые это было отмечено, по-видимому, в [458]. В этой работе для объяснения избытка масс в центре некоторых ШС была предложена модель скопления с ЧД в центре. Позднее из анализа четырех известных на то время рентгеновских источников, идентифицированных с ШС, а именно NGC1851, NGC6441, NGC6624 и M15, было предположено, что причиной рентгеновской эмиссии есть аккреция газа на массивную ЧД в центрах скоплений [43]. Наблюдательные намеки на возможное существование ЧД в ШС привели к появлению теоретических работ по моделированию разных астрофизических явлений при наличии ЧД: профиля плотности, вспышки светимости в различных диапазонах вследствие возможного захвата звезды ЧД, характерной динамической эволюции скопления и т. п.

Однако детальное «столкновительное» моделирование N-тел и теоретические аргументы показали, что при наличии ЧДПМ возникает существенно отличительный профиль поверхностной яркости, чем при коллапсе звездного ядра. ШС, которые наиболее вероятно содержат ЧДПМ, часто обнаруживают нормальную модель Кинга, за исключением самых центральных областей, где ожидается отклонение от плоского поведения в форме степенного закона. Но показатель этого степенного закона $\alpha \sim 0,2$ предполагается значительно меньше, чем в модели с пост-коллапсом ядра [50].

Наибольшее внимание как кандидаты на наличие ЧДПМ привлекают к себе следующие ШС: Омега Центавра — одно из самых массивных и крупнейших в нашей Галактике, классификация которого как ШС из-за этого ставится под сомнение и которое может быть «ободранным» ядром эллиптической карликовой галактики; M15 — хорошо изученное скопление, с очень крутым центральным профилем светимости, происхождение которого указывает либо на наличие ЧДПМ, либо на стадию после коллапса ядра; G1 в M31 (Mayall II) — самое мощное скопление звезд ($\sim 10^7\, M_\odot$) в Местной группе, имеющее наибольшую дисперсию центральных скоростей (~ 28 км/с), и другие ШС.

Отметим, что современные попытки определить массу ЧД в некоторых ШС на основе фотометрических и кинематических (спектральных) исследований их центральной области являются многообещающими, но пока не убедительными.

6.4.4. Черные дыры промежуточных масс в карликовых галактиках и спиральных галактиках поздних типов

Динамические исследования галактик свидетельствуют о том, что они, как правило, имеют центральные СМЧД, массы которых коррелируют с дисперсией скоростей звезд сфероидальной составляющей галактики (балджа) как $M_\bullet \propto \sigma^4$. Этот результат основан на данных для галактик с хаббловскими типами, более ранними, чем S_{bc}, с дисперсиями $\sigma > 70$ км/с и массами $M_\bullet > 2 \cdot 10^6\, M_\odot$. Неизвестно, имеет ли место то же соотношение для галактик поздних типов и/или карликовых галактик. Если это так, то можно ожидать, что такие галактики содержат ЧДПМ в силу их менее массивных сфероидальных частей и, соответственно, меньшей дисперсии скоростей. Однако пока нет надежных определений и измерений массы для таких галактик. Вообще, не гарантировано, что такие галактики имеют центральные ЧД. Если бы они их имели, то это обеспечило бы естественное объяснение дефицита АЯГ среди галактик поздних типов [195]. Однако по крайней мере некоторые галактики поздних типов являются родительскими для АЯГ. Самый известный пример — NGC 4395 — карликовая галактика типа Sm, которая имеет сейфертовское ядро I типа, ближайшее к нам и наиболее

низкой светимости среди известных в настоящее время [149]. Согласно традиционному объяснению сейфертовской активности эта галактика должна иметь центральную ЧД. Авторы работы [148] утверждают, что масса этой ЧД лежит в диапазоне 10^4—$10^5\ M_\odot$. Это уверенно относит ее к диапазону промежуточных масс для ЧД.

Другой пример — карликовая галактика POX 52, которая также имеет сейфертовский спектр I типа, почти полностью аналогичный спектру NGC 4395. Центральная дисперсия скоростей составляет 37 км/с, что указывает на массу вероятной ЧД около $10^5\ M_\odot$ [49].

Динамические измерения масс ЧД галактик поздних типов и карликовых галактик осложняются тем, что такие галактики обычно содержат ядерные звездные скопления с массами в диапазоне 10^6—$10^7 M_\odot$. Такие скопления часто едва разрешаются космическим телескопом Хаббла, так что области их гравитационного воздействия почти точечные. Это маскирует динамический эффект от ЧД, кроме случая, когда ЧД массивнее скопления или хотя бы такой же массы. Но это не предполагается с точки зрения зависимости $(M_\bullet, \sigma)$ и не согласуется с результатами детального моделирования. Самое яркое центральное скопление среди всех близких спиралей имеется в галактике IC342 типа Scd. Анализ дисперсии скоростей в скоплении показал [79], что IC342 не может иметь центральную ЧД, превышающую $5 \cdot 10^5\ M_\odot$, что в 6 раз меньше, чем в нашей Галактике при размерах IC342, близких к размерам нашей Галактики.

Более строгие ограничения на массу ЧД возможны в пределах Местной группы, для которых можно получить спектральные наблюдения с разделением на звезды центральных звездных скоплений. Это было проведено для M33 ($\sigma =$ 24 км/с), третьей по яркости галактики в Местной группе. В результате ЧД фактически не была выявлена, что стало достаточно неожиданным. Две независимые группы исследователей проанализировали спектры STIS и фотометрии WFPC2 с телескопа Хаббла и получили верхние границы $1500\ M_\odot$ [158] и $3000\ M_\odot$ [283]. Это примерно на порядок меньше значения, предусмотренного экстраполяцией зависимости $(M_\bullet, \sigma)$, полученной для галактик с балджем (ранних спиралей). Выявленный факт важен для понимания того, как ЧД связаны с их родительскими галактиками, и какие механизмы влияют на формирование и эволюцию обеих.

К сожалению, прямые измерения масс ЧДПМ невозможны за пределами Местной группы, поскольку в этом случае пока нельзя разрешить на звезды сферу гравитационного влияния ЧДПМ. Поэтому можно надеяться найти объекты типа NGC4395 и POX52 в обзорах активных ядер галактик. Для них должны быть слабыми и интегральная светимость хозяйской галактики, и радиационные свидетельства аккреции на ЧД. Руководствуясь этой идеей, авторы работ [167, 168] представили выборку из 19 кандидатов в ЧДПМ в ядрах активных галактик, которые взяты из первого выпуска данных SDSS DR1. Среди 153 тысяч галактик и квазаров с DR1 SDSS кандидатов на наличие ЧДПМ выбирали по широкой эмиссионной линии H_α и слабости интегральной светимости. С использованием масштабного соотношения ширина линии H_β-светимость—масса ЧД, установленного для активных ядер с широкими эмиссионными линиями, были оценены массы ЧД в диапазоне $(8 \cdot 10^4 — 10^6) M_\odot$. В этом диапазоне для данных работ были найдены лишь NGC4395 и POX52, выбранные по сейфертовской активности. Хотя полученные изображения имеют недостаточное качество для выяснения подробной морфологии родительских галактик, но абсолютные величины галактик и светимости ядра указывают на то, что с большой вероятностью выборка состоит из галактик поздних типов.

Таким образом, если УРИ дают кандидатов в ЧДПМ в нижнем диапазоне масс, шаровые скопления — в середине диапазона, то галактические ядра карликовых галактик и галактик поздних типов, в том числе активные — в верхнем диапазоне масс ЧДПМ. Их исследования продолжаются.

6.4.5. Возможное происхождение ЧДПМ от звезд популяции III

Открытие нескольких очень массивных звезд в плотных молодых скоплениях NGC3603 в Галактике и R136 в Большом Магеллановом облаке отодвинули верхнюю границу начальной звездной функции масс (НФМ) до $\sim 320 M_{Sun}$ [111]. Это открытие согласуется с теориями, которые предполагают очень большие начальные массы звезд и образование ЧДПМ от первых звезд популяции III.

Расчеты эволюционных треков для звезд с современной металличностью показывают, что массивные звезды оставляют компактные остатки с массами, меньшими ~15 $M_\odot$, что согласуется с измеренными массами кандидатов в ЧДЗМ в рентгеновских двойных. Минимальная начальная масса для звезды, которая эволюционирует в ЧД (а не в нейтронную звезду), составляет ~(20—25)$M_\odot$. В своей эволюции массивные звезды сбрасывают бóльшую часть своей массы посредством звездного ветра, вызванного радиационным давлением. Для звезд с массами, бóльшими ~100 $M_\odot$, к дополнительным потерям массы приводит пульсационная нестабильность ядра [155].

Для звезд первого поколения с нулевой металличностью (звезд популяции III) начальные условия и эволюционные треки существенно иные. При отсутствии металлов первоначальные молекулярные облака охлаждаются путем излучения в ротационно-колебательных линиях молекул водорода. Моделирование коллапса и фрагментации таких облаков [14] показывают, что звезды первой генерации имели типичные массы порядка сотен $M_\odot$. Кроме того, радиационные потери массы являются пренебрежимо малыми при нулевой металличности, а потери массы на ядерную пульсационную нестабильность намного меньше [155]. Эволюция массивных звезд популяции III зависит от начальной массы. Звезды с массами, меньшими 140 $M_\odot$, возможно, эволюционируют в ЧД подобно звездам нормальной металличности, но при этом результирующие ЧД могут быть более массивными, чем современные ЧД звездных масс вследствие меньшей потери массы. Звезды, изначально бывшие массивнее 140 $M_\odot$, сталкиваются с неустойчивостью при горении кислорода. В диапазоне масс ~(140—260)$M_\odot$ это приводит к взрыву, существенно более мощному, чем у нормальной сверхновой. При массах больше ~260 $M_\odot$ происходит прямой коллапс в ЧД, поскольку ядерное горение не может остановить коллапс и генерировать взрыв. Остаточная масса превышает половину первоначальной звездной массы, так что образуется ЧДПМ. Объекты, которые изначально были более массивными, чем ~ $10^5 M_\odot$, не могут иметь стабильное горение водорода. Как результат, такие объекты быстро коллапсируют в ЧД, масса которой может достигать 90 % от начальной массы (при керровском значении параметра вращения 0,97) [395].

Итак, возможно и даже очень вероятно, что популяция ЧДПМ была образована от звезд популяции III. Размер этой популяции оценен в работах [272, 383]. Многие детали приведенных вычислений являются неопределенными, однако в обеих работах найдено, что популяция может легко быть сформирована с глобальной массовой плотностью, примерно равной той, что имеет место для СМЧД во Вселенной, и, возможно, больше. ЧДПМ были преимущественно сформированы на пике распределения масс при красных смещениях $z \sim 10 \div 20$.

6.5. ГРАВИТАЦИОННОЕ ЛИНЗИРОВАНИЕ

6.5.1. Гравитационное линзирование: эффект или средство?

Если на первых этапах исследований гравитационные линзы привлекали внимание как красивый пример эффекта ОТО, то в настоящее время гравитационно-линзовые исследования выступают в качестве проверенного вспомогательного средства для изучения ряда астрофизических вопросов, непосредственно с ОТО не связанных.

Теория и наблюдения гравитационно-линзовых систем (ГЛС) являются частью гравитационно-линзовой оптики, а в более общем контексте — науки о распространении электромагнитного излучения в искривленном пространстве. Пожалуй, больше всего нас интересует взаимодействие электромагнитного поля с тяготением, которое и позволяет «увидеть» это искривление, а значит, и массы, которые его создают. Действительно, мы видим окружающий мир во всех его красках благодаря взаимодействию света с веществом. Взаимодействие электромагнитного излучения с гравитацией значительно слабее, его нельзя увидеть невооруженным глазом, тем не менее оно есть. Уравнения электродинамики в искривленном пространстве подобны уравнениям Максвелла в среде с неоднородным показателем преломления. Отсюда сходство гравитационного линзирования с многими оптическими явлениями. Гравитационное поле массивных объектов может действовать как гигантский естественный телескоп, позволяя исследовать строение удаленных источников, таких как квазары. Гравитационное линзирование дает возможность изучать распределение темной материи во Вселенной, обнаруживать планеты

в других звездных системах, оценивать массы галактик и звездных скоплений.

В основе эффекта гравитационной линзы лежит формула Эйнштейна для угла гравитационного отклонения [604, с. 452—504]:

$$\alpha = \frac{4GM}{Rc^2}, \tag{6.2}$$

где G — гравитационная постоянная, c — скорость света в вакууме в предположении, что луч света распространяется от источника излучения мимо точечной массы M с прицельным расстоянием R. Связь между положением изображения $\mathbf{x}$ в плоскости линзы и исходным положением в плоскости источника $\mathbf{y}$ описывается уравнением

$$\mathbf{y} = \frac{D_S}{D_L}\mathbf{x} - D_{LS}\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}), \tag{6.3}$$

где D_S — расстояние[1] от наблюдателя до источника излучения, D_L — расстояние от наблюдателя до линзирующей массы, D_{LS} — расстояние от линзы до источника излучения.

Если в плоскости линзы находится несколько масс, то вследствие малости $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})$ для каждой массы их вклады учитывают линейно:

$$\mathbf{y} = \frac{D_S}{D_L}\mathbf{x} - \frac{4GD_{LS}}{c^2}\sum_i M_i \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_i}{\left|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\right|^2}, \tag{6.4}$$

где $M_i, \mathbf{x}_i$ — точечные массы и их положения в плоскости линзы. Аналогично поступают в случае непрерывного распределения масс:

$$\mathbf{y} = \frac{D_S}{D_L}\mathbf{x} - \frac{4GD_{LS}}{c^2}\int d^2x'\,\Sigma(\mathbf{x}')\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{\left|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\right|^2}, \tag{6.5}$$

где Σ — поверхностная плотность массы в плоскости линзы. Разумеется, представление линзирующих масс поверхностной плотностью (т. е. что все массы, например, в случае линзовой галактики сосредоточены в одной плоскости) — это приближение. Однако это очень хорошее приближение, если учесть размеры реальных галактик по сравнению с расстояниями до наблюдателя и до источника излучения. Возможен и более сложный случай — если существует несколько плоскостей линзирующих объектов (гравитационные телескопы). Впрочем, учесть более общее про-

[1] Здесь все расстояния — по угловому диаметру. В космологии $D_S \neq D_L + D_{LS}$.

странственное распределение масс не представляет большой сложности, как это, например, показано в [528, 580]. В литературе можно найти различные варианты уравнения линзы (6.3)—(6.5) с разной нормировкой переменных, в частности, написанные в виде связи угловых положений источника и изображения на небесной сфере.

Как видим, основные уравнения теории ГЛС формально просты; сложности возникают, в основном, при численном моделировании конкретных систем. Этой проблеме посвящены многочисленные исследования; периодически возникает ряд новых вопросов, связанных с совершенствованием методов и алгоритмов обработки данных, исследованием новых эффектов, которые можно было бы использовать для получения параметров ГЛС. Общие вопросы теории и наблюдений ГЛС рассмотрены в [382, 529, 558], в том числе в работе П. В. Блиоха и А. О. Минакова [503] — первой в мире монографии по вопросам гравитационного линзирования. В этой главе мы также основываемся на работах [197, 397, 427, 438, 439, 474, 606].

Выход за рамки геометрической оптики при распространении излучения в различных гравитационно-линзовых системах рассматривался в работах [382, 477, 503]. Однако экспериментальных работ в этом направлении нет, несмотря на то, что наблюдение эффектов, зависимых от длины волны, открыло бы путь к принципиально новым проверкам релятивистской электродинамики в искривленном пространстве-времени. Это связано с тем, что для уверенного детектирования таких эффектов необходимо найти достаточно мощный источник малых угловых размеров в диапазоне длин волн, сравнимых с величиной GM / c^2 (подробнее см. в [477]).

Другое обобщение формул (6.2), (6.3) используется в случае, когда линзирующая масса или ее элементы совершают релятивистское движение. Такая задача решена в [120]. Примером такой системы может быть быстроосциллирующая космическая струна. Эта модель использована в [378] для объяснения аномальных (синхронных) колебаний блеска двух изображений в системе Q0957 + 561 A, B. Насколько нам известно, это пока что единственное косвенное указание на возможное (но не обязательное) проявление струн. Поскольку других подобных указаний до сих пор получено не было, вероятно, эти аномальные колебания являются всего лишь результатом игры случайных факторов (хотя космическая струна может оказаться и уникальным объектом).

Далее сконцентрируемся на формуле (6.3) и ее модификациях (6.4), (6.5) на случай действия многих масс.

Формулу (6.2) получают в ОТО при условии слабого поля в приближении геометрической оптики; с точки зрения ППН-формализма (см. п. 4.2.1) формула (6.2) соответствует значению постньютоновского параметра $\gamma = 1$. Отсюда видно, насколько ГЛС могут служить целям проверки ОТО. Все зависит от того, насколько строго и насколько глубоко мы собираемся проверять теорию. С одной стороны, если речь идет об уточнениях постньютоновских параметров, то гравитационное линзирование на внегалактических объектах и на звездах Галактики вряд ли может дать что-то новое. С другой, здесь эффекты ОТО действуют на иных масштабах, отличных от масштабов Солнечной системы, где сконцентрированы классические тесты ОТО. Причем, время от времени появляются теории, в которых оперируют потенциалами, отличающимися на больших масштабах от классического потенциала уже на уровне ньютоновского предела. Поэтому использование галактических и внегалактических ГЛС для проверки ОТО представляет принципиальный интерес.

6.5.2. Общие соотношения и определения

Формулы (6.4), (6.5) определяют линзовое отображение $\mathbf{x} \to \mathbf{y}(\mathbf{x})$; это отображение плоскости линзы $\mathbf{x} = \{x_1, x_2\}$ на плоскость источника $\mathbf{y} = \{y_1, y_2\}$; обратное отображение в общем случае неоднозначно, что и порождает несколько изображений одного точечного источника.

Важной особенностью линзовых отображений является наличие критических точек, где якобиан $J = \det \left\| \partial y_i / \partial x_j \right\|$ $(i, j = 1,2)$ обращается в нуль, а усиление изображения точечного источника становится бесконечным. Совокупность таких точек образует *критические кривые*, а их отображение по формуле (6.3) называют *каустиками*. При пересечении каустик изображения точечного источника могут возникать или исчезать. Наиболее вероятен случай, когда изображения возникают или исчезают парами.

Коэффициентом усиления линзы является величина $\mu = J_0/J$, где J_0 — якобиан, вычисленный при отсутствии линзирующих масс. Линзовое отображение существенно нелинейное: малость угла $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})$ в (6.3) компенсируется большими расстояниями. Поэтому в ГЛС с большим числом точечных масс-звезд имеется, как правило, разветвленная сеть каустик (рис. 6.1).

Для протяженного источника с распределением яркости $B(\mathbf{y})$ суммарный коэффициент усиления с учетом всех изображений в ГЛС равен

$$\mu = \int\limits_S B(\mathbf{y}(\mathbf{x}))d^2\mathbf{x}\left[\int\limits_{S_0} B(\mathbf{y}')d^2\mathbf{y}'\right]^{-1} . \qquad (6.6)$$

Здесь интегрирование проводят по всей области источника S_0 в его плоскости и по всей области S, где есть изображения. Понятно, что при пересечении каустики усиление источника резко изменяется: тем сильнее, чем меньше его размер. Пример кривой блеска показан на рис. 6.2.

Центроид яркости (т. е. взвешенное среднее положение центра яркости) в плоскости изображения имеет вид

$$\mathbf{Y}_c = \int\limits_S \mathbf{x}\, B(\mathbf{y}(\mathbf{x}))d^2\mathbf{x}\left[\int\limits_S B(\mathbf{y}(\mathbf{x}))d^2\mathbf{x}\right]^{-1} . \qquad (6.7)$$

Рассмотрим уравнение линзы в виде (6.5), который более удобен, если имеем дело с непрерывным распределением массы в плоскости линзы. Нетрудно видеть, что правую часть этого уравнения можно представить в градиентном виде:

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{x} - \nabla\Phi , \qquad (6.8)$$

где

$$\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2) = \frac{D_L}{D_S}\mathbf{y} , \quad \Phi = \frac{4GD_{LS}D_L}{c^2 D_S}\int d^2x'\, \Sigma(x') \ln\left|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\right| . \qquad (6.9)$$

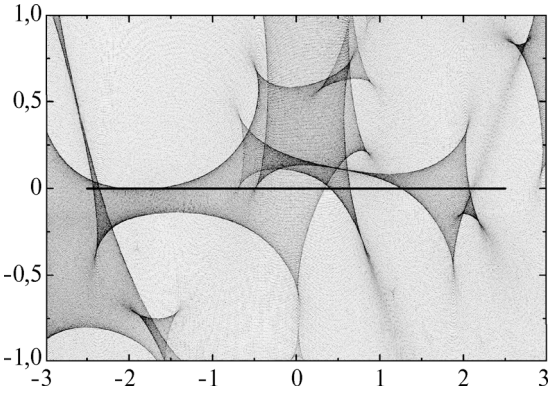


Рис. 6.1. Типичное поле коэффициентов усиления гравитационно-линзовой системы [23]. Более темный цвет соответствует большему усилению. Каустики — границы темных областей. Прямая линия — траектория центра источника, соответствующая (для разных моделей источника) кривым блеска на рис. 6.2

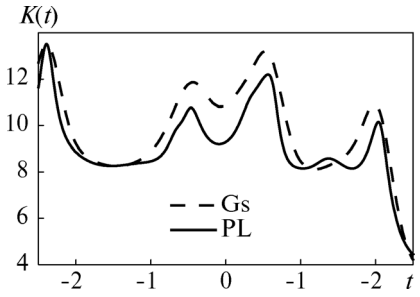


Рис. 6.2. Зависимости коэффициента усиления $K(t)$ от времени t в случае микролинзирования большим числом точечных масс для двух моделей распределения яркости по диску источника согласно [23] (Gs — гауссовский источник, PL — степенное распределение яркости). Положения масс одинаковы для обеих моделей

Обозначая $\sigma(\mathbf{x}) = \dfrac{4\pi G D_{LS} D_L}{c^2 D_S}\,\Sigma(\mathbf{x})$, получаем $\Delta\Phi = 2\sigma$. Величину $\sigma(\mathbf{x})$, заданную на плоскости линзы, называют *оптической плотностью* (используют также термины *конвергенция* (convergence), *сходимость*). Из этих соотношений следует, что матрица $\mathbf{A} = \left\| \partial y_i / \partial x_j \right\|$ является симметричной, причем ее шпур равен $\partial y_1 / \partial x_1 + \partial y_2 / \partial x_2 = 2 - \Delta\Phi = 2 - 2\sigma$. Тогда в собственной системе эту матрицу можно записать в виде

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 - \sigma - \gamma & 0 \\ 0 & 1 - \sigma + \gamma \end{pmatrix}, \qquad (6.10)$$

где γ — параметр сдвига (shear, не путать с постньютоновским параметром!). При отсутствии непрерывной материи на луче зрения этот параметр однозначно определяет деформацию (сжатие или растяжение в направлении главных осей матрицы **A**) изображения источника.

Дальнейший анализ связан с конкретным типом ГЛС. Особого внимания заслуживают *гравитационное макролинзирование, микролинзирование* и *слабое линзирование*, которые различаются характерными массами линз, временными масштабами процессов, искажениями изображений удаленных объектов.

6.5.3. Внегалактические ГЛС

Во внегалактических системах *макролинзирование* порождает несколько квазистатических изображений одного и того же объекта, тогда как *микролинзирование* становится причиной динамических изменений яркости изображений на реалистичных для наблюдений временных масштабах. В первом случае роль линзы

играет галактика в целом и ее среднее поле тяготения, во втором — объекты звездных масс, создающие довольно сильные локальные неоднородности поля. Сравнивая изменения яркости разных изображений во внегалактических ГЛС с учетом относительной временной задержки, можно отделить эффекты микролинзирования от собственных колебаний блеска квазара. Это дает возможность получать информацию как о строении источника излучения, так и о свойствах гравитационного поля, формирующего изображения такого источника вследствие эффектов ОТО.

Приведем примеры внегалактических ГЛС (см. [354, 475]).

Самая первая линза из всех открытых ГЛС — **Q0957 + 561**, ее так и называют в литературе «Первая линза» (The First Lens). В этой ГЛС наблюдаются два изображения квазара с красным смещением $z_s = 1{,}41$ на фоне линзовой галактики с красным смещением $z_g = 0{,}36$ [250]. Этот квазар радиогромкий. Время задержки между изображениями — около 415 суток. В свое время, по инициативе Р. Шилда были проведены наблюдения с участием многих обсерваторий, которые дали возможность определить время задержки с высокой точностью [109] (проект «Round the Clock»). Чтобы выделить эффекты гравитационного микролинзирования в этой ГЛС, нужен статистический анализ данных с продолжительными рядами наблюдений. Такие ряды наблюдений были получены [108, 109], что дало возможность подтвердить присутствие микролинзирования в этой системе. Дискутировался вопрос [377, 379] о маломасштабных вариациях яркости изображений (на уровне 5 % от интенсивности); похожие вариации наблюдались и в других ГЛС. Возможно, они обусловлены маломассивными звездами (коричневыми карликами и т. п. объектами), которые в нашей Галактике образуют самую многочисленную популяцию звезд. Поднимался и вопрос о возможной роли микролинз с планетарными массами, порядка $(10^{-3}—10^{-5})M_{\odot}$. Заметим, что в моделях небарионной темной материи (ТМ) в свое время рассматривались некомпактные объекты с еще меньшими массами [180]. На основании анализа временных задержек между отдельными частями макролинзовых изображений в работе [464] получен верхний предел 100 пк для размера центральной области квазара в Q0957 + 561. В работе [378] уделено внимание объяснениям синхронных вариаций яркости в изображениях в Q0957 + 561A, B как результата микролинзирования космической струной.

Самая близкая линза Q2237 + 0305 «Крест Эйнштейна» была обнаружена в 1985 г. Эта ГЛС содержит четыре изображения ра-

диотихого квазара, вместе они действительно напоминают крест. Красное смещение источника $z_s = 1{,}695$, линзовой галактики $z_g = 0{,}0394$. В этой ГЛС времена относительной задержки между изображениями составляют часы, т. е. они значительно меньше, чем типичные времена процессов микролинзирования. Это обстоятельство, а также относительная близость галактики-линзы к нашей Галактике и высокая концентрация звезд на луче зрения делают эту ГЛС уникальной лабораторией для изучением процессов микролинзирования. Поэтому «Кресту Эйнштейна» посвящено значительное количество работ (см. [396, 475]).

Самый близкий гравитационно-линзированный квазар 1RXS J113155.4-123155 с кольцом Эйнштейна в оптике. Эта ГЛС была случайно открыта в 2002 г. во время поляриметрических наблюдений выборки радиоквазаров научными сотрудниками Льежского университета (Бельгия) на 3,6-метровом телескопе Европейской южной обсерватории (Ла Силла, Чили). Спектроскопические исследования подтвердили гравитационно-линзовую природу этого объекта [399, 400], имеющего довольно редкую квадрупольную структуру с признаками слабого оптического кольца Эйнштейна. Яркости четырех точечных компонент изображения квазара в V-полосе находятся в пределах от 17,5 до 20,1 звездной величины, а типичное расстояние между ними составляет ~1,2″. В центральной части изображения удалось выделить галактику-линзу, которая в пределах круга радиусом 4″ имеет интегральную звездную величину $V = 18{,}4$. Из анализа спектрограмм найдено, что красное смещение квазара составляет $z = 0{,}658 \pm 0{,}001$, т. е. это — ближайший известный квазар, изображение которого подвержено влиянию галактики-линзы с красным смещением $z = 0{,}295 \pm 0{,}002$.

Самая большая гравитационная линза MACS J0717.5 + 3745 ($z_l = 0{,}546$, $z_s \sim 2{,}5$) [482]. Это скопление галактик с кольцом Эйнштейна $\theta_E = (55 \pm 3)''$, что соответствует $r_E = 350 \pm 20$ кпк на красном смещении скопления с массой $7 \cdot 10^{14}\, M_\odot$ солнечных масс.

В описании следующих двух ГЛС прилагательное «самая» отсутствует, однако эти системы также интересны.

PG1115 + 080 «Вторая линза», открытая в 1980 г., включает четыре изображения A1, A2, B и C радиотихого квазара с красным смещением $z_s = 1{,}722$. В качестве линзы выступает группа галактик с красным смещением $z_g = 0{,}31$ (точнее, две галактики с красным смещением $z = 0{,}3098$, две — с $z = 0{,}3123$ и одна — с

$z = 0{,}3095$). Два изображения (A1, A2) — наиболее яркие и близко расположенные, что позволяет сделать вывод о близости квазара к макрокаустике ГЛС. При этом яркость изображений должна быть почти одинакова в случае гладкого распределения массы в линзовых галактиках. В действительности потоки от A1 и A2 существенно различаются; это пример известной «аномалии отношения потоков» (flux ratio anomaly). В разных наблюдениях было зафиксировано, что отношение A1/A2 отличается на 20—30 % (см. [428, табл. 1]). Возможное объяснение связано с существованием трудно наблюдаемых локальных субструктур с массами $(10^6—10^8)M_\odot$, близких к критической кривой макролинзы — это могут быть либо карликовые галактики-спутники, либо образования из темной материи (подробнее см. в [396]).

H1413 + 117 «Лист клевера». Четыре изображения квазара «Лист клевера» были обнаружены в 1988 г. (см. [238]). Красное смещение квазара $z_s = 2{,}55$; это квазар с широкими линиями поглощения. Линзирующую массу довольно долго не могли идентифицировать; здесь в качестве линзы выступает группа галактик с красными смещениями от 0,61 до 2,09 (среднее значение $z_g = 1{,}55$ [87, 238]). Кроме того, есть еще одна группа галактик, которая порождает фоновый сдвиг, со средним красным смещением порядка 0,9 [239]. Масса центрального объекта составляет $7{,}5 \cdot 10^8\, M_\odot$ [238]. В этой системе процессы микролинзирования происходят относительно медленно, поэтому их тяжело обнаружить из анализа фотометрических рядов наблюдений. Но при наблюдениях спектров свидетельством этого процесса являются разные отношения потоков в области эмиссионных линий и в континууме. Этот эффект в спектрах H1413 + 117 впервые описан в работах [53, 498].

Если не учитывать микролинзирование, то кривые блеска разных изображений одного и того же квазара в ГЛС, индуцированные его собственными колебаниями яркости, должны быть почти идентичными между собой, с некоторой задержкой во времени. Типичное угловое разделение между изображениями квазаров составляет угловые секунды, хотя известны ГЛС с разбросами более десятка секунд. В последнем случае их непросто отличить от реальных физических пар квазаров с близкими красными смещениями [285, 318, 479]. Типичными особенностями внегалактических ГЛС, с помощью которых можно отличить кратные изображения одного и того же объекта от похожих изображений разных объектов, являются наличие не менее двух

изображений, для которых средние отношения потоков в разных областях спектра практически одинаковы, также одинаковы красные смещения, а изменения яркости этих изображений во времени коррелируют между собой с некоторой задержкой.

6.5.4. Микролинзирование во внегалактических ГЛС

Существенным отличием микролинзирования от макролинзирования является, во-первых, то, что это явление очень динамическое. Благодаря относительному движению источника и линзы характерное время процесса микролинзирования составляет недели или месяцы. Угловое расстояние между микроизображениями объектов — величина порядка угловых микросекунд, т. е. на современном уровне точности позиционных измерений их невозможно разделить в наблюдениях. Массы микролинз обычно принимают из диапазона $(0{,}01—10)M_{\odot}$, хотя рассматривают и меньшие значения (планетарные массы).

В настоящее время основным источником наблюдательных данных о процессах микролинзирования во внегалактических системах является относительный фотометрический мониторинг отдельных изображений. Понятно, что больший объем информации можно получить из спектрального мониторинга изображений ГЛС. Но эта задача требует значительного наблюдательного времени на больших телескопах, что пока что делает ее практически невыполнимой. Хотя даже при однократных спектральных наблюдениях можно зафиксировать микролинзирование квазара, поскольку коэффициенты усиления, например, области широких эмиссионных линий и континуума разные, и такие эффекты действительно наблюдались при сравнении спектров разных изображений. Отметим, что хотя гравитационная линза ахроматична, она по-разному усиливает объекты разных размеров, а область ШЭЛ значительно больше по размеру, чем область, где формируется непрерывный спектр излучения квазара. Известны предсказания насчет относительных деформаций профилей ШЭЛ [301] при микролинзировании.

Приведенные эффекты микролинзирования во внегалактических ГЛС наблюдались большей частью в оптическом диапазоне. В радиодиапазоне размер излучающей области очень велик по сравнению с характерным радиусом Эйнштейна микролинз, поэтому эффекты микролинзирования здесь малозаметны. Для релятивистской теории тяготения важнее наблюдения в рентгенов-

ском диапазоне, поскольку он несет информацию о «центральной машине» активного ядра квазара [90, 91, 113, 146, 415, 465]. В [89] кроме признаков микролинзирования в непрерывной области рентгеновского спектра получены также данные наблюдений вариаций потока в линии железа Fe Kα. Заметим, что характер релятивистской деформации профиля линий железа вселяет определенные надежды относительно перспектив проверки ОТО в сильном гравитационном поле НМЧД. Форма этих линий существенно зависит как от метрики пространства-времени на расстоянии нескольких гравитационных радиусов, так и от скоростей обращения вещества вокруг черной дыры, которые опять же определяются метрикой. Негативным моментом в постановке такой задачи является то, что на форму линий влияет также радиальное распределение излучающего вещества. Здесь могут быть полезными дополнительные данные о распределении яркости, которые можно получить, если источник излучения — квазар — находится в ГЛС, где наблюдаются эффекты микролинзирования с большим усилением. Конечно, такие наблюдения — дело будущего, поскольку требуются продолжительные и достаточно точные наблюдения и рентгеновских источников с линиями железа, которые находятся в ГЛС, насчитывается только единицы.

Эффекты гравитационного микролинзирования наиболее заметны, если источник излучения проходит через каустику микролинзы — яркость его изображений может увеличиваться в полтора-два и более раз. Это явление называют *событием микролинзирования с большим усилением* (СМБУ). Такие события особенно важны. Они дают возможность частично оценить параметры

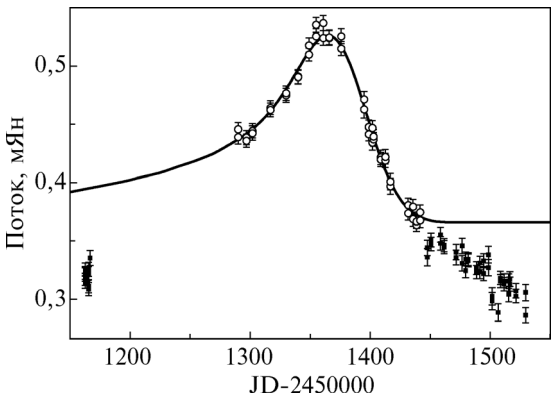


Рис. 6.3. Результаты подгонки кривой блеска в изображении C системы Q2237 + 0305. Точки — наблюдательные данные (с погрешностями). Теоретический результат (сплошная кривая) получен в результате разложения линзового потенциала в окрестности события с большим усилением, т. е. аппроксимация хорошо работает в окрестности максимума кривой [25]

источника за относительно небольшой промежуток времени, тогда как менее интенсивные события с малыми флуктуациями яркости становятся информативными только после накопления статистического материала на протяжении десятилетий. Поэтому большого внимания заслуживают, например, СМБУ, выявленные в ГЛС Q2237 + 0305 наблюдательными группами OGLE и GLITP [20, 455]. К сожалению, основные достижения при использовании СМБУ касаются оценок размеров источника, хотя некоторые авторы утверждали, что в кривых блеска изображений Q2237 + 0305 видны тонкие детали структуры. В связи с этим в работе [25] показано, что с помощью подбора адекватной модели гравитационно-линзового отображения в окрестности СМБУ можно удовлетворительно аппроксимировать кривую блеска, предполагая простейшую гауссовскую модель источника (рис. 6.3). Метод аппроксимации разработан в [25, 488] (подробнее см. в [23, 474, 475]).

6.5.5. Слабое линзирование

В исследованиях строения Вселенной значительное внимание привлекает *слабое гравитационное линзирование* (космический сдвиг, cosmic shear) — деформация изображений далеких галактик под действием крупномасштабных гравитационных полей, создаваемых распределениями массы на переднем плане. Слабое — потому, что приложения этого эффекта прежде всего касаются области, где космический сдвиг относительно невелик. Типичная величина индуцированной эллиптичности изображения при такой деформации составляет не более ~1 %. Во избежание недоразумений, отметим, что термин «слабое линзирование» используют и в более общем контексте, когда расстояние от линзы до луча зрения больше радиуса кольца Эйнштейна. Это направление начало интенсивно развиваться после того, как было показано, что современные наблюдения действительно дают возможность измерять распределение «космического сдвига». Слабому линзированию посвящено множество работ (см. [198, 296, 353], а также описание теории в [48, 380, 381]).

Обратимся к формуле (6.10), из которой видно, что изображение источника (линзируемого объекта) испытывает растяжение вдоль одной из главных осей матрицы **A**. Если источник имеет вид окружности, то после линзирования его изображение превратится в эллипс. Разумеется, таких источников нет, более того, наблюдая предположительно деформированное изображение,

мы не знаем, как выглядит источник в действительности. Однако в силу изотропии Вселенной распределение ориентаций всех галактик в любом направлении должно быть изотропным. Деформация этого распределения даст возможность определить направление главных осей и отношение собственных значений матрицы **A**. Основная сложность при определении космического сдвига состоит в том, что необходимо набрать достаточное число галактик для оценки распределения на луче зрения. Для уверенного результата нужно иметь глубокие обзоры неба, которые включают миллионы галактик на масштабе нескольких градусов.

Исследования с помощью слабого линзирования позволяют проводить «картографию» и «томографию» Вселенной, оценивая профили плотности массы. За двадцать лет, начиная с 1990-х годов, картографировано порядка сотни скоплений галактик. В этом направлении было получено одно из наиболее убедительных доказательств небарионного характера темной материи (см., например, [68, 105]). Так, в работе [105] показано, что распределение гравитационного потенциала в скоплении Пуля не соответствует распределению барионной компоненты массы (подробнее см. п. 7.5). Принципиально слабое линзирование позволяет не только получить распределение масс для относительно близких скоплений, но и отслеживать развитие крупномасштабной структуры во времени, определять комбинации космологических параметров Ω_m и σ_8 (последняя характеризует амплитуду дисперсии массы внутри сферы радиуса $8h^{-1}$ Мпк и нормирует спектр мощности распределения плотности массы) [386].

Следует отметить, что слабое линзирование ощутимо влияет на спектр мощности реликтового микроволнового фона (см. п. 7.2.4, 7.3). Здесь роль слабого линзирования имеет, в определенном смысле, негативный оттенок, поскольку оно дает вклад в так называемую E-моду поляризации реликтового излучения (см. п. 7.2.4) на малых угловых масштабах, меньших примерно 0,1 радиан.

Хотя слабое линзирование не служит непосредственно делу тестирования ОТО, в случае реализации соответствующих наблюдательных программ [198] его роль для непрямых проверок ОТО будет значительной. Зондирование космических структур разных масштабов и на разных красных смещениях позволит сравнить различные модели темной энергии (ТЭ) и ТМ, разные теории гравитации, которые приведут к разным космологическим сценариям.

6.5.6. Микролинзирование в Галактике

Значительное внимание уделяется процессам, когда линзами являются звезды Галактики, а источником излучения — звезды соседних галактик или более удаленные звезды Галактики. Галактическое микролинзирование проще с точки зрения теоретического анализа благодаря низким оптическим плотностям микролинз; здесь практически нет внешнего сдвига и конвергенции, создаваемого распределением материи всей Галактики. Но вероятность микролинзирования с участием звезд Галактики имеет порядок $\sim 10^{-6}$. Для того чтобы набрать достаточное число событий, Пачинский предложил одновременно наблюдать миллионы звезд в Магеллановых облаках. Соответствующая наблюдательная техника была создана в 1990-е годы. Впоследствии проводили подобные наблюдения звезд балджа Галактики и соседней Андромеды.

На сегодняшний день накоплены важные данные наблюдения по программам MACHO (MAssive Compact Halo Object), EROS (Experience de Researche d'Objets Sombres), OGLE (Optical Gravitational Lens Experiment), которые имеют большое значение для определения распределения массы в Галактике, начиная с исследований в этом направлении на рубеже тысячелетий [21, 22, 54, 165, 278] и до относительно недавних работ [459—461].

Один из наиболее важных результатов этих наблюдений касается небарионной природы гало Галактики. В конце минувшего тысячелетия еще циркулировали предположения, что в массу гало нашей Галактики дают весомый вклад массивные компактные объекты из барионной материи. Результаты наблюдений показали, что таких объектов в гало практически нет. Последние работы [459—461] в этом направлении опровергли эту гипотезу практически полностью. Согласно современным представлениям, в гало доминирует небарионная компонента.

В последнее время определенное внимание привлекает астрометрическое гравитационное микролинзирование. Здесь речь идет об одних и тех же объектах и даже об одних и тех же эффектах ОТО, как в обычном микролинзировании, но основной акцент делается не на фотометрии, а на движениях изображений микролинированных объектов. На данный момент наблюдательных результатов в этой области нет; интерес к этой тематике связан с перспективами микросекундной астрометрии. Надеемся, что в будущем космические обсерватории смогут измерять

траектории центроидов яркости микролинированных изображений. Ценность астрометрических данных связана с тем, что они способны компенсировать неопределенности, остающиеся после фотометрических наблюдений.

6.5.7. Микролинзирование и точность позиционных наблюдений

Повышение точности определения координат в астрометрии требует учета все более тонких эффектов ОТО при построении систем отсчета. В перспективе возникает вопрос о движении изображений отдаленных источников излучения под действием гравитационного поля, создаваемого движущимися звездами нашей Галактики [541]. Далее для краткости будем называть этот эффект *гравитационным движением изображений* (ГДИ) — в отличие от собственных движений источников. Статическое отклонение положений отдаленных источников полем Галактики в моделях с непрерывным распределением массы [559, 560] сравнительно велико (10^{-5}—10^{-6} радиан). Однако наблюдаемым с Земли является лишь изменение такого положения во времени. Величина ГДИ, обусловленного полями звезд Галактики, имеет порядок несколько угловых микросекунд в год [374, 473, 481, 528, 541, 588]. Однако есть надежда, что измерения подобных величин будут доступными в будущем. Основаниями для этого служат, в частности, проекты радиоинтерферометра с космической базой.

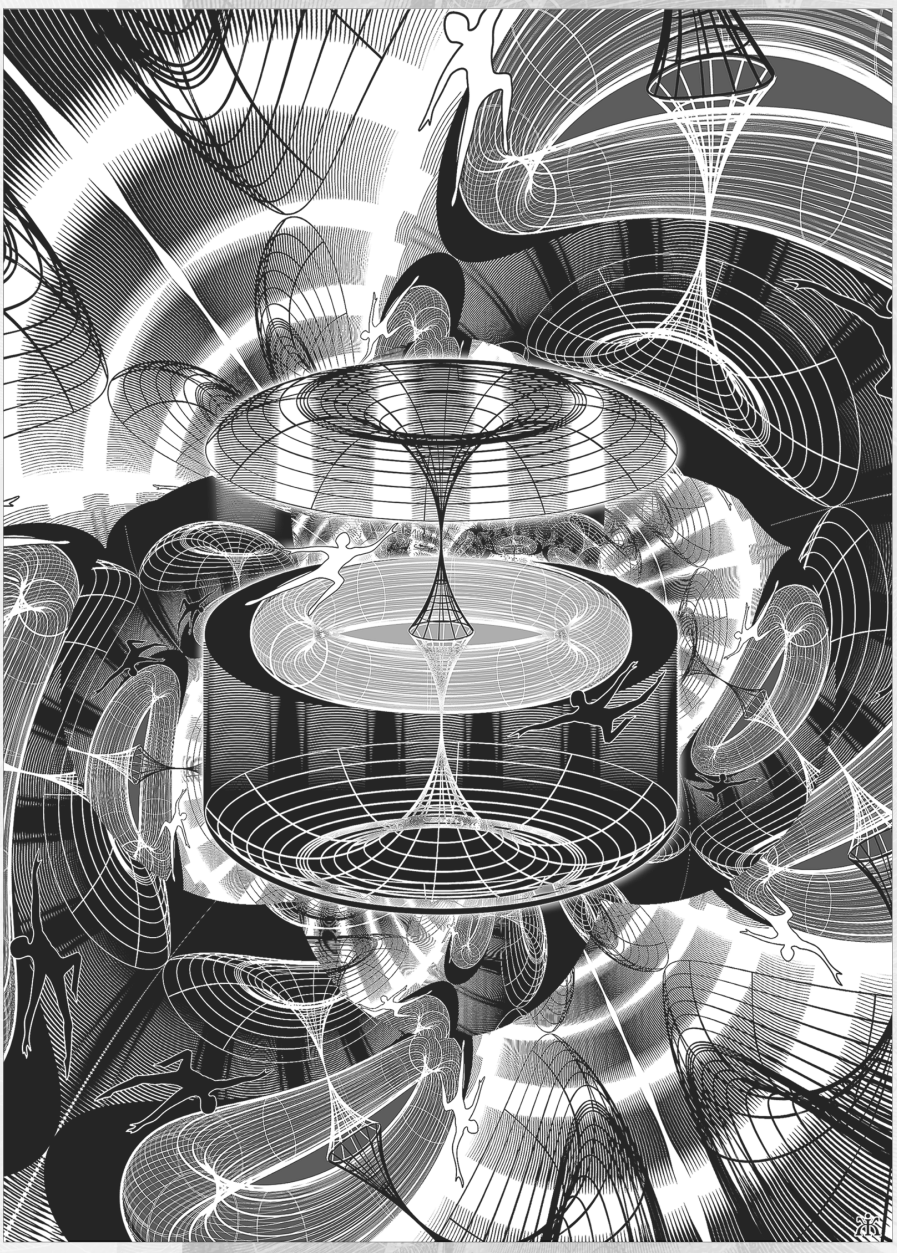
Как отмечается в указанных работах, интерес к этой проблеме обусловлен тем, что при позиционировании квазаров практически невозможно отделить гравитационные вклады при определении положений и собственных движений далеких объектов. В этой связи Сажиным [588] затронут вопрос о фундаментальном пределе точности астрометрических измерений. Поскольку положение всех звезд в Галактике неизвестно, на первый план выходит статистический аспект этой задачи.

В движениях изображений[1] удаленных источников света полем Галактики необходимо учесть характер распределения случайных блужданий. Характерная величина отклонений от среднего определяется, прежде всего, неоднородным распределением

[1] В астрометрии движением называют угловое смещение объекта на небе за единицу времени.

масс в непосредственной близости от луча зрения. В случае, когда ГДИ обусловлено точечными массами, которые движутся преимущественно в одном направлении, имеется значительная асимметрия распределения ГДИ. Хотя среднее значение ГДИ равно нулю (т. е. в среднем изображение остается на одном месте), вероятность того, что в данный момент изображение источника движется в направлении движения звезд, значительно больше, чем для движения в противоположном направлении (однако в последнем случае перемещения будут более быстрыми). Для небольшого числа удаленных источников этот эффект сохранится, хотя при увеличении числа источников до бесконечности, очевидно, получим среднее значение движения, равное нулю. В существующих системах отсчета число внегалактических источников достигает нескольких сотен, это довольно мало для получения нулевого среднего, т. е. здесь эффект может иметь ненулевое значение, хотя и очень малое. Подробнее этот вопрос рассмотрен в [474].

Приведут ли эти эффекты ГДИ к принципиальным ограничениям точности астрометрических наблюдений и определению фундаментальной системы отсчета? Очевидно нет, хотя при достижении достаточной точности позиционных измерений необходимо будет проводить периодическое уточнение каталогов внегалактических источников, которые сейчас считаются неподвижными.



7 ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И КОСМОЛОГИЯ

Темные силы часто
проливают свет на суть дела.
Станислав Ежи Лец

7.1. КОСМОЛОГИЯ, ТЕМНАЯ МАТЕРИЯ И ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ: ВВЕДЕНИЕ

Рассматривая приложения общей теории относительности, нельзя не вспомнить космологию — науку о строении и эволюции Вселенной. Здесь теория работает на наибольших, «глобальных», масштабах. Успехи современной космологии можно рассматривать как косвенную проверку ОТО, хотя есть проблемы (см. п. 2.3 и гл. 3). Уравнения Эйнштейна с ненулевой космологической постоянной успешно применимы в космологии, начиная с малых долей секунды после начала расширения и до нашей эпохи. Однако придумать прямые проверки ОТО на основании лишь космологических данных достаточно сложно, в первую очередь потому, что при сравнении наблюдений с теоретическими расчетами приходится учитывать многие эффекты, не связанные с гравитацией.

Релятивистская космология — очень молодой раздел науки, ей нет и ста лет. Ее появление связано с публикацией в 1917 г. работы Альберта Эйнштейна «Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie», в которой он впервые применил уравнения только что созданной ОТО ко всей Вселенной. Эйнштейн хотел описать статическую, изотропную и однородную Вселенную; однако вскоре было показано, что такая модель приводит к неустойчивостям. В 1922 г. А.А. Фридманом были найдены решения для изотропной, однородной расширяющейся или сжимающейся Вселенной, которые, после откры-

тия Э. Хабблом в 1929 г. разбегания галактик[1], составили основу современных космологических представлений. В теории рассматриваются также анизотропные или неоднородные решения, но все они не дают никаких преимуществ при описании астрономических данных. Через некоторое время оказалось, что многие космологические проблемы можно рассмотреть и без применения ОТО, рассмотрев в ньютоновском приближении эволюцию небольшого участка пространства. Это обстоятельство является следствием принципа эквивалентности, согласно которому в достаточно малой области уравнения ОТО приводят к ньютоновской физике. Нерелятивистская космология довольно проста, уравнения нерелятивистской изотропной и однородной космологии и их решения описаны, например, в работе [574].

В этой главе приведены релятивистские уравнения изотропной и однородной космологической модели и некоторые их решения. Однако сначала рассмотрим, чем заполнена наша Вселенная, поскольку с этим связан вид тензора энергии-импульса в правой части уравнений ОТО. За последние два десятилетия получены неожиданные результаты, которые полностью изменили наше представление об окружающем мире. Оказалось, что привычная нам материя, состоящая из протонов и нейтронов (ее называют барионной материей), из которой состоят звезды, Земля и мы сами, составляет лишь около 5 % полной плотности массы во Вселенной, если усреднить ее на масштабах порядка нескольких сотен мегапарсек. Большая ее часть приходится на две, пока непонятные науке, сущности, называемые *темная материя* и *темная энергия*.

Поэтому вначале кратко проанализируем, что на данный момент известно про ТМ и ТЭ, какие есть аргументы в пользу их существования, и лишь потом рассмотрим уравнения эволюции Вселенной более подробно.

Темная материя — это невидимая небарионная материя, которая взаимодействует с обычной барионной материей преимущественно или исключительно путем гравитационного притяжения. Гипотеза о ее существовании позволила объяснить многие явления, которые наблюдаются астрономами. Перечислим основные свойства ТМ, известные из наблюдений.

---

[1] Строго говоря, с точки зрения ОТО «разбегание» — это координатный эффект. Галактики в среднем покоятся относительно системы покоя Вселенной, а красное смещение, открытое Хабблом, является следствием расширения Вселенной (см. далее п. 7.2.1).

Вселенная содержит значительное количество ТМ, приблизительно 20 % средней плотности Вселенной; ее в пять-шесть раз больше, чем обычной барионной материи.

ТМ имеет массу; она взаимодействует между собой и с обычной материей гравитационно, притягивая ее. Возможно, что существует также слабое взаимодействие между ТМ и обычной материей, но это лишь предположение. Имеются также гипотезы, по которым никакого негравитационного взаимодействия между обычной и темной материей вообще нет. В этом случае темную материю иногда называют зеркальной материей.

В отличие от обычной материи ТМ не взаимодействует с электромагнитным излучением (кроме как посредством гравитации). Это вытекает из изложенного выше, поскольку на ТМ не действуют электромагнитные силы. Именно поэтому мы не можем увидеть ТМ, что и привело к ее названию.

Природа ТМ еще неизвестна. Обработка данных об анизотропии реликтового излучения, распределении различных элементов во Вселенной свидетельствует о ее небарионном характере.

Если описывать ТМ с помощью гидродинамической модели сплошной среды, то ее давление значительно меньше, чем ее плотность, умноженная на квадрат скорости света. Такую ТМ называют холодной темной материей.

В современной физике электромагнитное и слабое взаимодействия объединены в единое электрослабое взаимодействие. Поэтому гипотеза о том, что ТМ взаимодействует путем слабого взаимодействия, но не электромагнитного, несколько противоречит самой идее единого электрослабого взаимодействия. Хотя в обоих случаях взаимодействие может быть таким ничтожно малым, что его нельзя зарегистрировать никакими современными способами.

Термин «темная энергия» появился по аналогии с термином «темная материя». В простейшем случае ТЭ — обычная космологическая постоянная в уравнениях Эйнштейна (2.18). Ее можно перенести в правую сторону уравнения и считать добавкой к тензору энергии-импульса обычной материи, представляя в форме тензора энергии-импульса темной энергии[1]. Рассмотрим этот простейший вариант. Введем плотность массы ТЭ μ, плотность ее энергии $\varepsilon = \mu c^2$ и давление ТЭ $p = -\varepsilon$. Таким образом, если плотность ТЭ положительная, то ее давление отрицательное.

[1] Более подробно введение тензора энергии-импульса ТЭ описано в следующих параграфах.

Особенность именно такого уравнения состояния $p = -\varepsilon$ состоит не только в том, что оно сохраняет свой вид в любой системе отсчета, но и в том, что при расширении такой среды ее плотность энергии сохраняется. Это может казаться странным, потому что, например, идеальный газ всегда охлаждается при расширении. Но в случае темной энергии она при расширении выполняет работу против отрицательного давления, которая компенсирует уменьшение ε из-за увеличения объема. Это легко получить из первого начала термодинамики $dQ = dE + pdV$, где E — энергия в объеме V. Если процесс адиабатический, то $dQ = 0$. Тогда $dE = -pdV$. По определению $E = \varepsilon V$, $dE = \varepsilon dV + Vd\varepsilon$. Отсюда получаем $Vd\varepsilon = -(p + \varepsilon)dV$ и

$$d\varepsilon = -\left(p + \varepsilon\right)\frac{dV}{V},$$

т. е. при $p + \varepsilon = 0$ мы имеем постоянную плотность ТЭ $\varepsilon = \text{const}$. Плотность обычной и темной материи уменьшается при расширении Вселенной. Из этого видно, что в ранней Вселенной плотность материи превалировала, а ТЭ вносила очень малый вклад в скорость расширения и ее изменение. Если обозначить характерный масштаб[1] во Вселенной буквой a, то его изменение во времени описывается уравнением, которое вытекает из уравнений Эйнштейна для однородной изотропной Вселенной ($c = 1$):

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\varepsilon + 3p\right) + \frac{\Lambda}{3}. \qquad (7.1)$$

Это одно из уравнений Фридмана, где введена космологическая постоянная Λ; более полная система космологических уравнений, которая включает также уравнения движения материи, приведена ниже. Здесь точка над буквой обозначает производную по космологическому времени, которое является собственным временем воображаемого наблюдателя, покоящегося относительно системы отсчета, связанной с реликтовым излучением, ε и p — плотность энергии и давление материи.

Для всей материи (помимо ТЭ) плотность энергии и давление являются неотрицательными величинами, поэтому ускорение Вселенной $\ddot{a}$ увеличивается за счет уменьшения члена $\varepsilon + 3p$ в пра-

[1] Более строго величина a будет определена в следующем параграфе.

вой части уравнения (7.1). В то же время космологическая постоянная дает положительный вклад в ускорение. Со временем второй член не изменяется, а первый уменьшается по модулю. Отсюда понятно, что в какой-то момент времени скорость расширения Вселенной проходит через минимум и дальше начинает возрастать.

Измерения так называемых фотометрических расстояний до сверхновых типа Ia доказали [335, 360], что сейчас Вселенная расширяется с ускорением. Поэтому появилось понятие о темной энергии как о причине ускоренного расширения Вселенной. В рамках стандартной космологии такое ускорение возможно только при существовании положительной космологической постоянной. По оценкам она обеспечивает плотность энергии, которая примерно равна $5{,}98 \cdot 10^{-10}$ Дж/м^3. В планковских единицах это составляет приблизительно 10^{-120}. При этом возникает проблема объяснения такой величины, которая на 120 порядков меньше типичной планковской величины, но не равна нулю. Современная наука пока не может дать ответ на этот вопрос. Плотность массы ТЭ μ составляет около 70 % от средней плотности Вселенной.

Однако ТЭ не является синонимом космологической постоянной. Космологи рассматривают и другие модели ТЭ с уравнением состояния, отличным от $p = -\varepsilon$, в которых плотность ТЭ и ее давление изменяются во времени. Более подробно этот вопрос изложен в следующих параграфах.

7.2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КОСМОЛОГИИ

7.2.1. Метрика и наблюдаемые в однородной изотропной космологии

В соответствии с космологическим принципом наша Вселенная в среднем пространственно однородна и изотропна. Учет этого требования значительно упрощает вид метрики. В соответствующей системе координат t, r, θ, φ она имеет вид

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)\left[dr^2 + F^2(r)\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)\right],\ c = 1, \qquad (7.2)$$

где t — космологическое время[1], $a(t)$ — масштабный фактор и ли-

[1] Это собственное время наблюдателя, который покоится относительно реликтового излучения.

бо $F(r) = \sin(r)$ — замкнутая Вселенная, $r \in (0,\pi)$, либо $F(r) = \mathrm{sh}(r)$ — открытая Вселенная, $r \in (0,\infty)$, либо $F(r) = r$ — пространственно-плоская Вселенная (т. е. пространственная часть метрики описывает плоское пространство).

Выражение (7.2) называют метрикой Фридмана—Леметра—Робертсона—Уокера. Отметим, что согласно теории инфляции в ранней Вселенной трехмерное пространство является практически плоским, т. е. плотность массы во Вселенной с большой точностью равна критической; этот вариант согласуется с наблюдательными данными.

Если известна зависимость $a(t)$, то с помощью метрики (7.2) можно рассчитать все наблюдаемые величины, в частности, космологическое красное смещение, а также принимаемый поток излучения от эталонных источников (стандартных свечей) и разные типы расстояний до этих объектов (см., например, [510, 532]). Вывод всех этих величин опирается на уравнения изотропных геодезических, которые в случае радиального движения ($d\theta = d\varphi = 0$) элементарно получают из условия $ds^2 = 0$: $r = \pm\int dt \,/\, a(t)$.

Из уравнений геодезических в ПВ с метрикой (7.2) находят соотношение между собственной частотой ν_p источника излучения и частотой излучения, принимаемого наблюдателем ν_{obs}, в современную эпоху $t = t_0$:

$$\frac{\nu_p}{\nu_{obs}} = \frac{a_0}{a(t)} \overset{df}{=} 1 + z, \qquad a_0 = a(t_0), \tag{7.3}$$

где введено, по определению, космологическое красное смещение источника z.

Элемент пространственного расстояния dl между двумя близкими событиями, происходящими в один и тот же момент космологического времени t, в их собственной системе задается пространственной частью метрики (7.2):

$$dl^2 = a^2(t)\left[dr^2 + F^2(r)\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)\right]. \tag{7.4}$$

Физическую процедуру измерения расстояния от одной пространственной точки до другой (при одинаковых значениях t) можно осуществить, например, «радиолокационным» способом, посылая световые сигналы из одной точки и регистрируя время

приема отраженного сигнала. Подчеркнем, что такая процедура измерения расстояния, как и другие, в искривленном ПВ применима только для малых расстояний, для которых влияние кривизны ПВ на гиперповерхности постоянного времени t = const несущественно. В случае космологически удаленных объектов с помощью разных процедур измерения расстояния, которые применимы в плоском пространстве или для близких событий, получают разные результаты.

Приведем два наиболее часто используемых способа определения расстояния, выражаемого через непосредственно наблюдаемые величины.

Пусть наблюдаемый объект имеет угловой диаметр $d\varphi << 1$ (в радианах), и его собственный диаметр, спроектированный на локальную плоскость, перпендикулярную лучу зрения, есть dl. Пусть, например, определяется расстояние между событиями $(t_1, r, \theta, \varphi)$ и $(t_0, r = 0)$, наблюдатель находится в начале пространственных координат и событие измерения происходит в современную эпоху t_0. Запаздывание t_0 относительно t_1 определяется из уравнения геодезической, описывающей распространение светового сигнала из $(t_1, r, \theta, \varphi)$ в $(t_0, r = 0)$. Тогда для стержня с концами в точках (r, θ, φ) и $(r, \theta, \varphi + d\varphi)$, расположенного перпендикулярно лучу зрения, имеем $dl = a(t_1)F(r)d\varphi$.

Расстоянием по угловому диаметру называют величину D_a, которая входит в соотношение[1]

$$dl = D_a d\varphi. \tag{7.5}$$

Для метрики (7.2) эта величина определена однозначно и задана формулой

$$D_a = a(t_1)F\left(\int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)}\right), \tag{7.6}$$

где t_0 — современная эпоха, t_1— момент времени излучения сигнала.

Фотометрическое расстояние — это такое расстояние, на котором поток энергии от неподвижного объекта в евклидовом пространстве имеет такую же плотность в точке наблюдения, как и от такого же объекта во фридмановской Вселенной. Пусть мощность излучения источника в его собственной системе есть I,

[1] Т. е. в формальное соотношение для плоского пространства.

а Π — модуль плотности потока энергии[1], регистрируемой наблюдателем. Тогда фотометрическое расстояние — это величина D_{ph}, которая входит в соотношение

$$\Pi = I / (4\pi D_{ph}^2). \tag{7.7}$$

Можно показать, что $D_{ph} = (1+z)^2 D_a$, причем вывод использует лишь вид метрики (7.2), не опираясь на конкретную зависимость $a(t)$. Поэтому наблюдательная проверка этого соотношения могла бы служить общим тестом для метрических теорий в однородной изотропной Вселенной. Однако для проверки зависимостей $D_a(z)$ и $D_{ph}(z)$, получаемых в разных космологических теориях, используются разные типы объектов. В случае $D_{ph}(z)$ — это «стандартные источники» — сверхновые типа 1a. В случае $D_a(z)$ — это некоторые характерные размеры, получаемые при исследовании распределения флуктуаций температуры или поляризации реликтового излучения.

Параметр H и масштабный фактор a связаны с красным смещением z и фотометрическим расстоянием D_{ph} таким соотношением [367, 510, 532]:

$$H(z) = \left[\frac{d}{dz} \left(\frac{D_{ph}(z)}{1+z} \right) \right]^{-1}, \tag{7.8}$$

где $z = z(t, t_0)$, t_0 — современная эпоха (время от рождения Вселенной).

7.2.2. Уравнения Фридмана

Отметим, что член с космологической постоянной в (2.18) можно включить в тензор энергии-импульса, трактуя его как специфическую жидкость с уравнением состояния $p = -\varepsilon$. Это легко видеть, если перенести член с Λ в правую часть (2.18) и положить $T_\Lambda^{\alpha\beta} = -p_\Lambda g^{\alpha\beta}$, где $p_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda$. Здесь $\varepsilon_\Lambda = \Lambda c^4 / (8\pi G)$ иногда интерпретируют как плотность энергии физического вакуума. При этом $T_\Lambda^{\alpha\beta}$ формально имеет вид (2.14). В более широком контексте

[1] Т. е. энергия, которая пересекает за единицу времени единичную площадку, перпендикулярную направлению на источник.

соответствующий вклад в тензор энергии-импульса ассоциируют с «темной энергией» — причиной ускоренного расширения Вселенной. Таким образом, если в правой части уравнений Эйнштейна сделать замену:

$$T^{\mu\nu} \Rightarrow T^{\mu\nu}_{eff} \equiv T^{\mu\nu} + T^{\mu\nu}_{\Lambda}, \tag{7.9}$$

то уравнения (2.18) можно записать в виде

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu} = 8\pi G\, T^{\mu\nu}_{eff}. \tag{7.10}$$

Метрика (7.2) определяет все геометрические соотношения на космологических масштабах. Ее подстановка в уравнения Эйнштейна (2.18) приводит к известным уравнениям Фридмана (1922), которые получаются, если правая часть (2.18) является тензором энергии-импульса релятивистской идеальной жидкости (2.14). Последнее не означает, что мы ограничиваемся гидродинамическим описанием материи: легко видеть, что при условии изотропии и однородности любой тензор энергии-импульса $T_{\mu\nu}$ можно формально представить в «гидродинамическом» виде. Действительно, в локальной системе наблюдателя, который покоится относительно реликтового излучения, т. е. в координатах, связанных с системой покоя изотропной Вселенной, в частности, в которых записана метрика (7.2), следует положить $T_{0i} = 0$, $T_{ij} = -pg_{ij}$ $(i, j = 1,2,3)$, иначе в каждой точке будем иметь выделенные пространственные направления. При этом T_{00} и p могут быть функциями времени t. Однако по тем же причинам четырехскорость идеальной жидкости, которая покоится относительно изотропной Вселенной, имеет только временную компоненту: $u^{\mu} \equiv (u^0, 0, 0, 0)$, а в случае метрики (7.2) получаем $u^0 \equiv 1$. Как легко видеть, в этом случае, полагая $\varepsilon = T_{00}$, получаем, что $T_{\mu\nu}$ имеет вид (2.14) тензора энергии-импульса релятивистской идеальной жидкости.

В гидродинамической модели можно ввести несколько жидкостей, которые взаимодействуют лишь гравитационно. Тогда в общем случае

$$T^{\mu\nu}_{eff} = (p + \varepsilon) u^{\mu} u^{\nu} - p g^{\mu\nu}, \tag{7.11}$$

где $\varepsilon = \sum_n \varepsilon_n$ — сумма плотностей энергии всех жидкостей, $p = \sum_n p_n$ — сумма давлений.

Используя уравнения Эйнштейна в форме (7.10) для метрики (7.2) и гидродинамический тензор энергии-импульса (7.11), получают следующую систему уравнений Фридмана:

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\frac{4\pi G}{3} a\,(\varepsilon + 3p)\,, \tag{7.12}$$

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\varepsilon - \frac{k}{a^2}\ , \tag{7.13}$$

где $H = a^{-1}da/dt$ — параметр Хаббла, $k = -1$ в случае открытой Вселенной, $k = 0$ в случае пространственно плоской Вселенной, $k = 1$ в случае замкнутой Вселенной. Обращаем внимание на то, что в отличие от (7.1), где явно присутствует постоянная Λ, в (7.12) эта постоянная неявно присутствует в правой части уравнений посредством p_Λ и ε_Λ.

В современную эпоху $t = t_0$ параметр Хаббла равен $H_0 \equiv H(t_0)$. Эту величину называют *постоянной Хаббла*. Критической плотностью (при $t = t_0$) будем называть такую плотность, которая реализует пространственно плоскую модель ($k = 0$). В силу (7.13) эта плотность имеет вид

$$\varepsilon_{cr} = 3H_0^2 / (8\pi G)\,. \tag{7.14}$$

Из (7.13) при $t = t_0$, обозначая $\Omega_0 = \varepsilon(t_0) / \varepsilon_{cr}$, имеем

$$H_0^2\left(1 - \Omega_0\right) = -k / a_0^2\,. \tag{7.15}$$

Как видим, знак величины $1 - \Omega_0$ однозначно определяет знак кривизны трехмерного пространства согласно пространственной части метрики (7.2).

В уравнениях (7.12), (7.13), фигурируют суммы всех плотностей энергии и давлений, но уравнения гидродинамики вытекают из ковариантных законов сохранения (2.13) отдельно для каждой компоненты жидкости, которые не взаимодействуют между собой:

$$\frac{d\varepsilon_n}{dt} + 3\left(\varepsilon_n + p_n\right)\frac{d}{dt}\ln a = 0\,. \tag{7.16}$$

Очевидно, отсюда следует уравнение для суммарной плотности энергии:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + 3(\varepsilon + p)\frac{d}{dt}\ln a = 0\,, \qquad (7.17)$$

которое можно получить и как следствие уравнений (7.12), (7.13).

Как отмечено выше, член с космологической постоянной (темную энергию) можно интерпретировать как жидкость со специальным уравнением состояния. Для описания ТМ и барионной материи на масштабах однородности Вселенной (> 500 Мпк) можно использовать уравнение состояния «холодной» материи $p = 0$; суммарный тензор энергии-импульса $T_m^{\mu\nu} = \varepsilon_m u^\mu u^\nu$. Следует предостеречь, что гидродинамический подход здесь можно использовать формально, когда не играет роль предположение о локальном термодинамическом равновесии. Для более тонких вопросов, например, связанных с ростом возмущений в темной материи, особенно на небольших масштабах, и с возникновением структуры Вселенной более адекватен кинетический подход. В горячую эру для описания высокотемпературной плазмы, в которой вещество находилось в термодинамическом равновесии с излучением, можно использовать уравнение состояния ультрарелятивистского газа $p = \varepsilon / 3$.

Итак, рассмотрим гидродинамическую ΛCDM-модель, в которой Вселенная заполнена разными невзаимодействующими жидкостями с уравнениями состояния $p_n = w_n \varepsilon_n$. Тогда, интегрируя (7.16), получаем

$$\varepsilon_n \sim a^{-3(1+w_n)} \quad \text{или} \quad \varepsilon_n(t) = \varepsilon_n(t_1)\left[a(t_1)/a(t)\right]^{3(1+w_n)} \qquad (7.18)$$

для произвольно выбранного момента t_1.

Введем Ω-параметр для каждой компоненты отдельно: $\Omega_n = \varepsilon_n(t_0)/\varepsilon_{cr}$, очевидно, $\Omega_0 = \sum_n \Omega_n$. Тогда, используя (7.18) и (7.3), имеем $8\pi\varepsilon/3 = H_0^2\left[\sum_n \Omega_n (1+z)^{3(1+w_n)}\right]$. С учетом этого, (7.13) можно записать в виде

$$H^2 = H_0^2\left[\sum_n \Omega_n (1+z)^{3(1+w_n)} + \Omega_k (1+z)^2\right]\,, \qquad (7.19)$$

где обозначено $\Omega_k = -k\, a_0^{-2} H_0^{-2}$, или в виде обыкновенного дифференциального уравнения относительно $\alpha = a/a_0 = 1/(1+z)$:

$$\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 = H_0^2\left[\sum_n \Omega_n \alpha^{-1-3w_n} + \Omega_k\right] . \qquad (7.20)$$

Это уравнение напоминает закон сохранения энергии при движении частицы с кинетической энергией $(d\alpha / dt)^2 / 2$ с потенциалом $-(1/2)H_0^2 \sum_n \Omega_n \alpha^{-1-3w_n}$.

Если $1 + 3w_n > 0$, то для хотя бы одной из компонент космологической жидкости при $t \to 0$ имеем $\alpha \to 0$, и в таком пределе вклад кривизны, описываемый членом с Ω_k, несущественен. В этом случае при $t \to 0$ эволюция происходит так же, как в пространственно-плоской Вселенной. Это имеет место при наличии горячей или холодной материи, тогда для времен порядка планковских с учетом известных значений космологических параметров величина $1 - \Omega(t) = -k\,H^{-2}(t)a^{-2}(t)$ оказывается ничтожно малой. С этим связана так называемая проблема плоскостности: при рождении Вселенной ее «кинетическая энергия», описываемая членом $(da / dt)^2$, с огромной точностью компенсируется «потенциальной энергией» (члены $H_0^2 \sum_n \Omega_n \alpha^{-1-3w_n}$ в правой части (7.20)).

7.2.3. Отклонения от изотропии и однородности

Хотя на больших масштабах Вселенную можно считать пространственно однородной и изотропной, для решения задач гравитационной неустойчивости и образования структуры (т. е. возникновения крупномасштабной неоднородности, из которой возникают галактики и их скопления) необходимо модифицировать метрику (7.2). Впервые в ОТО такая задача была рассмотрена Е.М. Лифшицем (1946). Им, в частности, было отмечено, что величина флуктуаций плотности, оцениваемых по канонам статистической физики, недостаточна для возникновения наблюдаемой структуры Вселенной. Современный подход к данной задаче связан с инфляционным периодом расширения, который имел продолжительность порядка 10^{-31} с, причем возникновение структуры обусловлено квантовыми флуктуациями материи с их последующим нарастанием. Не углубляясь в эту тематику, сформулируем основные соотношения, на основе которых строится анализ малых отклонений однородности и, в частности, проводится интерпрета-

ция наблюдаемой анизотропии реликтового излучения. Следует подчеркнуть, что на небольших (в космологическом смысле) масштабах распределение материи уже нельзя считать однородным. Однако условие однородности и изотропии сохраняется в статистическом смысле, т. е. «в среднем» Вселенная выглядит везде и во всех направлениях достаточно одинаково. Для этого в теории вводят различные статистические характеристики, известные из теории случайных полей, например, корреляционные функции и спектры мощности распределений плотности вещества.

Далее используем некоторые упрощения с учетом известных наблюдений, которые показывают, что наша Вселенная достаточно точно описывается пространственно-плоской моделью. Причем, если в современную эпоху наблюдательные данные ограничивают $1-\Omega(t_0)$ величиной порядка процента, то для более ранних времен во Вселенной, заполненной холодной материей ($p=0$), эта величина имеет порядок $1-\Omega \approx (1+z)^{-1}(1-\Omega_0)$. В момент рекомбинации водорода ($z \sim 1000$), после которого реликтовое излучение распространяется независимо от вещества, получаем, по порядку величины, примерно $|1-\Omega(t)| < 10^{-5}$. Этот факт объясняется в теории ранней инфляции, согласно которой соотношение $\Omega_0 = 1$ должно выполняться с огромной точностью. Отметим, что вклад ТЭ, определяемый космологической постоянной, который доминирует в современную эпоху, в прошлом малосуществен, так как плотность ТЭ $\varepsilon_\Lambda = \text{const}$, а плотность холодной материи $\varepsilon_{cold}(t) = \varepsilon_{cold}(t_0)(1+z)^3$.

Метрику (7.2) в случае пространственно-плоской Вселенной можно записать в так называемом конформно-плоском виде:

$$ds^2 = a^2(\tau)\left(d\tau^2 - d\mathbf{x}^2\right),\ (c=1), \qquad (7.21)$$

где τ — «конформное» время, связанное с космологическим временем t с помощью соотношения $a(\tau)d\tau = dt$, $d\mathbf{x}^2$ — обычный элемент расстояния в плоском трехмерном пространстве $d\mathbf{x}^2 = dr^2 + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)$.

Возмущения метрики (7.21) можно представлять по-разному в разных системах координат (в разных калибровках), которые мало различаются между собой. Можно показать, что в подхо-

дящей координатной системе возмущенную метрику можно привести к виду ($i, j = 1,2,3$)

$$ds^2 = a^2(\tau)\left[(1+2\Phi)d\tau^2 - (1-2\Psi)d\mathbf{x}^2 - h_{ij}dx^i dx^j\right], \qquad (7.22)$$

где $\Phi = \Phi(\tau, \mathbf{x}), \Psi = \Psi(\tau, \mathbf{x})$ — скалярные функции (потенциалы Бардина), $h_{ij} = h_{ij}(\tau, \mathbf{x})$ — поперечное бесследовое тензорное поле, которое ассоциируют с космологическими гравитационными волнами. Метрика может содержать возмущения векторного типа, однако они несущественны в ныне известных моделях. Подстановкой выражения (7.22) в уравнения Эйнштейна можно определить эволюцию скалярных и тензорных возмущений.

Величины, характеризующие отклонения метрики от (7.21), принято анализировать в терминах однородных случайных полей. Рассмотрим это на примере скалярного потенциала Φ. Условие статистической однородности, по определению, имеет вид

$$< \Phi(\mathbf{x})\Phi(\mathbf{x}') >= F_\Phi(\mathbf{x} - \mathbf{x}') . \qquad (7.23)$$

Здесь скобки $< ... >$ означают статистическое усреднение.

После преобразования Фурье по пространственным переменным

$$\Phi(\mathbf{x}) = \int d^3\mathbf{k}\, e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}\tilde{\Phi}(\mathbf{k}) , \;\; \tilde{\Phi}(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3\mathbf{x}\, e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}}\Phi(\mathbf{x}) ,$$

которое следует понимать применительно к теории случайных полей, из стандартных преобразований с учетом статистической изотропии и однородности вытекает

$$< \tilde{\Phi}(\mathbf{k})\tilde{\Phi}^*(\mathbf{k}') >= \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')P_\Phi(\mathbf{k}) , \qquad (7.24)$$

где

$$P_\Phi(\mathbf{k}) \equiv P_\Phi(k) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3\mathbf{x}\, e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}}F_\Phi(\mathbf{x}) \qquad (7.25)$$

— спектр мощности[1] (энергетический спектр) случайного процесса. Аналогично строят энергетические спектры всех случайно-однородных величин. В силу изотропии $F_\Phi(\mathbf{x}) \equiv F_\Phi(x)$ и

$$P_\Phi(\mathbf{k}) \equiv P_\Phi(k) = \frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty \frac{\sin(kx)}{kx}F_\Phi(x)x^2 dx ,$$

[1] В литературе используют разные определения, в результате чего спектральные мощности могут различаться коэффициентами.

$$F_\Phi(\mathbf{x}) \equiv F_\Phi(x) = 4\pi\int_0^\infty \frac{\sin(kx)}{kx} P_\Phi(k) k^2 dk \ .$$

В результате среднеквадратичная флуктуация поля Φ равна

$$< \Phi^2(\mathbf{x}) >= F_\Phi(0) = \int d^3\mathbf{k}\, P_\Phi(k) = \int \Delta^2_\Phi(k) d(\ln k) \ ,$$

где $\Delta^2_\Phi(k) = 4\pi k^3 P_\Phi(k)$.

В теории случайных полей используют степенные спектры, близкие к масштабно-инвариантному, для которого по определению $\Delta^2_\Phi(k) = \text{const}$. Характеристиками степенного спектра $\Delta^2_\Phi(k) = A_\Phi \left(k / k_*\right)^{n_s - 1}$ являются спектральный индекс n_s и амплитуда A_Φ, а характерное значение k_* выбирают из соображений удобства при расчетах. Параметр n_s в теоретических расчетах и при интерпретации наблюдений близок к единице (хотя и не равен ей); его считают постоянной величиной либо, в так называемых теориях с бегущим индексом, рассматривают зависимость $n_s(k)$, вводя, например, параметр разложения $\alpha = dn_s / d\ln(k)$.

7.2.4. Характеристики анизотропии реликтового излучения

Обозначим

$$\Theta = \frac{T - < T >}{< T >} , \qquad (7.26)$$

где $T = T(\mathbf{n})$ — температура реликтового излучения, которое распространяется с направления, задаваемого единичным вектором $\mathbf{n}$. На практике усреднение $< ... >$ проводят суммированием данных, полученных в разных участках неба.

Величина Θ не зависит от z, поскольку числитель и знаменатель (7.26) одинаково убывают со временем. Для ряда оценок целесообразно приближенно принять, например, что рекомбинация водорода (при $z \sim 1000$) происходит мгновенно в момент достижения необходимой температуры, после чего реликтовое излучение распространяется в нейтральном водороде практически без рассеяния. В этом случае наблюдаемое реликтовое излучение несет информацию от поверхности последнего рассеяния.

Разложим $\Theta(\mathbf{n})$ по сферическим функциям[1], заданным на единичной сфере:

$$\Theta(\mathbf{n}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} \theta_{lm} Y_{lm}(\mathbf{n}),\ \mathbf{n} = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)\,. \qquad (7.27)$$

Для статистически изотропного распределения получают

$$< \theta_{lm}\theta_{l'm'} >= \delta_{ll'}\delta_{mm'}\hat{C}_l\,, \qquad (7.28)$$

где коэффициенты $\hat{C}_l = \dfrac{1}{2l+1}\sum_{m=-l}^{l} < \theta_{lm}\theta_{l'm} >$, которые не зависят от m, определяют из наблюдаемой карты распределения температуры. Среднее $< \Theta(\mathbf{n})\Theta(\mathbf{n}') >$ зависит только от угла между единичными векторами $\mathbf{n}, \mathbf{n}'$, т. е. от скалярного произведения $\mathbf{n}\cdot\mathbf{n}'$:

$$< \Theta(\mathbf{n})\Theta(\mathbf{n}') >= \sum_{l=0}^{\infty} C_l\ P_l(\mathbf{n}\cdot\mathbf{n}')\,, \qquad (7.29)$$

откуда, учитывая (7.28), (7.29) и теорему сложения для сферических функций, получаем $C_l = \dfrac{2l+1}{4\pi}\hat{C}_l$.

Именно $\hat{C}_l$ или C_l показывают на графиках так называемого углового спектра анизотропии реликтового излучения, которые формально можно описать непрерывной кривой с многими максимумами. Эту кривую используют для подгонки в рамках различных теоретических моделей. В качестве первого приближения по положению первого пика определяют полную плотность энергии, которая (в рамках существующей точности) равна критической.

Помимо температуры важной характеристикой реликтового излучения является поляризация, измерять которую начали не так давно. Причиной возникновения поляризации является рассеяние фотонов на электронах с учетом малой неоднородности плотности среды. Измеряемой характеристикой является тензор поляризации:

$$P_{ab} = \frac{< E_a E_b^* >}{< \mathbf{E}\mathbf{E}^* >}, \qquad a, b = 1, 2\,,$$

[1] Здесь используются сферические функции, удовлетворяющие соотношениям ортонормированности $\int_{S_1} |Y_{lm}(\mathbf{n})|^2\, d^2\mathbf{n} = 1$.

где компоненты вектора напряженности электрического поля $\mathbf{E} = (E_1, E_2, 0)$, зависящие от направления $\mathbf{n}$, с которого происходит реликтовое излучение, записаны в декартовой системе координат с ортами $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ и $\mathbf{e}_3 = \mathbf{n}$.

Метрика на единичной сфере в сферических координатах θ, φ, которые обычным образом связаны с декартовыми координатами, задана выражением для элемента расстояния $dO^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$. Таким образом, единичная сфера является двумерным римановым многообразием, на котором вводится ковариантное дифференцирование. Очевидно, $P_{ab}g^{ab} = 1$. Безшпуровая часть тензора поляризации имеет вид

$$\hat{P}_{ab} = P_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab}.$$

С помощью этого тензора вводят два поля: скалярное (E-мода) и псевдоскалярное (B-мода):

$$E(\mathbf{n}) = \nabla^a \nabla^b \hat{P}_{ab}, \quad B(\mathbf{n}) = \nabla^a \nabla^c \hat{P}_a{}^b \varepsilon_{cb},$$

где $\varepsilon_{ab} = 0, a = b; \quad \varepsilon_{12} = -\varepsilon_{21} = \sqrt{g}$.

E-мода генерируется и скалярными, и тензорными возмущениями метрики, в то время как B-мода — лишь тензорными возмущениями, хотя на малых масштабах (достаточно большие значения индекса l) B-мода генерируется в результате нелинейного взаимодействия из E-моды путем гравитационного линзирования на скоплениях галактик. Как и флуктуации температуры, функции $E(\mathbf{n})$ и $B(\mathbf{n})$ также можно разложить по сферическим функциям и с помощью коэффициентов разложения сформировать спектры мощности. Важно отметить, что во всех известных моделях есть область не очень больших $l < 50$, где $B(\mathbf{n})$ может появиться только при наличии гравитационных волн h_{ij}. Вследствие этого B-моду целесообразно использовать как эффективное средство тестирования теорий, которые предсказывают появление этих волн в результате инфляции.

Коэффициенты C_l и аналогичные коэффициенты разложения функций $E(\mathbf{n})$ и $B(\mathbf{n})$ на сфере можно выразить через спектральные мощности типа (7.24) и, таким образом, определить параметры n_s, α посредством данных наблюдений анизотропии реликтового излучения.

7.3. НАБЛЮДЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ

Космологические уравнения Фридмана (7.12), (7.13) являются прямым следствием уравнений Эйнштейна для изотропной и однородной Вселенной. Лишь с учетом кривизны четырехмерного пространства-времени на космологических масштабах можно правильно рассчитать связь таких величин, как красное смещение и поток излучения, регистрируемых при наблюдениях далеких объектов, а также угловые распределения флуктуаций температуры реликтового излучения, которые характеризуют отклонения потоков излучения от изотропного фона 2,7 К по небесной сфере. Именно на основе измерения этих величин в конце XX столетия были получены наблюдательные данные, коренным образом изменившие наши представления о составе Вселенной и характере ее расширения [335, 405, 412].

Первым важным шагом в этом направлении была оценка космологической постоянной из наблюдений вспышек сверхновых типа Ia и связанный с нею вывод о доминирующей роли космологической постоянной на современном этапе космологического расширения. В настоящее время расширение Вселенной ускоряется, а не замедляется, как считалось ранее. Модель Вселенной без космологической постоянной оказалась неверной. Эти выводы были подтверждены и уточнены наблюдениями мелкомасштабной анизотропии реликтового излучения, с помощью углового энергетического спектра которого можно не только подтвердить, что наша Вселенная пространственно-плоская и в среднем однородна и изотропна, но и выяснить состав материи, которая дает вклад в среднюю плотность массы Вселенной.

В стандартной модели, которая сейчас является базовой в космологии, доминируют обычная (барионная) материя, небарионная темная материя и космологическая постоянная Λ, или темная энергия, которую можно описать и более сложной конструкцией. Геометрические свойства Вселенной характеризуются постоянной Хаббла H_0 и Ω-параметрами, которые равны отношению плотности определенного типа материи к критической. Далее $\Omega_m = \Omega_c + \Omega_b$, Ω_c характеризует холодную темную материю (небарионную), Ω_b — барионную материю, Ω_Λ — вклад космологической постоянной (иногда называют вкладом энергии вакуума). Сумма этих параметров всех видов материи Ω_t опреде-

ляет знак пространственной кривизны Вселенной. В так называемых инфляционных моделях Вселенной, которые в настоящее время согласуются со всеми наблюдениями, суммарная космологическая плотность должна совпадать с критической, соответственно, Ω_t будет равна единице.

Проанализируем подробнее наблюдения, которые используют для получения космологических параметров. Это, в частности, наблюдения вспышек сверхновых типа Ia, которые происходят в двойных системах с перетеканием вещества от звезды-компаньона на другую звезду, являющуюся белым карликом. В этих системах белый карлик увеличивает свою массу в результате аккреции вещества от соседа до тех пор, когда она превысит чандрасекаровский предел устойчивости в 1,4 массы Солнца. После этого звезда коллапсирует с последующей вспышкой сверхновой. За несколько секунд высвобождается энергия порядка 10^{44} Дж. Вследствие примерно одинаковых начальных условий коллапса светимость сверхновых такого типа достаточно одинакова и их можно рассматривать как «стандартные свечи». Кроме того, по наблюдениям близких сверхновых удалось установить поправки, связанные с кривой блеска конкретной сверхновой, введение которых позволило уточнить светимость во время вспышки на уровне нескольких процентов.

При вспышке сверхновой типа Ia по спектру определяется ее z-фактор, а по потоку излучения — фотометрическое расстояние до сверхновой (7.7). По этим данным можно узнать, как именно изменяются во времени масштабный фактор и постоянная Хаббла. Именно отсюда впервые был сделан вывод о том, что наша Вселенная в настоящий момент расширяется ускоренно и постоянная Хаббла возрастает со временем. Для объяснения этого необходима либо космологическая постоянная, либо присутствие ТЭ более общего вида. Естественно, что увеличение количества данных о вспышках сверхновых приводит к уточнению космологических параметров.

Второй источник данных для получения космологических параметров — это наблюдения мелкомасштабной анизотропии реликтового излучения. Их проводят с космических аппаратов (COBE, WMAP, «Planck»), с летательных аппаратов и с Земли, в частности, в Антарктиде. По данным о распределении температуры получен угловой спектр анизотропии реликтового излучения, описанный в п. 7.2.4, на основании которого получены многие выводы, включая оценку космологических параметров.

В 2014 г. с помощью наземных наблюдений программы BICEP2 были получены данные о существовании статистически значимых значений B-моды (см. п. 7.2.4) поляризации реликтового излучения [16] на угловых масштабах, соответствующих номерам мультиполей $30 < l < 150$. По мнению авторов [16] — участников программы, этот эффект может быть вызван влиянием тензорных возмущений метрики пространства-времени (h_{ij} в (7.22)), поскольку при отсутствии систематических помех остальные объяснения не могут обеспечить наблюдаемой величины эффекта. Полученная оценка отношения величин тензорных и скалярных возмущений $r = 0,20^{+0,07}_{-0,05}$ согласовывалась с рядом теоретических расчетов. Однако сейчас считают, что для более надежного подтверждения этой интерпретации следует проверить влияние пыли, для чего необходимо дождаться обработки результатов миссии «Planck». Поэтому пока не будем рассматривать следствия из полученного отношения величин тензорных и скалярных возмущений [1].

Для оценки космологических параметров используют также данные о кластеризации галактик, связанные с барионными акустическими колебаниями (baryonic acoustic oscillations, BAO). Менее надежные данные получены по наблюдениям гравитационного линзирования. При теоретическом анализе часто используют совместные ограничения, полученные из данных наблюдений разных эффектов. Дополнительно используют данные о химическом составе Вселенной, например, о доле первичного гелия или дейтерия. Из оценок нуклеосинтеза и данных о распространенности элементов во Вселенной известно, что вклад обычной, барионной, материи в космологическую плотность не превышает 5 %.

Наиболее точные на сегодня определения $H_0, \Omega_m, \Omega_\Lambda$ учитывают данные наблюдений вспышек сверхновых 1a, измерений анизотропии реликтового излучения, а также данные о барионных акустических осцилляциях в крупномасштабном распределении галактик. Приведем результаты такого определения в рамках ΛCDM-модели согласно работам, которые базируются на результатах наблюдений миссией WMAP на протяжении семи [242] и девяти лет [193]. На наш взгляд, результаты этих работ

[1] Последние результаты трех групп, которые обрабатывали данные космической миссии «Planck», а также антарктических станций BICEP2 и «Keck Array», показали, что в полученной оценке параметра r доминирует вклад межзвездной пыли. Статистически значимый вклад тензорной моды все же отсутствует и говорить о последствиях для теории пока рано.

наиболее полно учитывают существующие космологические наблюдения в рамках определенной методики обработки экспериментальных данных. Если, например, учитывать только результаты наблюдений анизотропии реликтового излучения, то результаты обработки, очевидно, будут несколько отличаться [193], но они согласуются с параметрами в табл. 7.1 в рамках заявленной точности.

В апреле 2013 г. опубликованы первые результаты обработки данных космической миссии «Planck» [15]. Они большей частью совпадают с результатами предшествующих исследований, в частности с данными обработки данных WMAP. Наибольшие различия связаны с измерением величины постоянной Хаббла, которая по данным «Planck» равна $H_0 = 67{,}4 \pm 1{,}4$ км/с/Мпк. С учетом данных слабого гравитационного линзирования получается совместная оценка $H_0 = 67{,}9 \pm 1{,}5$ км/с/Мпк. Это несколько меньше, чем независимые измерения постоянной Хаббла несколькими группами наблюдателей [193]. Эта величина используется при оценке плотностей темной и барионной материи. По данным космической миссии «Planck» $\Omega_b h^2 = 0{,}02207 \pm 0{,}00033$, $\Omega_c h^2 = 0{,}1196 \pm 0{,}0031$, поэтому оценка $\Omega_m = 0{,}314 \pm 0{,}020$ оказалась большей, чем предыдущая оценка WMAP. Но с учетом точности различия не существенны.

Дальнейшее накопление наблюдательных данных приведет к повышению точности определения космологических параметров, как приведенных здесь, так и других, которые мы опустили. Это, в свою очередь, будет стимулировать поиск ответов на вопрос: какова природа ТЭ и ТМ? Какова физика инфляционного периода расширения Вселенной? Существуют ли релятивистские составляющие ТМ в момент рекомбинации, кроме фотонов и нейтрино, чему равна масса разных типов нейтрино и т. п.

Таблица 7.1. **Значение космологических параметров по данным WMAP***

H_0, км · с$^{-1}$ · Мпс$^{-1}$	Ω_b	Ω_c	Ω_Λ	t_0, 10^9 лет
70,2 ± 1,4	0,0458 ± 0,0016	0,229 ± 0,015	0,725 ± 0,016	13,76 ± 0,11
69,33 ± 0,88	0,0472 ± 0,0010	$0{,}2408^{+0{,}0093}_{-0{,}0092}$	0,712 ± 0,010	13,750 ± 0,085

* Верхняя строка — результаты обработки семилетних наблюдений WMAP [242], нижняя — девятилетних [193] с учетом данных о барионных акустических осцилляциях и о независимых измерениях постоянной Хаббла. Погрешности приведены с доверительной вероятностью 68 %; t_0 — возраст Вселенной; остальные параметры определены в тексте.

7.4. ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ

7.4.1. Темная энергия и Поливерсум

Как отмечено выше, в конце прошлого столетия было определено значение космологической постоянной Λ. Впоследствии это значение уточнялось, оно будет уточняться и далее, однако не возникает сомнений в том, что $\Lambda \neq 0$. Эта величина ничтожно малая, если записать ее в «планковских» или, как еще говорят, естественных единицах. В этой связи возникает вопрос, который можно считать философским, но имеющим и физическую подоплеку: почему существует ненулевая космологическая постоянная и почему она столь мала? Один из возможных ответов дает нам теория Поливерсума вместе с так называемым антропным принципом. Идея Поливерсума (Multiverse, Omniverse) основана на некоторых выводах теории инфляции, которая возникла в начале 80-х годов прошлого столетия. В самом начале развития Вселенной, приблизительно через 10^{-35} секунды после Большого Взрыва, началось очень быстрое ее экспоненциальное расширение. Эта стадия получила название космической инфляции или инфляционной стадии. Продолжительность стадии 10^{-32} с. За это время размеры Вселенной увеличились приблизительно на 26 порядков. К моменту начала инфляции та часть Вселенной, которую сейчас можно наблюдать, имела размер меньше ядра атома. После окончания инфляционной стадии Вселенная за 13,8 миллиардов лет расширилась приблизительно во столько же раз, что и за период инфляции.

Инфляция могла быть следствием квантового туннельного перехода Вселенной из состояния ложного вакуума в «правильный», затухания массивного скалярного поля, которое родилось вместе со Вселенной, компактификации дополнительных пространственных измерений пространства-времени и т. п. Установить это очень сложно, если вообще возможно, так как инфляция хорошо «затирает следы» — картина, которая наблюдается после инфляционной стадии, практически одинаковая, независимо от ее причины. После окончания инфляционной стадии космологическая постоянная уменьшилась на десятки порядков до наблюдаемого значения.

По одной из гипотез Вселенная после Большого Взрыва могла иметь больше пространственных измерений. Впоследствии три измерения остались, а другие, дополнительные, уменьши-

лись до планковских размеров. Этот процесс называют компактификацией дополнительных измерений.

Другая гипотеза связана с тем, что в физике хорошо известны не очень точные, приблизительные симметрии. Например, массы протона и нейтрона близки друг к другу, но различаются; однако с точки зрения сильных взаимодействий эти две частицы представляют два совершенно одинаковых состояния, а отличаются они лишь после включения электрослабого взаимодействия. Подобные рассуждения используются и для более широкого класса элементарных частиц и их взаимодействий. Существует гипотеза о том, что в очень ранней Вселенной эти симметрии были точными, но потом произошло спонтанное их нарушение. Исходная Вселенная с идеальной симметрией оказалась энергетически менее выгодной, чем обычная Вселенная с нарушенной симметрией, что и обусловило неустойчивость этой «идеальной Вселенной» и переход к современному несимметричному виду при понижении температуры. Этот переход связан с существованием частиц, известных как бозоны Хиггса, или некоторых аналогичных частиц или полей. Переход мог закончиться появлением поля Хиггса с разными параметрами, т. е. Вселенная могла перейти в разные конечные состояния. Выбор между конечными состояниями произошел случайно. Так, длинный шест, поставленный вертикально, обязательно упадет из-за неустойчивости его равновесия, но в какую именно сторону он упадет, зависит от случая. Существует возможность того, что в разных частях Вселенной спонтанное нарушение симметрии произошло поразному и сейчас в этих частях можно наблюдать разную физику и даже различное количество пространственных измерений.

Такая Вселенная, которую в этом варианте можно назвать не Универсумом, а Поливерсумом (этот термин использовал, в частности, С. Лем), похожа на обычный ферромагнетик или сегнетоэлектрик. Она состоит из большого, а может, и очень большого количества доменов, в которых поле, испытавшее спонтанное нарушение симметрии, одинаково. В ферромагнетиках это поле Кюри—Вайса, а во Вселенной — разнообразные поля Хиггса. Внутри одного домена наблюдаются одинаковые законы физики, одинаковые взаимодействия, но в разных доменах они различаются. Домены отделены друг от друга доменными стенками, которые имеют дополнительную плотность энергии. Ближайшая к нам доменная стенка находится далеко за границей той части Вселенной, которая доступна для наблюдений, т. е. за

так называемым космологическим горизонтом. Жители одного домена никогда не получат информацию о других доменах. Поэтому существование Поливерсума нельзя доказать или опровергнуть.

Однако возможность существования Поливерсума важна не только с научной, но и с философской точки зрения, как решение проблем, связанных с антропным принципом. Известно, что если немного изменить значения некоторых физических констант, то существование жизни в привычном нам виде будет невозможно. Таким образом, существующие законы природы способствуют существованию жизни, в том числе разумной. Некоторые религиозные деятели или философы считают, что это является доказательством существования Бога, который создал мир именно так, чтобы в нем возникли разумные существа. Ответ на такие предположения дает антропный принцип. В простейшей форме он сводится к мысли о том, что для того, чтобы обсуждать условия для существования разумной жизни, нужны не только эти условия, но и те, кто это обсуждает, т. е. разумные существа. Вселенная, в которой невозможна разумная жизнь, принципиально ненаблюдаема, так как некому наблюдать. Учитывая идеи Поливерсума и антропный принцип, приходим к выводу, что среди многих отдельных доменов — Универсумов найдутся такие, где возможно существование жизни именно в такой форме, как, например, на Земле. И именно такие домены есть кому наблюдать. При этом Поливерсум обеспечивает существование огромного числа вариантов для выбора, а антропный принцип — ненаблюдаемость неподходящих для жизни вариантов.

Вернемся к проблеме величины существующей космологической постоянной. Если бы постоянная была значительно больше, чем есть на самом деле, то Вселенная (Универсум) расширялась бы значительно быстрее (напомним, что продолжительность инфляционной стадии 10^{-32} с) и просто не хватило бы времени для того, чтобы, например, в результате гравитационной неустойчивости успели образоваться галактики, звезды, планеты и появилась разумная жизнь. Если после спонтанного нарушения симметрии в разных доменах — Универсумах возникнут разные космологические постоянные, то антропный принцип отберет только такие домены, в которых космологическая постоянная значительно меньше планковской величины, т. е. антропный принцип может быть ответом на проблему подгонки или тонкой настройки (fine tuning) параметров Вселенной, в частности, плотности ТЭ.

7.4.2. Темная энергия и проблема совпадения

Темная энергия имеет плотность приблизительно 0,7 критической плотности, материя, включая ТМ и излучение, — приблизительно 0,3 критической плотности. Вместе они дают полную плотность, близкую к критической. Это обстоятельство является следствием инфляционной стадии развития Вселенной, после которого величина Ω — отношение суммарной плотности всех видов материи к критической плотности — с огромной точностью приблизилась к критическому значению $\Omega = 1$, а затем медленно отклоняется от единицы. Поэтому часто используют простейшую пространственно-плоскую модель, в которой[1] $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$. Значение Ω_Λ можно получить по наблюдениям вспышек сверхновых, при обработке данных об анизотропии реликтового излучения и по данным о кластеризации галактик. Если не накладывать условия $\Omega = 1$, то в настоящее время можно установить ограничение на величину $\Omega_k = 1 - \Omega$: $-0,0170 < \Omega_k < 0,0068$ [193].

Величины Ω_m и Ω_Λ имеют один порядок. С течением времени плотность, а значит, и относительный вклад материи Ω_m монотонно уменьшается, а плотность энергии ε_Λ, связанная с космологической постоянной, не изменяется, так что Ω_Λ увеличивается. По сравнению с возрастом Вселенной плотности материи и темной энергии сравнялись друг с другом относительно недавно, почти в наше время. Почему это произошло именно сейчас? Этот вопрос называют «проблемой совпадения». Но, как нам кажется, первым возникает вопрос, есть здесь вообще какая-то проблема. В конце концов, почему мы должны сравнивать ε_Λ с плотностью всей холодной материи ε_m, а не с плотностью энергии реликтового излучения, которая сейчас значительно меньше? Или с плотностью реликтовых нейтрино? Или с плотностью материи в звездах и планетах, которая составляет весьма малую часть ε_m?

Может, проблема вообще имеет чисто психологическую основу? Есть две величины, которые случайно близки друг к другу.

[1] Напомним, что Ω_m — относительный вклад «холодной материи» с нулевым давлением, Ω_Λ описывает вклад космологической постоянной («темной энергии»).

Если бы они существенно различались, никто не назвал бы это проблемой несовпадения. Как отмечалось, плотность фотонов или нейтрино в современной Вселенной намного меньше чем Ω_m и Ω_Λ, и никто не создает из этого проблему. Возможно, проблема совпадения на самом деле просто выдумана космологами?

Однако существует и противоположная точка зрения. Она состоит в том, что подобное совпадение не является случайным, оно существовало раньше и будет существовать далее в течение значительного промежутка времени. Это невозможно, если темная энергия обусловлена космологической постоянной с неизменной плотностью. В этой связи рассматривают модели, при которых плотность ТЭ может изменяться; таких моделей ТЭ существует довольно много. Наиболее распространена модель скалярного поля с положительным потенциалом, который имеет простой минимум, или так называемой квинтэссенции. Существуют модели с фантомной энергией, тахионами и т. п. Специалисту, который работает в этой области, несложно придумать свою собственную модель ТЭ, не противоречащую наблюдениям, ибо в настоящее время нет данных для того, чтобы отобрать единственную адекватную модель.

7.4.3. Темная энергия: простейшие модели

Промежуток времени, на протяжении которого человечество проводит наблюдения, весьма мал по сравнению с временем существования Вселенной. У нас нет возможности проводить эксперименты с Вселенной, которая доступна в единственном экземпляре. Мы имеем только ограничения, полученные из данных астрономических наблюдений. Поэтому популярными являются простейшие модели ТЭ с минимальным количеством параметров. Часто используют модель ТЭ с уравнением состояния:

$$P = w\varepsilon . \qquad (7.30)$$

Здесь отрицательное давление соответствует $w < 0$, гравитационное отталкивание и ускоренное расширение Вселенной появляется при $w < -1/3$. Модель с «постоянной космологической постоянной» соответствует $w = -1$. Результаты обработки данных по реликтовому излучению ограничивают величину $w + 1$ на уровне нескольких сотых [193, 241]. Первые данные «Planck» вместе с

другими результатами дают ограничения $w = -1{,}13^{+0{,}24}_{-0{,}25}$ (вместе с данными WMAP и барионными акустическими колебаниями), $w = -1{,}09 \pm 0{,}17$ (вместе с данными WMAP и Union2.1 Supernova Cosmology Project).

Строго говоря, наблюдения не отвергают ни вариант с «постоянной космологической постоянной», ни более сложные модели ТЭ. Отметим, что существуют так называемые *трекерные модели*, созданные таким образом, чтобы обеспечивать совпадение плотностей ТЭ и материи (по порядку величины) на протяжении миллиардов лет.

Из уравнений гидродинамики (7.16) можно сделать вывод, что плотность ТЭ при $w > -1$ уменьшается, при $w = -1$ не изменяется (космологическая постоянная!), а при $w < -1$ увеличивается. В последнем случае плотность ТЭ и скорость расширения Вселенной за конечное время достигнут бесконечно больших значений. Такой вариант гибели Вселенной получил название *большой разрыв* (Big Rip). Но даже из уже существующих ограничений на w понятно, что большой разрыв может произойти в настолько отдаленном будущем, что это, скорее всего, наименьшая из проблем, угрожающих человечеству.

Гидродинамические модели ТЭ имеют феноменологический характер. Ближе к микроскопической трактовке, хотя и более сложными, являются динамические модели ТЭ со скалярными или иными полями. Здесь вклад ТЭ и соответствующее ему эффективное значение Λ также являются переменными во времени. Дополнительное «космологическое» поле проявляется только на предельно больших масштабах. В настоящее время оно обеспечивает современное ускорение расширения Вселенной [367], а на раннем этапе космологического расширения эффективное значение плотности энергии этого поля было очень большим. Оно обеспечило быстрое расширение Вселенной (инфляцию) и причинную связь между разными областями ее видимой части [521]. Современное эффективное значение Λ значительно меньше, но оно и сейчас дает главный вклад в среднюю космологическую плотность массы-энергии.

С точки зрения модификаций ОТО первый вопрос состоит в том, можно ли и нужно ли это поле отождествлять с гравитацией; является ли оно универсальным. Мы уже обсуждали это в п. 3.1. Возможно, что оно и не связано напрямую с гравитацией и геометрией пространства-времени. Другие вопросы: как это

поле правильно учесть в уравнениях космологии; влияет ли оно на массы элементарных частиц и значения фундаментальных констант; можно ли зарегистрировать какие-то эффекты ТЭ в гравитационных экспериментах и т. п.

Набор динамических моделей космологической постоянной, содержащих скалярное поле, несколько таких полей или векторные поля, достаточно обширен. Космологическое поле, если оно действительно существует, может быть довольно специфическим объектом, свойства которого существенно отличаются от всех до сих пор известных полей. В связи с этим в литературе анализируют весьма разнообразные лагранжианы таких полей [367].

В качестве примера рассмотрим общую модель с одним скалярным полем, лагранжиан которого равен

$$L \equiv L(X,\varphi)\text{, где } X \equiv (1/2)g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\varphi\partial_\beta\varphi\,. \tag{7.31}$$

Соответствующий тензор энергии импульса имеет вид

$$T_{\mu\nu} = \frac{\partial\varphi}{\partial x^\mu}\frac{\partial\varphi}{\partial x^\nu}\frac{\partial L}{\partial X} - g_{\mu\nu}L\,. \tag{7.32}$$

В однородной изотропной космологии в уравнения входят лишь производные по времени. Тензор (7.32) можно представить в виде тензора идеальной релятивистской жидкости (2.14) и его нетривиальные компоненты отождествить с гидродинамическими параметрами — давлением и плотностью массы-энергии, полагая

$$\varepsilon = 2X\frac{\partial F(X,\varphi)}{\partial X} - L(X,\varphi), \quad p = L(X,\varphi)\,. \tag{7.33}$$

На этом пути несложно построить достаточно «заковыристую» модель уравнения состояния. В простейшем случае, если мы хотим получить $p = -\varepsilon$, имеем $X\partial F/\partial X = 0$. Если принять это условие для всех значений аргументов X,φ, то получим, что F не зависит от X, что неприемлемо. Однако мы не обязаны рассматривать условие $p = -\varepsilon$ как точное условие при всех возможных X,φ. Это условие может выполняться, например, асимптотически и для определенных классов решений.

Рассмотрим это подробнее на примере скалярного поля с квадратичным потенциалом:

$$L(X,\varphi) = X - \frac{1}{2}m^2\varphi^2\,, \tag{7.34}$$

при этом

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\left(\dot{\varphi}^2 + m^2\varphi^2\right), \quad p = \frac{1}{2}\left(\dot{\varphi}^2 - m^2\varphi^2\right). \tag{7.35}$$

Уравнение движения (ковариантное уравнение Даламбера) имеет вид

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^\alpha}\left[g^{\alpha\beta}\sqrt{-g}\,\frac{\partial\varphi}{\partial x^\beta}\right] = -m^2\varphi,$$

а в случае однородного поля с учетом метрики (7.2) — вид

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + m^2\varphi = 0, \tag{7.36}$$

где точки означают производные по космологическому времени t, H — параметр Хаббла. Уравнение (7.36) — это уравнение движения осциллятора с переменным трением. Если H велико, то естественным является «вязкое» поведение осциллятора, когда «возвращающая сила» $-m^2\varphi$ практически полностью компенсируется трением, т. е.

$$\left|\ddot{\varphi}\right| << \left|\,3H\dot{\varphi}\,\right| \approx m^2\varphi, \tag{7.37}$$

— так называемый «режим медленного скатывания», система медленно сползает по стенке потенциальной ямы $m^2\varphi^2/2$. Предположим, что H настолько велико, что $\dot{\varphi}^2 << m^2\varphi^2$, для чего в силу (7.37) достаточно, чтобы $H >> m/3$. Итак, как видно из (7.35), реализуется уравнение состояния $p = -\varepsilon$.

В режиме медленного скатывания уравнение Фридмана (7.13) принимает вид

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{4\pi}{3}\left(\dot{\varphi}^2 + m^2\varphi^2\right) - \frac{k}{a^2} \approx \frac{4\pi}{3}m^2\varphi^2 - \frac{k}{a^2}.$$

При любом знаке k здесь существуют режимы с возрастанием a, при которых слагаемым с k можно пренебречь, даже если это слагаемое было одного порядка с остальными в некоторый начальный момент. Тогда $H \approx \sqrt{\frac{4\pi}{3}}m\varphi \approx 2m\varphi$ и из (7.37) получаем $\dot{\varphi} \approx -m/6$, т. е. $\varphi(t)$ убывает линейно. Нетрудно подобрать

такие значения $\varphi(t_0)$ и m, при которых все предположения относительно использованных приближений выполняются в течение промежутка времени τ, когда масштабный фактор увеличивается в достаточное число раз, чтобы решить проблемы горизонта и плоскостности.

7.5. ТЕМНАЯ МАТЕРИЯ: ПРЯМЫЕ И КОСВЕННЫЕ СВИДЕТЕЛЬСТВА

Гипотеза о существовании невидимой материи (скрытой массы) возникла еще в начале 30-х годов XX века. В 1932 г. голландский астроном Ян Генрик Оорт исследовал движения звезд в направлении, перпендикулярном к диску Галактики. Он применил статистический подход, в котором отдельные звезды считаются частичками общегалактической «звездной атмосферы», которая характеризуется плотностью звезд и дисперсией их скоростей [319]. Оорт обнаружил, что потенциальная яма в гравитационном поле диска Галактики, созданная полем известных звезд, недостаточно глубока, чтобы обезопасить Галактику от быстрой потери звезд. Поэтому он предположил, что в плоскости галактического диска может быть еще дополнительная масса, связанная с невидимой материей. Оорт считал, что это преимущественно межзвездный газ. По его оценкам масса Галактики должна была составить приблизительно $10^{11}\ M_{\odot}$. Оорт, согласно современным представлениям, ошибался, поскольку ТМ не концентрируется в галактическом диске, а образует вокруг Галактики гало, которое почти не влияет на возможность вылета звезд из галактического диска [201].

Первое существенное свидетельство существования скрытой массы было получено Фрицем Цвикки в 1933 г. [484]. Он впервые применил теорему вириала для оценки массы скопления в созвездии Волос Вероники, которое насчитывает около тысячи галактик. Из наблюдательных данных — радиальных скоростей этих галактик и размеров скопления — Цвикки нашел среднее расстояние между галактиками скопления r и среднюю скорость их относительного движения v. Затем он выполнил простые оценки. Кинетическая энергия N галактик со средней массой m равна $E_k \sim Nmv^2/2$.

Потенциальную энергию $N(N-1)/2$ пар галактик можно оценить по формуле

$$U \approx -\frac{N(N-1)}{2}\frac{Gm^2}{r}.$$

Теорема вириала утверждает, что в среднем для таких систем полная энергия $E = E_k + U = U/2$. Отсюда имеем оценку массы системы:

$$M = Nm \approx \frac{2rv^2}{G}.$$

Цвикки обнаружил, что для скопления в Волосах Вероники эта масса приблизительно в 160 раз больше массы, оцененной по светимости скопления, и предположил, что большую часть массы составляет некая невидимая материя. После уточнения значения постоянной Хаббла оценки изменились, но не изменился качественный вывод. Понятно, что Цвикки не имел оснований для определения небарионного характера ТМ, поскольку методы исследования горячего газа по его рентгеновскому излучению или пыли по ее инфракрасному излучению были разработаны значительно позднее. О небарионном характере ТМ в 1933 г., следующем после открытия нейтрона, даже не могло быть и речи.

После появления гипотезы о существовании темной энергии формулу для теоремы вириала необходимо скорректировать, после чего она приобретает вид

$$E = \frac{U}{2} - \frac{4\pi G\rho_{DE}}{3}\sum m_i r_i^2, \qquad (7.38)$$

где ρ_{DE} обозначает плотность темной энергии, а отдельные галактики имеют массы m_i и бариоцентрические расстояния от центра скопления r_i [92]. Для местной группы галактик второе слагаемое важно, поскольку поправка массы из-за этого эффекта составляет 30—50 %. Но динамическая масса местной группы $(3{,}2—3{,}7) \cdot 10^{12}\ M_\odot$ остается существенно большей, чем суммарная масса звезд двух ее наибольших галактик — Млечного Пути и Туманности Андромеды (M31), которая равна $2 \cdot 10^{11}\ M_\odot$. Эта большая разность обеспечивается преимущественно темной материей [540]. Такая ситуация, когда вириальная масса скопления или группы галактик значительно больше массы их светящейся материи, типична в астрономии.

Другое свидетельство существования ТМ дает анализ кривых вращения спиральных галактик, т. е. зависимости скорости вра-

щения v, найденной с помощью эффекта Доплера, от расстояния r до центра галактики. В случае центрально-симметричного распределения массы в галактике скорость вращения по круговой орбите радиуса r находят из закона Кеплера или из условия равенства центробежных и гравитационных ускорений по формуле

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}},$$

где $M(r)$ — масса части галактики внутри сферы радиуса r. Реальные спиральные галактики не являются сферически-симметричными, поэтому эту формулу можно рассматривать как некоторую оценку, точность которой возрастает на далеких расстояниях от галактики.

В настоящее время кривые вращения построены как для нашей галактики, так и для сотен других галактик. Они имеют общие качественные черты. При малых r скорость вращения возрастает, но после достижения расстояния около 5 кпк или меньше, в зависимости от параметров галактики, скорость вращения становится приблизительно постоянной. Область почти постоянной скорости вращения достигает расстояний, больших чем видимые размеры галактики. Точки на кривой вращения на этих расстояниях найдены по результатам измерения скоростей водородных облачков за пределами галактики, т. е. в тех случаях, когда связь между скоростью и расстоянием от центра может давать довольно точные оценки. Однако убывания скоростей вращения по закону $v(r) \sim r^{-1/2}$ не наблюдают, что свидетельствует о том, что масса $M(r)$ возрастает и за пределами видимого галактического диска. Понятно, что такое возрастание может обеспечить только темная материя, которая окружает видимую часть галактики. Такое облако ТМ получило название *гало темной материи* или *темное гало.*

Солнце находится довольно далеко от центра Галактики, на расстоянии 8,3 кпк или 27 тысяч световых лет, вращаясь вокруг центра с периодом 230 миллионов лет. Масса Галактики внутри сферы такого радиуса приблизительно $10^{11} M_{\odot}$, но основная часть гало находится значительно дальше от центра. Поэтому полная масса нашей Галактики приблизительно в десять раз больше и достигает $10^{12} M_{\odot}$.

Считают, что распределение ТМ в отдельной изолированной галактике сферически-симметрично. Пары и триплеты галактик могут, в зависимости от расстояния между ними, иметь или общее гало, или отдельные гало у каждой из галактик. Скопление галактик может иметь одно общее гало, плотность которого описывается полуэмпирической формулой:

$$\rho_{DM}(r) = \frac{\rho_0}{(r/r_s)^{\alpha}\,(1 + r/r_s)^{3-\alpha}}, \qquad (7.39)$$

где r_s — характерный размер скопления, ρ_0 — его характерная плотность, параметр α лежит в интервале от 0 до 1,5. Чаще всего используются варианты с $\alpha = 1$, так называемый профиль Наварро—Френка—Уайта [299], и $\alpha = 1{,}5$ [289]. В обоих случаях плотность имеет особенность в центре. Иногда, во избежание бесконечной плотности в формуле (7.39), просто используют ее при $\alpha = 0$. Отсутствие такой особенности в наблюдениях, вопреки предсказаниям ΛCDM-модели, является предметом особого внимания ученых-теоретиков.

Сейчас известно, что масса ТМ составляет большую часть полной массы типичного скопления галактик, а на горячий газ приходится меньше одной пятой части [509]. Но именно он излучает рентгеновское излучение, по температуре и потоку которого можно оценить массу газа. Вклад массы звезд составляет порядка 2 %.

Отдельный светящийся объект можно охарактеризовать отношением его массы к его светимости. Обе величины берут в солнечных единицах, т. е. относят массу и светимость объекта к аналогичной величине для Солнца. Для звезд такое отношение варьируется от 1 до 10 в солнечных единицах, в частности, для звезд вблизи Солнца — от 2,5 до 7, для звезд диска галактики — от 1 до 1,7 [151]. Для скопления в Волосах Вероники в границах радиуса 200 кпк это отношение составляет приблизительно 400 в солнечных единицах [266]. Для карликовой галактики в созвездии Дракона — 330 ± 125, в Андромеде IX — 93^{+120}_{-50}. Динамично-активное скопление AC 114 по данным сильного гравитационного линзирования имеет отношение 700 ± 100 [388]. Сверхслабая карликовая галактика Segue 1 имеет барионную массу лишь в 1000 масс Солнца, сосредоточенную в звездном диске. Масса гало с ТМ для этой галактики минимум в 200 раз больше бари-

онной, причем в некоторых моделях отношение массы ТМ к барионной достигает 2000 [462].

Таким образом, на масштабах галактик и их скоплений всегда ощущается присутствие ТМ. Она проявляет себя лишь гравитационно, т. е. по движению тел или газа из обычной барионной материи в гравитационном поле, что и дает возможность определять места локализации ТМ.

Важным средством изучения крупномасштабных характеристик локальной Вселенной является исследование коллективных движений галактик на фоне их хаббловского разбегания. Оно позволяет обнаружить области с особо повышенной плотностью (Большой Аттрактор, сверхскопление Персей-Рыбы, концентрация Шепли и т. п.), пустоты (войды) и прочие элементы крупномасштабной структуры в распределении материи, а также открывает новый метод получения оценок некоторых космологических параметров.

Один из подходов состоит в мультипольном моделировании поля коллективной скорости галактик в объеме радиусом порядка 100 Мпк. Дипольное и квадрупольное приближение изучено в ряде работ (см. ссылки в [573]). В работе [573] была разработана октупольная модель и показано, что октупольная составляющая является статистически значимой. Эта модель была получена путем разложения поля трехмерных скоростей, в случае евклидовой геометрии, в ряд по степеням декартовых координат до второго порядка включительно. Но уже в этом приближении более последовательное рассмотрение требует применение ОТО, а именно: учета космологической кривизны ПВ, уточнения типа космологического расстояния, задания поля 4-скорости галактик на световом конусе прошлого и отнесения его к релятивистской системе отсчета локального наблюдателя (см. п. 8.3). Релятивистская октупольная модель поля коллективной скорости галактик была разработана в [547, 548]. Соответствующее разложение, кроме локальных характеристик самого поля, содержит также параметры космологической кривизны, которые могут быть определены по наблюдаемым данным [572]. В настоящее время неопределенности в измерениях характеристик галактик без учета других данных не позволяют провести независимые оценки космологических параметров указанным методом [326], но можно надеяться, что с течением времени это станет доступным.

Гравитационное поле действует также на свет, искривляя его лучи (эффект гравитационного линзирования, см. п. 6.5). Поэтому можно определять массы космических объектов или рас-

пределение суммарной массы объектов вдоль луча зрения по участку небесной сферы. Обработка данных по линзированию не только подтверждает наличие темной материи, но и показывает, что распределения плотности темной и светящейся материи могут быть совсем разными.

Новые, очень убедительные свидетельства в пользу существования темной материи получены в результате исследования скоплений галактик, которые прошли сквозь друг друга [105]. Объект 1E0657-558, получивший название скопления Пуля (Bullet cluster), представляет собой два скопления, которые недавно (по астрономическим меркам) прошли друг через друга. При этом звезды галактик[1] и темная материя двух скоплений прошли друг сквозь друга практически без рассеяния. Однако горячий газ обеих скоплений, который составляет основную часть барионной массы, при этом столкновении затормозился, образовал ударную волну и остался между скоплениями. Этот газ регистрируют по его рентгеновскому излучению со специфическими характеристиками, которые соответствуют теоретическим расчетам процесса столкновения. С помощью слабого гравитационного линзирования было установлено распределение плотности массы объекта. Оно имеет два четких максимума, созданных ТМ по обе стороны от источников рентгеновского излучения [105]. При отсутствии ТМ основная масса скопления должна находиться в области сосредоточения горячего газа[2], т. е. в области между скоплениями. Это явным образом противоречит данным слабого гравитационного линзирования. Вскоре был открыт второй подобный объект MACS J0025.4-1222 [68], затем еще несколько.

Кроме этих почти прямых астрономических свидетельств в пользу существования ТМ есть еще косвенные, связанные, преимущественно, с космологией. Но они дают наиболее точные оценки среднего содержимого ТМ во Вселенной. Прежде всего, это анализ данных наблюдения неоднородностей температуры реликтового излучения, в частности, распределения амплитуд флуктуаций по сферическим гармоникам [193, 242]. Приведем оценку по данным семигодовых наблюдений WMAP: $\Omega_m h^2 = 0{,}1334^{+0{,}0056}_{-0{,}0055}$, $100\,\Omega_b h^2 = 2{,}258^{+0{,}057}_{-0{,}056}$ [256]. Здесь параметр h связан с постоянной Хаббла соотношением $H = 100h$ км/с/Мпк. Таким

[1] Вероятность столкновений отдельных звезд ничтожно мала.

[2] Масса газа в скоплениях существенно больше массы светящейся материи, сконцентрированной в звездах.

образом, барионы обеспечивают приблизительно 17 % общей плотности массы холодной материи, а 83 % — небарионная темная материя. Дополнительное свидетельство необходимости существования ТМ дает моделирование образования галактик и других структур во Вселенной. Без присутствия темной материи не удается согласовать данные о современной структуре Вселенной с данными об анизотропии реликтового излучения. Есть и другие аргументы в пользу существования ТМ, связанные с барионными акустическими колебаниями, эффектом Сюняева—Зельдовича и т. п.

Можно ли обойтись без предположения о существовании ТМ? Существуют гипотезы, в которых вместо ТМ рассматривают нарушение законов физики. В модифицированной ньютоновской механике (modified Newtonian dynamics, MOND) считают, что второй закон Ньютона перестает работать при сверхнизких ускорениях; это позволяет объяснить кривые вращения галактик без ТМ. Бранные теории исходят из того, что Вселенная имеет скрытые измерения, а доступная нам часть есть четырехмерной браною (от слова мембрана) в многомерном пространстве-времени. Некоторые модифицированные теории гравитации рассматривают изменение уравнений ОТО для того, чтобы получить эффект ТМ «без ее присутствия». Существует много вариантов подобных альтернативных объяснений, но ни один из них не является достаточно разработанным для того, чтобы объяснять данные *всех* наблюдений, не приводя к разногласию с данными экспериментов и астрономических наблюдений.

7.6. МИКРОСТРУКТУРА ТМ

7.6.1. Гипотезы о характере темной материи

Прежде всего, очевидно, что невидимой (скрытой) материей можно считать совсем разные объекты. Определенная небольшая часть невидимой материи может состоять из барионов, которые создают объекты, почти не излучающие свет в видимом диапазоне, такие как звезды — коричневые карлики, нейтронные звезды, межгалактический газ. Но основная часть невидимой материи не может состоять из барионов. Существовала гипотеза, что ТМ состоит из большого количества маленьких черных дыр, но эта гипотеза имела слишком много недостатков. Ограничение на плотность обычных нейтрино, полученное по данным исследования

реликтового излучения, не позволяет считать вклад этих частиц в плотность небарионной ТМ существенным.

Поэтому рассматривают варианты ТМ, состоящей из новых типов частиц, существование которых предполагается рядом теорий. В зависимости от скорости частиц темная материя, которую они образуют, принадлежит к одной из трех категорий. *Холодная* ТМ или CDM (cold dark matter) состоит из нерелятивистских частиц, скорость которых значительно меньше скорости света. *Горячая* ТМ состоит из релятивистских частиц, скорость которых равна скорости света или очень близка к ней, т. е. из безмассовых или ультрарелятивистских частиц. Промежуточный вариант получил название *теплой* ТМ. По данным анизотропии реликтового излучения преобладающая часть ТМ должна относиться к холодной или теплой материи. Понятно, что ТМ с частицами разных типов, имеющих различные характерные скорости, может относиться к разным категориям, образуя смешанную темную материю. В популярных в настоящее время теориях рассматривают разные виды ТМ, различающиеся способностью к слабому взаимодействию. Например, в противовес ТМ, которая может взаимодействовать исключительно гравитационно (ее называют *зеркальной материей*), рассматривают ТМ из так называемых «правосторонних» (стерильных) нейтрино.

Перечислим основных кандидатов на роль небарионной ТМ. В качестве холодной ТМ преимущественно рассматривают массивные слабо взаимодействующие частицы, так называемые WIMP (weakly interactive massive particles). Часто обсуждают аксионы — частицы, существование которых предполагается в некоторых вариантах квантовой хромодинамики; фермионы — гипотетические суперсимметричные партнеры легких бозонов — гравитино, фотино; несколько видов нейтралино, которые появляются в ряде теорий суперсимметрии; массивные (стерильные) нейтрино с противоположной хиральностью и т. п. Стерильные нейтрино или гравитино могут выступать также в качестве теплой ТМ. Подробнее этот вопрос рассмотрен в [60], но и в этой работе не приведены все предложенные варианты.

7.6.2. Поиски темной материи в лабораториях

Эксперименты по поиску WIMP или других частиц темной материи ведутся в многих лабораториях, преимущественно под землей, чтобы уменьшить радиационный фон от кос-

мических лучей. Частицы зеркальной материи невозможно детектировать в лабораторных условиях. Что касается других частиц, то соответствующие эксперименты очень неубедительны, часто речь идет об единичных событиях, которые приписываются взаимодействию атомов мишени именно с WIMP или другими частицами ТМ. Основная идея их обнаружения проста: кванты ТМ слабо взаимодействуют с веществом мишени, при этом нам не известны детали этого процесса. Но при взаимодействии отдельные атомы мишени получают энергию и импульс, которые фиксируются одним из многочисленных способов, например, с помощью сцинциляционных детекторов (DEAP-1, miniCLEAN, XMASS, DAMA/LIBRA, KIMS, ANAIS), детекторов фононов (CRESST-1), пузырьковых детекторов и т.д. Т. е. ищут следы реакций, которые не могут быть обеспечены известными элементарными частицами.

Следует отметить, что хотя ТМ обеспечивает львиную долю массы Галактики, она распределена по всему гало. В Солнечной системе средняя плотность обычной барионной материи значительно больше, чем средняя плотность Галактики в целом и она значительно превышает среднюю плотность ТМ. Взаимодействие частиц ТМ с детектором должно быть редким событием. Поэтому важным становится вопрос о том, как доказать, что взаимодействие было именно с WIMP или другой частичкой ТМ, а не с нейтрино, космическими лучами или частицами, образовавшимися при радиоактивном распаде элементов возле детектора.

Существуют некоторые предположения, которые могут подтвердить, что зарегистрированный сигнал был создан именно ТМ. Частицы ТМ, например WIMP, попав в Солнечную систему, пролетают сквозь нее. Только очень небольшая их часть после гравитационного маневра в поле планет может быть захвачена полем тяготения Солнца. Поэтому преобладающее количество WIMP не двигается вместе с Солнечной системой. Лаборатория вместе с Землей вращается вокруг Солнца. В некоторый момент скорость ее движения направлена приблизительно вдоль направления движения Солнца вокруг центра Галактики. В этот период скорость лаборатории относительно гало ТМ достигает максимума и количество зарегистрированных взаимодействий с WIMP может увеличиваться. Через полгода скорость относительно центра Галактики становится минимальной, а с ней и количество зарегистрированных событий. Поэтому временная зависимость с годовыми вариациями и временами максимума числа событий в

самом начале лета является дополнительным свидетельством взаимодействия детектора именно с WIMP.

Сотрудники Итальянской национальной лаборатории Института ядерной физики в Гран Сассо утверждают, что получили такой сигнал в экспериментах — в закончившимся DAMA/Na и продолжающимся DAMA/LIBRA [58]. За 13 лет наблюдений эффект, по мнению этих исследователей, достоверен на уровне 8,9σ [58]. Но большинство ученых, связанных с поисками частиц ТМ, не согласно с этим выводом.

О поисках частиц ТМ можно узнать из работ [350, 355]. Подробно состояние дел за 2013—2014 гг. описано в [103, 104]. Последняя работа основана, в частности, на докладах на конференции по поиску темной материи, состоявшейся в феврале 2014 г. в UCLA (University of California, Los Angeles). В [103, 104] подробно, с графиками временных зависимостей, проанализированы три разные причины, которые могут вызывать годовые вариации, подобные зафиксированным в эксперименте DAMA/LIBRA. Первая — влияние радиоактивного радона, концентрация выбросов которого во всех подземных лабораториях максимальна летом и минимальна зимой. Вторая — вариации потока нейтронов. Этот поток, по данным ICARUS, изменяется в течение года так же, как и число событий, зафиксированных в эксперименте DAMA/LIBRA. Третья — вариации потока мю-мезонов, прилетевших из космоса. Они не столь сильно коррелируют с данными DAMA/LIBRA, как нейтронный поток, но определенная корреляция существует. Поэтому годовые вариации числа событий с максимумом летом в настоящее время не рассматриваются как убедительное доказательство того, что в эксперименте наблюдаются именно WIMP, как это считалось около десяти лет назад.

Рассмотрим кратко другие наиболее интересные и достоверные эксперименты по поиску частиц ТМ. Большинство из них не зафиксировали события, которые можно было бы интерпретировать как превышение числа наблюденных взаимодействий атомов с внешними факторами над ожидаемым числом, связанным с естественным фоном. В результате установлен только верхний предел для возможного числа WIMP. К наиболее точным экспериментам этой группы относят XENON10 и XENON100 в Гран Сассо и новый эксперимент LUX (Large Underground Xenon) в Южной Дакоте. Первые данные LUX были опубликованы в конце сентября 2013 г. по результатам 85-дневных наблюдений. Здесь оценивалась возможность взаимодействия частиц ТМ с ксе-

ноном; результат соответствует 35 % вероятности нулевой гипотезы, т. е. что никакие WIMP не взаимодействуют с ксеноном в экспериментальной установке. Дальнейшее накопление данных может усилить эту оценку. Параллельно группами CoGeNT и CDMS II также не были обнаружены события, которые можно было бы связать с WIMP.

При проведении эксперимента CoGeNT в Суданской подземной лаборатории в Миннесоте (США) было сообщено об обнаружении частиц ТМ [1], причем энергия частиц была оценена в интервале 7—12 ГэВ. Однако в экспериментах XENON10 и XENON100, которые должны были показать взаимодействие с WIMP такой энергии, следов подобных событий [372] не зафиксировано. На протяжении длительного периода времени не было найдено следов частиц ТМ также в эксперименте CDMS II [85]. Но в 2013 г. группа, которая проводит поиски на этом приборе, сообщила, что они наблюдали три события при ожидаемом количестве 0,41 [86]. Они оценили наиболее возможную энергию WIMP 8,6 ГэВ и сечение рассеяния $1{,}9 \cdot 10^{-41}$ см^2. Но эти выводы сделаны на основе анализа лишь трех событий.

Проводятся также наблюдения в экспериментах CRESST, EDELWEISS, EURECA, PICASSO, ZEPLIN, DEAP, ArDM, но о положительных результатах нет сообщений. Новый уровень точности должны обеспечить детекторы нового поколения, например, предлагаемый детектор DARWIN с 25-тонным рабочим телом.

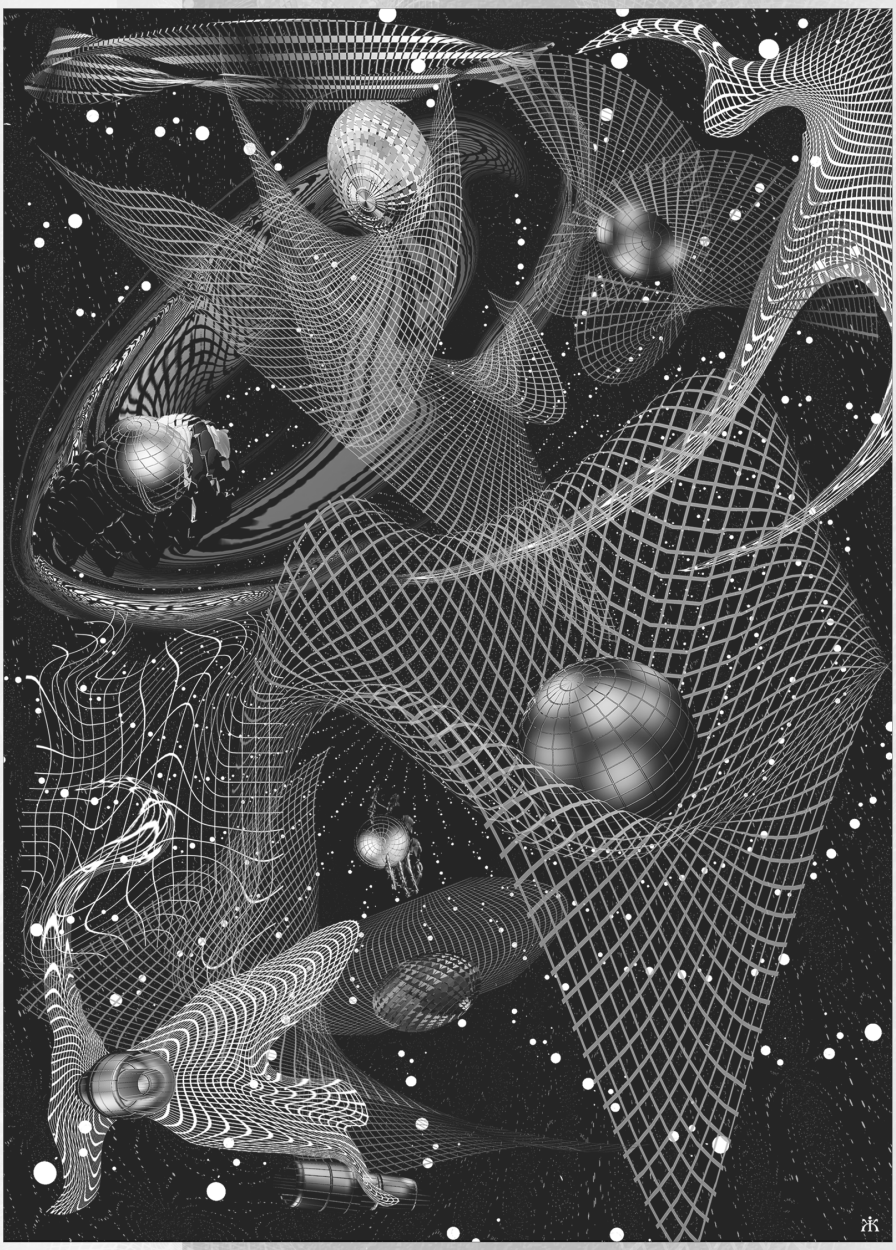
Не следует, однако, забывать, что в случае зеркальной ТМ подобные эксперименты в принципе не могут дать положительного результата. Это же справедливо и в случае, если ТМ в природе нет, а все свидетельства ее существования — результат действия различных неизвестных науке факторов, которые объясняют все эти наблюдения не одной причиной — существованием ТМ, а совокупностью разных причин. Общий вывод на сегодняшний день — до сих пор нет надежных свидетельств существования частиц темной материи, которые получены в лабораторных условиях.

7.6.3. Темная материя, темная энергия и физика компактных объектов

Поскольку в физике сложилась ситуация, когда необходимо учитывать два неизвестных фактора — ТЭ и ТМ, возникли идеи о том, что они как-то связаны между собой. Напри-

мер, частицы ТМ при распаде образуют частицы ТЭ или наоборот. Так как о природе ТМ и особенно ТЭ известно очень мало, вопрос о том, взаимодействуют ли они между собой, и, если взаимодействуют, то каким образом, быстро стал объектом многочисленных спекуляций. Мы не приводим ни одну из этих гипотез, поскольку сейчас нет оснований для выделения любой из них.

Следует также отметить, что некоторые модели ТЭ, если они окажутся правильными, будут влиять на многие исследования в физике релятивистских компактных объектов. Напомним только один пример, рассмотренный в п. 2.3.4: решение Фишера (1948) [596]. В этом решении присутствие сколь-угодно малого скалярного поля приводит к тому, что вместо метрики Шварцшильда с горизонтом событий получаем сферически-симметричное статическое решение уравнений Эйнштейна, которое не имеет горизонта, но вместе с тем имеет голую сингулярность (см. п. 2.3.4). Приводит ли это к реальным противоречиям, окончательно не известно. Укажем однако, что мы пока что не можем из наблюдений различить черные дыры и голые сингулярности для всех астрономических объектов, о которых идет речь в главе 6.



8 РЕЛЯТИВИСТСКИЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

Что такое время? Если никто меня
об этом не спрашивает, я знаю,
что такое время. Если бы я захотел
объяснить спрашивающему —
нет, не знаю.
Августин Блаженный

В последние десятилетия круг приложений ОТО расширялся не только за счет их интенсивного использования в астрофизике и космологии. Значительное повышение точности астрометрических исследований обусловило необходимость учета эффектов ОТО в координатных и временных измерениях. Возникла потребность соответствующего усовершенствования систем отсчета, которые применяются в астрометрии, космической геодинамике и навигации [519, 522, 542, 545, 581, 610]. Подробные комментарии к соответствующим резолюциям Генеральной ассамблеи Международного астрономического союза по системам отсчета опубликованы в [402].

Реализацией системы отсчета является совокупность измерительных средств и методик, теоретических моделей и алгоритмов, которые дают возможность сопоставить каждому событию четыре числа: время и пространственные координаты. Мы не анализируем здесь весь набор связанных с этим вопросов; ниже обсуждаются лишь те аспекты систем отсчета, которые касаются учета релятивистских эффектов. Иными словами, речь идет о теоретических моделях систем отсчета в искривленном ПВ. В этой области пока что достаточно той точности, которую обеспечивает постньютоновское приближение ОТО. Однако с точки зрения будущего развития и для понимания принципиальных вопросов, связанных с использованием ОТО, в частности, в плане ее проверок и сравнения с альтернативными теориями гравитации необходим более углубленный анализ.

8.1. НЕБЕСНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

8.1.1. Краткая история создания небесных систем отсчета

Построение системы отсчета, с помощью которой было бы возможно и удобно решать задачи навигации и изучать движение небесных объектов — планет, звезд, галактик, является одной из важнейших проблем астрономии и, в частности, одного из древнейших ее разделов — астрометрии. При этом особая роль принадлежит выбору «опорных объектов» для определения направлений осей и начала координат [609]. В классической механике привилегированными системами отсчета являются инерциальные системы, которые двигаются прямолинейно и равномерно одна относительно другой. «Опорным» объектом такой системы во времена Ньютона было «абсолютное пространство», которое отождествлялось со сферой «неподвижных звезд». После открытия собственных движений звезд проблема построения инерциальной системы координат (ИСК) значительно усложнилась, и вся история развития астрометрии в XIX ст. была связана с уточнением собственных движений звезд, их параллаксов и параметров вращения Земли (прецессии, нутации и движения полюсов Земли) с целью их учета при построении реализаций ИСК.

В начале XX ст. снова получила поддержку давняя идея Лапласа о выборе внегалактических объектов для фиксации систем отсчета и определения так называемых абсолютных собственных движений звезд. Но полномасштабная реализация этой идеи задержалась вплоть до второй половины XX ст., когда было выяснено внегалактическое происхождение квазаров и предложен метод радиоинтерферометрии с сверхдлинными базами для их наблюдений.

Это привело к значительным изменениям в астрометрии в конце XX ст., обусловленным беспрецедентным увеличением точности астрометрических наблюдений и усовершенствованием теоретических моделей астрометрии. Метод РСДБ достиг субмилисекундной точности определения угловых положений радиоисточников, что было использовано для реализации системы отсчета. Космическая астрометрия, а именно проект HIPPARCOS, обеспечила милисекундную точность оптических определений положений звезд ярче 10-й звездной величины. Лазерная лока-

ция искусственных спутников Земли и радиотехнические наблюдения Глобальной системы определения местоположения (GPS) используются для определения параметров вращения Земли на субмилисекундном уровне. На этом уровне точности редукция наблюдений, их анализ и реализация систем отсчета должны базироваться на современной теоретической базе, которая и определяется ОТО.

В астрономии и сопредельных науках используются две основных системы координат — небесная система координат (НСК) и земная система координат (ЗСК). В соответствии с международными соглашениями сегодня такими системами координат есть *Международная небесная система координат* (ICRS) и *Международная земная система координат* (ITRS)[1]. Для того чтобы однозначно и строго определить эти системы координат, Международный астрономический союз (МАС) ввел на основе ОТО две системы координат — *Барицентрическую систему координат* (BCRS) и *Геоцентрическую небесную систему координат* (GCRS). Они были определены с использованием постньютоновского приближения метрики и преобразования координат, которое учитывает ускорение движения геоцентра и влияние гравитационного потенциала.

Системы BCRS и GCRS не вращаются друг относительно друга, но имеют разные шкалы времени. Для практической целесообразности допускается, что ориентация их осей задается положением выбранных радиоисточников таким образом, чтобы точка отсчета прямых восхождений была близкой к точке весеннего равноденствия на эпоху J2000.0, как это принято в ICRS.

По данным РСДБ наблюдений было создано несколько реализаций ICRS, последней из которых является ICRF-2. К этому решению МАС приближался постепенно, принимая с 1988 г. соответствующие резолюции:

1988 г. — предложено использовать внегалактические объекты для реализации НСК;

[1] Чтобы избежать терминологической путаницы, отметим, что в англоязычной литературе по астрометрии (см., например, [402]) есть три разных понятия: «coordinate system» (система координат), «reference system» (теоретическая конструкция, которая конкретизирует систему координат соответственно определенной измерительной процедуре) и «reference frame» (материализация системы отсчета, например, с помощью каталогов внегалактических источников). Но в ОТО под термином «reference frame» часто понимают именно математическую модель определенной системы отсчета (см., например, [35, 117, 157, 401]).

1991 г. — ОТО принята за теоретическую основу для создания НСК;

1994 г. — принят список около 600 внегалактических источников для реализации НСК;

1997 г. — XXIII Генеральной ассамблеей МАС принята резолюция, в которой решено ввести с 1 января 1998 г. новую систему координат — ICRS и ее реализацию ICRF, построенную на основе РСДБ наблюдений 212 определяющих источников;

1999 г. — созданы два дополнения к списку радиоисточников ICRF;

2000 г. — уточнены определения системы отсчета в рамках ОТО: Резолюции XXI Генеральной ассамблеи МАС (Манчестер, 2000 г.).

2006 г. — принято, что ориентация осей BCRS и GCRS задается ориентацией осей ICRF;

2009 г. — XXVII Генеральной ассамблеей МАС принята вторая реализация ICRS, а именно ICRF2, которая содержит 295 определяющих радиоисточников.

8.1.2. Шкалы времени и ОТО

Как и в случае определения небесной системы отсчета и ее реализации, с повышением точности измерений МАС постепенно переходил и к определению шкал времени с учетом ОТО. Приведем краткое описание шкал времени, следуя работе [545] (см. также [174, 565]).

Сначала в соответствии с рекомендациями МАС (1976, 1979) вместо эфемеридного времени ET, введенного в 1960 г., было введено две новых шкалы:

TDB (Barycentric Dynamical Time) — *Барицентрическое динамическое время* — равномерное время, которое выступает в роли аргумента уравнений теории движения тел Солнечной системы;

TDT (Terrestrial Dynamical Time) — *Земное динамическое время* — аргумент геоцентрических эфемерид небесных тел.

Шкалы TDB и TDT различаются только периодическими членами. В терминологии ОТО эти шкалы можно было рассматривать как координатное время BCRS и собственное время условного наблюдателя в центре Земли соответственно. Реформа шкал была проведена для учета ОТО при создании эфемерид тел Солнечной системы. В то время, как шкала ET базировалась на ньютоновской теории, новые шкалы базировались на релятивистской теории и были использованы в Лаборатории реактивно-

го движения (JPL, Пасадена, США) при подготовке эфемерид DE200/LE200.

В резолюциях МАС относительно новых шкал времени указано:

1. Считать значением нуль-пункта новой шкалы времени (TDT эпоху) для видимых геоцентрических эфемерид:

1977 январь $1{,}0^h0^m32{,}184^s$ TDT = 1977 январь $1{,}00^h\ 00^m\ 00^s$ TAI.

2. Единицей шкалы TDT считать сутки длительностью в 86400 секунд системы СИ на среднем уровне моря.

Таким образом, шкалу барицентрического динамического времени TDB было предложено считать шкалой координатного времени барицентрической координатной системы, шкалу TDT — шкалой координатного времени геоцентрической координатной системы, а шкалой собственного времени — шкалу Международного атомного времени — TAI. Разность между TDT и TAI определяется следующим соотношением:

$$TDT = TAI + 32^s{,}184.$$

Со временем выяснилось, что динамическим шкалам времени TDT и TDB присущи определенные недостатки. Во-первых, это касалось терминологической несогласованности определений TDB и TDT. Во-вторых, существовала неоднозначность относительно учета векового дрейфа этих шкал, а также процедуры определения периодической компоненты их разности. Кроме того, переход от одной системы координат ко второй требовал изменения числовых значений некоторых астрономических постоянных.

Чтобы устранить недостатки, в 1991 г. на XXI Генеральной ассамблее МАС были введены новые шкалы времени TCB и TCG, а также шкала земного времени TT. Кроме того, вместо неоднозначного отнесения СИ-секунды, как единицы измерения времени, к уровню моря было рекомендовано относить ее к геоиду, который соответствует значению нормального геопотенциала W_0. Было также рекомендовано, чтобы астрономические постоянные имели одинаковые значения во всех системах координат. При этом основными физическими единицами являются СИ-секунда собственного времени и СИ-метр собственной длины, который связан с СИ-секундой через значение скорости света c = 299792458 м/с.

Шкалы координатного времени имеют такие определения:

TCB (Barycentric Coordinate Time) — *Барицентрическое координатное время* Барицентрической системы координат (BCRS),

TCG (Geocentric Coordinate Time) — *Геоцентрическое координатное время* Геоцентрической системы координат (GCRS),

TT (Terrestrial Time) — *Земное время*, которое используют для фиксации астрономических наблюдений на поверхности Земли. Эта шкала времени практически реализуется наземными эталонами времени и частоты.

Если шкалы времени TCB и TCG относятся к центрам масс соответствующих систем, то время TT является собственным временем наблюдателя на поверхности (геоиде) Земли.

Начальный отсчет координатных шкал времени ведется от эпохи

1977 январь $1{,}0^{h}\,0^{m}\,32{,}184^{s}$ TT = 1977 январь $1{,}0^{h}\,0^{m}\,0{,}000^{s}$ TAI

(JD = 2443144,5 TAI) в геоцентре.

Приведем соотношения шкал:

$$\mathrm{TT} = \mathrm{TDT} = \mathrm{ET} = \mathrm{TAS} + 32{,}184 \text{ с};$$

$$\mathrm{TDB} = \mathrm{TDT} + \left(1/c^2\right)\left(\mathbf{V}_Z\left(\mathbf{r} - \mathbf{R}_Z\right)\right) + P;$$

$$\mathrm{TCG} = \mathrm{TT} + L_G\left(t - t_0\right);$$

$$\mathrm{TCB} = \mathrm{TDB} + L_B\left(t - t_0\right);$$

$$\mathrm{TCB} = \mathrm{TCG} + L_C\left(t - t_0\right) + \left(1/c^2\right)\left(\mathbf{V}_Z\left(\mathbf{r} - \mathbf{R}_Z\right)\right) + P,$$

где

$$t - t_0 = [\mathrm{MJD(TAI)} - 43144{,}0]86400 \text{ с},$$

$$L_G = 6{,}969290134 \cdot 10^{-10},\ L_B = 1{,}55951976772 \cdot 10^{-8},$$

$$L_C = 1{,}48082686741 \cdot 10^{-8},$$

$\mathbf{r}$, $\mathbf{R}_Z$ — барицентрические радиус-векторы часов и центра Земли, $\mathbf{V}_Z$ — вектор скорости центра Земли, P — параметр, который представляется совокупностью периодических членов с главным членом, амплитуда которого равна 1,6 мс.

8.2. КООРДИНАТЫ И СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА В ОТО

8.2.1. Пространственно-временные измерения и общая теория относительности

Рассмотрим общие вопросы введения систем отсчета в рамках ОТО. Непосредственно наблюдаемыми в ОТО являются собственное время, направления на отдаленные источники излуче-

ния, пространственные координаты событий и другие величины, регистрируемые относительно собственной системы отсчета в малой окрестности наблюдателя. Определение пространственно-временных характеристик отдаленных событий тесно связано с фотометрическими, спектральными и поляризационными измерениями. Существует значительное количество физических величин, которые имеют векторную или тензорную природу; эти величины также должны быть корректно — с точки зрения ОТО — определены в окрестности наблюдателя.

Следует иметь в виду, что результаты измерений, даже наиболее непосредственных, получают точную интерпретацию в рамках определенной теоретической системы. Фундаментальное отличие релятивистской теории тяготения от классической ньютоновской связано с другой геометрией, которая применяется для моделирования пространственно-временных отношений. В классической физике имеют место абсолютное время и евклидова геометрия трехмерного пространства. В СТО геометрия ПВ — это четырехмерная псевдоевклидова геометрия; в ОТО — четырехмерная псевдориманова геометрия. В ней, в отличие от евклидовой геометрии, отсутствует абсолютный параллелизм — результат параллельного перенесения зависит от пути, вдоль которого оно осуществляется. Это коренным образом изменяет теоретическую интерпретацию пространственно-временных измерений. В частности, в римановом пространстве вообще нет обычной параллельной сетки декартовых координат, а для идентификации точек (событий) используются произвольные криволинейные координаты x^{μ}, $\mu = 0, 1, 2, 3$.

В ОТО сложно сравнивать скорости тел в разных точках, такие понятия как относительная скорость и неподвижность канонически определяются лишь для тел в непосредственной окрестности наблюдателя. Это усложняет ковариантное описание относительного движения тел при наличии кривизны пространства-времени. Заметим, что ковариантное уравнение относительного движения двух пробных тел в ОТО в первом приближении по расстоянию между ними было получено Сингом в 1935 г. [414], а для конечного расстояния между телами было сформулировано с помощью ковариантных рядов в работах [490, 491] (см. также [579]).

Для пространственно-временных измерений необходимо вводить систему отсчета, которая приписывает каждому событию четыре координаты, а также служит для разложения тензорных

физических величин на отдельные компоненты. Рассматривая теоретические подходы к определению системы отсчета, учитываем, что она наряду с теоретической моделью должна иметь адекватную практическую реализацию. Заметим, что такая трактовка понятия *система отсчета*, которое связывает его непосредственно с интерпретацией пространственно-временных измерений, не исчерпывает всех его применений разными авторами. Во многих случаях переход к другой системе отсчета, такой, например, как «спиновая система отсчета» или «система отсчета антинаблюдателя», следует рассматривать как иное математическое представление теории, которое, конечно, способствует ее лучшему пониманию. Можно констатировать, что в ОТО термин *система отсчета* имеет разные толкования, из которых мы более подробно обсуждаем одно из них, касаясь других лишь попутно. С разнообразными подходами к определению систем отсчета в ОТО можно ознакомиться в работах [401, 511, 534, 561, 563].

8.2.2. Относительность и координаты

В основе системы отсчета всегда лежит некоторая система координат. Теоретический аппарат ОТО сформулирован в общековариантном виде. Т. е. вместо конкретных соотношений между числовыми величинами, которые зависят от системы координат, формулируются определенные алгоритмы, с помощью которых можно построить соответствующие соотношения в произвольных координатах. Существование ковариантной формулировки некоторого соотношения показывает, что в его основе лежит определенная физическая реальность.

Геометрические свойства ПВ определяются метрическим тензором $g_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}\right)$ в любой системе координат. Действительно, в точке с координатами x^{α} при заданной метрике определено скалярное произведение векторов и, таким образом, их длины и углы между ними. Также через метрический тензор определяется параллельное перенесение — основа сравнения векторов, которые заданы в разных точках. На этом основании некоторые авторы отождествляют систему отсчета с произвольно выбранной системой координат. Заметим, что именно такой мысли придерживался Эйнштейн. В работе 1917 г. [604, с. 580] он сравнивает тело отсчета с моллюском, который изменяет свою форму. Далее Эйнштейн пишет, что такой «моллюск отсчета» — это нагляд-

ный образ, эквивалентный произвольной системе координат, и что общий принцип относительности требует, чтобы все «моллюски» могли применяться как тела отсчета с одинаковым успехом.

С течением времени среди специалистов окрепло убеждение, что хотя каждая система отсчета действительно опирается на некоторую систему координат, общая ковариантность и относительность к системе отсчета — разные вещи. Первая является математическим выражением физических свойств; вторая — это необходимость введения некоторых эталонов и/или реперов (в широком понимании), чтобы сделать результаты измерений однозначными.

В рамках СТО (т. е. в частном случае ПВ Минковского) все законы физики инвариантны относительно преобразований из группы Пуанкаре. Результаты любых экспериментов в замкнутой физической системе не зависят от общего пространственного и временного сдвига системы, пространственной ориентации и общего равномерного движения системы. Чтобы сделать пространственно-временное описание определенным, необходимо задать инерциальную систему отсчета: ее теоретическая модель состоит из точки — начала координат (например, положения наблюдателя) и ортонормированного 4-репера в этой точке. Конечно, и в СТО можно использовать произвольные криволинейные координаты и ускоренные системы отсчета; по сравнению с «инерциальными координатами» их определение имеет дополнительные степени свободы.

В ОТО нет пуанкаре-инвариантности, но вместо нее есть локальная лоренц-инвариантность и локальная позиционная инвариантность. Итак, в ОТО для определенности измерений также необходимо, по крайней мере, задать ортонормированный 4-репер в одной точке ПВ. Далее мы покажем, что при заданной метрике этого достаточно для определения системы отсчета. Системы отсчета, которые определяются орторепером в одной точке, называются *системами отсчета локального наблюдателя*; физические величины, трансформированные таким образом, что они могут быть отнесенные к этому реперу, назовем *локальными наблюдаемыми* [579]. Система координат, на которой базируется система отсчета локального наблюдателя, также определяется эталонным репером. Системы отсчета локального наблюдателя рассмотрены в п. 8.3.

8.2.3. Введение системы координат по заданной метрике и координатные условия

Остановимся на проблеме конкретизации координат. Задание явного вида метрического тензора $g_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}\right)$ определенным образом фиксирует систему координат $\{x^{\alpha}\}$, поскольку переход от координат x^{α} к другим координатам $x'^{\beta} = x'^{\beta}\left(x^{\alpha}\right)$ сопровождается трансформацией метрики: $g_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}\right) \to g'_{\sigma\tau}\left(x'^{\beta}\right) = g_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}\right)\frac{\partial x^{\mu}}{\partial x'^{\sigma}}\frac{\partial x^{\nu}}{\partial x'^{\tau}}$. На метрические коэффициенты за счет выбора координат можно наложить четыре независимые почти произвольные условия:

$$F_{\gamma}\left(x^{\beta}, g_{\mu\nu}\left(x^{\alpha}\right), \partial g_{\mu\nu}/\partial x^{\alpha}, ...\right) = 0\,, \qquad (8.1)$$

что может значительно упростить решение конкретной задачи. Условия (8.1) называют координатными условиями. Если они не противоречат друг другу и требованию невырожденности метрической формы, то они неявно определяют систему координат, или ограниченный класс таких систем.

Примером координатного представления $g_{\mu\nu}(\mathbf{x})$ может служить метрика параметризованного постньютоновского формализма [593] (см. п. 4.2.1). Постньютоновская точность системы отсчета пока что целиком достаточна для астрометрических приложений. Однако в принципиальном плане ограничивать определение системы отсчета использованием какого-либо приближения нежелательно. В связи с этим отметим, что в работах [35, 76, 117, 157, 243, 543] рассматривались вопросы введения систем координат за пределами линейного приближения ОТО.

Особое место занимают гармонические координаты (ГК), которые, в частности, положены в основу рекомендаций Международного астрономического союза [357, 402] относительно определения астрономических систем отсчета с учетом релятивистских эффектов. В этих рекомендациях дано явное представление $g_{\mu\nu}$. Выделенный характер ГК связан с определенными преимуществами при решении уравнений Эйнштейна. Если $\{x^{\mu}\}$ — координаты в произвольной системе, то функции преобразования к ГК $y^{\mu} = \Psi^{\mu}(x)$ удовлетворяют ковариантному уравнению Даламбера:

$$\nabla_\alpha \nabla^\alpha \Psi^\mu = 0 \,. \qquad (8.2)$$

Если $\{y^\mu\}$ — ГК, то уравнение (8.2) сводится к таким условиям на метрический тензор (координатные условия):

$$\frac{\partial}{\partial y^\mu}\left(\sqrt{-\tilde{g}}\,\tilde{g}_{\mu\nu}\right) = 0 \ ,$$

где $g = \det\|g_{\mu\nu}\|$, а тильдой отмечены величины в координатах $\{y^\mu\}$. Записанные уравнения в частных производных оставляют значительную свободу в выборе $\tilde{g}_{\mu\nu}$ и не фиксируют систему координат однозначно, если дополнительно не вводить граничных или каких-то других условий. Без этих условий функциональная неопределенность метрических коэффициентов $\tilde{g}_{\mu\nu}$ остается и в том случае, если метрический тензор удовлетворяет уравнениям Эйнштейна. Например, в пустом пространстве решением уравнений Эйнштейна есть $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ (тензор Минковского). Тогда, ограничиваясь в (8.2) случаем $\Psi^0(x^\mu) \equiv x^0$, $\Psi^i(x^\mu) \equiv \Psi^i(\mathbf{x})$, $i = 1,2,3$; $\mathbf{x} = \{x^1, x^2, x^3\}$, получаем $\Delta\Psi^i = 0$. Это уравнение допускает бесконечный набор решений — гармонических функций, которым соответствуют разные гармонические системы координат. Очевидно, что подобная картина сохранится и в более общем случае искривленного ПВ.

С учетом изложенного способы введения ГК принципиально различаются для случая релятивистской барицентрической системы отсчета Солнечной системы и систем отсчета типа геоцентрических и спутниковых. В первом случае вводятся предельные условия для $\tilde{g}_{\mu\nu}$ на пространственной бесконечности (условия излучения), которые характерны для изолированной гравитирующей системы. Эти условия определяют решение $\tilde{g}_{\mu\nu}$ уравнений Эйнштейна, начиная с бесконечного прошлого, и вместе с траекторией барицентра (определение которого в ОТО имеет свои трудности) и реперными направлениями однозначно фиксируют релятивистскую систему отсчета. Отметим, что существование и единственность решений уравнений Эйнштейна строго исследованы лишь в локальной задаче Коши [525, 601] (т. е. для интервала в окрестности начальных данных), а вопрос

относительно неограниченного интервала остается открытым. Тем не менее, в физических работах обычно предполагают утвердительный ответ и в этом случае, по крайней мере, при довольно общих условиях на тензор энергии-импульса $T^{\mu\nu}$, описывающий изолированную систему масс в ограниченной области.

Если же ГК привязывают к мировой линии наблюдателя или центра Земли (геоцентрические системы координат), которые не описывают инерциальное движение, то здесь $\tilde{g}_{\mu\nu}$ не имеет квазигалилеевой асимптотики на бесконечности, что отражается на введении граничных условий. Поэтому, например, чтобы зафиксировать систему координат, Брумберг и Копейкин [243, 543] (см. также [76, 117]) вводили дополнительные ограничения на форму тензора $\tilde{g}_{\mu\nu}$ в виде мультипольных разложений в окрестности начала пространственных координат. Преимущества этой разновидности ГК проявляются прежде всего в расчетах, связанных с решением уравнений Эйнштейна. Однако выбор указанных разложений, связанный с алгоритмом получения $\tilde{g}_{\mu\nu}$, существенным образом ограничен постньютоновским приближением или определенной аппроксимационной процедурой (см., например, [117, 243, 543]). Эта процедура часто довольно громоздка, и тогда выбор гармонической системы координат ничем не лучше, чем прямое задание явного вида метрики.

Выбор координатного представления метрики еще не фиксирует систему отсчета, если не задать траекторию наблюдателя и его 4-репер, который привязан к опорным направлениям (на опорные источники [402]). Существенно иными являются системы отсчета локального наблюдателя — их строят конструктивным путем через величины, однозначно связанные с наблюдениями. В определении этих систем не используют уравнения поля или уравнения движения, описывающие динамику тела отсчета. Преимущества таких систем наиболее ощутимы при решении задач, когда движение тел, фигурирующих в определении систем отсчета, зависит от физических факторов (которые можно учитывать, например, на феноменологическом уровне) или не известны соответствующие начальные условия[1].

[1] Например, вращение Земли, как известно, содержит весьма малые, но стохастические составляющие, связанные с движением полюсов.

8.3. СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА ЛОКАЛЬНОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ

Риман в своей исторической вступительной лекции [582] поставил вопрос об определении таких координат, которые бы не зависели от конкретной метрики, для того чтобы можно было сравнивать искривленные пространства между собою. Там же он предложил одно из возможных решений: координаты, которые определяют с помощью геодезических линий, проходящих через фиксированную точку. Эти координаты впоследствии были названы римановыми нормальными координатами. Они играют важную роль во многих геометрических исследованиях. В ОТО нормальные координаты нашли широкое применение в работах Синга [590], который также популяризовал координаты Ферми [595] и ввел оптические координаты, определяемые в окрестности мировой линии наблюдателя. Как и римановы нормальные координаты, координаты Ферми и оптические координаты строят с помощью геодезических. Концепцию систем отсчета одиночного наблюдателя выдвинул и исследовал Мицкевич с соавторами [563]. Локальные наблюдаемые были введены в работе [490]. Использование систем отсчета локального наблюдателя опирается на хорошо развитый аналитический аппарат [485, 579].

8.3.1. Система отсчета Ферми

Координаты Ферми [590] представляют один из наиболее известных методов введения системы координат в терминах хорошо определенных геометрических величин для ПВ общего вида. Преимуществами координат Ферми являются концептуальная простота, непосредственная связь с наблюдаемыми величинами и наличие однозначного инвариантного алгоритма, который устанавливает связь координат Ферми $y^{\mu} = y^{\mu}(x)$ с другими координатами $\{x^{\nu}\}$, если известен метрический тензор $g_{\mu\nu}(x)$. Этот алгоритм не зависит от того, удовлетворяет ли $g_{\mu\nu}(x)$ уравнениям Эйнштейна или каким-то другим.

Пусть $W_O^{\mu}(s)$ — времениподобная мировая линия (траектория наблюдателя или центра небесного тела), которую будем назы-

вать опорной траекторией, s — собственное время на этой траектории; $\lambda^{\alpha}_{(\rho)}(s)$ — ортонормированный 4-репер (см. п. 2.1.3, $\lambda^{\ \alpha}_{(\mu)}\lambda^{\ \beta}_{(\nu)}g_{\alpha\beta}=\eta_{\mu\nu}$, где $\eta_{\mu\nu}$ — тензор Минковского), который переносится вдоль $W^{\mu}_{O}(s)$ по правилу Ферми—Уокера [590], причем $\lambda^{\ \alpha}_{(0)}=\dfrac{dW^{\mu}_{O}}{ds}$. Репер с указанными свойствами существует на любой кривой $W^{\mu}_{O}(s)$. Пространственную ориентацию начального (эталонного) репера $\lambda^{\alpha}_{(i)}(0)$, $(i=1,2,3)$ можно связать с физически определенными опорными направлениями в соответствующий момент времени. Для точки с координатами $\{x^{\mu}\}$ в некоторой системе координат рассмотрим пространственноподобную геодезическую q^{μ} (т. е. $\dfrac{\delta^2 q^{\mu}}{d\sigma^2}\equiv 0$, символ δ означает ковариантное дифференцирование), проходящую через эту точку при некотором значении своего канонического параметра $\sigma=\tilde{\sigma}$, $x^{\mu}=q^{\mu}(\tilde{\sigma},n^{\mu},s)$ и ортогонально пересекающую опорную траекторию в момент собственного времени s.

Для типичного случая существует довольно большая область координат $\{x^{\mu}\}$, которая содержит W^{μ}_{O}, где эта геодезическая определена единственным образом следующими начальными условиями при $\sigma=0$:

$$W^{\mu}_{O}(s)=q^{\mu}(0,n^{\mu},s),\qquad n^{\mu}=\left.\frac{dq^{\mu}}{d\sigma}\right|_{\sigma=0},\qquad n_{\mu}\frac{dW^{\mu}_{O}}{ds}=0. \tag{8.3}$$

Тогда координаты Ферми y^{μ} указанной точки определяются такими соотношениями:

$$y^0=s,\qquad y^i=\lambda^{(i)}_{\alpha}n^{\alpha}\tilde{\sigma}\ ,\ i=1,2,3. \tag{8.4}$$

В работе [526] приведены общие выражения для метрического тензора и наблюдаемых величин в координатах Ферми, с помощью которых, в частности, можно построить $g_{\mu\nu}(y)$ в виде разложений по степеням пространственных координат. В случае слабых гравитационных полей, когда в некоторой системе коор-

динат x^{α} метрический тензор задан в виде малого возмущения метрики Минковского, $g_{\alpha\beta}\left(x^{\gamma}\right)=\eta_{\alpha\beta}+h_{\alpha\beta}\left(x^{\gamma}\right)$, развит альтернативный аппарат построения координат Ферми в квадратурах от $h_{\alpha\beta}\left(x^{\gamma}\right)$ [279, 302, 492].

Используя приведенные соотношения, можно доказать, что в системе координат Ферми символы Кристоффеля удовлетворяют уравнению $\Gamma^{\alpha}_{ij}y^{i}y^{j}\equiv 0$, а на опорной траектории ($y^{i}=0$, $i=1,2,3$) имеем $\tilde{g}_{\mu\nu}=\eta_{\mu\nu}$. Это и есть координатные условия, которые определяют множество систем координат Ферми; конкретная система координат определяется траекторией $W^{\mu}_{O}(s)$ и правилом перенесения вдоль нее репера $\lambda^{\alpha}_{(\rho)}(s)$. Если опорная траектория геодезическая, то перенос Ферми—Уокера совпадает с параллельным, при этом координаты Ферми уточняют локально-лоренцеву систему и максимально похожи на лоренцевы координаты плоского ПВ. В случае негеодезической траектории $W^{\mu}_{O}(s)$ они моделируют систему отсчета ускоренного наблюдателя. Их также несложно обобщить на случай наблюдателя, который вращается [557]. Построение системы отсчета Ферми завершается построением поля орторепера путем параллельного перенесения репера $\lambda^{\alpha}_{(\rho)}(s)$ вдоль геодезических $x^{\mu}=q^{\mu}(\sigma,n^{\mu},s)$ [563].

Определение координат Ферми и соответствующие алгоритмы расчета не ограничены конкретной динамической задачей; они не зависят ни от структуры $g_{\mu\nu}$, ни от дополнительных модельных ограничений на метрику. Это упрощает рассмотрение и экономит усилия при исследовании феноменологических моделей в астрометрии, если учет эффектов ОТО необходим, в первую очередь, для правильной интерпретации результатов наблюдений, связанных с распространением электромагнитных волн. Относительно динамических эффектов, обусловленных движением и вращением Земли, то здесь вклад релятивистских эффектов обычно маскируется разными случайными факторами (см., например, [608]).

К недостаткам координат Ферми, скорее технического характера, можно отнести немного усложненную реализацию этих

систем координат при построении геоцентрической системы отсчета. В частности, в определение геоцентрических координат Ферми входит инвариантное расстояние от опорной кривой (мировой линии центра Земли) к текущей точке вдоль пространственно-подобной геодезической, которая проходит частично внутри мировой трубки Земли. Соответственно в расчеты войдет инвариантное расстояние от центра Земли до поверхности. Численное значение релятивистской поправки к этой величине порядка нескольких миллиметров зависит от распределения массы внутри Земли.

Другой недостаток геоцентрических координат типа координат Ферми — неудобство их введения при учете несферичности Земли, что также связано с интегрированием уравнений геодезических во внутренней области.

Эти недостатки отсутствуют в модели геоцентрической системы отсчета, основанной на модифицированных координатах Ферми [35, 157] на базе фоновой метрики, которая описывает гравитационное поле тел Солнечной системы, кроме поля Земли. Процедуру перехода к модифицированным координатам Ферми можно сформулировать так: сначала определяют метрический тензор точной задачи $g^{\alpha\beta}$ и фоновой задачи $g_{\Phi}{}^{\alpha\beta}$ (например, в барицентрической гармонической системе координат), дальше для $g_{\Phi}{}^{\alpha\beta}$ строят координаты Ферми на мировой линии центра Земли, а потом формулы перехода к этим координатам Ферми используют для получения точной метрики в новых координатах. Однако известно, что процедура отделения малого возмущения от фоновой метрики нетривиальна и может приводить к координатным неопределенностям.

8.3.2. Оптические координаты

Оптические координаты [590] конструктивно очень близки к координатам Ферми и в определенной мере повторяют их преимущества и недостатки. Однако они более тесно связаны с наблюдениями, поскольку непосредственно показывают положения удаленных источников на небесной сфере. Как и координаты Ферми, оптические координаты определяют однозначно с помощью инвариантного алгоритма, который не зависит от ограничений на метрический тензор. Но по сравнению с коор-

динатами Ферми алгоритм определения оптических координат лучше соответствует реальным условиям астрометрических наблюдений и имеет более прозрачную физическую интерпретацию.

Аналогично случаю координат Ферми здесь также рассматривают мировую линию $W_O^{\mu}(s)$ и 4-репер $\lambda_{(\rho)}^{\alpha}$ с такими же, как и у координат Ферми, свойствами.

Пусть функции $q^{\mu}(\sigma, n^{\mu}, s)$, где σ — канонический параметр, задают изотропную геодезическую (в отличие от пространственноподобной геодезической в случае координат Ферми), которая проходит через точку $\{x^{\mu}\}$ при $\sigma = \tilde{\sigma}$ и пересекает опорную траекторию в точке $W_O^{\mu}(s)$. Тогда оптические координаты $\{y^{\mu}\}$ точки $\{x^{\mu}\}$ формально определены соотношениями (8.4), в которых вместо (8.3) при $\sigma = 0$ необходимо положить $W_O{}^{\mu}(s) = q^{\mu}(0, n^{\mu}, s)$, $n^{\mu} = \left.\dfrac{dq^{\mu}}{d\sigma}\right|_{\sigma=0}$, причем касательный вектор к геодезической в начальной точке изотропный: $n^{\mu} n_{\mu} = 0$ (вместо последнего условия (8.3)).

Алгоритмы расчета метрического тензора и наблюдаемых величин в оптических координатах в виде разложений по степеням пространственных координат приведены в [486]. Для слабых гравитационных полей в работе [489] указаны соответствующие выражения через квадратуры от возмущения метрики Минковского $h_{\alpha\beta}\left(x^{\gamma}\right)$.

8.3.3. Обобщенные координаты Ферми (ОКФ)

Рассмотрим определение релятивистской геодезической системы координат [472, 525], которая является обобщением системы координат Ферми, не связанным с фиктивной метрикой (в противоположность модифицированным координатам Ферми). Вместе с тем, это определение избегает рассмотрения внутренней области тела отсчета (Земли) при рассмотрении системы отсчета в околоземном пространстве. Предложенная конструкция представляет собой промежуточный вариант между

системами координат одиночного наблюдателя и системами координат, основанными на введении фиктивного поля наблюдателей во всем пространстве [511, 563]. Вместо одной опорной мировой линии здесь рассматривается семейство мировых линий наблюдателей на поверхности Земли, жестко связанных с ней, которое моделирует траектории сети наблюдательных станций. Предполагается, что эти траектории (либо их интерполяция) плотно заполняют поверхность мировой трубки Земли. Мировая линия $W^{\mu}(t,\lambda,\varphi)$ каждого наблюдателя фиксируется параметрами λ,φ, в качестве которых можно выбрать координаты на поверхности во вращающейся с Землей системе координат; t — собственное время или другой временной параметр. Траектории $W^{\mu}(t,\lambda,\varphi)$ определяют поверхность Σ мировой трубки тела отсчета, причем при фиксированном t множество точек $W^{\mu}(t,\lambda,\varphi)$ с разными координатами λ,φ гомеоморфно сфере. Способы введения координат на поверхности мировой трубки Σ рассмотрены далее.

Для определения ОКФ строим геодезические линии, которые ортогонально пересекают Σ в каждой точке этой поверхности. Чтобы не рассматривать геодезические внутри мировой трубки, инвариантное расстояние вдоль геодезических отсчитывают не от мировой линии центра тела, а от его поверхности.

Пусть $n^{\mu}(t,\lambda,\varphi)$ — нормаль к Σ в точке $W^{\mu}(t,\lambda,\varphi)$, т. е.

$$\frac{\partial W^{\mu}}{\partial u^{a}} n_{\mu} = 0 \ , \ n_{\mu} n^{\mu} = -1 , \tag{8.5}$$

где

$$a = 0,1,2, \quad u^{0} = t, \quad u^{1} = \lambda, \quad u^{2} = \varphi .$$

Для любых t,λ,φ единственным образом определена пространственно-подобная геодезическая

$$x^{\mu} = q^{\mu}(t,\lambda,\varphi,\sigma), \qquad \frac{\delta^{2} q^{\mu}}{d\sigma^{2}} = 0, \qquad \sigma \geq 0 , \tag{8.6}$$

которая удовлетворяет начальным условиям:

$$q^{\mu}(t,\lambda,\varphi,0) = W^{\mu}(t,\lambda,\varphi)\,, \tag{8.7}$$

$$\left.\frac{dq^{\mu}}{d\sigma}\right|_{\sigma=0} = n^{\mu}(t,\lambda,\varphi)\,, \tag{8.8}$$

где σ — канонический параметр; t,λ,φ — фиксированы.

Итак, точке с координатами $\{x^{\mu}\}$ сопоставляется четверка новых координат t,λ,φ,σ (ОКФ) в соответствии с соотношениями (8.6)—(8.8).

Очевидно, ОКФ есть разновидностью гауссовских координат [590]; их можно также интерпретировать как обобщение геодезических координат классической астрометрии [555]. Для того чтобы обеспечить однозначность ОКФ и исключить пересечения геодезических линий, мировая трубка предполагается далее выпуклой, причем координаты вводятся в ограниченной области пространства-времени вокруг мировой трубки, где нет точек, сопряженных с точками на Σ.

Дальнейшие соображения, которые конкретизируют общий вид метрики, стандартны (см., например, [590]). Обозначим $U^{\mu} = \dfrac{\partial q^{\mu}}{\partial\sigma}$, $V_a^{\mu} = \dfrac{\partial q^{\nu}}{\partial u^a}$. Вследствие (8.5), (8.6), (8.8) при всех σ имеем: $U_{\mu}U^{\mu} = -1$ и $\dfrac{\partial}{\partial\sigma}\left(U_{\mu}V_a^{\mu}\right) = U_{\mu}\dfrac{\delta}{\partial u^a}\left(U^{\mu}\right) = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial}{\partial u^a}\left(U_{\mu}U^{\mu}\right) = 0$, где учтено, что $\dfrac{\delta V_a^{\mu}}{d\sigma} = \dfrac{\delta U^{\mu}}{\partial u^a}$. Отсюда с помощью (8.5)—(8.7) получаем $U_{\mu}V_a^{\mu} = 0$ и в новых координатах имеем

$$dS^2 = \tilde{g}_{ab}du^a du^b - d\sigma^2\,, \tag{8.9}$$

где $\tilde{g}_{ab} = V_{\alpha}^{\mu}V_b^{\nu}g_{\mu\nu}$, $a,\ b = 0,1,2$.

Аналогичную конструкцию можно предложить как обобщение оптических координат, если считать, что q^{μ} — изотропная геодезическая. В этом случае $\left(\dfrac{\partial q^{\mu}}{\partial\sigma}\right)_{\sigma=0}$ не может быть ортого-

нальным Σ, вместо этого положим, что ортогональной есть пространственная часть этого вектора в локальных координатах, связанных с траекторией $W^{\mu}(t,\lambda,\varphi)$ в точке пересечения поверхности тела отсчета. Соответственно необходимо заменить вектор нормали n^{μ} на изотропный вектор $\tilde{n}^{\mu}$, направленный в прошлое:

$$n^{\mu} \to \tilde{n}^{\mu} = n^{\mu} - \frac{dW^{\mu}}{d\tau},$$

где

$$d\tau = \sqrt{\frac{\partial W^{\mu}}{\partial t}\frac{\partial W^{\nu}}{\partial t}g_{\mu\nu}}dt,$$

тогда

$$\tilde{n}^{\mu}\tilde{n}_{\mu} = 0.$$

С учетом этой замены связь с новыми координатами задается теми же соотношениями (8.6)—(8.8).

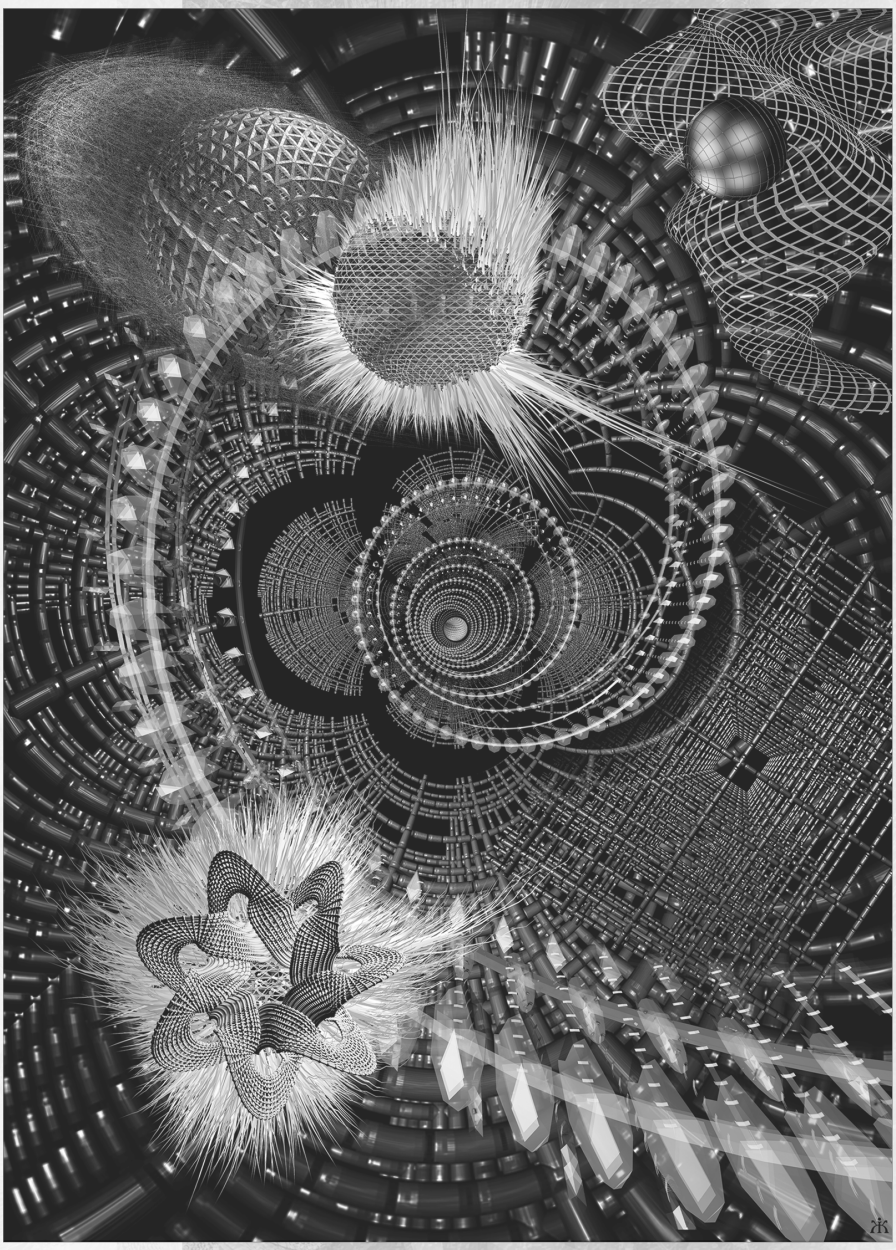
***Координаты на поверхности* Σ.** Выбор координат u^1, u^2 на Σ также можно сделать инвариантным способом, который ассоциируется с определением параллелей и меридианов на поверхности Земли.

Поверхность Σ с индуцированным метрикой $g^{\omega}_{ab}(u) = \tilde{g}_{ab}(u,\sigma = 0)$ является трехмерным римановым многообразием, в котором можно определить координаты Ферми для некоторой опорной кривой $W^{\mu}_{O}(\tau)$. Для этого необходимо ввести начало отсчета и 2-репер, который переносится вдоль W^{μ}_{O} по правилу Ферми—Уокера [590]. В качестве W^{μ}_{O} в случае Земли можно выбрать мировую линию одного из полюсов. В общем случае потребуются две карты, которые соответствуют траекториям двух полюсов (северное и южное полушария) для того, чтобы покрыть всю поверхность Σ для любого конечного участка мировой трубки Земли. В классическом пределе координаты Ферми u^1, u^2 связаны с обычными широтой и долготой.

Общее время на поверхности равновесия. Рассмотрим стационарный случай, предполагая существование координат, в которых g^{ω}_{ab} не зависит от u^0, а наблюдатели на Σ неподвижны:

$W^a(u) \equiv u^a$, $a = 0, 1, 2$. Пусть Σ есть поверхностью равновесия (в случае поверхности Земли — геоид), что определяем, требуя, чтобы все траектории неподвижных относительно поверхности наблюдателей были геодезическими на Σ. Записывая уравнения геодезических при учете стационарности, получаем $\tilde{\Gamma}^a_{00} = 0$ или $g^{\omega}_{00,a} = 0$, откуда $g^{\omega}_{00} = \text{const}$ на Σ. Итак, темп времени для неподвижных наблюдателей на Σ одинаков во всех точках, что дает возможность ввести глобальное время на Σ.

Пример расчета релятивистских поправок к ОКФ для модели несферической Земли приведен в [607].



ПОСЛЕСЛОВИЕ

Предвидение всегда исполняется
непредвиденным образом.
Такаси Мацуока

Общая теория относительности отмечает свой столетний юбилей. После создания ее основ четыре десятилетия ОТО развивалась главным образом как математическая теория, имеющая слабое экспериментальное обоснование и вместе с тем несомненную эстетическую привлекательность. В дальнейшем ОТО получила многочисленные экспериментальные подтверждения, стала рабочим инструментом современной астрономии и заняла достойное место в научной картине мира.

Как отмечено в предисловии, авторы книги отдавали предпочтение тем результатам, которые получили признание международного научного сообщества, и попытались обрисовать возможные пути развития ОТО; хотя делать предсказания о дальнейшей судьбе теории — неблагодарное занятие. В настоящее время общепризнано, что последовательная теория должна объединить представления о пространстве-времени с эффектом квантовой физики. Возможно, это будет сделано в рамках Великого объединения с использованием супергравитации или других идей теоретической физики, которые пока что далеки от реальных приложений. В то же время «классическая», т. е. неквантовая ОТО, которой посвящено основное содержание книги, нуждается в дальнейшей серьезной проверке и в сильных полях релятивистских астрофизических объектов, и косвенно, на основе космологических данных. Захватывающая дух интрига и огромный интеллектуальный вызов стоят перед физикой XXI века,

которая, несомненно, будет развивать представления о структуре пространства-времени в областях сверхмалых и сверхбольших масштабов.

Следует особо подчеркнуть, что ОТО, которая базируется на небольшом числе общих положений, пока что является наиболее «экономной» по сравнению с конкурирующими теориями тяготения, содержащими дополнительные «сущности» (дополнительные поля, константы и т. п.). Со временем постепенно будут накапливаться новые данные, которые, возможно, потребуют введения этих новых «сущностей», например, в связи с модификациями стандартной космологической модели, которая сейчас опирается на ОТО. Не исключено, что эти модификации будут касаться и других разделов теории поля или приведут к расширению самой ОТО. Устоит ли ОТО перед этими вызовами? Что ждет ОТО в будущем? Новые подтверждения теории или радикальная ломка привычных понятий? Время покажет...

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

Бди!
Козьма Прутков

АД	аккреционный диск
АЯГ	активное ядро галактики
ГДИ	гравитационное движение изображения
ГК	гармоничные координаты
ГКС	гравитационное красное смещение
ГЛС	гравитационно-линзовая система
ГС	голая сингулярность
КА	космический аппарат
КПО	квазипериодические осцилляции
ЛИ	лоренц-инвариантность
ЛЛИ	локальная лоренц-инвариантность
МАС	Международный астрономический союз
НЗ	нейтронная звезда
НСК	небесная система координат
ОКФ	обобщенные координаты Ферми
ОТО	общая теория относительности
ПВ	пространство-время
ПКЦ	принцип космической цензуры
ППН	параметризованный постньютоновский
ПЭ	принцип эквивалентности
РСДБ	радиоинтерферометрия со сверхдлинной базой
СМБУ	событие микролинзирования с большим усилением
СМЧД	сверхмассивная черная дыра
СПЭ	слабый принцип эквивалентности
СТО	специальная теория относительности
ТМ	темная материя
ТЭ	темная энергия
УРИ	ультраяркий рентгеновский источник
ЧД	черная дыра
ЧДЗМ	черная дыра звездной массы
ЧДПМ	черная дыра промежуточной массы
ШС	шаровое скопление
ШЭЛ	широкие эмиссионные линии
ЭПЭ	эйнштейновский принцип эквивалентности

ASTROD	Astrodynamical Space Test of Relativity using Optical Devices
BCRS	Barycentric Celestial Reference System
CNRS	Centre National de la Recherche Scientifique
EGO	European Gravitational Observatory
GCRS	Geocentric Celestial Reference System
GP-B	Gravity Probe B
GPS	Global Positioning System
GRB	Gamma-ray burst
HST	Hubble Space Telescope
IGEC	International Gravitational Event Collaboration
INFN	Instituto Nazionale di Fisica Nucleare
KAGRA	Kamioka Gravitational Wave Detector
LAGEOS	LAser GEOdynamic Satellite
LARES	LAser RElativity Satellite
LATOR	Laser Astrometric Test of Relativity
LCGT	Large Cryogenic Gravity Telescope
LIGO	Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory
LISA	Laser Interferometer Space Antenna
LSC	LIGO Scientific Collaboration
MACHO	MAssive Compact Halo Object
MICROSCOPE	Micro-satellite à trainée Compensée pour l'Observation du Principe d'Équivalence
NASA	National Aeronautics and Space Agency
NSF	National Scientific Foundation
OGLE	Optical Gravitational Lens Experiment
STEP	Satellite Test of the Equivalence Principle
TAI	International Atomic Time
TCB	Barycentric Coordinate Time
TCG	Geocentric Coordinate Time
TDB	Barycentric Dynamical Time
TDT	Terrestrial Dynamical Time
TT	Terrestrial Time
WIMP	weakly interactive massive particles
WMAP	Wilkinson Microwave Anisotropy Probe
ΛCDM	Lambda Cold Dark Matter (модель с космологической постоянной и холодной темной материей)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Не стремись знать все,
чтобы не стать во всем невеждой.
Демокрит

1. *Aalseth C.E., Barbeau P.S., Bowden N.S. et al.* Results from a Search for Light-Mass Dark Matter with a P-type Point Contact Germanium Detector // Phys. Rev. Lett. — 2011. — **106**. — Id. 131301.

2. *Abadie J., Abbott B.P., Abbott R. et al.* A search for gravitational waves associated with the August 2006 timing glitch of the Vela pulsar // Phys. Rev. D. — 2011. — **83**. — Id. 042001.

3. *Abadie J., Abbott B.P., Abbott R. et al.* Prediction for the rates of compact binary coalescences observable by ground-based gravitational-wave detectors // Class. Quantum Grav. — 2010. — **27**. — Id. 173001.

4. *Abadie J., Abbott B.P., Abbott R. et al.* Search for gravitational-wave inspiral signal associated with short gamma-ray burst during LIGO's fifth and VIRGO first science run // Astroph. J. — 2010. — **715**. — P. 1453—1461 (arXiv:1001.0165).

5. *Abadie J., Abbott B.P., Abbott R. et al.* Sensitivity Achieved by the LIGO and VIRGO Gravitational Wave Detectors during LIGO's Sixth and VIRGO's Second and Third Science Runs // arXiv:1203.2674v2 [gr-qc].

6. *Abbott B.P., Abbott R., Adhikari R. et al.* (The LIGO Scientific Collaboration). Analysis LIGO data for gravitational waves from binary neutron stars // Phys. Rev. D. — 2004. — **69**. — Id. 122001.

7. *Abbott B., Abbott R., Adhikari R. et al.* (The LIGO Scientific Collaboration) Detector description and performance for the first coincidence observations between LIGO and GEO // Nucl. Instrum. Meth. — 2004. — **A517**. — P. 154—179.

8. *Abbott B., Abbott R., Adhikari R. et al.* (The LIGO Scientific Collaboration). Analysis of first LIGO science data for stochastic // Phys. Rev. D. — 2004. — **69**. — Id. 122004.

9. *Abbott B., Abbott R., Adhikari R. et al.* (The LIGO Scientific Collaboration). First upper limits from LIGO on gravitational waves bursts (LIGO-P030011 — tech.doc) // Phys. Rev. D. — 2004. — **69**. — Id. 102001.

10. *Abbott B., Abbott R., Adhikari R. et al.* (The LIGO Scientific Collaboration). Limit on gravitational wave emission from selected pulsars using LIGO data // Phys. Rev. Lett. — 2005. — **94.** — Id. 181103.

11. *Abbott B.P., Abbott R., Adhikari R. et al.* Search for gravitational waves from low mass binary coalescences in the first year of LIGO's S5 data // Phys. Rev. D. — 2009. — **79**. — Id. 122001 (arXiv:0901.0302).

12. *Abbott B., Abbott R., Adhikari R. et al.* (The LIGO Scientific Collaboration). Setting upper limits on the strength of periodic gravitational waves using the first science data from the GEO 600 and LIGO detection // Phys. Rev. D. — 2004. — **69**. — Id. 082004.

13. *Abdo A.A., Ackermann M., Ajello M. et al.* A limit on the variation of the speed of light arising from quantum gravity effects // Nature. — 2009. — **462**, Iss. 7271. — P. 331—334.

14. *Abel T., Bryan G., Norman M.* The formation and fragmentation of primordial molecular clouds // Astroph. J. — 2000. — **540**. — P. 39—44.

15. *Ade P.A.R., Aghanim N., Armitage-Caplan C. et al.* Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters // Astron. Astroph. — 2013. — **571**. — Id. A16 (arXiv: 1303.5076).

16. *Ade P.A.R. et al.* (BICEP2 Collaboration). Detection of B-mode Polarization at Degree Angular Scales by BICEP2 // Phys. Rev. Lett. — 2014. — **112**. — Id. 241101.

17. *Adelberger E.G., Heckel B.R., Nelson A.E.* Tests of the Gravitational Inverse-Square Law // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2003. — **53**. — P. 77—121 (arXiv:hep-ph/0307284).

18. *Afshordi N., Paczynski B.* Geometrically Thin Disk Accreting into a Black Hole // Astrophys. J. — 2003. — **592**. — P. 354—367.

19. *Akutsu T., Akutsu T.(2), Ando M. et al.* (The TAMA Collaboration). Results of the search for inspiraling compact star binaries from TAMA300 observations // Phys. Rev. D. — 2006. — **74**, N 12. — Id. 122002 (arXiv:0610064).

20. *Alcalde D., Mediavilla E., Moreau O. et al.* QSO 2237+0305 VR light curves from Gravitational Lenses International Time Project optical monitoring // Astrophys. J. — 2002. — **572**, Iss. 2. — P. 729—734.

21. *Alcock C., Allsman R., Alves D. et al.* The MACHO project: microlensing optical depth towards the Galactic bulge from difference image analysis // Astrophys. J. — 2000. — **541**. — P. 734—776.

22. *Alcock C., Allsman R., Alves D. et al.* The MACHO project: microlensing results from 5.7 years of LMC observations // Astrophys. J. — 2000. — **542**. — P. 281—307.

23. *Alexandrov A.N., Sliusar V.M., Zhdanov V.I.* Caustic crossing events and source models in the gravitational lens systems // Ukr. J. Phys. — 2011. — **56**, N 4. — P. 389—400.

24. *Alexandrov A.N., Vavilova I.B., Zhdanov V.I.* Non-metric generalizations of relativistic gravitational theory and observational data interpretation // Вісн. Київ. ун-ту. Астрономія. — 2005. — № 41—42. — С. 72—77 (gr-qc/0610152).

25. *Alexandrov A.N., Zhdanov V.I.* Asymptotic expansions and amplification of a gravitational lens near a fold caustic // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2011. — **417**. — P. 541—554.

26. *Allen Z.A., Astone P., Baggio L. et al.* First search for gravitational bursts with a network of detectors // Phys. Rev. Lett. — 2000. — **85**. — P. 5046—5050.

27. *Alley C.O., Cutler L.S., Reisse R. et al.* Experimental Gravitation // Proc. of the conf. at Pavia (1976) / Ed. B. Bertotti. — Academic Press, 1977.

28. *Amaro-Seoane P., Aoudia S., Babak S. et al.* Doing science with eLISA: Astrophysics and cosmology in the millihertz regime // arXiv:1201.3621 [astro-ph.CO].

29. *Anderson J.D., Williams J.G.* Long-range tests of the equivalence principle // Class. Quantum Grav. — 2001. — **18**. — P. 2447—2456.

30. *Antonucci F., Armano M., Audley H. et al.* LISA Pathfinder: mission and status // Class. Quantum Grav. — 2011. — **28**. — Id. 09400.

31. *Antonucci R., Miller J.* Spectropolarimetry and the nature of NGC 1068 // Astrophys. J. — 1985. — **297**. — P. 621—623.

32. *Aprile E., Arisaka K., Arneodo F. et al.* Dark Matter Results from 100 Live Days of XENON100 Data // arXiv:1104.2549v1. — 2011.

33. *Arkani-Hamed N., Dimopoulos S., Dvali G.* The Hierarchy Problem and New Dimensions at a Millimeter // Phys. Lett. B. — 1998. — **429**. — P. 263—272 (arXiv:hep-ph/9803315).

34. *Ashby N.* Relativistic effects in the Global Positioning System // Gravitation and Relativity: At the Turn of the Millennium. 15th Intern. Conf. on General Relativity and Gravitation. — Inter-University Center for Astron. Astroph., Pune, India, 1998. — P. 231—258.

35. *Ashby N., Bertotti B.* Relativistic effects in local inertial frames // Phys. Rev. D. — 1986. — **34**, N 8. — P. 2246—2259.

36. *Astone P., Babusci D., Bassan M. et al.* Detection of high energy cosmic ray with the resonant gravitational wave detectors EXPLORER and NAUTILUS // Astroparticle phys. — 2008. — **30**, Iss.4. — P. 200—208.

37. *Astone P., Babusci D., Bassan M. et al.* Study of coincidences between resonant gravitational wave detectors EXPLORER and NAUTILUS in the 2001 // Class. Quantum Grav. — 2002. — **19**. — P. 5449—5463.

38. *Astone P., Babusci D., Bassan M. et al.* All-sky upper limit for gravitational radiation from spinning neutron stars // Class. Quantum Grav. — 2003. — **20**. — P. S665—S676.

39. *Astone P., Bassan M., Bonifazi P. et al.* Study of coincidence between resonant gravitational wave detectors // Class. Quantum Grav. — 2001. — **18**. — P. 243—252.

40. *Astone P., Bassan M., Coccia E. et al.* Analysis of 3 years of data from the gravitational wave detectors Explorer and Nautilus // arXiv:1212.5202.

41. *Baessler S., Heckel B.R., Adelberger E.G. et al.* Improved test of the equivalence principle for gravitational self-energy // Phys. Rev. Lett. — 1999. — **83**. — P. 3585—3588.

42. *Baganoff F.K., Maeda M., Morris M. et al.* Chandra X-ray spectroscopic imaging of Sgr A* and the central parsec of the Galaxy // Astrophys. J. — 2003. — **591**, Iss. 2. — P. 891—915.

43. *Bahcall J.N., Ostriker J.P.* Massive black holes in globular clusters? // Nature. — 1975. — **256**. — P. 23—24.

44. *Bailin D., Love A.* Kaluza-Klein theories // Rep. Prog. Phys. — 1987. — **50**. — P. 1087—1170.

45. *Bailes M.* Pulsar velocities // Compact stars in binaries / Proc. of the 165th Symp. of Inst. Astron. Union (Netherlands). — 1996. — P. 213—223.

46. *Barkana R.* Analysis of time delays in the gravitational lens PG1115+080 // Astrophys. J. — 1997. — **489**. — P. 21.

47. *Barstow M.A., Bond H.E., Holberg J.B. et al.* Hubble Space Telescope Spectroscopy of the Balmer lines in Sirius B // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2005. — **362**. — P. 1134—1142.

48. *Bartelmann M., Schneider P.* Weak gravitational lensing // Phys. Rep. — 2001. — **340**. — P. 291—472.

49. *Barth A.* An Intermediate-Mass Black Hole in the Dwarf Galaxy Pox 52 // Dynamics and Evolution of Dense Stellar Systems / 25th meeting of the IAU, Joint Discussion 11—18 July 2003, Sydney, Australia. — 2004. — P. 90—102.

50. *Baumgardt H., Makino J., Hut P.* Which globular clusters contain intermediate-mass black hole // Astrophys. J. — 2005. — 620. — P. 238—243.

51. *Begelman M.C., King A.R., Pringle J.E.* The nature of SS433 and the ultraluminous X-ray sources // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2006. — **370**. — P.399—404.

52. *Belinsky V.A., Khalatnikov I.M., Lifshitz E.M.* Oscillatory approach to a singular point in relativistic cosmology // Adv. Phys. — 1970. — **19**, N 80. — P. 525.

53. *Belle K., Lewis G.* Microlensing of BAL quasars: polarization variability // Publ. Astron. Soc. Pacific. — 2000. — **112**, Iss. 769. — P. 320—327.

54. *Bennett D., Rhie S., Becker A. et al.* Gravitational microlensing evidence for a planet orbiting a binary star system // Nature. — 1999. — **402**. — P. 57—67.

55. *Berezinsky V.* Ultra High Energy Cosmic Ray Protons: Signatures and Observations // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). — 2009. — **188**. — P. 227—232.

56. *Berg'e J., Touboul P., Rodrigues M.* Status of MICROSCOPE, a mission to test the Equivalence Principle in space // arXiv:1501.01644 [gr-qc].

57. *Berghea C.T., Weaver K.A., Colbert E.J.M., Roberts T.P.* Testing the paradigm that ultraluminous X-ray sources as a class represent accreting intermediate-mass black holes // Astrophys. J. — 2008. — **687**. —P. 471—487.

58. *Bernabei R., Bellia P., Cappellab F., Cerullic R. et al.* Particle Dark Matter in DAMA/LIBRA // arXiv:1007.0595v1. — 2010.

59. *Berti E., Cardoso V., Gualtieri L., Horbatsch M., Sperhake U.* Numerical simulations of single and binary black holes in scalar-tensor theories: Circumventing the no-hair theorem // Phys. Rev. D. —2013. — **87**. — Id. 124020.

60. *Bertone G., Hooper D., Silk J.* Particle Dark Matter: Evidence, Candidates and Constraints // Phys. Rep. — 2005. — **405**. — P. 279—390.

61. *Bertotti B., Iess L., Tortora P.* A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft // Nature. — 2003. — **425**. — P. 374—376.

62. *Biller S.D. et al.* Limits to quantum gravity effects from the observations of TeV flares in active galaxies // Phys. Rev. Lett. — 1999. — **83**. — P. 2108—2111.

63. *Birrell N.D., Davies, Paul C.W.* Quantum fields in curved space. — Cambridge: Cambridge University Press, 1982. — 352 p.

64. *Bize S., Wolf P., Abgrall M. et al.* Cold atom clocks, precision oscillators and fundamental tests // Lect. Not. Phys. — 2004. — **648**. — P. 189—207.

65. *Bonnell I.A., Pringle J.E.* Gravitational radiation from supernovae // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 1995. — **273**. — P. L12—L14.

66. *Boyer R.H., Lindquist R.W.* Maximal analytic extension of the Kerr metric // Journ. Math. Phys. — 1967. — **8**, Iss. 2. — P. 265—281.

67. *Bozza V.* Trajectories of the images in binary microlensing // Astron. Astrophys. — 2001. — **274**. — P. 13—27.

68. *Bradač M., Allen S.W., Treu T. et al.* Revealing the properties of dark matter in the merging cluster MACSJ0025.4-1222 // Astrophys. J. — 2008. — **687**. — P. 959—967.

69. *Bradaschia C., Ferrini F., Paoli L.* A place in the sun for EXPLORER // The gravitational voice. — 2012. — N 21 (March). — P. 9—10.

70. *Brans C., Dicke R.H.* Mach's Principle and a Relativistic Theory of Gravitation // Phys. Rev. — 1961. — **124**. — P. 925—935.

71. *Brault J.W.* The gravitational redshift in the Solar spectrum: Doctoral dissertation. — Princeton Univ., 1962 // Abstract: Bull. Amer. Phys. Soc. — 1963. — **8**. — P. 28.

72. *Braxmaier C., Dittus H., Foulon B. et al.* Astrodynamical Space Test of Relativity using Optical Devices I (ASTROD I) — A class-M fundamental physics mission proposal for Cosmic Vision 2015—2025: 2010 Update // arXiv:1104.0060 [gr-qc].

73. *Breton R.P., Kaspi V.M., Kramer M. et al.* Relativistic Spin Precession in the Double Pulsar // Science. — 2008. — **321**, Iss. 5885. — P. 104.

74. *Brillet A., Hall J.L.* Improved laser test of the isotropy of space // Phys. Rev. Lett. — 1979. — **42**. — P. 549—552.

75. *Bromm V., Loeb A.* Formation of the first supermassive black holes // Astrophys. J. — 2003. — **596**. — P. 34—46.

76. *Brumberg V.A.* Contemporary problems of relativistic celestial mechanics and astrometry // Proc. 10th Europ. Regional Astron. Meeting of the IAU (Prague, Czechoslovakia). — 1987. — **3**. — P. 3—9.

77. *Bugaev K.A., Gorenstein M.I., Kampfer B., Zhdanov V.I.* Generalized shock adiabatics and relativistic nuclear collisions // Phys. Rev. D. — 1989. — **40**. — P. 2903—2913.

78. *Bugaev K.A., Gorenstein M.I., Zhdanov V.I.* Relativistic shocks in the systems containing domains with anomalous equations of state and quark baryonic matter hadronisation // Zeit. Phys. C. — 1988. — **39**. — P. 365—370.

79. *Buker T., van der Marel R.P., Vacca W.D.* CO band head spectroscopy of IC 342: mass and age of the nuclear star cluster // Astron. J. — 1999. — **118**. — P. 831—842.

80. *Burgay M., D'Amico N., Possenti A. et al.* An increased estimate of the merger rate of double neutron stars from observations of a highly relativistic system // Nature. — 2003. — **426**. — P. 531—533.

81. *Burrows A.* Towards a synthesis of core-collapse supernova theory // Nucl. Phys. —1996. — **A606**. — P. 151—166.

82. *Casella P., Ponti G., Patruno A. et al.* Weighing the black holes in ultra-luminous X-ray sources through timing // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2008. — **387**. — P. 1707—1711.

83. *Castagnino M.* The Riemannian structure of space-time as a consequence of physical hypotheses // R. C. Acad. Naz. Lincei, Italy. — 1968. — **44**, N 4. — P. 533—543.

84. *Castro-Tirado A.J.* Cosmic gamma-ray bursts: the most energetic phenomenon in the Universe // Astrophys. Space Sci. — 1999. — **263**. — P. 15—26.

85. *CDMS II Collaboration: Ahmed Z., Akerib D.S., Arrenberg S. et al.* Results from the Final Exposure of the CDMS II Experiment // Science. — 2010. — **327**. — P. 1619—1621.

86. *CDMS Collaboration: Agnese R., Ahmed Z., Anderson A.J. et al.* Dark Matter Search Results Using the Silicon Detectors of CDMS II // arXiv: 1304.4279. — 2013.

87. *Chae K., Turnshek D., Schulte-Ladbeck R. et al.* HST observations of gravitationally lensed Cloverleaf BAL QSO H1413+1143: imaging polarimetry and evidence for microlensing of a scatter region // Astrophys. J. — 2001. — **561**, Iss. 2. — P. 653—659.

88. *Chandrasekhar S.* The maximum mass of ideal white dwarfs // Astrophys. J. — 1931. — **74**. — P. 81.

89. *Chartas G., Kochanek C.S., Dai X. et al.* Revealing the structure of an accretion disk through energy-dependent X-ray microlensing // Astrophys. J. — 2012. — **757**, Iss. 2. — Id. 137. —12 p.

90. *Chen B., Dai X., Kochanek C.S. et al.* Discovery of Energy-dependent X-Ray Microlensing in Q2237+0305 // Astrophys. J. Lett. — 2011. — **740**, Iss. 2. — Id. L34. — 5 p.

91. *Chen B., Dai X., Kochanek C.S. et al.* X-Ray Monitoring of Gravitational Lenses with Chandra //Astrophys. J. — 2012. — **755**, Iss. 1. — Id. 24. — 27 p.

92. *Chernin A.D., Teerikorpi P., Valtonen M. J., Byrd G.G., Dolgachev V.P.* Dark energy and the mass of the Local Group // arXiv:0902.3871astro-ph.CO. — 2009.

93. *Chopovsky A., Eingorn M., Zhuk A.* Problematic aspects of Kaluza-Klein excitations in multidimensional models with Einstein internal spaces // Phys. Lett. B. — 2014. — **736**. — P. 329—332 (arXiv:gr-qc/1402.1340).

94. *Chopovsky A., Eingorn M., Zhuk A.* Weak-field limit of Kaluza-Klein models with spherical compactification: experimental constraints // Phys. Rev. D. — 2012. — **85**. — P. 064028.

95. *Choquet-Bruhat Y.* Positive energy theorems // Relativity, groups and topology / Eds. B.S. DeWitt, R. Stora. — Elsevier, 1984. — P. 740—785.

96. *Chou C.W., Hume D.B., Rosenband T., Wineland D.J.* Optical clocks and relativity // Science. — 2010. — **329**. — P. 1630—1633.

97. *Chowdhury A.N., Patil M., Malafarina D., Joshi P.S.* Circular geodesics and accretion disks in the Janis-Newman-Winicour and gamma metric spacetimes // Phys. Rev. D. —2012. — **85**. — Id. 104031.

98. *Chruściel P.T., Costa J.L., Heusler M.* Stationary Black Holes: Uniqueness and Beyond // Living Rev. Relativity. — 2012. — **15**. — P. 7—73 (http://www.livingreviews.org/lrr-2012-7).

99. *Ciufolini I., Paolozzi A., Paris C.* Overview of the LARES Mission: orbit, error analysis and technological aspects // J. Phys. Conf. Ser. — 2012. — **354**. — Id. 012002. — 9 p. — DOI:10.1088/1742-6596/354/1/012002.

100. *Ciufolini I., Pavlis E.C.* A confirmation of the general relativistic prediction of the Lense-Thirring effect // Nature. — 2004. — **431**. — P. 958—960.

101. *Ciufolini I., Pavlis E., Chieppa F. et al.* Test of general relativity and measurement of the Lense-Thirring effect with two Earth satellites // Science. — 1998. — **279**. — P. 2100.

102. *Clifton T., Ferreira P.G., Padill A., Skordis C.* Modified Gravity and Cosmology // arXiv:1106.2476v1 [astro-ph.CO]. — 2011.— 300 p.

103. *Cline D.B.* The status of the search for low mass WIMPs: 2013 // arxiv1308.3477.

104. *Cline D.B.* A Brief Status of the Direct Search for WIMP Dark Matter // arxiv1406.5200.

105. *Clowe D., Bradač M., Gonzalez A.H. et al.* A direct empirical proof of the existence of dark matter // Astrophys. J. — 2006. — **648**, N 1. — P. L109—L113.

106. *Colbert E.J.M., Mushotzky R.F.* The nature of accreting black holes in nearby galaxy nuclei // Astrophys. J. — 1999. — **519**. — P. 89—107.

107. *Colladay D., Kostelecký V.A.* Lorentz-violating extension of the standard model // Phys. Rev. D. — 1998. — **58**. — Id. 116002.

108. *Colley W.N., Schild R.E.* Hourly variability in Q0957+561 // Astrophys. J. — 2000. — **540**, Iss. 1. — P. 104—112.

109. *Colley W., Schild R., Abajas C. et al.* Around the clock observations of the Q0957+561 A, B gravitationally lensed quasar // Astron. J. — 2002. — **565**, Iss. 1. — P. 105—107.

110. *Cottam J., Paerels F., Mendez M.* Gravitationally redshifted absorption lines in the X-ray burst spectra of a neutron star // Nature. — 2002. — **420**. — P. 51—54.

111. *Crowther P.A., Schnurr O., Hirschi R. et al.* The R136 star cluster hosts several stars whose individual masses greatly exceed the accepted 150 M_{Sun} stellar mass limit // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2010. — **408**. — P. 731—751.

112. *Cuttler C., Holz D.E.* Ultrahigh precision cosmology from gravitational waves // Phys. Rev. D. — 2009. — **80**. — Id. 104009 (arXiv:0906.3752).

113. *Dai X., Chartas G., Agol E. et al.* Chandra Observations of QSO 2237+0305 // Astrophys. J. — 2003. — **589**, Iss. 1. — P. 100—110.

114. *Damour T.* Varying constants // arXiv:gr-qc/0306023.

115. *Damour T., Dyson F.* The Oklo bound on the time-variation of the fine-structure constant revisited // Nucl. Phys. — 1996. — **B480**. — P. 37—54.

116. *Damour T., Polyakov A.M.* String theory and gravity // Gen. Rel. Grav. — 1996. — **12**. — P. 1171.

117. *Damour T., Soffel M., Xu C.* Relativistic celestial mechanics and reference frames // Proc. IAU colloq., Washington. — 1991. — P. 50—62.

118. *Damour T., Taylor J.H.* On the orbital period change of the binary pulsar RSR 1913+16 // Astrophys. J. — 1991. — **366**. — P. 501—511.

119. *De Felice A., Tsujikawa S.* f(R) Theories // Living Rev. Rel. — 2010. — **13**. — N 3. — arXiv:gr-qc/1002.4928.

120. *De Laix A.A., Vachaspati T.* Gravitational lensing by cosmic string loops // Phys. Rev. D. — 1996. — **54**, Iss. 8. — P. 4780—4791.

121. *De Nisco K.R., Bruenn S.W., Mezzacappa A.* The effects of general relativity on core-collapse supernovae // Proc. 2 Oak Ridge Symp. Atomic and Nucl. Astrophys. — 1998. — P. 571.

122. *De Sitter W.* On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 1916. — **77**. — P. 155—481.

123. *Detweiler S.* Pulsar timing measurements and the search for gravitational waves // Astrophys. J. — 1979. — **234**. — P. 1100—1104.

124. *Dickinson C., Battye R.A., Carreira P. et al.* High sensitivity measurements of the CMB power spectrum with the extended Very Small Array // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2004. — **353**. — P. 732—746.

125. *Dittus H.* Why Doing Fundamental Physics on the ISS?—The experimental conditions // Gen. Relat. Grav. — 2004. — **36**, N 3. — P. 601—614.

126. *Djorgovski S., King I.R.* A preliminary survey of collapsed cores in globular clusters // Astrophys. J. — 1986. — **305**. — P. L61—L65.

127. *Doeleman S.S.* Event-horizon-scale structure in the supermassive black hole candidate at the Galactic Centre // Nature. — 2008. — **455**, Iss. 7209. — P. 78—80.

128. *Drever R.W.P.* A search for the anisotropy for inertial mass using a free precession technique // Phil. Mag. — 1961. — **6**. — P. 683—687.

129. *Ebisuzaki T., Makino J., Go Tsuru T. et al.* Missing link found? The «runaway» path to supermassive black hole // Astrophys. J. — 2001. — **562**. — P. L19—L22.

130. *Eingorn M., de Medeiros O., Crispino L., Zhuk A.* Latent solitons, black strings, black branes, and equations of state in Kaluza-Klein models // Phys. Rev. D. — 2011. — **84**. — Id. 024031.

131. *Eingorn M., Kudinova A., Zhuk A.* Non-relativistic limit of Randall-Sundrum model: solutions, applications and constraints // Gen. Rel. Grav. — 2012. — **44**. — P. 2257—2270 (arXiv:gr-qc/1111.4046).

132. *Eingorn M., Zhuk A.* Classical tests of multidimensional gravity: negative result // Class. Quantum Grav. — 2010. — **27**. — Id. 205014.

133. *Eingorn M., Zhuk A.* Kaluza-Klein models: can we construct a viable example? // Phys. Rev. D. — 2011. — **83**. — Id. 044005.

134. *Eingorn M., Zhuk A.* Multidimensional gravity in non-relativistic limit // Phys. Rev. D. — 2009. — **80**. — Id. 124037.

135. *Eingorn M., Zhuk A.* Non-relativistic limit of multidimensional gravity: exact solutions and applications // Class. Quantum Grav. — 2010. — **27**. — Id. 055002.

136. *Eingorn M., Zhuk A.* Remarks on gravitational interaction in Kaluza-Klein models // Phys. Lett. B. — 2012. — **713**. — P. 154—159.

137. *Eingorn M., Zhuk A.* Significance of tension for gravitating masses in Kaluza-Klein models // Phys. Lett. B. — 2012. — **716**. — P. 176—178.

138. *Eingorn M., Zhuk A.* Weak-field limit of f(R)-gravity in three and more spatial dimensions // Phys. Rev. D. — 2011. — **84**. — Id. 024023 (arXiv:1104.1456).

139. *Einstein A.* Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie // Ann. Phys. — 1916. — **49**. — S. 769—822.

140. *Einstein A.* Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes // Ann. Phys. — 1911. — **35**. — S. 898—908.

141. *Eisele Ch., Nevsky A.Yu., Schiller S.* Laboratory Test of the Isotropy of Light Propagation at the 10^{-17} Level // Phys. Rev. Lett. — 2009. — **103**. — Id. 090401. — DOI:10.1103/PhysRevLett.103.090401.

142. *Everitt C.W.F., Debra D.B., Parkinson B.W. et al.* Gravity Probe B: Final Results of a Space Experiment to Test General Relativity // Phys. Rev. Lett. — 2011. — **106**. — Id. 221101.

143. *Fabian A.C., Iwasawa K., Reynolds C.S., Young A.J.* Broad Iron Lines in Active Galactic Nuclei // Publ. Astron. Soc. Pac. — 2000. — **112**. — P. 1145—1161.

144. *Fabian A.C., Wilkins D.R., Miller J.M. et al.* On the determination of the spin of the black hole in Cyg X-1 from X-ray reflection spectra // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2012. — **424**, Iss. 1. — P. 217—223.

145. *Fairhurst S.* Improved source localization with LIGO India // arXiv: 1205.6611 [gr-qc].

146. *Fedorova E.V., Zhdanov V.I., Vignali C., Palumbo G.G.C.* Q2237+0305 in X-rays: spectra and variability with XMM-Newton // Astron. Astrophys. — 2008. — **490**. — P. 989—994.

147. *Ferrarese L., Pogge R.W., Peterson B.M. et al.* Supermassive black holes in active galaxic nuclei. I. The consistency of black holes masses in quiescent and active galaxies // Astrophys. J. — 2001. — **555**. — P. L79—L82.

148. *Filippenko A.V., Ho L.C.* A low-mass central black hole in the bulgeless Seyfert 1 galaxy NGC4395 // Astrophys. J. — 2003. — **588**. — P.L13—L16.

149. *Filippenko A.V., Sargent W.L.W.* Discovery of an extremely low luminosity Seyfert 1 nucleus in the dwarf galaxy NGC 4395 // Astrophys. J. — 1989. — **342**. — P. L11—L14.

150. *Finn L.S.* No statistical excess in EXPLORER/NAUTILUS observations in the year 2001 // Class. Quantum Grav. — 2003. — **20**. — P. L37—L44.

151. *Flynn C., Holmberg J., Portinari L. et al.* On the mass-to-light ratio of the local Galactic disk and the optical luminosity of the Galaxy // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2006. — **372**. — P. 1149—1160.

152. *Fomin P.I.* Zero cosmological constant and Planck scales phenomenology // Proc. 4 Seminar on Quantum Gravity. — Singapore: World Scientific, 1988. — P. 813—819.

153. *Font J.A., Stergioulas N., Kokkotas K.D.* Non-linear hydrodynamical evolution of rotating relativistic stars: numerical methods and code tests // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2000. — **313**. — P. 678—688.

154. *Fowler R.H.* On dense matter // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 1926. — **87**. — P. 114—122.

155. *Fryer C.L., Woosley S.E., Heger A.* Pair-Instability Supernovae, Gravity Waves, and Gamma-Ray Transients // Astrophys. J. — 2001. — **550**. — P. 372—382.

156. *Fujii Ya., Maeda K.-I.* The Scalar-Tensor Theory of Gravitation. — Cambridge: Cambridge University Press, 2003. — 240 p.

157. *Fukushima T.* The Fermi coordinate system in the post-Newtonian framework // Celest. Mech. — 1988. — **44**, N 1-2. — P. 61—75.

158. *Gebhardt K., Lauer T.R., Kormendy J. et al.* M33: Galaxy with no supermassive black hole // Astron. J. — 2001. — **122**. — P. 2469—2476.

159. *Ghez A.M., Salim S., Hornstein S.D. et al.* Stellar orbits around the Galactic center black hole // Astrophys. J. — 2005. — **620**, Iss. 2. — P. 744—757.

160. *Ghez A.M., Salim S., Weinberg N.N. et al.* Measurement distance and properties of the Milky way's central supermassive black hole with stellar orbits // Astrophys. J. — 2008. — **689**. — P. 1044—1062.

161. *Gierlinski M., Nikolajuk M., Czerny B.* High-frequency X-ray variability as a mass estimator of stellar and supermassive black holes // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2008. — **383**. — P. 741—749.

162. *Godone A., Novero C., Tavella P.* Null gravitational redshift experiment with nonidentical atomic clocks // Phys. Rev. D. — 1995. — **51**. — P. 319—323.

163. *Gonzales-Mestres L.* Deformed Lorentz symmetry and high-energy astrophysics // arXiv: (I) physics/0003080; (II) hep-th/0208064; (III) hep-th/0210141.

164. *Gou L., McClintock J.E., Reid M.J. et al.* The Extreme Spin of the Black Hole in Cygnus X-1 // Astrophys. J. — 2011. — **742**, Iss. 2. — Id. 85. — 17 p.

165. *Graff D.S.* What are MACHO? Interpreting LMC microlensing // Dark Matter in Astro- and Particle Physics. — Berlin: Springer Heidelberg, 2001. — P. 352—363.

166. *Greenberg O.W.* CPT violation implies violation of Lorentz invariance // Phys. Rev. Lett. — 2002. — **89**. — Id. 231602.

167. *Greene J.E., Ho L.C.* Active galactic nuclei with candidate intermediate-mass black-holes // Astrophys. J. — 2004. — **610**. — P. 722—736.

168. *Greene J.E., Ho L.C., Barth A.J.* Intermediate-mass Black Holes in Galactic Nuclei // Proc. IAU Symp. — 2004. — N 222. — P. 33—36 (astro-ph/0406047).

169. *Greizen K.* End to the cosmic ray spectrum? // Phys. Rev. Lett. — 1966. — **16**. — P. 748—750.

170. *Grieser R., Klein R., Huber G. et al.* A test of special relativity with stored lithium ions // Appl. Phys. — 1994. — **B59**. — P. 127—133.

171. *Gronwald F.* Metric-affine gauge theory of gravity I. Fundamental structure and field equations // Int. J. Mod. Phys. — 1997. — **D6**. — P. 263—304.

172. *Gronwald F., Hehl F.W.* On the gauge aspects of gravity // arXiv:gr-qc/9602013.

173. *Gualandris A., Merritt D.* Perturbation of intermediate-mass black hole on stellar orbit in the Galactic center // Astrophys. J. — 2009. — **705**. — P. 361—371.

174. *Guinot B.* Time scales in the context of general relativity // Phil. Trans. R. Soc. A. — 2011. — **369**. — N 1953. — P. 4131—4142.

175. *Günther U., Starobinsky A., Zhuk A.* Multidimensional cosmological models: Cosmological and astrophysical implications and constraints // Phys. Rev. D. — 2004. — **69**. — Id. 044003.

176. *Günther U., Zhuk A.* Gravitational excitons from extra-dimensions // Phys. Rev. D. — 1997. — **56**. — P. 6391—6402.

177. *Günther U., Zhuk A.* Multidimensional perfect fluid cosmology with stable compactified internal dimensions // Class. Quantum Grav. — 1998. — **15**. — P. 2025—2035.

178. *Günther U., Zhuk A.* Phenomenology of brane-world cosmological models // arXiv:gr-qc/0410130.

179. *Günther U., Zhuk A.* Stabilization of internal spaces in multidimensional cosmology // Phys. Rev. D. — 2000. — **61**. — Id. 124001.

180. *Gurevich A.V., Zybin K.P., Sirota V.A.* Small-scale structure of dark matter and microlensing // Phys. Uspekhi. — 1997. — **40**, N 9. — P. 869—898 (УФН. — **167**. — С. 913—943).

181. *Gustafson E., Shoemaker D., Strain K., Weiss R.* LSC white paper on detector research and development // LIGO techn. doc. LIGO T990080-00-D. — 1999. — http://www.ligo.org.

182. *Hachisu I., Kato M., Saio H., Nomoto K.* A single degenerate progenitor model for type Ia supernovae highly exceeding the Chandrasekhar mass limit // Astrophys. J. — 2012. — **744**, N 1. — Id. 69 (arXiv:1106.3510).

183. *Haehneld M.G., Kauffmann G.* Multiple supermassive black holes in galactic bulges // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2002. — **336**. — P. L61—L64.

184. *Haehnelt M.G., Natarajan P., Rees M.J.* High-redshift galaxies, their active nuclei and central black holes // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 1998. — **300**. — P. 817—827.

185. *Hafele J.C., Keating R.E.* Around the world atomic clocks: predicted relativistic time gains // Science. — 1972. — **177**, N 4044. — P. 166—168. — DOI:10.1126/science.177.4044.166.

186. *Hamada T., Salpeter E.E.* Models for zero-temperature stars // Astrophys. J. — 1961. — **134**. — P. 683—698.

187. *Hansen B.M.S., Milosavljević M.* The need for a second black hole at Galactic center // Astrophys. J. — 2003. — **593**. — P. L77—L80.

188. *Harko T., Kovacs Z., Lobo F.* Thin accretion disks in stationary axisymmetric wormhole spacetimes // Phys. Rev. D. — 2009. — **79**, N 6. — Id. 064001.

189. *Hartle J.B., Sabbadini A.G.* The equation of state and bounds on the mass of nonrotating neutron stars // Astrophys. J. — 1977. — **213**. — P. 831—835.

190. *Haugan M.P., Lämmerzahl C.* Principles of equivalence: their role in gravitational physics and experiments that test them // Lect. Not. Phys. — 2001. — **562**. — P. 195—212.

191. *Herrmann S., Senger A., Möhle K. et al.* Rotating optical cavity experiment testing Lorentz invariance at the 10^{-17} level // Phys. Rev. D. — 2009. — **80**, N 100. — Id. 105011. — DOI:10.1103/PhysRevD.80.105011 (arXiv:1002.1284).

192. *Hils D., Hall J.L.* Improved Kennedy-Thorndike experiment to test special relativity // Phys. Rev. Lett. — 1990. — **64**, N 15. — P. 1697—1700.

193. *Hinshaw G., Larson D., Komatsu E. et al.* Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results // arXiv:1212.5226.

194. *Hires Collaboration*. First Observation of the Greisen-Zatsepin-Kuzmin Suppression // Phys. Rev. Lett. — 2008. — **100**. — Id. 101101 (arXiv:astro-ph/0703099v2).

195. *Ho L.C., Filippenko A.V., Sargent W.L.W.* A search for «dwarf» Seyfert nuclei. V. Demographics of nuclear activity in nearby galaxies // Astrophys. J. — 1997. — **487**. — P. 568—578.

196. *Hobbs G.B., Bailes M., Bhat N.D.R. et al.* Gravitational wave detection using pulsars: Status of the Parkes Pulsar Timing Array project // Astron. Soc. Australia. — 2008. — **26**. — P. 103—109.

197. *Hoekstra H.* Weak gravitational lensing // arXiv:1312.5981. — 2013.

198. *Hoekstra H., Jain B.* Weak gravitational lensing and its cosmological applications // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2008. — **58**. — P. 99—123.

199. *Hohensee M.A., Leefer N., Budker D. et al.* Limits on violations of Lorentz symmetry and the Einstein equivalence principle using radio-frequency spectroscopy of atomic dysprosium // arXiv:1303.2747. — 2013.

200. *Holley-Bockelmann K., Gultekin K., Shoemaker D., Yunes N.* Gravitational wave recoil and the retention of intermediate-mass black holes // Astrophys. J. — 2008. — **686**. — P. 829—837.

201. *Holmberg J., Flynn C.* The local density of matter mapped by Hipparcos // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2000. — **313**. — P. 209—216.

202. *Hořava P., Witten E.* Eleven-Dimensional Supergravity on a Manifold with Boundary // Nucl. Phys. B. — 1996. — **475**. — P. 94—114 (arXiv:hep-th/9603142).

203. *Horbatsch M.W.; Burgess C.P.* Cosmic black-hole hair growth and quasar OJ287 // J. of Cosmology and Astroparticle Phys. — 2012. — Iss. 05. — Id. 010. — 20 p. (arXiv:1111.4009).

204. *Howell D.A., Sullivan M., Nugent P.E. et al.* The type Ia supernova SNLS-03D3bb from a super-Chandrasekhar-mass white dwarf star // Nature. — 2006. — **443**. — P. 308—311 (arXiv:astro-ph/0609616).

205. *Hu W., Sawicki I.* Models of f(R) Cosmic Acceleration that Evade Solar-System Tests // Phys. Rev. D. — 2007. — **76**. — Id. 064004 (arXiv:astro-ph/0705.1158).

206. *Huber F.M., Lewis R.A., Messerschmidt E.W., Smith G.A.* Precision tests of Einstein's weak equivalence principle for antimatter // Adv. Space Res. — 2000. — **25**. — P. 1245—1249.

207. *Hughes V.W., Robinson H.G., Beltran-Lopez V.* Upper limit for the anisotropy of inertial mass from nuclear resonance experiments // Phys. Rev. Lett. — 1960. — **4**, Iss. 7. — P. 342—344.

208. *Hulse R.A.* The discovery of the binary pulsar // Rev. Mod. Phys. — 1994. — **66**, Iss. 3. — P. 699—710.

209. *Hulse R.A., Taylor J.H.* Discovery of a pulsar in a binary system // Astrophys. J. Lett. — 1975. — **195**. — P. L51—L53.

210. *Huterer D.* Weak lensing, dark matter and dark energy // Gen. Relativ. Gravit. — 2010. — **42**. — P. 2177—2195 (arXiv:1001.1758).

211. *Iorio L.* Is it possible to measure the Lense-Thirring effect on the orbits of the planets in the gravitational field of the Sun? // Astron. Astroph. — 2005. — **431**. — P. 385—389.

212. *Iorio L.* On the reliability of the so far performed tests for measuring the Lense-Thirring effect with the LAGEOS satellites // New Astronomy. — 2005. — **10**, Iss. 8. — P. 603—615 (arXiv:gr-qc/0411024).

213. *Israel W.* Singular hypersurfaces and thin shells in general relativity // Nuovo Cimento B. — 1966. — **44**. — P. 1—14.

214. *Jacobson T.* Primordial Black Hole Evolution in Tensor-Scalar Cosmology // Phys. Rev. Lett. — 1999. — **83**. — P. 2699—2702 (arXiv:astro-ph/9905303).

215. *Janis A.I., Newman E.T., Winicour J.* Reality of the Schwarzschild Singularity // Phys. Rev. Lett. — 1968. — **20**. — P. 878—880.

216. *Janka H.-T.* Explosion Mechanisms of Core-Collapse Supernovae // Annual Rev. Nucl. Particle Sci. — 2012. — **62**, Iss. 1. — P. 407—451.

217. *Janssen G.H., Stappers B.W., Kramer M. et al.* European Pulsar Timing Array // AIP Conf. Proc. — 2008. — **983**. — P. 633—635.

218. *Jenet F., Finn L.S., Lazio J. et al.* The North American Nanohertz Observatory for Gravitational Waves // arXiv:0909.1058v1. — 2009. — P. 1—22.

219. *Jenet F.A., Hobbs G.B., van Straten W. et al.* Upper bounds on the low-frequency stochastic gravitational wave background from pulsar timing observations: current limits and future prospects // Astrophys. J. — 2006. — **653**. — P. 1571—1576.

220. *Jimenez R., Band D., Piran T.* Energetics of gamma ray bursts // Astrophys. J. — 2001. — **561**. — P. 171—177.

221. *Jordan P.* Schwerkraft und Weltall. — Braunschweig: Vieweg und Sohn, 1955. — 128 p.

222. *Jovanović P.* The broad Fe Kα line and supermassive black holes // New Astron. Rev. — 2012. — **56**, Iss. 2-3. — P. 37—48.

223. *Joyce A., Jain B., Khoury J., Trodden M.* Beyond the Cosmological Standard Model // arXiv:astro-ph/1407.0059. — 175 p.

224. *Kaaret P., Prestwich A.H., Zezas A. et al.* Chandra high-resolution camera observations of the luminous X-ray source in the starburst galaxy M82 // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2001. — **321**. — P. L29—L32.

225. *Kalogera V., Kim C., Lorimer D.R. et al.* The cosmic coalescence rates for double neutron star binaries // Astrophys. J. — 2004. — **601**. — P. L179—L182.

226. *Kaluza Th.* Zum Unitätsproblem der Physik // Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. — 1921. — P. 966.

227. *Kanda N.* and LCGT Collaboration. LCGT and the global network of gravitational wave detectors // arXiv:1112.3092.

228. *Kapner D.J., Cook T.S., Adelberger E.G. et al.* Tests of the Gravitational Inverse-Square Law below the Dark-Energy Length Scale // Phys. Rev. Lett. — 2007. — **98**. — Id. 021101 (arXiv:hep-ph/0611184).

229. *Kardashev N., Novikov I., Shatskiy A.* Astrophysics of wormholes // Intern. J. Modern. Phys. — 2007. — N 16. — P. 909—926.

230. *Kawamura S., Ando M., Nakamura T. et al.* The Japanese space gravitational-wave antenna — DECIGO // J. Phys. Conf. Ser. — 2008. — **122**. — Id. 012006.

231. *Kennedy R.J., Thorndike E.M.* Experimental establishment of the relativity of time // Phys. Rev. B. — 1932. — **42**. — P. 400—418.

232. *Kerr R.P.* Gravitational field of a spinning mass as an example of algebraically special metrics // Phys. Rev. Lett. — 1963. — **11**. — P. 237—238.

233. *Khalaidovski A., Vahlbruch H., Lastzka N. et al.* Status of the GEO600 squeezed-light laser // arXiv:1112.0198v1 [quant-ph].

234. *Kim C., Kalogera V., Lorimer D.R.* The probability distribution of binary pulsar coalescence rates. I. Double neutron star systems in the galactic field // Astrophys. J. — 2003. — **584**. — P. 985—995.

235. *Kirzhnits D.A., Chechin V.A.* Cosmic rays and the elementary length (Model with large Lorentz factor and relativistic relations violations to explain theoretical estimate disparity with experimental data for high energy primary cosmic rays) // JETP Lett. — 1971. — **14**. — P. 172—174.

236. *Klein O.* Quantentheorie and funfdimensionale Relativitatstheorie // Zeitschrift für Phys. — 1926. — **37**. — P. 895.

237. *Klimek M.D.* Parameterized Post-Newtonian coefficients for Brans-Dicke gravity with d+1 dimensions // Class. Quantum Grav. — 2009. — **26**. — Id. 065005 (arXive:gr-qc/0901.4530).

238. *Kneib J., Alloin D., Mellier Y. et al.* Modelling the Cloverleaf: contribution of galaxy cluster at z~1.7 // Astron. Astrophys. — 1998. — **329**. — P. 827—839.

239. *Kneib J., Alloin D., Pello R.* Unveiling the nature of Cloverleaf lens-system: HST/NICMOS-2 observations// Astron. Astrophys. — 1998. — **339**. — P. L65—L68.

240. *Kogut A., Lineweaver C., Smoot G.F. et al.* Dipole anisotropy in the COBE differential microwave radiometers. First-year sky maps // Astrophys. J. — 1993. — **419**. — P. 1—6.

241. *Komatsu E., Dunkley J., Nolta M. R. et al.* Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Cosmological Interpretation // Astrophys. J. Suppl. — 2009. — **180**. — P. 330—376.

242. *Komatsu E., Smith K.M., Dunkley J. et al.* Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation // Astrophys. J. Suppl. — 2011. — **192**, Iss. 2. — Id. 18. — 47 p.

243. *Kopeikin S.M.* Celestial coordinate reference systems in curved space-time // Cel. Mech. — 1988. — **44**. — P. 87—115.

244. *Kopeikin S., Efroimsky M., Kaplan G.* Relativistic Celestial Mechanics of the Solar System. — Weinheim (Germany): WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2011. — 860 p.

245. *Kowalska I., Regimbau T., Bulik T. et al.* Effect of metallicity on the gravitational-wave signal from the cosmological population of compact binary coalescences // arXiv:1205.4621 [astro-ph].

246. *Kramer M.* Determination of the geometry of the PSR B1913+16 system by geodetic precession // Astrophys. J. — 1998. — **509**, N 2. — P. 856—860.

247. *Kramer M.* Probing gravitation with pulsars // Proc. Intern. Astronom. Union. — 2013. — **8**, Symp. S291. — P. 19—26.

248. *Kramer M.* Strong-field Gravity with the Double Pulsar and in the Future // Frontiers of Astrophys.: A Celebration of NRAO's 50th Anniversary. ASP Conf. Ser. — 2008. — **395**. — P. 249.

249. *Kramer M., Stairs I.H., Manchester R.N. et al.* Tests of General Relativity from Timing the Double Pulsar // Science. — 2006. — **314**, Iss. 5796. — P. 97—102.

250. *Kundic T., Colley W., Gott J. et al.* An event in the light curve of 0957+561A and prediction of the 1996 image B light curve // Astrophys. J. Lett. — 1995. — **455**. — P. L5—L8.

251. *Kuo C.L., Ade P.A.R., Bock J.J. et al.* High-resolution observations of the cosmic microwave background power spectrum with ACBAR // Astrophys. J. — 2004. — **600**. — P. 32—51.

252. *Lämmerzahl C.* General relativity in space and sensitive tests of the equivalence principle // arXiv:gr-qc/0402122.

253. *Lämmerzahl C., Ahlers G., Ashby N. et al.* Review: experiments in fundamental physics scheduled and in development for the ISS // Gen. Relat. Grav. — 2004. — **36**, N 3. — P. 615—649.

254. *Lämmerzahl C., Dittus H.* Fundamental physics in space: a guide to present projects // Ann. Phys. — 2002. — **11**. — P. 95—150.

255. *Laor A.* Line profiles from a disk around a rotating black hole // Astrophys. J. — 1991. — **376**, Part 1. — P. 90—94.

256. *Larson D., Dunkley J., Hinshaw G., Komatsu E. et al.* Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: power spectra and WMAP-derived parameters // Astrophys. J. Suppl. — 2011. — **192**. — Id. 16.

257. *Laurent P., Götz D., Binétruy P. et al.* Constraints on Lorentz Invariance Violation using INTEGRAL/IBIS observations of GRB041219A // Phys. Rev. D. — 2011. — **83**, Iss. 12. — Id. 121301.

258. *Lebah D.E., Corey B.E., Shapiro I.I. et al.* Measurement of the solar gravitational deflection of radio waves using very-long-base interferometry // Phys. Rev. Lett. — 1995. — **75**. — P. 1439—1442.

259. *Lense J., Thirring H.* Über den Einfluss der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie // Phys. Z. — 1918. — **19**. — P. 156—163.

260. *Liberati S.* Tests of Lorentz invariance: a 2013 update // Class. Quantum Grav. — 2013. — P. 133001—133050 (arXiv:1304.5795v1 [gr-qc]).

261. *Lichnerowicz A.* Relativistic hydrodynamics and magnetohydrodynamics. — New York: Benjamin, 1967. — 198 p.

262. *Linder E.V.* Light thoughts on dark energy // New Astron. Rev. — 2005. — **49**, Iss. 2-6. — P. 93—96.

263. *Lockerbie N., Mester J.C., Torii R. et al.* STEP: a status report // Lect. Not. Phys. — 2001. — **562**. — P. 213—247.

264. *Loeb A.* Cosmological formation of quasar black holes // Astrophys. J. — 1993. — **403**. — P. 542—551.

265. *Loeb A.* Cosmological studies with gamma-ray bursts / Supernovae and GRB // Lect. Not. Phys. — 2003. — **598**. — P. 445—456.

266. *Lokas E.L., Mamon G.* Dark matter distribution in the Coma cluster from galaxy kinematics: breaking the mass-anisotropy degeneracy // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2003. — **343**. — P. 401—412.

267. *Losurdo S.* Advanced VIRGO taking off // h-The gravitational voice. — 2012 (March). — N 21. — P. 3.

268. *Lück H., Affeld C., Degallaix J. et al.* The upgrade of GEO600 // J. Phys. Conf. Ser. — 2010. — **228**. — Id. 012012 (arXiv:1004.0339).

269. *Lynden-Bell D.* Galactic Nuclei as Collapsed Old Quasars // Nature. — 1969. — **223**. — P. 690.

270. *Lyne A.G., Burgay M., Kramer M. et al.* A Double-Pulsar System: A Rare Laboratory for Relativistic Gravity and Plasma Physics // Science. — 2004. — **303**, Iss. 5661. — P. 1153—1157.

271. *Maartens R.* Brane-World Gravity // Liv. Rev. Relat. — 2003. — **7**, N 7. — P. 34—49.

272. *Madau P., Rees M.J.* Massive black holes as population III remnant // Astrophys. J. — 2001. — **551**. — P. L27—L30.

273. *Magueijo J., Smolin L.* Generalized Lorentz invariance with an invariant energy scale // Phys. Rev. D. — 2003. — **67**, Iss. 4. — Id. 044017.

274. *Maillard J.P., Paumard T., Stolovy S. R., Rigaut F.* The nature of the Galactic Center source IRS 13 revealed by high spatial resolution in the infrared // Astron. Asrophys. — 2004. — **423**. — P. 155—167.

275. *Maleki L., Prestage J.* Spacetime mission: clock test of relativity at four Solar radii // Lect. Not. Phys. — 2001. — **562**. — P. 369—380.

276. *Manchester R.N.* Detection of gravitational waves using pulsar timing // arXiv: 1004.3602.

277. *Mansouri R., Sexl R.U.* A test theory of special relativity // Gen. Rel. Grav. — 1977. — **8**. — P. 497, 515, 809.

278. *Mao S., Smith C., Wozniak P. et al.* Optical gravitational lens experiment OGLE-1999-BUL-32: the longest ever microlensing event — Evidence for stellar mass black hole // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2002. — **329**, Iss. 2. — P. L349—L354.

279. *Marzlin K.P.* Fermi coordinates for weak gravitational fields // Phys. Rev. D. — 1994. — **50**, N 2. — P. 888—891.

280. *Mattingly D.* Modern tests of Lorentz invariance // Liv. Rev. Relat. — 2005. — **8**, N 5. — URL: http://www.livingreviews.org/lrr-2005-5 (arXiv: gr-qc/0502097).

281. *Mauceli E., McHugh M.P., Hamilton W.O. et al.* Search for periodic gravitational radiation with the ALLEGRO gravitational wave detector // arXiv:gr-qc/0007023.

282. *McHardy I.M., Koerding E., Kniggle C. et al.* Active galactic nuclei as scalled-up Galactic black holes // Nature. — 2006. — **444**. — P. 730—733 (arXiv:astro-ph/0612273).

283. *Merritt D., Ferrarese L., Joseph C.L.* No supermassive black hole in M33? // Science. — 2001. — **293**. — P. 1116—1119 (arXiv:astro-ph/0107359).

284. *Michelson A., Morley E.* The relative motion of the Earth and the luminiferous ether // Philos. Mag. — 1887. — **24**. — P. 449—463.

285. *Miller L., Lopes A., Smith R. et al.* Possible arcminute-separation gravitational lensed QSOs in the 2dF QSO Survey // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2004. — **348**, Iss. 2. — P. L395—L405.

286. *Miller M.C., Colbert E.J.M.* Intermediate-mass black holes // Int. J. Mod. Phys. D. — 2004. — **13**. — P. 1—64.

287. *Miller M.C., Hamilton D.P.* Production of intermediate-mass black holes in globular clusters // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2002. — **330**. — P. 232—240.

288. *Molaro P., Centurion M., D'Odorico S., Levshakov S.* VLT/UVES shows no cosmological variability of α // arXiv:astro-ph/0505090.

289. *Moore B., Governato F., Quinn T. et al.* Resolving the Structure of Cold Dark Matter Haloes // Astrophys. J. — 1998. — **499**. — P. L5—L8.

290. *Morris M.S., Thorne K.S.* Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity // Am. J. Phys. — 1988. — **56**. — P. 395—412.

291. *Mukhopadhyay B., Bhattacharya D., Sreekumar P.* Observational evidences for spinning black holes: A proof of general relativity for spacetime around rotating black holes // Int. J. Mod. Phys. D. — 2012. — **21**, N 11. — Id. 1250086.

292. *Muller E.* Gravitational radiation from core-collapse supernovae // Class. Quantum Grav. — 1997. — **14**, N 6. — P. 1455—1460.

293. *Muller E., Janka H.-T.* Gravitational radiation from convective instabilities in type II supernovae explosions // Astron. Astroph. — 1997. — **317**. — P. 140—163.

294. *Müller H., Herrmann S., Braxmaier C. et al.* New optical tests of special relativity // Phys. Rev. Lett. — 2003. — **91**, N 2. — Id. 020401.

295. *Müller J., Nordtvedt K.* Lunar laser ranging and the Equivalence Principle signal // Phys. Rev. D. — 1998. — **58**, Iss. 6. — Id. 062001.

296. *Munshi D., Valageas P., Van Waerbeke L., Heavens A.* Cosmology with Weak Lensing Surveys // Phys. Rept. — 2008. — **462**. — P. 67—121.

297. *Murphy M.T., Webb J.K., Flambaum V.V.* Further evidence for a variable fine-structure constant from Keck/HIRES QSO absorption spectra // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2003. — **345**, Iss. 2. — P. 609—638.

298. *Murphy M.T.; Webb J.K., Flambaum V.V. et al.* Possible evidence for a variable fine-structure constant from QSO absorption lines: motivations, analysis and results // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2001. — **327**, Iss. 4. — P. 1208—1222.

299. *Navarro J.F., Frenk C.S., White S.D.M.* A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering // Astrophys. J. Lett. — 1997. — **490**. — P. 493—508.

300. *Nelemans G., Yungelson L.R., Portegies Zwart S.F.* Short-period AM CVn systems as optical, X-ray and gravitational wave sources // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2004. — **349**, Iss. 1 — P. 181—192.

301. *Nemiroff R.* AGN broad emission line amplification from gravitational microlensing // Astrophys. J. — 1988. — **335**, N 2. — P. 593—605.

302. *Nesterov A.I.* Riemann normal coordinates, Fermi reference system and the geodesic deviation equation // Class. Quantum Grav. — 1999. — **16**. — P. 465—477.

303. *Ni W.-T.* Dark energy, co-evolution of massive black holes with galaxies, and ASTROD-GW // arXiv:1104.5049.

304. *Ni W.T.* Testing relativistic gravity and measuring solar system parameters via optical space missions // Lect. Not. Phys. — 2001. — **562**. — P. 330—343.

305. *Ni W.-T., Shiomi S., Liao A.-C.* ASTROD, ASTROD I and their gravitational-wave sensitivities // Class. Quantum Grav. — 2004. — **21**, N 5. — P. S641—S646.

306. *Nojiri S., Odintsov S.D.* Introduction to modified gravity and gravitational alternative for dark energy // Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. —2007. — **4**. — P. 115—146.

307. *Nojiri S., Odintsov S.D.* Unified cosmic history in modified gravity: From F(R) theory to Lorentz non-invariant models // Phys. Rep. — 2011. — **505**. — P. 59—144 (arXiv:gr-qc/1011.0544).

308. *Nojiri S., Odintsov S.D.* Where new gravitational physics comes from: M theory? // Phys. Lett. B. — 2003. — **576**. — P. 5—11 (arXiv:hep-th/0307071).

309. *Nonlinear* Gravitodynamics: the Lense-Thirring effect / Eds Ruffini R., Sigismondi C. — Singapore: World Scientific, 2003. — 524 p.

310. *Nordtvedt K.* An overview of solar system gravitational physics: the theory-experiment interface // Lect. Not. Phys. — 2001. — **562**. — P. 3—14.

311. *Nordtvedt K.Jr.* Equivalence principle for massive bodies. I. Phenomenology // Phys. Rev. — 1968. — **169**. — P. 1017—1025.

312. *Nordtvedt K.Jr.* Testing relativity with laser ranging to the moon // Phys. Rev. — 1968. — **170**. — P. 1186—1187.

313. *Nordtvedt K.* Optimizing the observation schedule for tests of gravity in lunar laser ranging and similar experiments // Class. Quantum Grav. — 1998. — **15**. — P. 3363—3381.

314. *Nordtvedt K.* Lunar laser ranging: a comprehensive probe of post-Newtonian gravity // Gravitation: from the Hubble length to the Planck length / Eds. Ciufolini I., Coccia E., Gorini V., Peron R., Vittorio N. — London: Institute of Physics, 2005. — P. 97.

315. *Novikov I., Kardashev N., Shatskiy A.* The multicomponent Universe and the astrophysics of wormholes // Phys. Usp. — 2007. — **50**. — P. 965—976.

316. *Nowak M.A., Wilms J., Pottschmidt K., Markoff S.* The Microquasar Cyg X-1: A Short Review // Proc. Multifrequency Behaviour of High Energy Cosmic Sources. — Vulcano (Italy): Frascati Workshop, 2011. — P. 5 (arXiv:1107.2391).

317. *Nozawa T., Stergioulas N., Gourgoulhon E., Eriguchi Y.* Construction of highly accurate models of rotating neutron stars-comparison of three different numerical schemes // Astron. Astrophys. Suppl. Ser. — 1998. — **132**. — P. 431—454.

318. *Oguri M.* How many arcminute-separation lenses are expected in the 2dF QSO Survey // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2003. — **339**, Iss. 2. — P. L23—L27.

319. *Oort J.H.* The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems // Bull. Astron. Inst. Neth. — 1932. — **6**. — P. 249—287.

320. *Overdin J.M., Wesson P.S.* Kaluza-Klein gravity // Phys. Rep. — 1997. — **283**. — P. 303—380.

321. *Parnovsky S.L.* Gravitation fields near the naked singularities of the general type // Physica. — 1980. — **104A**. — P. 1423—1437.

322. *Parnovsky S.L.* A general solution of gravitational equations near their singularities // Class. Quantum Grav. — 1990. — **7**. — P. 571—575.

323. *Parnovsky S.L.* Can Reisner-Nordstrom singularities exist? // Gen. Relat. Grav. — 1981. — **13**, N 9. — P. 853—863.

324. *Parnovsky S.L.* Quantum particle production in the formation of naked Kasner-type singularities // Phys. Lett. — 1979. — **73A**, N 3. — P. 153—156.

325. *Parnovsky S.L., Gaydamaka O.Z.* A generalization of the Zipoy-Voorhees metric in the presence of a conformally invariant scalar field // Укр. фіз. ж. — 2004. — **49**, № 3. — С. 205—209.

326. *Parnovsky S.L., Parnowski A.S.* Large-scale collective motion of RFGC galaxies in curved space-time // Astrophys. Space Sci. — 2011. — **331**. — P. 429—440. — DOI 10.1007/s10509-010-0476-x.

327. *Pavlenko Ya.V., Vavilova I.B., Kostiuk T.* Astronomy in Ukraine // Organizations and Strategies in Astronomy. — Springer-Verlag, 2006. — **7**. — P.121—146.

328. *Pearson T.J., Mason B.S., Readhead A.C., Shepherd M.C. et al.* The anisotropy of the microwave background to $l = 3500$: mosaic observations with the Cosmic Background Imager // Astrophys. J. — 2003. — **591**. — P. 556—574.

329. *Pelykh V.* Sen-Witten orthonormal three-frame and gravitational energy quasilocalization // Class. Quantum Grav. — 2003. — **20**. — P. 1115—1123.

330. *Penrose R.* Gravitational collapse: the role of general relativity // Proc. Florence inaugural conf. of the Eur. Phys. Soc. «The growth of Physics», Florence, Italy, 8—12 Aug. 1969. Riv. Nuovo Cim. — 1969. — **1**, spec. number. — P. 253—276.

331. *Penzias A.A., Wilson R.W.A.* A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mc/s. // Astrophys. J. — 1965. — **142**. — P. 419—421.

332. *Perera B.B.P., McLaughlin M.A., Kramer M. et al.* The evolution of PSR J0737-3039B and a model for relativistic spin precession // Astrophys. J. — 2010. — **721**. — P. 1193—1205.

333. *Perivolaropoulos L.* PPN Parameter γ and Solar System Constraints of Massive Brans-Dicke Theories // Phys. Rev. D. — 2010. — **81**. — Id. 047501 (arXiv:gr-qc/0911.3401).

334. *Perlmuter S., Aldering G., Della Valle M. et al.* Discovery of a supernova explosion at half the age of the Universe // Nature. — 1998. — **391**. — P. 51—54.

335. *Perlmutter S., Aldering G., Goldhaber G. et al.* Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae // Astrophys. J. — 1999. — **517**. — P. 565—586.

336. *Pizella G.* Coincidence search between the gravitational wave detectors EXPLORER and NAUTILUS in the years 1998, 2001, 2003, and 2004 // Proc. conf. «Frontier Objects in Astrophys. and Particle Phys.». — Bologna, 2007. — **93**. — P. 131—154.

337. *Plyatsko R., Bilaniuk O.* Gravitational ultrarelativistic interaction of classical particles in the context of unification of interaction // Class. Quantum Grav. — 2001. — **18**. — P. 5187—5198.

338. *Portegias Zwart S., McMillan S.* The runaway growth of intermediate-mass black holes in dense star clusters // Astrophys. J. — 2002. — **576**, Iss. 2. — P. 899—907.

339. *Pound R.V., Rebka G.A.* Apparent weight of photons // Phys. Rev. Lett. — 1960. — **4**, Iss. 7. — P. 337—341.

340. *Pound R.V., Snider J.L.* Effect of Gravity on Nuclear Resonance // Phys. Rev. Lett. — 1964. — **13**, N 18. — P. 539—540.

341. *Press W.H., Teukolsky S.A.* Perturbations of a rotating black hole. II. Dynamical stability of the Kerr metric // Astrophys. J. — 1973. — **185**. — P. 649—674.

342. *Preuss O.* Astronomical tests of the Einstein equivalence principle: PhD thesis. — Germany: Max-Planck-Institute for Aeronomy, 2003 (arXiv:gr-qc/0305083).

343. *Prodi G.A., Heng I.S., Allen Z.A et al.* Initial operation of the International Gravitational Event Collaboration // Int. J. Mod. Sci. — 2000. — **D9**. — P. 237—245.

344. *Quast R., Reimers D., Levshakov S.A.* Probing the variability of the fine-structure constant with the VLT/UVES // Astron. Astrophys. — 2004. — **415**. — P. L7—L11.

345. *Rafikov R.R., Lai D.* Effects of Pulsar Rotation on Timing Measurements of the Double Pulsar System J0737-3039 // Astrophys. J. — 2006. — **641**. — P. 438—446.

346. *Rainer M., Zhuk A.* Einstein and Brans-Dicke frames in multidimensional cosmology // Gen. Relat. Grav. — 2000. — **32**. — P. 79—104.

347. *Rainer M., Zhuk A.* Tensor-multi-scalar theories from multidimensional cosmology // Phys. Rev. D. — 1996. — **54**. — P. 6186—6192 (arXiv:gr-qc/9608020).

348. *Randall L., Sundrum R.* A large mass hierarchy from a small extra dimension // Phys. Rev. Lett. — 1999. — **83**. — P. 3370—3373 (arXiv:hep-ph/9905221).

349. *Randall L., Sundrum R.* An Alternative to Compactification // Phys. Rev. Lett. — 1999. — **83**. — P. 4690—4693 (arXiv:hep-th/9906064).

350. *Rau W.* Dark matter search experiments // arXiv:1103.5267v1. — 2011.

351. *Reasenberg R.D., Shapiro I.I., MacNeil P.E. et al.* Viking relativity experiment: Verification of signal retardation by solar gravity // Astrophys. J. Lett. — 1979. — **234**. — P. L219—L221.

352. *Rees M.* Black hole models for active galactic nuclei // Ann. Rev. Astron. Astrophys. — 1984. — **22**. — P. 471—506.

353. *Refregier A.* Weak gravitational lensing by large-scale structure // Ann. Rev. Astron. Astrophys. — 2003. — **41**. — P. 645—668.

354. *Refsdal S., Surdej J.* Gravitational Lenses // ESO. — 1993. — N 952. — 89 p.

355. *Regis M.* Particle dark matter: the state of the art // arXiv:1008.0506v1. — 2010.

356. *Reinhardt S., Saathoff G., Buhr H. et al.* Test of relativistic time dilation with fast optical atomic clocks at different velocities // Nature Phys. — 2007. — **3**. — P. 861—864. — DOI:10.1038/nphys778.

357. *Resolutions* of XXIV GA IAU // Inform. Bull. IAU. — 2001. — N 88. — P. 28—40.

358. *Reynolds C.S., Garofalo D.* Black hole spin in AGN and GBHCs // Astrophys. Space Sci. — 2005. — **1**. — P. 71—79.

359. *Riehle F.* Clocks for length and time measurement // Lect. Not. Phys.– 2001. — **562**. — P. 347—368.

360. *Riess P.M., Philipenko A.V., Challis P. et al.* Observational evidence from supernovae for an accelerating Universe and a cosmological constant // Astron. J. — 1998. — **116**. — P. 1009—1038.

361. *Riis E., Andersen L.-U.A., Bjerre N. et al.* Test of the isotropy of the speed of light using fast-beam laser spectroscopy // Phys. Rev. Lett. — 1988. — **60**. — P. 81—84.

362. *Riles K.* Gravitational waves: Sources, detectors and searches // Prog. Part. Nucl. Phys. — 2013. — **68**. — P. 1—54.

363. *Robertson D.S., Carter W.E., Dillinger W.H.* New measurement of solar gravitational deflection of radio signals using VLBI // Nature. — 1991. — **349**. — P. 768—770.

364. *Robertson H.* Postulate versus observation in the special theory of relativity // Rev. Mod. Phys. — 1949. — **21**. — P. 378—382.

365. *Roll P.G., Krotkov R., Dicke R.H.* The equivalence of inertial and passive gravitational mass // Ann. Phys. — 1964. — **26**. — P. 442—517.

366. *Sachs R.K.* Gravitational waves in General Relativity. VIII. Waves in asymptotically flat spaces // Proc. Roy. Soc. London. — 1962. — **270**. — P. 103—126.

367. *Sahni V.* The cosmological constant problem and quintessence // Class. Quantum Grav. — 2002. — **19**. — P. 3435—3448.

368. *Sahni V., Shtanov Yu.V.* Braneworld models of dark energy // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2003. — **11**. — P. 14.

369. *Sahni V., Starobinsky A.* The Case for a Positive Cosmological Λ-Term // Int. J. Mod. Phys. D. — 2000. — **9**, Iss. 04. — P. 373—443.

370. *Salpeter E.E.* Accretion of interstellar matter by massive object // Astrophys. J. — 1964. — **140**. — P. 796—800.

371. *Sanwal D., Pavlov G.G., Zavlin V.E., Teter M.A.* Discovery of absorption features in spectrum of an isolated neutron star // Astrophys. J. — 2002. — **574**. — P. L61—L64.

372. *Savage C., Gelmini G., Gondolo P., Freese K.* XENON10/100 dark matter constraints in comparison with CoGeNT and DAMA: examining the L_{eff} dependence // Phys. Rev. D. — 2011. — **83**. — Id. 055002.

373. *Sazhin M.V.* Opportunities for detecting ultralong gravitational waves // Sov. Astron. — 1978. — **22**. — P. 36—38.

374. *Sazhin M.V., Zharov V.E., Volynkin A.V., Kalinina T.A.* Microarcsecond instability of the celestial reference frame // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 1998. — **300**. — P. 287—291.

375. *Schiff L.I.* On experimental tests of the general theory of relativity // Amer. J. Phys. — 1960. — **28**. — P. 340—343.

376. *Schild A.* Gravitational theories of the Whitehead type and the principle of equivalence // Evidence for Gravitational theories. — New York: Academic Press, 1962. — P. 69—115.

377. *Schild R.* Microlensing variability of the gravitationally lensed quasar Q0957+561 A, B // Astrophys. J. — 1996. — **464**. — P. 125—130.

378. *Schild R., Masnyak I., Hnatyk B., Zhdanov V.* Anomalous fluctuations in observations of Q0957+561 A,B: Smoking gun of a cosmic string? // Astron. Astrophys. — 2004. — **422**. — P. 477—482.

379. *Schild R., Smith R.C.* Microlensing in the Q0957 + 561 gravitational mirage // Astron. J. — 1991. — **101**. — P. 813—817.

380. *Schneider P.* Gravitational lensing as a probe of structure // arXiv:astro-ph 0306465.

381. *Schneider P.* Weak gravitational lensing with SKA // Perspectives on Radio Astronomy: Science with Large Antenna Arrays. — 2000. — **1**. — P. 203.

382. *Schneider P., Ehlers J., Falko E.E.* Gravitational Lenses. — New York: Springer, 1992. — 435 p.

383. *Schneider R., Ferrara A., Natarajan P., Omukai K.* First stars, very massive black holes, and metals // Astrophys. J. — 2002. — **571**. — P. 30—39.

384. *Schodel R., Eckart A., Iserlohe C. et al.* A black hole in the galactic center complex IRS 13E? // Astrophys. J. — 2005. — **625**, Iss. 2. — P. L111—L114.

385. *Schoen P., Yau S.T.* On the proof of the positive mass conjecture in general relativity // Comun. Math. Phys. — 1979. — **65**. — P. 45—76.

386. *Schrabback T., Hartlap J., Joachimi B. et al.* Evidence for the accelerated expansion of the Universe from weak lensing tomography with COSMOS // Astron. Astrophys. — 2010. — **516**. — Id. A63 (arXiv:0911.005).

387. *Schutz B.F.* Sources of radiation from neutron stars // arXiv:gr-qc/9802020. — 1998.

388. *Sereno M., Lubini M., Jetzer Ph.* A multi-wavelength strong lensing analysis of baryons and dark matter in the dynamically active cluster AC 114 // Astron. Astrophys. — 2010. — **518**. — Id. A55.

389. *Shankar F., Weinberg D.H., Shen Y.* Constraints on black hole duty cycles and the black hole-halo relation from SDSS quasar clustering // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2010. — **406**, Iss.3. — P. 1959—1966.

390. *Shapiro I.I., Counselman C.C., King R.W.* Verification of the principle equivalence for massive bodies // Phys. Rev. Lett. — 1976. — **36**, Iss. 11. — P. 555—558.

391. *Shapiro I.I., Reasenberg R.D., MacNeil P.E. et al.* The Viking relativity experiment // J. Geophys. Res. — 1977. — **82**. — P. 4329—4334.

392. *Shapiro I.I., Reasenberg R.D., Chandler J.F., Babcock R.W.* Measurement of the deSitter precession of the Moon: A relativistic three-body effect // Phys. Rev. Lett. — 1988. — **61**. — P. 2643—2646.

393. *Shaposhnikov N., Titarchuk L.* Determination of Black Hole Mass in Cyg X-1 by Scaling of Spectral Index-QPO Frequency Correlation // Astroph. J. — 2007. — **663**. — P. 445—449.

394. *Shatskiy A., Novikov I., Kardashev N.* New analytical models of «traversable» wormholes // Phys. Usp. — 2008. — **51**. — P. 457—464.

395. *Shibata M., Shapiro S.L.* Collapse of a rotating supermassive star to a supermassive black hole: fully relativistic simulations // Astrophys. J. — 2002. — **572**. — P. L39—L43.

396. *Shulga V.M., Minakov A.A., Vakulik V.G., Smirnov G.V., Tsvetkova V.S.* Gravitational lensing as a key to solving the dark matter problem // Dark energy and dark matter in the Universe. — Kyiv: Akademperiodyka, 2014. — V. 2. — P. 11—83.

397. *Shulga V.M., Zhdanov V.I., Alexandrov A.N. et al.* Dark energy and dark matter in the Universe. — In three vol.: V. 2. Dark matter: Astrophysical aspects of the problem. — Kyiv: Akademperiodyka, 2014. — 356 p.

398. *Silk J., Rees M.J.* Quasars and galaxy formation // Astron. Astroph. — 1998. — **331**. — P. L1—L4.

399. *Sluse D., Claeskens J-F., Hutsemékers D. et al.* Discovery of a quadruply imaged quasar surrounded by a ring // Gravitational lensing: a unique tool for cosmology (Aussois, Savoie, France, January, 5—11, 2003). ASP Conf. Ser. — 2004. — **CS-326**. — 79 p.

400. *Sluse D., Surdej J., Claeskens J.-F. et al.* A quadruply imaged quasar with an optical Einstein ring candidate: 1RXS J113155.4-123155 // Astron. and Astrophys. — 2003. — **406**, N 2. — P. L43—L46.

401. *Soffel M., Herold H., Ruder H., Schneider M.* Reference frames in relativistic space-time // Veröf. Bayer Kommis. Int. Erdmess. — 1986. — **48**. — S. 237—270.

402. *Soffel M., Klioner S. A., Petit G. et al.* The IAU 2000 resolutions for astrometry, celestial mechanics, and metrology in the relativistic framework: explanatory supplement // Astron. J. — 2003. — **126**. — P. 2687—2706 (arXiv:astro-ph/0303376).

403. *Sokolsky P. (the HiRes Collaboration)*. Observation of the GZK cutoff by the HiRes Experiment // Nucl. Phys. B. Proc. Suppl. — 2009. —**196**. — P. 67—73.

404. *Sotiriou T.P., Faraoni V.* f(R) Theories of Gravity // Rev. Mod. Phys. — 2010. — **82**. — P. 451—497 (arXiv:gr-qc/0805.1726).

405. *Spergel D.N., Verde L., Peiris H.V. et al.* 2003. First year Wilkinson Anisotropy Probe (WMAP) observations: Determination of cosmological parameters // Astrophys. J. Suppl. — 2003. — **148**. — P. 175—194.

406. *Stairs I.H.* Testing general relativity with pulsar timing // Liv. Rev. Relat. — 2003. — **6**, N 5. — 49 p. (www.livingreviews.org/lrr-2003-5).

407. *Standish E.M.* JPL Planetary and Lunar Ephemerides // Tech. Rep. JPL IOM. DE405/LE409. — 1998. — **312**. — F-98-048.

408. *Starobinsky A.A.* A new type of isotropic cosmological models without singularity // Phys. Lett. B. — 1980. — **91**. — P. 99—102.

409. *Starobinsky A.A.* Disappearing cosmological constant in f(R) gravity // Письма в ЖЭТФ. — 2007. — **86**. — С. 183—189.

410. *Stergioulas N.* Rotating stars in relativity // Liv. Rev. Relat. — 1998. — **1**, Part. 8. — 48 p.

411. *Strohmayer T.E., Mushotzky R.F.* Evidence for an Intermediate Mass Black Hole in NGC 5408 X-1 // Astrophys. J. — 2009. — **703**. — P. 1386—1393.

412. *Strolger L.-G., Tonry J., Casertano S. et al.* Type Ia supernova discoveries at z > 1 from the Hubble Space Telescope: Evidence for past deceleration and constraints on dark energy evolution // Astrophys. J. — 2004. — **607**. — P. 665—687.

413. *Su Y., Heckel B.R., Adelberger E.G. et al.* New tests of the universality of free fall // Phys. Rev. D. — 1994. — **50**. — P. 3614—3636.

414. *Synge J.L.* On the neighbourhood of a geodesic in Riemannian space // Duke Math. J. — 1935. — **1**. — P. 527—537.

415. *Takahashi R., Yonehara A., Mineshige S.* X-Ray microlensing of bright quasars // Publ. Astron. Soc. Japan. — 2001. — **53**. — P. 387—398.

416. *Taniguchi Y., Wada K.* The nuclear starburst driven by a supermassive black hole binary // Astrophys. J. — 1996. — **469**. — P. 581—588.

417. *Taylor J.H.* Binary pulsar and relativistic gravity // Rev. Mod. Phys. — 1994. — **66**, Iss. 3. — P. 711—719.

418. *Teukolsky S.A.* Perturbations of a rotating black hole. I. Fundamental equations for gravitational, electromagnetic, and neutrino-field perturbations // Astrophys. J. — 1973. — **185**. — P. 635—648.

419. *Teukolsky S.A.* Rotating black holes: Separable wave equations for gravitational and electromagnetic perturbations // Phys. Rev. Lett. — 1972. — **29**. — P. 1114—1118.

420. *Teukolsky S.A., Press W.H.* Perturbations of a rotating black hole. III. — Interaction of the hole with gravitational and electromagnetic radiation // Astrophys. J. — 1974. — **193**. — P. 443—461.

421. *The Pierre Auger Collaboration*. Correlation of the highest-energy cosmic rays with the positions of nearby active galactic nuclei // Astropart. Phys. — 2008. — **29**. — P. 188—204.

422. *The Pierre Auger Collaboration.* Correlation of the Highest-Energy Cosmic Rays with Nearby Extragalactic Objects // Science. — 2007. — **318**. — P. 938—943.

423. *Tobar M.E., Stanwix P.L., McFerran J.J. et al.* Testing local position and fundamental constant invariance due to periodic gravitational and boost using long-term comparison of the SYRTE atomic fountains and H- masers // Phys. Rev. D. — 2013. — **87**. — Id. 122004.

424. *Tobar M.E., Wolf P., Bize S. et al.* Testing local Lorentz and position invariance and variation of fundamental constants by searching the derivative of the comparison frequency between a cryogenic sapphire oscillator and hydrogen maser // Phys. Rev. D. — 2010. — **81**, N 2. — Id. 022003 (arXiv:0912.2803). — DOI:10.1103/PhysRevD.81.022003.

425. *Touboul P.* Space accelerometers: Present status // Lect. Not. Phys. — 2001. — **562**. — P. 273—291.

426. *Townsend P.K.* Lecture Notes «Black Holes». — http://arxiv.org/gr-qc/9707012. — 145 p.

427. *Troxel M.A., Ishak M.* The intrinsic alignment of galaxies and its impact on weak gravitational lensing in an era of precision cosmology // arXiv:1407.6990.

428. *Tsvetkova V.S., Vakulik V.G., Shulga V.M. et al.* PG1115+080: variations of the A2/A1 flux ratio and new values of the time delays // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2010. — **406**, Iss. 4. — P. 2764—2776.

429. *Turyshev S.G., Shao M., Nordvedt K.* The laser astrometric test of relativity mission // Class. Quantum Grav. — 2004. — **21**, N 12. — P. 2773—2799.

430. *Turyshev S.G., Williams J.G., Nordtvedt K., Shao M., Murphy T.W.* 35 Years of testing relativistic gravity: Where do we go from here? // Lect. Not. Phys. — 2004. — **648**. — P. 311—330.

431. *Utiyama R., DeWitt B.S.* Renormalization of a classical gravitational field interacting with quantized matter fields // J. Math. Phys. — 1962. — **3**. — P. 608—618.

432. *Van der Marel R.P.* Intermediate-mass black holes in the Universe: A review of formation theories and observational constraints // Carnegie Observatories Astrophys. Ser. V. 1: Coevolution of Black Holes and Galaxies. — Cambridge: Cambridge University Press, 2004 (arXiv:astro-ph/0302101).

433. *Vessot R.F.C., Levine M.V.* A test of the equivalence principle using a space-born clock // Gen. Rel. Grav. — 1979. — **10**. — P. 181—204.

434. *Vessot R.F.C., Levine M.V., Mattison E.M. et al.* Test of relativistic gravitation with a space-borne hydrogen maser // Phys. Rev. Lett. — 1980. — **45**. — P. 2081—2084.

435. *Villata V., Raiteri C.M.* Helical jets in blazars I. The case of Mkn 501 // Astron. Astrophys. — 1999. — **347**. — P. 30—36.

436. *Voss R., Tauris T.V.* Galactic distribution of merging neutron stars and black holes-properties for short j-way burst progenitors and LIGO // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2003. — **342**. — P. 1169—1184.

437. *Vucetich H.* Testing Lorentz invariance violation in quantum gravity theories // Focus Quantum Grav. Res. — 2006. — **1**. — P. 49 (arXiv:gr-qc/0502093).

438. *Wambsganss J.* Gravitational lensing in astronomy // Living Rev. Relat. — 1998. — **1**, part. 12. — P. 1—80.

439. *Wambsganss J.* Gravitational lensing. A universal astronomical tool // Astroph. Sp. Sci. — 2001. — **278**, Iss. 12. — P. 123—128.

440. *Weber J.* Evidence for discovery of gravitational radiation // Phys. Rev. Lett. — 1969. — **22**. — P. 1320—1324.

441. *Weinberg N.N., Milosavljevic M., Ghez A.M.* Stellar Dynamics at the Galactic Center with an Extremely Large Telescope // Astrophys. J. — 2005. — **622**, Iss. 2. — P. 878—891.

442. *Weinberg S.* Cosmology. — Oxford: Oxford University Press, 2008. — 593 p.

443. *Weisberg J.M., Nice D.J., Taylor J.H.* Timing measurements of the relativistic binary pulsar PSR B1913+16 // Astrophys. J. — 2010. — **722**. — P. 1030—1034.

444. *Will C.M.* Finally, results from Gravity Probe B // Phys. — 2011. — **4**. — P. 43 (arXiv: 1106.1198).

445. *Will C.M.* The Confrontation between General Relativity and Experiment // Liv. Rev. Relat. — 2001. — **4**, N 4 (arXiv:gr-qc/0103036).

446. *Will C.M.* The Confrontation between General Relativity and Experiment // Astroph. Sp. Sci. — 2003. — **283**, Iss. 4. — P. 543—552.

447. *Will C.M.* The confrontation between General Relativity and Experiment // In: General Relativity and John Archibald Wheeler. — Berlin: Springer, 2010. — P. 73—93.

448. *Will C.M.* Theory and experiment in gravitational physics. — Cambridge: Cambridge University Press, 1993. — P. 15—71.

449. *Williams J.G., Newhall X.X., Dickey J.O.* Relativity parameters determined from lunar laser ranging // Phys. Rev. D. — 1996. — **53**. — P. 6730—6739.

450. *Williams J.G., Turyshev S.G., Murphy T.W.* Improving LLR tests of gravitational theory // Int. J. Modern Phys. D. — 2004. — **13**, Iss. 3. — P. 567—582.

451. *Witten E.* New proof of the positive energy theorem // Comun. Math. Phys. — 1981. — **80**. — P. 381—402.

452. *Wojtak R., Hansen S.H., J. Hjorth.* Gravitational redshift of galaxies in clusters as predicted by general relativity // Nature. — 2011. — **477**. — P. 567—569.

453. *Wolf P., Petit G.* Satellite test of special relativity using the global positioning system // Phys. Rev. — 1997. — **A56**, N 6. — P. 4405—4409.

454. *Woodard R.P.* Avoiding dark energy with 1/r modifications of gravity // Lect. Notes Phys. — 2007. — **720**. — P. 403—433 (arXiv:astro-ph/0601672).

455. *Wozniak P., Alard C., Udalski A. et al.* The optical gravitational lensing experiment monitoring of QSO 2237+0305: A hunt for caustic crossings in QSO 2237+0305 // Astrophys. J. — 2000. — **529**, N 1. — P. 88—92.

456. *Wright E.L.* CMBR results and dark matter and energy // New Astron. Rev. — 2005. — **49**, Iss. 2-6. — P. 65—68.

457. *Wu F.-Q., Xuelei Chen X.* Cosmic microwave background with Brans-Dicke gravity II: constraints with the WMAP and SDSS data // Phys. Rev. D. — 2010. — **82**. — Id. 083003 (arXiv:astro-ph/0903.0385).

458. *Wyller A.A.* Observational aspects of black holes in globular clusters // Astrophys. J. — 1970. — **160**. — P. 443—449.

459. *Wyrzykowski L., Kozlowski S., Skowron J. et al.* The OGLE view of microlensing towards the Magellanic Clouds. I. A trickle of events in the OGLE-II LMC data // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2009. — **397**. — P. 1228—1242.

460. *Wyrzykowski L., Kozlowski S., Skowron J. et al.* The OGLE view of microlensing towards the Magellanic Clouds. II. OGLE-II Small Magellanic Cloud data // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2010. — **407**. — P. 189—200.

461. *Wyrzykowski L., Kozlowski S., Skowron J. et al.* The OGLE view of microlensing toward the Magellanic Clouds. III. Ruling out OGLE-III LMC data // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2011. — **413**. — P. 493—508.

462. *Xiang-Gruess M., Lou Y. Duschl W. J.* Dark matter dominated dwarf disc galaxy Segue 1 // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. Lett. — 2009. — **400**. — P. L52—L56.

463. *Yelda S., Ghez A.M., Lu J.R. et al.* Increasing the Scientific Return of Stellar Orbits at the Galactic Center // The Galactic Center: a Window to the Nuclear Environment of Disk Galaxies. Proc. of a workshop held at Shanghai, China on October 19—23, 2009. — San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, 2011. — P. 167 (arXiv:1002.1729).

464. *Yonehara A.* Source size limitation from variabilities of a lensed quasar // Astrophys. J. — 1999. — **519**, Iss. 1. — P. L31—L34.

465. *Yonehara A., Mineshige S., Manmoto T. et al.* An X-Ray Microlensing Test of AU-Scale Accretion Disk Structure in Q2237+0305 // Astrophys. J. Lett. — 1998. — **501**. — P. L41—L44.

466. *Yunes N.* Gravitational Wave Tests of General Relativity With Ground-Based Detectors and Pulsar Timing Arrays // arXiv:1304.3473v1 [gr-qc]. — 119 p.

467. *Yungelson L.R.* Population synthesis for low and intermediate mass binaries // arXiv astro-ph/0412635.

468. *Yungelson L.R., Nelemans G., Portegies Zwart S.F.* AM CVn systems as optical, X-ray and GWR // arXiv:astro-ph/0401027.

469. *Zatsepin G.T., Kuzmin V.A.* Upper limit of the spectrum of cosmic rays // JETP Lett. — 1966. — **4**.– P. 78—80.

470. *Zdziarski A.A.* The structure of the jet in Cyg X-1 inferred from orbital modulation of the radio emission // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2012. — **422**, Iss. 2. — P. 1750—1760.

471. *Zezas A., Fabbiano G.* Chandra observation of the «Antennae» galaxies (NGC4038/4039). IV. The X-ray source luminosity function and the nature of ultraluminous X-ray sources // Astrophys. J. —2002. — **572**. — P. 726—737.

472. *Zhdanov V.I.* Generalization of the Fermi coordinates for fiducial surface of a reference body world tube // Вісн. Київ. ун-ту. Астрономія. — 1994. — № 33. — P. 17—23.

473. *Zhdanov V.I.* The general relativistic potential of astrometric studies at microarcsecond level // Astronomical and Astrophysical Objectives of Sub-Milliarcsecond Optical Astrometry. — Dordrecht: Kluwer, 1995. — P. 295—300.

474. *Zhdanov V.I., Alexandrov A.N., Fedorova E.V., Sliusar V.M.* Analytical Methods in Gravitational Microlensing // ISRN Astron. Astrophys. — 2012. — **2012**. — Id. 906951.

475. *Zhdanov V.I., Alexandrov A.N., Fedorova E.V., Sliusar V.M.* Qualitative problems in gravitational microlensing // Dark energy and dark matter in the Universe. — Kyiv: Akademperiodyka, 2014. — V. 2. — P. 84—130.

476. *Zhdanov V.I., Borshch M.S.* Small viscosity method and criteria for shock wave existence in relativistic magnetichydrodynamics // Укр. фіз. ж. — 2005. — **50**, № 11. — С. 1288—1294.

477. *Zhdanov V.I., Gorpinchenko D.V.* Power spectrum of radiation from a Gaussian source microlensed by a point mass: analytic results // Ukr. J. Phys. — 2012. — **57**, N 10. — P. 1083—1089.

478. *Zhdanov V.I., Ivashchenko G.* Cosmological scalar fields that mimic the ΛCDM cosmological model // Kinemat. Phys. Celest. Bod. — 2009. — **25**. — P. 73—78 (arXiv:0806.4327).

479. *Zhdanov V.I., Surdej J.* Quasar pairs with arcminute angular separations // Astron. Astrophys. — 2001. — **372**. — P. 1—7.

480. *Zhdanov V.I., Tytarenko P.V.* Existence and stability of shock waves in relativistic hydrodynamics with general equation of state // Phys. Lett. A. — 1998. — **240**. — P. 295—300.

481. *Zhdanov V.I., Zhdanova V.V.* Analytical relations for time-dependent statistical microlensing // Astron. Astrophys. — 1995. — **299**. — P. 321—325.

482. *Zitrin A., Broadhurst T., Rephaeli Y., Sadeh S.* The Largest Gravitational Lens: MACS J 0717.5+3745 (z = 0:546) // Astrophys. J. Lett. — 2009. — **707**. — P. L102—L106.

483. *Zloshchastiev K.G.* Coexistence of black holes and a long-range scalar field in cosmology // Phys. Rev. Lett. — 2005. — **94**. — Id. 121101.

484. *Zwicky F.* Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln // Helvet. Phys. Acta. — 1933. — **6**. — P. 110—127.

485. *Александров А.Н.* Геодезическая структура. Экспоненциальное отображение и фундаментальные объекты // Acta Phys. Polon. — 1981. — **B12**. — P. 523—540.

486. *Александров О.М., Жданов В.І.* До теорії релятивістських систем відліку, побудованих на основі оптичних координат // Вісн. Київ. ун-ту. Фіз.-мат. — 1992. — № 3. — С. 6—11.

487. *Александров А.Н., Жданов В.И., Парновский С.Л.* Релятивистская система отсчета вблизи Земли и радиоинтерферометрические наблюдения // Кинемат. физ. небесн. тел. — 1990. — **6**. — С. 3—7.

488. *Александров А.Н., Жданов В.И., Федорова Е.В.* Асимптотические формулы для коэффициента усиления гравитационно-линзовой системы вблизи каустики-складки // Письма в АЖ. — 2010. — **36**. — С. 344—352.

489. *Александров О., Жданов В., Федорова О.* Метод побудови систем відліку локального спостерігача для слабких гравітаційних полів // Вісн. Київ. ун-ту. Астрономія. — 2014. — **51**, № 2. — С. 5—9.

490. *Александров А.Н., Пирагас К.А.* Геодезическая структура. 1. Взаимная динамика геодезических // Теор. и мат. физика. — 1979. — **38**, № 1. — С. 71—83.

491. *Александров А.Н., Пирагас К.А., Пирагас Л.Е.* Уравнения относительного движения пробных тел под действием внешних сил в ОТО // Изв. вузов. Физика. — 1983. — № 8. — С. 38—45.

492. *Александров А.Н., Федорова Е.В.* Астрономические системы отсчета в линеаризованной теории относительности // Кинемат. физ. небесн. тел. — 1999. — № 1. — С. 52—55.

493. Альберт Эйнштейн и теория гравитации: Сб. ст. — М.: Мир, 1979. — 592 с.

494. *Арновитт Р., Дизер С., Миснер К.В.* Динамика общей теории относительности // Эйнштейновский сб. 1967 г. — М.: Наука, 1967. — С. 233—286.

495. *Асанов Г.С.* О финслеровом обобщении теории относительности // В кн.: Дифференциальная геометрия финслеровых пространств / Рунд Х. — М.: Наука, 1981. — 504 с.

496. *Асанов Г.С.* Основные принципы финслеровой теории относительности // Изв. вузов. Физика. — 1979. — № 7. — С. 58—104.

497. *Афанасьев В.Л., Власюк В.В., Додонов С.Н. и др.* Исследование спектров гравитационных линз H1413+117 и Q2237+030 // Кинемат. физ. небесн. тел. — 1996. — **12**, № 5. — С. 11—16.

498. *Афанасьев В.Л., Власюк В.В., Додонов С.Н. и др.* Исследование эффектов микролинзирования: наблюдательная программа и некоторые результаты // Кинемат. физ. небесн. тел. — 1996. — **12**, № 5. — С. 3—10.

499. *Барвинский А.О.* Космологические браны и макроскопические дополнительные измерения // Успехи физ. наук. — 2005. — **175**. — С. 569—601.

500. *Белинский В.А., Лифшиц Е.М., Халатников И.М.* Колебательный режим приближения к особой точке в релятивистской космологии // Успехи физ. наук. — 1979. — **102**, № 3. — С. 463—500.

501. *Бисноватый-Коган Г.С.* Релятивистская астрофизика и физическая космология. — М.: КРАСАНД, 2011. — 376 с.

502. *Бичак И., Руденко В.Н.* Гравитационные волны и проблема их обнаружения. — М.: Изд-во МГУ, 1987. — 264 с.

503. *Блиох П.В., Минаков А.А.* Гравитационные линзы. — К.: Наук. думка, 1989. — 236 с.

504. *Брагинский В.Б., Денисов В.И.* Экспериментальные тесты теории гравитации. — М.: МГУ, 1989. — 254 с.

505. *Брагинский В.Б., Панов В.И.* Проверка эквивалентности инертной и гравитационной масс // ЖЭТФ. — 1971. — **61**. — С. 873—876.

506. *Бронников К.А., Рубин С.Г.* Лекции по гравитации и космологии. — М.: МИФИ, 2008. — 460 с.

507. *Брумерг В.А.* Релятивистская небесная механика. — М.: Наука, 1972. — 384 с.

508. *Бугаев К.А., Гореншгейн М.И., Жданов В.И.* Релятивистские ударные волны при наличии областей с аномальным уравнением состояния // Теор. мат. физика. — 1989. — **80**. — С. 138—149.

509. *Вавилова І.Б.* Великомасштабна структура Всесвіту: спостереження і методи дослідження: Навч. посібник. — К.: Київ. Ун-т, 1998. — 107 с.

510. *Вейнберг С.* Гравитация и космология. — М.: Мир, 1975. — 696 с.

511. *Владимиров Ю.С.* Системы отсчета в теории гравитации. — М.: Энергоатомиздат, 1982. — 256 с.

512. *Владимиров Ю.С., Турыгин А.Ю.* Теория прямого межчастичного взаимодействия. — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 136 с.

513. *Гайда Р.П.* Квазирелятивистские системы взаимодействующих частиц // Физ. элем. частиц и атомн. ядра. — 1982. — **13**, № 2. — С. 427—493.

514. *Гайда Р.П., Ключковский Ю.Б., Третяк В.И.* Лагранжева классическая релятивистская механика системы прямовзаимодействующих частиц (I+II) // Теор. мат. физика. — 1980. — **44-45**. — С. 180—207.

515. *Гальцов Д.В.* Частицы и поля в окрестности черных дыр. — М.: Изд. МГУ, 1986. — 288 с.

516. *Горбунов Д.С., Рубаков В.А.* Введение в теорию горячей Вселенной. Т. 1: Теория горячего большого взрыва. — М.: ИЯИ РАН, 2007. — 458 с.

517. *Горбунов Д.С., Рубаков В.А.* Введение в теорию горячей Вселенной. Т. 2: Космологические возмущения. Инфляционная теория. — М.: ИЯИ РАН, 2009. — 459 с.

518. *Грищук Л.П., Липунов В.М., Постнов К.А., Прохоров М.Э., Сатьяпракаш Б.С.* Гравитационно-волновая астрономия в ожидании первого зарегистрированного источника // Успехи физ. наук. — 2001. — **171**, № 1. — С. 3—59.

519. *Губанов В.С., Финкельштейн А.М., Фридман П.А.* Введение в радиоастрометрию. — М.: Наука, 1983. — 280 с.

520. *Дайсон Ф., Эддингтон А., Дэвидсон К.* Определение отклонения луча света в гравитационном поле Солнца по данным наблюдений, проведенных во время полного солнечного затмения 29 мая 1919 г. // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. — М.: Мир, 1979. — С. 564—570.

521. *Долгов А.Д., Зельдович Я.Б., Сажин М.В.* Космология ранней Вселенной. — М.: МГУ, 1988. — 199 с.

522. *Жаров В.Э.* Сферическая астрономия. — Фрязино, 2006. — 480 с.

523. *Жданов В.І.* Вступ до релятивістської теорії тяжіння. — К.: ІЗМН, 1996. — 120 с.

524. *Жданов В.І.* Вступ до теорії відносності: Навч. посібник. — К.: ВПЦ «Київський університет», 2008. — 287 с.

525. *Жданов В.И.* Релятивистские модели систем отсчета в окрестности Земли // Изучение Земли как планеты методами астрономии, геофизики и геодезии. — ГАО НАНУ, 1994. — С. 41—53.

526. *Жданов В.И., Александров А.Н.* Координаты Ферми и радиоинтерферометрические наблюдения // Вест. Киев. ун-та. Астрономия. — 1990. — № 32. — С. 24—28.

527. *Жданов В.И., Титаренко П.В.* Существование и эволюционность ударных волн в релятивистской магнитной гидродинамике // ЖЭТФ. — 1998. — **114**, вып. 3(9). — С. 881—891.

528. *Жданов В.И., Федорова Е.В., Александров А.Н.* Гравитационное движение изображений удаленных источников, обусловленное полем звезд Галактики // Кинемат. физ. небесн. тел. — 2004. — **20**, № 5. — С. 422—429.

529. *Захаров А.Ф.* Гравитационные линзы и микролинзы. — М.: Янус-К, 1997. — 328 с.

530. *Захаров В.Д.* Гравитационные волны в теории тяготения Эйнштейна. — М.: Наука, 1972. — 200 с.

531. *Зельдович Я.Б., Новиков И.Д.* Теория тяготения и эволюция звезд. — М.: Наука, 1971. — 484 с.

532. *Зельдович Я.Б., Новиков И.Д.* Строение и эволюция Вселенной. — М.: Наука, 1975. — 736 с.

533. *Зельдович Я.Б., Новиков И.Д.* Оценка массы сверхзвезды // ДАН СССР. — 1964. — **158**. — С. 811—814.

534. *Зельманов А.Л., Агаков В.Г.* Элементы общей теории относительности. — М.: Наука, 1989. — 240 с.

535. *Иваненко Д.Д., Пронин П.И., Сарданашвили П.А.* Калибровочная теория гравитации. — М.: Изд-во МГУ, 1985. — 144 с.

536. *Иваницкая О.С.* Лоренцев базис и гравитационные эффекты в эйнштейновой теории тяготения. — Минск: Наука и техника, 1979. — 336 с.

537. *Имшенник В.С.* Возможный сценарий взрыва суперновой в результате гравитационного коллапса массивного звездного ядра // Письма в АЖ. — 1992. — **18**, вып. 6. — С. 489—504.

538. *Имшенник В.С., Попов Д.В.* Аналитическая модель эволюции (вырожденных) нейтронных звезд в тесной двойной системе // Письма в АЖ. — 1998. — **24**, вып. 4. — С. 251—267.

539. *Инфельд Л., Плебанский Е.* Движение и релятивизм. — М.: ИЛ, 1962. — 204 с.

540. *Караченцев И.Д.* Скрытая масса в Местной вселенной // Успехи физ. наук. — 2001. — **171**. — С. 860—863.

541. *Кардашев Н.С.* Космологическое собственное движение // АЖ. — 1986. — **63**. — С. 845—849.

542. *Кислик М.Д.* Создание единой релятивистской теории движения внутренних планет Солнечной системы // Вест. АН СССР. — 1982. — **8**. — С. 9—16.

543. *Копейкин С.М.* Релятивистские системы отсчета в Солнечной системе // АЖ. — 1989. — **66**, вып. 5. — С. 1069—1080.

544. *Коркина М.П., Григорьев С.Б.* Эксперименты ОТО в Солнечной системе // Вест. астроном. шк. — 2000. — **1**, № 2. — С. 29—37.

545. *Корсунь А.О.* Вимір часу від давніх-давен до сучасності. — К.: Техніка, 2009. — 176 с.

546. *Крамер Д., Штефани Х., Мак-Каллум М., Херльт Е.* Точные решения уравнений Эйнштейна. — М.: Энергоиздат, 1982. — 416 с.

547. *Кудря Ю.М., Александров О.М.* Релятивістське моделювання великомасштабного руху галактик // Журнал фіз. досліджень. — 2002. — **6**, № 4. — С. 472—475.

548. *Кудря Ю.М., Александров О.М.* Релятивістська поліноміальна модель великомасштабного руху галактик // Вісн. Київ. ун-ту. — 2003. — Вип. 39-40. — С. 116—120.

549. *Ландау Л.Д.* К теории звезд: Собр. тр. В 2-х т. — М.: Наука, 1969. — Т. 1. — С. 86—89.

550. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. — М.: Наука, 1973. — 504 с.

551. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. — М.: Наука, 1986. — 736 с.

552. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982. — 620 с.

553. *Линде А.Д.* Физика элементарных частиц и инфляционная космология. — М.: Наука, 1990.

554. *Лихнерович А.* Теория относительности и математическая физика // Астрофизика, кванты и теория относительности / Под ред. Ф.И. Федорова. — М.: Мир, 1982. — С. 129—214.

555. *Маррей К.* Векторная астрометрия. — К.: Наук. думка, 1986. — 327 с.

556. *Меллер К.* Теория относительности. — М.: Атомиздат, 1975. — 400 с.

557. *Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж.* Гравитация: В 3-х т. — М.: Мир, 1977. — Т. 1. — 474 с.; Т. 2. — 525 с.; Т. 3. — 510 с.

558. *Минаков А.А., Вакулик В.Г.* Статистический анализ гравитационного микролинзирования. — К.: Наук. думка, 2010. — 261 с.

559. *Минаков А.А., Шаляпин В.Н.* Влияние поля тяготения Галактики на видимое положение, блеск и пространственную плотность далеких источни-

ков. I. Модель Галактики-линзы и угол гравитационного отклонения луча // Кинемат. физ. небесн. тел. — 1990. — **6**. — С. 49—59.

560. *Минаков А.А., Шаляпин В.Н.* Влияние поля тяготения Галактики на видимое положение, блеск и пространственную плотность далеких источников. II. Изменение блеска и пространственной плотности источников // Кинемат. физ. небесн. тел. — 1990. — **6**. — С. 60—64.

561. *Мицкевич Н.В.* Системы отсчета и конструктивный подход к наблюдаемым в общей теории относительности // Эйнштейновский сб. 1971 г. — М.: Наука, 1972. — С. 67—87.

562. *Мицкевич Н.В.* Физические поля в общей теории относительности. — М.: Наука, 1969. — 326 с.

563. *Мицкевич Н.В., Ефремов А.П., Нестеров А.И.* Динамика полей в общей теории относительности. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 184 с.

564. *Новиков И.Д., Фролов В.П.* Физика черных дыр. — М.: Наука, 1986. — 328 с.

565. *Одуан К., Гино Б.* Измерение времени. Основы GPS. — М.: Техносфера, 2002. — 400 с.

566. *Опанасюк Ю.А.* До верифікації релятивістських теорій тяжіння при великих швидкостях // Вісн. Київ. ун-ту. Астрономія. — 2003. — **39-40**. — С. 92—96.

567. *Парновский С.Л.* Влияние электрического и скалярного полей на свойства времениподобных особенностей // ЖЭТФ. — 1988. — **94**, № 12. — С. 15—22.

568. *Парновский С.Л.* Гравитационное поле вращающихся тел // ЖЭТФ. — 1991. — **100**, № 11. — С. 1423—1437.

569. *Парновский С.Л.* Квантовое излучение голых сингулярностей керровского типа // ЖЭТФ. — 1981. — **80**, № 4. — С. 1261—1270.

570. *Парновский С.Л.* Тип и структура времениподобных сингулярностей в общей теории относительности: от гамма-метрики до общего решения // ЖЭТФ. — 1985. — **88**, № 6. — С. 1921—1938.

571. *Парновський С.Л., Гайдамака О.З.* Вплив скалярного поля з немінімальним зв'язком на казнерівські часоподібні сингулярності в загальній теорії відносності // Укр. фіз. журнал. — 2003. — **48**, № 10. — С. 1001—1007.

572. *Парновский С.Л., Гайдамака А.З.* Определение параметров релятивистских моделей коллективного движения галактик по наблюдательным данным // Кинемат. физ. небесн. тел. — 2004. — **29**, № 6. — С. 477—488.

573. *Парновский С.Л., Кудря Ю.Н., Караченцева В.Е., Караченцев И.Д.* Коллективное движение плоских галактик на масштабах 100 Мпк в квадрупольном и октупольном приближениях // Письма в АЖ. — 2001. — **27**, № 12. — С. 890—900.

574. *Парновский С.Л., Парновский А.С.* Введение в современную космологию. — К.: Наук. думка, 2013. — 149 с.

575. *Пенроуз Р.* Структура пространства-времени. — М.: Мир, 1972. — 183 с.

576. *Петров А.З.* Классификация пространств, определяемых полями тяготения // Ученые записки Казан. ун-та. — 1954. — **114**, кн. 8. — С. 55—69.

577. *Петров А.З.* Новые методы в общей теории относительности. — М.: Наука, 1966. — 496 с.

578. *Петров А.З.* Пространства Эйнштейна. — М.: Гос.физ.-мат.издат., 1961. — 463 с.

579. *Пирагас К.А., Жданов В.И., Александров А.Н., Кудря Ю.Н., Пирагас Л.Е.* Качественные и аналитические методы в релятивистской динамике. — М.: Энергоатомиздат, 1995. — 446 с.

580. *Пирагас К.А., Жданов В.И., Жданова В.В., Жук И.Т.* Распространение света в слабом гравитационном поле стохастической системы точечных источников // Изв. вузов. Физика. — 1986. — № 12. — С. 79—83.

581. *Питьева Э.В.* Релятивистские эффекты и сжатие Солнца из радарных наблюдений планет и космических аппаратов // Письма в АЖ. — 2005. — **31**, № 5. — С. 340—349.

582. *Риман Б.* О гипотезах, лежащих в основании геометрии // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. — М.: Мир, 1979. — С. 18—33.

583. *Рис М., Руффини Р., Уилер Дж.* Черные дыры, гравитационные волны и космология. — М.: Мир, 1977. — 376 с.

584. *Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н.* Системы квазилинейных уравнений. — М.: Наука, 1978. — 688 с.

585. *Рубаков В.А.* Большие и бесконечные дополнительные измерения // Успехи физ. наук. — 2001. — **171**. — С. 913—938 (arXiv:hep-ph/0104152).

586. *Рунд Х.* Дифференциальная геометрия финслеровых пространств (с добавлениями Г.С. Асанова). — М., Наука, 1981. — 504 с.

587. *Рябушко А.П.* Движение тел в общей теории относительности. — Минск: Выш. шк., 1979. — 237 с.

588. *Сажин М.В.* Фундаментальный предел точности астрометрических измерений // Письма в АЖ. — 1996. — **22**. — С. 643—647.

589. *Сибгатуллин Н.Р.* Колебания и волны в сильных гравитационных полях. — М.: Наука, 1984. — 352 с.

590. *Синг Дж.* Общая теория относительности. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963. — 432 с.

591. *Соловьев Д.А., Цирулев А.Н.* Устойчивые круговые орбиты вблизи гравитирующих скалярных конфигураций // Вест. ТвГУ. Сер. Прикл. матем. — 2010. — **19**. — С. 29—41.

592. *Турышев В.Г.* Экспериментальные проверки общей теории относительности: недавние успехи и будущие направления исследований // Усп. физ. наук. — 2009. — **179**, № 1. — С. 3—34.

593. *Уилл К.* Теория и эксперимент в гравитационной физике. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 296 с.

594. *Фаддеев Л.Д.* Проблема энергии в теории тяготения Эйнштейна // Успехи физ. наук. — 1982. — **136**, вып. 3 — С. 435—457.

595. *Ферми Э.* О явлениях, происходящих вблизи мировой линии: Науч. тр. в 2-х т. — М.: Наука, 1971. — Т. 1. — С. 64—71.

596. *Фишер И.З.* Поле скалярного мезона с учетом гравитационных эффектов // ЖЭТФ. — 1948. — **18**. — С. 636—640.

597. *Фок В.А.* Теория пространства, времени и тяготения. — М.: ГИТТЛ, 1955. — 504 с.

598. *Фомин П.И.* Гравитационная неустойчивость вакуума и космологическая проблема // ДАН УССР. Сер. А. — 1975. — № 9. — С. 831—835.

599. *Фомин П.И., Штанов Ю.В., Барабаш О.В.* Квазизамкнутые миры и квантовое рождение Вселенной // ДАН Украины. — 2000. — № 10. — С. 80—86.

600. *Фролов В.П.* Метод Ньюмана—Пенроуза в общей теории относительности // Тр. ФИАН. — 1977. — **96**. — С. 72—180.

601. *Хокинг С., Эллис Дж.* Крупномасштабная структура пространства-времени. — М.: Мир, 1977. — 434 с.

602. *Чандрасекар С.* Математическая теория черных дыр: В 2-х т. — М.: Мир, 1986. — Т. 1. — 275 с.; Т. 2. — 355 с.

603. *Шапиро С., Тюколски С.* Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды: В 2-х ч. — М.: Мир, 1985. — Ч. 1. — 256 с. — Ч. 2. — 400 с.

604. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов: В 4-х т. — М.: Наука, 1965. — Т. 1. — 702 с.

605. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов: В 4-х т. — М.: Наука, 1967. — Т. 4. — 600 с.

606. *Яцків Я.С., Александров О.М., Вавилова І.Б. та ін.* Загальна теорія відносності: випробування часом. — К.: ГАО НАНУ (ВД Академперіодика), 2005. — 288 с.

607. *Яцків Я.С., Александров О.М., Вавилова І.Б. та ін.* Загальна теорія відносності: горизонти випробувань. — К., ВАІТЕ, 2013. — 264 с.

608. *Яцкив Я.С., Миронов Н.Т., Корсунь А.А., Тарадий В.К.* Движение полюсов и неравномерность вращения Земли // Астрономия. Итоги науки и техники. — 1976. — **12**, ч. 2. — 117 с.

609. *Яцкив Я.С.* Астрометрические исследования. Состояние и тенденции // Вест. АН СССР. — 1982. — № 8. — С. 122—128.

610. *Яцків Я.С., Корсунь А.О., Хода О.О.* Базове координатно-часове забезпечення розвитку в Україні топографо-геодезичної діяльності, землевпорядкування та навігації рухомих об'єктів // Інноваційні технології. — 2003. — № 4-5. — С. 4—21.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

В каждом слове
бездна пространства...
Николай Гоголь

ΛCDM модель 75, 233, 242, 255
ACES 129
ASTROD 135, 174
BCRS 267
DECIGO 174
Einstein Telescope 161
EROS 219
GCRS 267
GEO600 157
Gravity Probe B 141
GRB 169
ICRS 267
ITRS 267
KAGRA 158, 160
LAGEOS 139
LARES 139
LATOR 135
LCGT 158, 160
LIGO 155, 167, 172
— Advanced 159
LISA 171
— Pathfinder 129, 174
MACHO 219
MICROSCOPE 131
OGLE 217, 219
PHARAO 129
TAMA300 158
VIRGO 157
— Advanced 159
WIMP 259
WMAP 70, 243, 249, 257
аккреционный диск 38, 188
активные ядра галактик 187
анизотропия
— инертной массы 105
— реликтового излучения 259
барионная материя 224
барионное число 31
белый карлик 117, 182
время
— Барицентрическое динамичное 268
— Барицентрическое координатное 269
— Геоцентрическое координатное 270
— Земное 270
— Земное динамичное 268
— космологическое 227
— Международное атомное 269
гамма-вспышки 169, 186
гравимагнитные эффекты 131
гравитационная задержка сигналов (эффект Шапиро) 86, 93, 121, 124
гравитационное
— излучение 149
— детекторы 150
— — веберовского типа 150, 154
— — лазерно-интерферометрические 155
— — резонансные 154
— — чувствительность 151
— источники 161
— мощность 143
— красное смещение 14, 111, 130, 137
— линзирование 191, 206
— отклонение света 15, 85, 121, 135, 207
гравитационно-линзовая система 206

— IRXS J113155.4-123155 213
— MACS J0717.5+3745 213
— Вторая линза PG1115+080 213
— Крест Эйнштейна Q2237+0305 212, 216, 217
— Лист клевера H1413+117 214
— Первая линза 212
детектор Вебера 154
зеркальная материя 259
интервал 23, 25
инфляция 43, 52, 71, 228, 234, 239, 241, 244, 247
квазар 110, 125, 172, 187, 213, 220, 266
классификация Петрова гравитационных полей 18, 36
коллективные движения галактик 256
координаты
— гармонические 274
— гауссовы 283
— оптические 277, 280
— римановы нормальные 277
— Ферми 277
космологическая
— постоянная 15, 34, 43, 225, 226, 230, 240, 246, 250
— сингулярность 16
космологические параметры 240
космология 223
кривизна пространства 13
— скалярная 33, 69, 93
кротовые норы 48
крупномасштабная структура 218, 256
локальная лоренц-инвариантность 273
— проверки 101
локальная позиционная инвариантность 273
— проверки 111
масштабный фактор 76, 230, 227, 241, 252
метрика
— Керра 178
— Лензе—Тирринга 132
— Минковского 23
— Фишера 45
—Фридмана—Леметра—Робертсона—Уокера 75, 228
многообразие
— дифференцируемое 22
— риманово 25
модели
— бранные 95
— Калуцы—Клейна 75, 80
мост Эйнштейна—Розена 48
нейтронные звезды 180, 182
общая теория относительности 33
однородная и изотропная Вселенная 16, 223, 226, 227, 230
отношение сигнал/шум 153
параметр Хаббла 232
поверхность последнего рассеяния 237
Поливерсум 244, 245
положительность энергии гравитационного поля 36
постоянная Хаббла 232, 241
постулат локальной лоренцевости 28
потенциалы Бардина 236
ППН
— параметры 70, 85, 93, 124, 128
— формализм 54, 58, 60, 120, 209
прецессия
— геодезическая (де Ситтера) 125, 134, 135
— Лензе—Тирринга 134, 139
— перигелия Меркурия 15
— системы Земля—Луна 134
принцип
— антропный 244, 246
— ковариантности 23
— космической цензуры 40
— локальной лоренцевости 28
— локальной лоренц-инвариантности 26
— локальной позиционной инвариантности 26
— Маха 14
— соответствия 27, 59
— эквивалентности 25, 54

— — сильный 27, 108
— — слабый 25, 108
— — эйнштейновский 15, 27
проблема
— горизонта 51, 252
— плоскостности 234, 252
проверки ОТО 101
пространство Минковского 24
пространство-время 21
— асимптотически-плоское 35
профиль Наварро—Френка—Уайта 255
процесс Пенроуза 178
пульсар 144, 180, 182
— PSR 1913+16 118, 145, 135, 150
— PSR B0833-45 69
— PSR J0737–3039 A+B 118, 127, 135, 145
пульсарный тайминг 170
разбегание галактик 16, 224
расстояние
— по угловому диаметру 229
— фотометрическое 227, 229, 241
расширение Вселенной
— ускоренное 11, 71, 118, 128
реликтовое излучение 11, 237, 240
решение Фишера 44, 45, 263
риманова связность 24, 65
сверхновые 151
— II типа 164
— типа 1a 118, 184, 227, 230, 240, 241
сдвиг перигелия 85, 124
сдвиг частоты 84
сигнатура 24
символы Кристоффеля 24
сингулярность 38, 39, 51
— времениподобная 39
— голая 38, 46, 179
— космологическая 16, 39
— пространственноподобная 39
система
— гравитационно-линзовая 206
— изолированная 35
— координат 68, 272
— — Барицентрическая небесная 267
— — Геоцентрическая небесная 267
— — декартова 22
— — Международная земная 267
— — локально-лоренцева 28
— — лоренцева 24
— — Международная небесная 267
— навигационная международная 115
— отсчета 22, 68, 265, 271, 272
— — инерциальная 28
— — локального наблюдателя 68, 256, 273, 277
— — лоренцева 22, 60
— — небесная 266
— — оптическая 280
— — увлечение 131, 139
— — Ферми 277
— покоя 231
скалярное поле 43, 250
скрытая масса 252
собственное время 25, 29, 30
событие 21
спектр мощности 236
специальная теория относительности 14, 23
стандартные свечи 184, 241
темная
— материя 223, 224
— кванты 258
— — детектирование 260
— наблюдения 252
— энергия 43, 223, 225, 231, 244
тензор
— внешней кривизны 98
— деформации метрики 62
— деформации связности 65
— квадрупольного момента Земли 137
— конформной кривизны 37
— кривизны 24, 34, 38, 71
— метрический 15, 23, 25, 29, 272
— — слабого поля 279
— — финслеров 56
— — — обобщенный 62
— электромагнитного поля 28, 76
— энергии-импульса 34, 81, 89, 98, 250, 276

— — идеальной жидкости 31
— — магнитной гидродинамики 32
— — темной энергии 225
теорема Сакса 37
теоремы об отсутствии волос 44
теории гравитации
— $f(R)$ нелинейные 71
— аффинно-метрические 65
— метрические 21, 25, 60, 112, 120
— многомерные 77
— модифицированные 258
— неметрические 54, 59
теория
— Бранса—Дикке 68
— с высшими производными 71
тетрада 29
ультраяркие рентгеновские источники 195, 196
уравнения
— геодезических в обобщенных геометриях 64
— гидродинамики 31
— движения
— — гравитирующих тел 34
— — пробных тел 55
— — заряженной частицы 30
— магнитной гидродинамики 32
— Максвелла 28, 30, 32
— поля в $f(R)$ гравитации 72
— состояния 31
— Фридмана 226, 232
— Эйнштейна 33, 34, 231
формализм Робертсона—Мансури—Сексла 103, 105
чандрасекаровский предел 182, 184, 241
червоточины 48
черные дыры 177, 180
— промежуточных масс 195
— сверхмассивные 187
шкалы времени 268
эргосфера 178
эхокартирование 189

ОГЛАВЛЕНИЕ

Я сделал оглавление более подробным, чтобы оно могло служить указателем содержания.
Йоганн Кеплер

ПРЕДИСЛОВИЕ 5

ВВЕДЕНИЕ 9

1. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ: ИСТОРИКО-БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ СПРАВКА 13

1.1. Генезис 13
1.2. Развитие 15

2. ОСНОВЫ СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ 21

2.1. Основные положения общей теории относительности и метрических теорий тяготения 21
2.1.1. Геометрия пространства-времени 21
2.1.2. Принцип эквивалентности 25
2.1.3. Негравитационные поля и наблюдаемые величины в искривленном ПВ 27
2.2. Общая теория относительности 33
2.2.1. Уравнения Эйнштейна 33
2.2.2. Гравитационное поле изолированных систем 35
2.3. Нерешенные проблемы ОТО 38
2.3.1. Сингулярности в ОТО 38
2.3.2. Гипотеза космической цензуры 40
2.3.3. Скалярные поля в окрестности компактных объектов 43
2.3.4. Решение Фишера 45
2.3.5. «Кротовые норы» пространства-времени 48

3. МОДИФИКАЦИИ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И «АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ» ТЕОРИИ 51

3.1. Нужно ли модифицировать теорию гравитации Эйнштейна? 51
3.2. Неметрические обобщения теории тяготения 53
3.2.1. Мотивы обобщений 53
3.2.2. Время и уравнения движения пробных тел в финслеровой теории 55
3.2.3. Неметрические обобщения теории пространства-времени 59

3.3. Теория Бранса—Дикке 68
3.4. Нелинейные $f(R)$ модели 71
3.5. Многомерные модели Калуцы—Клейна 75
3.5.1. Экспериментальные ограничения 80
3.6. Модели мира на бране 95
3.6.1. Большие дополнительные измерения 95
3.6.2. Бесконечные дополнительные измерения 97

4. ПРОВЕРКИ ГРАВИТАЦИОННЫХ ТЕОРИЙ 101

4.1. Проверки базовых принципов теории тяготения 101
4.1.1. Проверки лоренц-инвариантности 101
4.1.2. Проверки слабого ПЭ 108
4.1.3. Проверки сильного ПЭ 108
4.1.4. Гравитационное красное смещение и локальная позиционная инвариантность 111
4.2. Прямые проверки ОТО в Солнечной системе 120
4.2.1. Параметризованный постньютоновский формализм для сферически-симметричных полей 120
4.2.2. Современные оценки ППН-параметров 124
4.2.3. Проекты тестирования ОТО в космических экспериментах 127
4.3. Эффекты ОТО, связанные с вращением тел 131
4.3.1. Эффект Лензе—Тирринга 132
4.3.2. Геодезическая прецессия 134
4.3.3. Гравимагнитное влияние на ход часов 136
4.3.4. Орбитальные гравимагнитные эксперименты 138
4.4. Гравитационное излучение и пульсары в двойных системах 143
4.4.1. Формула Эйнштейна для мощности гравитационного излучения 143
4.4.2. Существование гравитационных волн и новые тесты 144
4.5. Проверка закона обратных квадратов 146

5. ПЕРСПЕКТИВЫ ГРАВИТАЦИОННО-ВОЛНОВОЙ АСТРОФИЗИКИ 149

5.1. Детекторы гравитационных волн 150
5.1.1. Первые попытки 150
5.1.2. Шумовые характеристики и чувствительность детекторов 151
5.1.3. Резонансные детекторы гравитационных волн 154
5.1.4. Лазерно-интерферометрические детекторы 155
5.2. Источники гравитационных волн 161
5.2.1. Слипание тесных двойных систем 161
5.2.2. Источники непрерывного квазимонохроматического излучения 163
5.2.3. Источники эруптивного характера 164
5.2.4. Стохастический гравитационно-волновой фон 165
5.3. Современное состояние и перспективы 166
5.3.1. Экспериментальные результаты 166
5.3.2. Наблюдения за пульсарным временем 170
5.3.3. Космические перспективы гравитационно-волновой астрофизики 171

6. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ В ЗАДАЧАХ АСТРОФИЗИКИ 177

6.1. Черные дыры: теоретическая модель 177
6.1.1. Метрика Керра 177
6.2. Черные дыры звездной массы и нейтронные звезды 180
6.2.1. Характерные наблюдательные признаки 180
6.2.2. Критические массы холодных звезд 182
6.2.3. Взрывные процессы в системах с релятивистскими звездами ... 185
6.3. Сверхмассивные черные дыры в квазарах и ядрах галактик 187
6.3.1. Наблюдательные методы определения параметров СМЧД 189
6.3.2. СМЧД в центре Галактики 192
6.3.3. Детектирование СМЧД в других галактиках 192
6.3.4. Свидетельства существования двойных СМЧД 193
6.4. Черные дыры промежуточных масс 194
6.4.1. Где нужны ЧДПМ? 194
6.4.2. ЧДПМ и ультраяркие рентгеновские источники 196
6.4.3. ЧДПМ в центрах шаровых скоплений 199
6.4.4. Черные дыры промежуточных масс в карликовых галактиках и спиральных галактиках поздних типов 202
6.4.5. Возможное происхождение ЧДПМ от звезд популяции III 204
6.5. Гравитационное линзирование 206
6.5.1. Гравитационное линзирование: эффект или средство? 206
6.5.2. Общие соотношения и определения 209
6.5.3. Внегалактические ГЛС 211
6.5.4. Микролинзирование во внегалактических ГЛС 215
6.5.5. Слабое линзирование 217
6.5.6. Микролинзирование в Галактике 219
6.5.7. Микролинзирование и точность позиционных наблюдений 220

7. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И КОСМОЛОГИЯ 223

7.1. Космология, темная материя и темная энергия: введение 223
7.2. Основные уравнения релятивистской космологии 227
7.2.1. Метрика и наблюдаемые в однородной изотропной космологии 227
7.2.2. Уравнения Фридмана 230
7.2.3. Отклонения от изотропии и однородности 234
7.2.4. Характеристики анизотропии реликтового излучения 237
7.3. Наблюдения и основные космологические параметры 240
7.4. Темная энергия 244
7.4.1. Темная энергия и Поливерсум 244
7.4.2. Темная энергия и проблема совпадения 247
7.4.3. Темная энергия: простейшие модели 248
7.5. Темная материя: прямые и косвенные свидетельства 252
7.6. Микроструктура ТМ 258
7.6.1. Гипотезы о характере темной материи 258
7.6.2. Поиски темной материи в лабораториях 259
7.6.3. Темная материя, темная энергия и физика компактных объектов 262

8. РЕЛЯТИВИСТСКИЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА 265

8.1. Небесные системы отсчета 266
8.1.1. Краткая история создания небесных систем отсчета 266
8.1.2. Шкалы времени и ОТО 268
8.2. Координаты и системы отсчета в ОТО 270
8.2.1. Пространственно-временные измерения и общая теория относительности 270
8.2.2. Относительность и координаты 272
8.2.3. Введение системы координат по заданной метрике и координатные условия 274
8.3. Системы отсчета локального наблюдателя 277
8.3.1. Система отсчета Ферми 277
8.3.2. Оптические координаты 280
8.3.3. Обобщенные координаты Ферми (ОКФ) 281

ПОСЛЕСЛОВИЕ 287

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ 289

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 291

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ 323

Наукове видання

НАЦІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ГОЛОВНА АСТРОНОМІЧНА
ОБСЕРВАТОРІЯ

АЛЕКСАНДРОВ Олександр Миколайович
ВАВИЛОВА Ірина Борисівна
ЖДАНОВ Валерій Іванович
ЖУК Олександр Іванович
КУДРЯ Юрій Миколайович
ПАРНОВСЬКИЙ Сергій Людомирович
ФЕДОРОВА Олена Валентинівна
ЯЦКІВ Ярослав Степанович

ЗАГАЛЬНА ТЕОРІЯ ВІДНОСНОСТІ:
визнання часом

(Російською мовою)

Київ, Науково-виробниче підприємство
«Видавництво "Наукова думка" НАН України», 2015

Художній редактор *І.Р. Сільман*
Художнє оформлення *І.Т. Жука*
Технічний редактор *Т.С. Березяк*
Коректор *Л.Г. Бузіашвілі*
Оператори *В.Г. Каменькович, О.О. Пономаренко*
Комп'ютерна верстка *Л.В. Багненко*

Підп. до друку 05.10.2015.
Формат 60×90/16. Папір офс. № 1.
Гарн. Таймс. Друк. офс. Ум. друк. арк. 20,75.
Ум. фарбо-відб. 21,75. Обл.-вид. арк. 20,0.
Тираж 300 прим. Зам. № 10—2584

Оригінал-макет виготовлено
у НВП «Видавництво "Наукова думка" НАН України»
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників
і розповсюджувачів видавничої продукції
ДК № 2440 від 15.03.2006 р.
01601 Київ 1, вул. Терещенківська, 3

ТОВ "НВП Поліграфсервіс"
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників
і розповсюджувачів видавничої продукції
ДК № 3751 від 01.04.2010 р.
04053 Київ 53, вул. Ю. Коцюбинського, 4, к. 25