

Ф. Ф. Менге
А. И. Спицын

ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС СВЕРХ- ПРОВОДНИКОВ

АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР

Ф.Ф. Менде
А.И. Спицын

**ПОВЕРХНОСТНЫЙ
ИМПЕДАНС
СВЕРХ-
ПРОВОДНИКОВ**

Поверхностный импеданс сверхпроводников / Менде Ф. Ф., Спицын А. И. — Киев : Наук. думка, 1985. — 240 с.

В монографии обобщены теоретические и экспериментальные данные о поверхностном импедансе сверхпроводников. Приведены различные теории как в феноменологическом рассмотрении, так и в модели БКШ. Определены границы применимости различных моделей. Обсуждаются методы измерения поверхностного импеданса и глубины проникновения, результаты исследования реальных сверхпроводящих поверхностей. Рассмотрены различные технологии получения сверхпроводящих поверхностей и соединений с высокой критической температурой. Описано практическое применение сверхпроводящих резонансных систем в электронике и ускорительной технике.

Для специалистов в области электроники и радиофизики.

Ил. 107. Табл. 16. Библиогр.: с. 222—240 (423 назв.).

Ответственный редактор **В. А. ПАВЛЮК**

Рецензенты *И. О. Кулик, С. А. Песковацкий*

Редакция физико-математической литературы

Федор Федорович Менде, Александр Иванович Спицын

ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС СВЕРХПРОВОДНИКОВ

Утверждено к печати ученым советом Физико-технического института низких температур АН УССР

Редактор Д. И. Попович. Художественный редактор И. П. Антонык. Технический редактор Г. Р. Боднер. Корректоры Э. Я. Белокопытова, Т. В. Пантелеймонова.

Информ. бланк № 6842

Сдано в набор 30.07.84. Подп. в печ. 11.01.85. БФ 00241. Формат 60×90/16. Бум. тип. № 1. Лит. гарн. Выс. печ. Усл. печ. л. 15,0. Усл. кр.-отт. 15,0. Уч.-изд. л. 17,71. Тираж 1000 экз. Заказ 4-522. Цена 3 р.

Издательство «Наукова думка». 252601 Киев 4, ул. Репина, 3.

Киевская книжная типография научной книги. 252004 Киев 4, ул. Репина, 4.

Предисловие	5
От авторов	6
Основные обозначения и единицы измерения используемых величин	7
Глава 1	
Поверхностный импеданс металлических поверхностей	9
1. Основные определения и соотношения	9
2. Составляющие поверхностного импеданса и их физический смысл	14
3. Классический скин-эффект	17
4. Аномальный скин-эффект	22
4.1. Пиплардовская концепция неэффективности (22). 4.2. Строгая теория аномального скин-эффекта (24). 4.3. Структура полей и релаксация при аномальном скин-эффекте (33).	
Глава 2	
Скин-эффект в сверхпроводниках	38
1. Основные электромагнитные свойства сверхпроводников	38
2. Поверхностный импеданс сверхпроводников в феноменологических моделях	44
3. Метод эффективных полей и эффективных проводимостей в феноменологической модели поверхностного импеданса сверхпроводников	47
4. Поверхностный импеданс сверхпроводников в микроскопической теории	56
4.1. Основные положения микроскопической теории (56). 4.2. Поверхностное сопротивление в микроскопической теории (61). 4.3. Поверхностный реактанс и глубина проникновения в микроскопической теории (70). 4.4. Объяснение зависимостей поверхностного сопротивления от вещественных параметров (75).	
5. Полевая и кинетическая индуктивность сверхпроводников	78
6. Концепция глубины проникновения электромагнитного поля в металлы	82
Глава 3	
Поверхностный импеданс реальных поверхностей	88
1. Эффективный поверхностный импеданс шероховатых поверхностей	88
2. Поверхностный импеданс при шероховатостях, намного больших глубины проникновения	93
3. Поверхностный импеданс поверхности с прямоугольными выемками, сравнимыми с глубиной проникновения	98
4. Тензор анизотропии шероховатых поверхностей	103
5. Влияние электронного рассеяния на поверхностный импеданс поверхностей с малой шероховатостью	109
Глава 4	
Методы исследования поверхностного импеданса	112
1. Методы измерения глубины проникновения поля в сверхпроводники	112
2. Резонансные методы исследования глубины проникновения поля и реактанса сверхпроводников	116

Улучшение параметров электронных, измерительных, навигационных и других приборов и устройств, использование для этого новых физических принципов и явлений привели к тому, что в настоящее время в большинстве случаев для значений параметров устройств, работающих при комнатных температурах, практически достигнут предел. Прежде всего это относится к таким существенным характеристикам, как чувствительность, точность, КПД, и связано с наличием тепловых шумов и энергетических потерь, которые всегда возникают при обычных температурах. В этой связи закономерно появление в 60-е годы нового научно-технического направления — низкотемпературной электроники и радиофизики. Практическое использование такого фундаментального низкотемпературного явления, как сверхпроводимость, позволило получить качественно новые результаты в улучшении характеристик обширных классов радиоэлектронных и измерительных систем.

Поверхностный импеданс — один из наиболее важных физических параметров, характеризующих взаимодействие электромагнитных полей с металлическими поверхностями, от которого в значительной степени зависят значения тех параметров, которые могут быть получены при разработке электронных и измерительных систем. Однако до настоящего времени нет работ, в которых были бы обобщены теоретические и экспериментальные результаты исследования этого вопроса. В предлагаемой монографии сделана попытка в какой-то мере восполнить этот пробел. В ней систематизированы результаты исследования поверхностного импеданса металлических поверхностей. Подробно обсуждены вопросы поведения этого параметра для случая сверхпроводников и охлаждаемых до низких температур металлов.

Авторы пытались в какой-то мере осветить все основные вопросы, касающиеся исследования поверхностного импеданса и практического применения полученных результатов. Поэтому отдельные ее главы не могут претендовать на полноту изложения.

Монография написана авторами совместно. В написании § 3 и 4 гл. 5 принимал участие канд. физ.-мат. наук В. В. Дукин, а гл. 6 — В. И. Тюкова.

Авторы признательны акад. АН УССР Б. И. Веркину и д-ру техн. наук Р. С. Михальченко за постоянное внимание к их работе, а также чл.-кор. АН УССР И. О. Кулику, докторам физ.-мат. наук В. А. Павлюку, С. А. Песковацкому, замечания и пожелания которых способствовали улучшению рукописи. Авторы приносят благодарность Г. И. Лукашенко, А. В. Скугаревскому, А. М. Зарубиной и другим сотрудникам отдела криогенных резонансных систем ОКТБ Физико-технического института низких температур АН УССР за помощь при подготовке книги к печати.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ВЕЛИЧИН

- A — магнитный вектор-потенциал, Т·м
 B_k — критическое значение магнитной индукции, Т
 E — напряженность электрического поля, В/м
 E_{mnl}, H_{mnl} — типы колебаний в резонансной полости
 E_T — комплексная амплитуда тангенциальной компоненты вектора электрического поля, В/м
 e_0 — заряд электрона, Кл
 f_0 — резонансная частота, Гц
 f_T — частота генератора, Гц
 G — коэффициент (фактор) формы резонатора, Ом
 H — напряженность магнитного поля, А/м
 H_T — комплексная амплитуда тангенциальной компоненты вектора магнитного поля, А/м
 j — плотность тока, А/м²
 l — средняя длина свободного пробега электрона, м
 m_0 — масса электрона, кг
 $N(0)$ — плотность состояний вблизи поверхности Ферми, 1 / (Дж·м³)
 n — удельная плотность электронов в металле, 1 / м³
 P — комплексный вектор Умова—Пойнтинга, Вт / м²
 p — импульс
 Q — добротность
 V — напряжение или его амплитуда на различных элементах схемы, В
 v — скорость электронов, м/с
 v_F — скорость электронов у поверхности Ферми, м/с
 W — энергия, Дж
 X — поверхностный реактанс, Ом
 Z — поверхностный импеданс металла, Ом
 γ — параметр нелокальности в микроскопической теории сверхпроводимости
 γ_p — отношение сопротивления металла при комнатной температуре к его значению при гелиевой
 β — коэффициент связи с резонатором
 Δ, δ — приращение или изменение физической величины
 Δ — полуширина энергетической щели, Дж
 Δ, f_0 — полуширина полосы пропускания резонансной системы, Гц
 δ_k — комплексная глубина проникновения, м
 δ_1 — реальная часть комплексной глубины проникновения, м
 δ_2 — мнимая часть комплексной глубины проникновения, м
 δ — глубина проникновения электромагнитного поля в металл, м
 ϵ — абсолютная диэлектрическая проницаемость вещества
 ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, Ф/м
 Θ — угол пролета, рад
 δ_c — глубина проникновения электромагнитного поля в сверхпроводник, м

λ — глубина проникновения статического магнитного поля в сверхпроводник, м
 μ — относительная магнитная проницаемость вещества
 μ_0 — магнитная проницаемость вакуума
 ξ — длина когерентности сверхпроводника, зависящая от длины свободного пробега, м
 ξ_0 — длина когерентности сверхпроводника по БКШ теории, м
 σ — удельная проводимость нормального металла на постоянном токе, См/м
 τ — время релаксации электрона, с
 φ — фаза или ее сдвиг, рад
 ω — угловая частота, рад/с
 λ — длина волны электромагнитного излучения в вакууме, м
 ρ — удельное сопротивление, Ом·м

ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И СООТНОШЕНИЯ

Поверхностный импеданс металла — одна из наиболее важных физических характеристик, которая определяет амплитудные и фазовые соотношения между электрическими и магнитными полями на его поверхности, т. е. все энергетические характеристики взаимодействия металлических поверхностей с электромагнитными полями. Само же понятие импеданса имеет более широкий смысл, так как характеристики полей в какой-либо точке пространства дают полную информацию о том, что происходит с энергией электромагнитного поля в данной точке.

Для металлов при наличии переменных электромагнитных полей характерна малость расстояния, на которое электромагнитное поле проникает в металл, по сравнению с длиной волны в свободном пространстве. В ВЧ и СВЧ диапазонах для сверхпроводников и нормальных металлов оно составляет около 10^{-2} — 10 мкм. Малая глубина проникновения означает, что изменение компонент электромагнитного поля внутри металла в направлении нормали к поверхности велико по сравнению с его изменением в тангенциальных направлениях, поэтому значения производных компонент электрического и магнитного полей по нормали к поверхности намного больше значений их тангенциальных производных.

Для введения поверхностного импеданса рассмотрим случай, когда металлическая поверхность совпадает с плоскостью xy , а металл занимает полупространство в направлении оси z (рис. 1.1). Металл будем предполагать однородным, изотропным и линейным (в дальнейшем будем рассматривать более общие случаи). Под однородностью будем понимать неизменность электрофизических параметров, характеризующих металл (например, проводимость на постоянном токе, длину свободного пробега и др.), во всем рассматриваемом объеме, под изотропностью — независимость этих параметров от направлений, по которым прикладывается внешнее электромагнитное поле. Линейность металла означает линейную связь между полями и токами, реализуемыми под поверхностью металла.

Уравнения Максвелла в пренебрежении током смещения (в дальнейшем речь будет идти о частотах, значительно меньших

плазменной) для комплексных амплитуд запишутся следующим образом:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -i\omega\mu_0 \mathbf{H}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0. \quad (1.1)$$

Здесь и далее закон изменения электромагнитного поля взят в виде $e^{i\omega t}$.

С учетом того, что значения нормальных производных компонент поля в металле значительно больше тангенциальных, из двух последних уравнений (1.1) и уравнения $\operatorname{div} \mathbf{j} = 0$ получаем

$$\left| \frac{\partial E_n}{\partial z} \right| = \left| \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right| \approx 0; \quad \left| \frac{\partial H_n}{\partial z} \right| \approx 0; \quad \left| \frac{\partial j_n}{\partial z} \right| \approx 0, \quad (1.2)$$

что применительно к нормальным компонентам переменных полей означает $E_n \approx 0$, $H_n \approx 0$ и $j_n \approx 0$. Пренебрегая тангенциальными производными, из первых двух уравнений (1.1) следует

$$\mathbf{H}_\tau = \frac{1}{i\omega\mu_0} \left[\frac{\partial \mathbf{E}_\tau}{\partial z} \mathbf{n} \right], \quad \mathbf{j}_\tau = - \left[\frac{\partial \mathbf{H}_\tau}{\partial z} \mathbf{n} \right], \quad (1.3)$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности, направленный в глубь металла.

Интегрируя уравнения (1.3) по z от 0 до ∞ , находим

$$\mathbf{E}_\tau(0) = i\omega\mu_0 \left[\int_0^\infty \mathbf{H}_\tau(z) dz \cdot \mathbf{n} \right], \quad (1.4)$$

$$\mathbf{I} = [\mathbf{H}_\tau(0) \mathbf{n}] = \int_0^\infty \mathbf{j}_\tau(z) dz,$$

где $\mathbf{I}$ — комплексная амплитуда полного тока, пересекающего безграничную площадку единичной ширины, расположенную перпендикулярно току. В случае изотропного металла для одномерной задачи всегда можно записать

$$\int_0^\infty \mathbf{H}_\tau(z) dz = \delta_k \mathbf{H}_\tau(0), \quad (1.5)$$

где δ_k — комплексная величина, зависящая от частоты и параметров металла. Подставляя (1.5) в (1.4), получаем

$$\mathbf{E}_\tau(0) = Z [\mathbf{H}_\tau(0) \mathbf{n}], \quad (1.6)$$

где

$$Z = R + iX = i\omega\mu_0 \delta_k. \quad (1.7)$$

Поверхностный импеданс Z состоит из действительной и мнимой частей: поверхностного сопротивления R и поверхностного реактанса X соответственно. Величина δ_k называется комплексной глубиной проникновения. Вследствие непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на границе со-

отношение (1.6) остается верным в любой точке рассматриваемой граничной плоскости. Поэтому его можно рассматривать как приближенное однородное граничное условие для широкого класса граничных задач прикладной электродинамики (граничное условие Леонтовича) [82, 127, 168]. Эти условия приобретают особую важность, так как при задании одной лишь величины Z внешнюю электродинамическую задачу можно решать, не интересуясь распределением полей внутри металла.

Если вне металла существует линейно поляризованное электромагнитное поле, то при соответствующем выборе направлений осей x и y всегда можно совместить вектор $\mathbf{E}$ с осью x , а вектор $\mathbf{H}$ с осью y (в дальнейшем, если не будет оговорено, электромагнитные поля будем предполагать только линейно поляризованными). Из соотношений (1.3), (1.4) и (1.6) получаем различные часто употребляемые соотношения для поверхностного импеданса

$$Z = \frac{E_x(0)}{H_y(0)} = \frac{E_x(0)}{\int_0^\infty j_x(z) dz} = -i\omega\mu_0 \frac{E_x(0)}{\left(\frac{\partial E_x}{\partial z}\right)\bigg|_{z=0}} = i\omega\mu_0\delta_k = i\omega\mu_0 \frac{1}{H_y(0)} \int_0^\infty H_y(z) dz. \quad (1.8)$$

Если металл линеен, то вследствие линейности уравнения (1.1) Z не зависит от амплитуд электрического и магнитного полей и определяется только параметрами рассматриваемого металла.

Выше предполагалось, что на границе проводника напряженность электрического и магнитного полей — медленно меняющаяся функция тангенциальных координат. Такое предположение, в частности, выполняется, когда длина волны в свободном пространстве намного больше глубины проникновения электромагнитного поля, а граница раздела находится в волновой зоне источников поля.

Импеданс Z для реальных металлов из-за большой их проводимости и малой глубины проникновения намного меньше импеданса свободного пространства $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, что применительно к объемным резонаторам или длинным линиям означает, что поле $\mathbf{E}_t$ внутри металла и на его поверхности намного меньше, чем внутри самого резонатора или линии. С другой стороны, на границе раздела металл — вакуум в волноводах и резонаторах могут присутствовать нормальные к границе компоненты полей. Для пространственных производных вблизи стенок имеем

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = i\omega\epsilon_0 E_n, \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\omega\mu_0 H_n$$

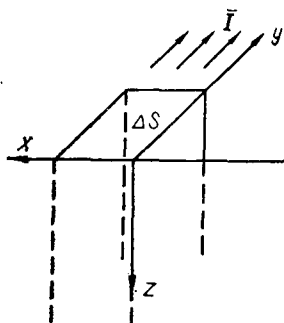


Рис. 1.1. Определение поверхностного импеданса.

и, следовательно, для максимальных величин нормальных компонент справедливы оценки

$$E_n \sim \frac{1}{\omega \epsilon_0 \lambda} H_T \sim \frac{Z_0}{Z} E_T, \quad H_n \sim \frac{1}{\omega \mu_0 \lambda} E_T \sim \frac{Z}{Z_0} H_T.$$

Отсюда видно, что H_n намного меньше H_T , однако вблизи границы металла E_n может быть достаточно большим и намного превосходить E_T . С другой стороны, внутри металла $E_n = 0$. Это означает, что нормальное электрическое поле сильно затухает у поверхности за счет поверхностной плотности электрического заряда. Здесь поле $\mathbf{E}$ не является чисто соленоидальным, а имеет и потенциальную часть, связанную с индуцируемым зарядом ρ в металле ($\text{div}(\epsilon \mathbf{E}) = \rho$). Потенциальная часть E_n сильно затухает на расстоянии порядка периода решетки металла [253, 291], а оставшаяся вихревая нормальная компонента намного меньше E_T , что и предполагалось при формулировке граничных условий Леонтовича. В большинстве случаев влиянием на потери безвихревой части поля $\mathbf{E}$ у поверхности можно пренебречь [291].

Граничные условия Леонтовича (1.6) применимы для проводников с неровной поверхностью, когда радиус кривизны поверхности существенно больше величины δ — характерного расстояния, на которое поле проникает в металл. В этом случае любой малый участок поверхности металла можно рассматривать как часть касательной к нему плоскости, в пределах которой внутреннее поле аналогично полю плоской волны, проникающей в полубесконечный проводник через плоскую границу.

Понятие поверхностного импеданса может быть распространено на случай неоднородного металла. Возможны два случая. Во-первых, металл неоднороден в направлении нормали к поверхности. Предыдущие результаты верны и в этом случае, однако Z уже определяется параметрами неоднородного слоя, в который проникает электромагнитное поле. Во-вторых, параметры металла изменяются вдоль поверхности. Если расстояние, на котором металл заметно изменяет свои параметры, намного больше δ , то в пределах малого плоского участка также можно ввести понятие поверхностного импеданса, считая параметры металла фиксированными. В этом случае величина Z будет функцией точки на поверхности.

Выше рассматривались изотропные металлы, параметры которых не зависят от направления приложенного электрического или магнитного поля. В случае анизотропии поверхностного слоя связь между E_T и H_T не является такой простой, как в (1.6). Если все же связь между плотностью тока и полем остается линейной, то вследствие линейности уравнений Максвелла связь между E_T и H_T также должна оставаться линейной. Тогда

$$\mathbf{E}_T = \sum_k Z_{ik} [\mathbf{H}_T \mathbf{n}]_k. \quad (1.9)$$

Тензор поверхностного импеданса Z_{ik} является двумерным тензором второго ранга и характеризуется четырьмя величинами

$$\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}.$$

Так как компоненты Z_{ik} являются комплексными величинами, то в них можно выделить действительную и мнимую части: $Z_{ik} = R_{ik} + iX_{ik}$. Соответствующие тензоры R_{ik} и X_{ik} получили названия тензора поверхностного сопротивления и тензора поверхностного реактанса. В большинстве случаев тензоры R_{ik} и X_{ik} являются симметричными и, следовательно, могут быть приведены к своим главным осям.

Если главные оси тензоров R_{ik} и X_{ik} совпадают, то тензор Z_{ik} можно привести к диагональному виду $\begin{pmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & Z_2 \end{pmatrix}$, где Z_1 и Z_2 — главные значения тензора Z_{ik} .

Граничные условия (1.6) применительно к действительным величинам полей $\tilde{E}_T$ и $\tilde{H}_T$ можно записать в виде

$$\tilde{E}_T = R\tilde{H}_T + L \frac{d\tilde{H}_T}{dt},$$

где

$$L = X/\omega = \mu_0\delta_1 \quad (1.10)$$

есть поверхностная индуктивность металлической поверхности.

В последнее время появились исследования СВЧ поверхностного сопротивления сверхпроводников при больших уровнях магнитного поля [248, 282, 285]. Связь между полем и плотностью тока в этом случае не является линейной, однако можно ввести величины R и L , зависящие от уровня магнитного поля, на основании соотношения для действительных величин полей $\tilde{E}_T$ и $\tilde{H}_T$ [245].

Комплексная глубина проникновения (см. соотношение (1.5))

$$\delta_k = \frac{1}{H_T(0)} \int_0^\infty H_T(z) dz = \delta_1 - i\delta_2 \quad (1.11)$$

также имеет действительную и мнимую части (знак минус перед мнимой частью введен для удобства). Величины δ_1 и δ_2 иногда называют индуктивной и резистивной глубиной скин-слоя. Из (1.7) получаем их связь с R и X :

$$X = \omega\mu_0\delta_1, \quad R = \omega\mu_0\delta_2. \quad (1.12)$$

Комплексную глубину проникновения, не касаясь ее физического смысла, можно рассматривать как другой метод введения поверхностного импеданса, связь мнимой и действительной частей которой с X и R задается соотношениями (1.12).

2. СОСТАВЛЯЮЩИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА И ИХ ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

Поверхностное сопротивление R и поверхностный реактанс X являются численными характеристиками, устанавливающими связь между тангенциальными составляющими электрического и магнитного полей на поверхности, а также определяющими энергетические характеристики взаимодействия металлической поверхности с электромагнитным полем. Комплексные амплитуды тангенциальных составляющих полей на поверхности металла связаны соотношением $E_T = ZH_T$, из которого нетрудно получить связь между реальными полями на поверхности

$$|\tilde{E}_T| = |Z| |\tilde{H}_T| \cos(\omega t + \varphi).$$

Из этого соотношения, в частности, следует, что модуль поверхностного импеданса дает отношение амплитуд тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на поверхности металла, а фаза — сдвиг фаз между ними.

Для установления связи R и X с энергетическими характеристиками поверхностного слоя выделим участок поверхности площадью ΔS (см. рис. 1.1), для которого справедливы граничные условия Леонтовича. Умножим первое уравнение (1.1) на $\mathbf{H}^*$, а второе на $\mathbf{E}$ и почленно вычтем одно из другого. После несложных преобразований получим

$$\operatorname{div} \mathbf{P} = -\frac{1}{2} j^* \mathbf{E} - i\omega \frac{\mu_0 |\mathbf{H}|^2}{2}, \quad (1.13)$$

где

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2} [\mathbf{E} \mathbf{H}^*]$$

есть комплексный вектор Пойнтинга. Интегрируя (1.13) по объему V , лежащему под ΔS , после преобразования левой части по формуле Гаусса найдем

$$\int_S \mathbf{P} d\mathbf{S} = -\frac{1}{2} \int_V j^* \mathbf{E} d\mathbf{S} dz - i2\omega \int_V \frac{\mu_0 |\mathbf{H}|^2}{4} d\mathbf{S} dz, \quad (1.14)$$

где интегрирование по S ведется по всей поверхности, ограничивающей данный объем V , а элемент объема dV записан в виде $d\mathbf{S} dz$. Из-за малых изменений полей в тангенциальных направлениях и обращения их в нуль при $z \rightarrow \infty$ интегрирование по площади можно проводить только по ΔS , считая комплексные амплитуды полей и тока постоянными. В поверхностном интеграле (1.14) $\mathbf{P} d\mathbf{S} = -\mathbf{P}_n dS = -P_n dS$ и существенны только тангенциальные компоненты $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$. Из соотношения (1.6) следует $[\mathbf{E}_T \mathbf{H}_T^*] = Z |\mathbf{H}_T|^2 \mathbf{n}$ и уравнение (1.14) приводится к виду

$$\frac{1}{2} Z |\mathbf{H}_T(0)|^2 = \frac{1}{2} \int_0^\infty j^* \mathbf{E} dz + i2\omega \int_0^\infty \frac{\mu_0 |\mathbf{H}|^2}{4} dz. \quad (1.15)$$

Выделив действительную часть этого равенства, получим

$$P_R = \frac{1}{2} R |H_T(0)|^2 = \operatorname{Re} \frac{1}{2} \int_0^\infty j^* E dz, \quad (1.16)$$

где P_R — средняя мощность потерь на единичный квадрат поверхности.

Выделяя мнимую часть уравнения (1.15), находим

$$P_X = \frac{1}{2} X |H_T(0)|^2 = \operatorname{Im} \frac{1}{2} \int_0^\infty j^* E dz + 2\omega \int_0^\infty \frac{\mu_0 |H|^2}{4} dz, \quad (1.17)$$

где P_X — средняя реактивная мощность, приходящаяся на единичный квадрат поверхности. Видно, что реактивная мощность состоит из двух членов. Первый из них

$$P_{X_k} = \frac{1}{2} X_k |I|^2 = \frac{1}{2} \operatorname{Im} \int_0^\infty j^* E dz \quad (1.18)$$

представляет реактивную мощность, связанную с кинетической энергией носителей тока, второй

$$P_{X_p} = \frac{1}{2} X_p |I|^2 = 2\omega \int_0^\infty \mu_0 \frac{|H|^2}{4} dz \quad (1.19)$$

дает реактивную мощность, связанную с наличием магнитного поля в металле. Величины X_k и X_p можно трактовать как кинетическое и полевое реактивное сопротивление. Учитывая (1.10), введем кинетическую и полевую поверхностную индуктивности

$$L_k = \frac{X_k}{\omega} = \frac{1}{\omega |H_T(0)|^2} \operatorname{Im} \int_0^\infty j^* E dz, \quad (1.20)$$

$$L_p = \frac{X_p}{\omega} = \frac{\mu_0}{|H_T(0)|^2} \int_0^\infty |H_T(0)|^2 dz, \quad (1.21)$$

$$L = L_p + L_k. \quad (1.22)$$

Эти соотношения справедливы для случая произвольной связи между током и полем как в нормальных металлах, так и в сверхпроводниках [145]. При выводе соотношений (1.20) и (1.21) мы не учитывали ту часть энергии, которая обусловлена тангенциальной составляющей электрического поля в металле. Это связано с малостью поверхностного импеданса металлических поверхностей и является следствием пренебрежения токами смещения в уравнениях (1.1).

Если фазы j и E внутри металла не совпадают, то произведение $j \cdot E$ будет положительным в случае передачи энергии от поля току или отрицательным, если энергия от тока передается полю. Процесс возвращения током энергии характеризует реактивную мощность $1/2 \operatorname{Im} j^* \cdot E$. Рассмотрим этот вопрос несколько подробно

нее. В случае гармонически изменяющегося электромагнитного поля комплексную амплитуду электрического поля свяжем с комплексной амплитудой плотности тока в какой-либо точке внутри металла формальным соотношением

$$E = \alpha j + i\omega \beta j, \quad (1.23)$$

где α и β — действительные величины, в общем случае зависящие от координат. Для реальных величин полей и токов соотношение (1.23)

перепишем в виде $\tilde{E} = \alpha \tilde{j} + \beta \frac{\partial \tilde{j}}{\partial t}$. Тогда мгновенная мощность, потребляемая током,

$$P = \alpha \tilde{j}^2 + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\beta \tilde{j}^2}{2} \right). \quad (1.24)$$

Первый член в правой части (1.24) — это мгновенная мощность потерь, при усреднении она дает реальную часть подынтегрального выражения в первом интеграле соотношения (1.15). Второй член (1.24) определяет реактивную мощность, необходимую для изменения величины $\frac{\beta |j|^2}{2}$ размерности плотности энергии и характеризующую энергию, передаваемую электронам в данном месте. Из (1.23) следует, что локальная реактивная мощность $1/2 \operatorname{Im}(j^* E)$ равна $2\omega \bar{W}$, где $\bar{W} = 1/4 \beta |j|^2$ — средняя плотность энергии, запасаемой с помощью носителей тока. При интегрировании этой величины по z получаем полную среднюю энергию, запасаемую в токе, что и характеризует соотношение (1.18). Из (1.23) также видно, что коэффициенты α и β имеют размерность удельного сопротивления и удельной индуктивности соответственно. Поскольку соотношение (1.24) характеризует процессы, происходящие в данной точке пространства, то величины α и β можно трактовать как удельное локальное сопротивление и удельную локальную индуктивность [145]. В общем случае α и β зависят не только от параметров среды и координаты z , но и от того, каким образом электроны проводимости отражаются от поверхности металла.

При решении многих задач часто требуется определить мощность потерь при неоднородном распределении магнитного поля $\mathbf{H}_\tau$ на поверхности металла произвольной формы, если для нее справедливы граничные условия Леонтовича (1.6). Из соотношения (1.16) в этом случае

$$P_R = \frac{1}{2} \int_S R |\mathbf{H}_\tau(0)|^2 dS, \quad (1.25)$$

где интегрирование ведется по интересующей нас поверхности S . Аналогичное соотношение справедливо (с заменой R на X) для реактивной мощности и (с заменой R на Z) для комплексной мощности

$$P = \frac{1}{2} \int Z |\mathbf{H}_\tau(0)|^2 dS. \quad (1.26)$$

Полная средняя энергия W , запасенная под этой поверхностью, с учетом (1.18), (1.19) и (1.22) имеет вид

$$W = \frac{1}{4} \int_S L |\mathbf{H}_T(0)|^2 dS. \quad (1.27)$$

Если величины R , X и Z не зависят от положения точки в области, где определяются соответствующие величины, то они могут быть вынесены за знак интегралов (1.25), (1.26), (1.27).

В случае анизотропной металлической поверхности для получения комплексной мощности P для тангенциальных компонент электрического и магнитного полей необходимо использовать связь (1.9). Из соотношения (1.14) с учетом (1.9) найдем

$$P = \frac{1}{2} \Sigma Z_{ik} I_i I_k^* = \frac{1}{2} \int_0^\infty \mathbf{j}^* \mathbf{E} dz + 2i\omega \int_0^\infty \frac{\mu_0 |\mathbf{H}|^2}{4} dz,$$

где

$$I_k = [\mathbf{H}_T \mathbf{n}]_k.$$

Предположим, что на металлической поверхности задано линейно поляризованное магнитное поле (другие компоненты поля, вообще говоря, могут иметь эллиптическую поляризацию). Тогда в системе соответствующих главных осей тензора поверхностного импеданса для средней активной и реактивной мощностей получаем

$$P_R = \frac{1}{2} (R_1 |I_1|^2 + R_2 |I_2|^2), \quad P_X = \frac{1}{2} (X_1 |I_1|^2 + X_2 |I_2|^2). \quad (1.28)$$

Таким образом, в системе главных осей потери и запасенная энергия характеризуются двумя парами величин: R_1 , R_2 и X_1 , X_2 . На практике, однако, часто говорят о поверхностном сопротивлении или реактансе для заданного направления магнитного поля, определяя R и X так, как в случае, когда поверхность изотропна:

$$P_R = \frac{1}{2} R |\mathbf{I}|^2 = \frac{1}{2} R |\mathbf{H}_T|^2, \quad P_X = \frac{1}{2} X |\mathbf{I}|^2 = \frac{1}{2} X |\mathbf{H}_T|^2. \quad (1.29)$$

Из соотношений (1.28) и (1.29) в системе главных осей получим

$$R = R_1 \cos^2 \alpha + R_2 \sin^2 \alpha, \quad X = X_1 \cos^2 \alpha + X_2 \sin^2 \alpha, \quad (1.30)$$

где α — угол между осью 2 и направлением магнитного поля (или осью 1 и направлением тока I). Поверхностные активное и реактивное сопротивления в этом случае можно рассматривать как скалярные величины, зависящие от направления магнитного поля.

3. КЛАССИЧЕСКИЙ СКИН-ЭФФЕКТ

Для определения поверхностного импеданса необходимо установить связь между плотностью тока $\mathbf{j}$ и электрическим полем $\mathbf{E}$ и найти решения системы уравнений Максвелла (1.1). При известном распределении поля внутри металла поверхностный импеданс может быть вычислен из соотношений (1.8).

Рассмотрим наиболее простой случай, когда металл при комнатных температурах помещен в переменное электромагнитное поле. Формирование тока в окрестности какой-либо точки внутри металла обусловлено, во-первых, тем, что электроны ускоряются под действием электрического поля E , и, во-вторых, тем, что в результате столкновений электронов с решеткой или примесями их путь между двумя последовательными соударениями ограничен длиной свободного пробега l . При становлении тока должны учитываться поля, существующие на длине l . Так как характерной особенностью всех металлов при комнатных температурах является то, что длина свободного пробега l электронов намного меньше глубины скин-слоя, то в процессе становления тока в любой точке поле E можно считать постоянным. Плотность тока в этом случае будет определяться только величиной поля в рассматриваемой точке, что свидетельствует о локальной связи между электрическим полем и плотностью тока.

Для нахождения связи между j и E можно воспользоваться простой моделью свободных электронов. По этой модели взаимодействие электрона с электрическим полем и его столкновения с решеткой описываются уравнением

$$\frac{dv}{dt} = \frac{e_0 E}{m_0} - \frac{1}{\tau} v, \quad (1.31)$$

где v — дрейфовая скорость электрона; член $\frac{m_0}{\tau}$ эквивалентен силе вязкого трения при движении частицы в вязкой среде. Эту модель можно дополнить квантовыми представлениями [353]. В отсутствие электрического поля электроны проводимости в состоянии равновесия однородно распределены по металлу. В импульсном пространстве их состояния (в силу принципа запрета Паули) можно представить как однородно распределенные внутри сферы радиуса $m_0 v_F$ (v_F — скорость Ферми). При любой температуре, отличной от абсолютного нуля, граница сферы (поверхности Ферми) не будет резкой из-за температурных возбуждений. Однако при всех интересующих нас температурах размытие границы крайне мало и им можно пренебречь. Вводя плотность тока $j = ne_0 v$, из (1.31) получаем

$$\frac{dj}{dt} = \frac{ne_0^2}{m_0} E - \frac{1}{\tau} j. \quad (1.32)$$

При наложении постоянного электрического поля E решение (1.32) с начальным условием $j(0) = 0$ имеет вид

$$j = \sigma E (1 - e^{-t/\tau}),$$

где

$$\sigma = \frac{ne_0^2 \tau}{m_0}$$

есть проводимость при постоянном токе. Таким образом, плотность тока стремится к равновесной величине $j = \sigma E$. С точки зрения та-

кой полуклассической модели это означает, что все электроны в импульсном пространстве движутся с одним и тем же ускорением или, что эквивалентно, центр сферы сдвигается на величину $m_0 v$, стремясь к равновесной величине $e_0 \tau E$. Длина свободного пробега определяется соотношением $\tau = l/v_F$. В такой трактовке длина свободного пробега представляет расстояние, проходимое электроном на поверхности Ферми за время τ .

Если электрическое поле E периодически изменяется во времени по закону $e^{i\omega t}$, то для комплексных амплитуд j и E из (1.32) получается соотношение

$$j = \frac{\sigma}{1 + i\omega\tau} E. \quad (1.33)$$

Мгновенная мощность, расходуемая в единичном объеме металла при наличии поля E , может быть найдена из соотношения (1.32):

$$E \cdot j = \frac{1}{\sigma} j^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{nm_0}{2} v^2 \right).$$

Следовательно, отдаваемая электронам энергия идет на восполнение потерь и изменение их кинетической энергии. В случае комплексных амплитуд из (1.33) для средней активной и реактивной мощностей получим

$$P_R = \operatorname{Re} \frac{1}{2} E j^* = \frac{1}{2\sigma} |j|^2, \quad P_X = \operatorname{Im} \frac{1}{2} E j^* = 2\omega \overline{W}_k,$$

где $\overline{W}_k = \frac{nm_0 |v|^2}{4}$ — средняя плотность кинетической энергии электронов. В случае, когда выполняется закон Ома $j = \sigma E$ и эффектами релаксации можно пренебречь ($\omega\tau \ll 1$), для изотропного и однородного металла легко получить соотношение для поверхностного импеданса и глубины проникновения [125].

Уравнения распределения для комплексных амплитуд полей и токов (система координат выбрана так, что вектор E направлен по оси x , а вектор H по оси y) имеют при этом вид

$$\frac{d^2 H}{dz^2} - \frac{1}{\delta_k^2} H = 0, \quad \frac{d^2 E}{dz^2} - \frac{1}{\delta_k^2} E = 0, \quad \frac{d^2 j}{dz^2} - \frac{1}{\delta_k^2} j = 0,$$

где δ_k — комплексная глубина проникновения, определяемая соотношением

$$\frac{1}{\delta_k^2} = i\omega\mu_0\sigma. \quad (1.34)$$

Распределение полей и токов внутри проводника определяются в этом случае уравнениями вида

$$H(z) = H_0 e^{-z/\delta_k}, \quad (1.35)$$

где H_0 — магнитное поле на поверхности металла. Из (1.34) и (1.8) получаем соотношения для поверхностного импеданса и глубины проникновения

$$Z_{кл} = i\omega\mu_0\delta_{кл} = (\omega\mu_0/2\sigma)^{1/2} (1 + i), \quad (1.36)$$

$$\delta_{кл} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}} = 2\delta_1, \quad (1.37)$$

где $\delta_{кл}$ — классическая глубина проникновения, определяющая экспоненциальный закон спадаания амплитуды магнитного поля $|H_0|e^{-z/\delta_{кл}}$. Из приведенных соотношений видно, что существенным признаком классического скин-эффекта является равенство поверхностного сопротивления и реактанса:

$$R_{кл} = X_{кл} = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}}. \quad (1.38)$$

Аргумент поверхностного импеданса показывает сдвиг фаз между электрическим и магнитным полями. В данном случае сдвиг фаз между E_t и H_t для любой точки z внутри металла равен 45° .

Формулу для поверхностного сопротивления $R_{кл}$ можно представить в виде

$$R_{кл} = \frac{\omega\mu_0}{2} \delta_{кл} = \frac{1}{\sigma\delta_{кл}}, \quad (1.39)$$

что позволяет по-новому интерпретировать глубину проникновения $\delta_{кл}$ при классическом скин-эффекте. А именно: поверхностное сопротивление объемного проводника равно омическому сопротивлению на постоянном токе участка проводника с квадратным элементом поверхности единичной площади толщиной $\delta_{кл}$.

Из соотношения (1.38) следует, что поверхностное сопротивление при классическом скин-эффекте пропорционально $\omega^{1/2}$, а классическая глубина проникновения (1.37), наоборот, пропорциональна $\omega^{-1/2}$ и тем меньше, чем больше проводимость и магнитная проницаемость металла.

Поэтому металлы при комнатных температурах удобно характеризовать величинами $\delta_{кл} = \sqrt{f}$ и $R_{кл}/\sqrt{f}$. Соответствующие данные для наиболее часто применяемых металлов приведены в табл. 1.

Рассмотрим влияние эффектов релаксации на поверхностный импеданс при комнатных температурах. Для учета этого влияния в выражениях,

Т а б л и ц а 1

Металл	$\sigma \cdot 10^8, \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}$	$\delta_{кл} \cdot \sqrt{f}, \text{ м} \cdot \text{с}^{-1/2}$	$\frac{R_{кл} \cdot 10^7}{\sqrt{f}}, \text{ Ом} \cdot \text{с}^{1/2}$
Алюминий	2,76	0,0836	3,3
Медь	1,69	0,0654	2,58
Свинец	21	0,231	9,1
Олово	12,6	0,179	7,05
Серебро	1,64	0,0644	2,54
Ниобий	13,9	0,188	7,41
Латунь	6,37	0,127	5,01

приведенных раньше, необходимо заменить σ на $\sigma' = \sigma / (1 + i\omega\tau)$. Тогда для комплексной глубины проникновения из (1.34) получим

$$\delta_k^2 = \frac{1}{i\omega\mu_0\sigma'} = \frac{\omega\tau - i}{\omega\mu_0\sigma}. \quad (1.40)$$

Закон изменения электромагнитного поля под поверхностью металла останется по-прежнему экспоненциальным.

Используя (1.8) и (1.40), найдем поверхностное сопротивление

$$R_\tau = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} \sqrt{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2} - \omega\tau}. \quad (1.41)$$

Поверхностный реактанс в этом случае имеет как полевую, так и кинетическую части. Из (1.20) и (1.21) при подстановке в них $H(z) = H(0) \exp(-z/\delta_k)$ получаем

$$X_{п\tau} = \frac{\omega\mu_0 |\delta_k|^2}{2\delta_1} = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} \frac{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}{\sqrt{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2} + \omega\tau}}, \quad (1.42)$$

$$X_{к\tau} = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} \frac{\omega\tau}{\sqrt{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2} + \omega\tau}}.$$

В случае, если токи смещения в металле еще малы, в пределе $\omega\tau \gg 1$ найдем

$$R_\tau = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\sigma\tau}}, \quad X_\tau = \omega L_\tau = \omega\tau \sqrt{\frac{\mu_0}{\sigma\tau}}, \quad L_{п\tau} = L_{к\tau} = \frac{1}{2} \tau_j \sqrt{\frac{\mu_0}{\sigma\tau}},$$

т. е. поверхностное сопротивление R не зависит от частоты ω , а X растет пропорционально ей. Кинетическая и полевая индуктивности в этом пределе равны и, как и R , не зависят от частоты. Глубина проникновения при $\omega\tau \gg 1$, определенная как расстояние, на котором поле убывает в e раз по отношению к полю на поверхности, есть

$$\delta = \frac{|\delta_k|^2}{\delta_1} \simeq \delta_1 = \frac{L}{\mu_0} = \sqrt{\frac{m_0}{\mu_0 n e^2}}$$

и представляет плазменную глубину проникновения. Если мы находимся в промежуточной области $\omega\tau \sim 1$, то для R и X необходимо пользоваться общими соотношениями (1.41) и (1.42). Приведем частоты f , при которых $\omega\tau \approx 1$ и релаксационные эффекты начинают играть заметную роль при комнатных температурах:

Металл	Алюминий	Медь	Свинец	Олово	Серебро
$f \cdot 10^{-12}$, Гц	11,3	4,3	19	12	5,3

4.1. Пиппардовская концепция неэффективности

Если длина свободного пробега l электронов сравнима или больше глубины проникновения, то формирование тока в окрестности какой-либо точки металла будет определяться процессами столкновения в области, где электрическое поле заметно отличается от поля в рассматриваемой точке. Плотность тока j в этом случае будет зависеть от полей в окрестности этой точки с радиусом l . Ситуация, при которой $l \approx \delta_{\text{кл}}$ и даже $l \gg \delta_{\text{кл}}$, типична для чистых металлов при низких температурах. При понижении температуры средняя длина свободного пробега растет пропорционально σ , а $\delta_{\text{кл}}$ уменьшается пропорционально $\sigma^{-1/2}$. Поэтому с возрастанием σ отношение $l/\delta_{\text{кл}} \sim \sigma^{3/2}$ может изменяться от величин, намного меньших единицы, до величин, значительно ее превосходящих. Например, для чистой меди ($l \sim 5 \cdot 10^{-2}$ мкм) при 300 К на частоте 10^{10} Гц $l/\delta_{\text{кл}} = 3 \cdot 10^{-2}$. При гелиевых температурах σ для чистой меди может увеличиться в 10^5 раз [8], при этом отношение $l/\delta_{\text{кл}}$ может достигать значений около 10^6 . Ясно, что при таких длинах свободных пробегов теория классического скин-эффекта уже не применима и требуется более общее рассмотрение. Впервые на это обстоятельство указал Г. Лондон в 1940 г. [297]. Измеряя поверхностное сопротивление олова, он заметил, что его величина при 4 К в несколько раз выше, чем вычисленная по формулам классического скин-эффекта. Это несоответствие Лондон объяснил большой длиной свободного пробега проводящих электронов по сравнению с глубиной скин-слоя. Он не анализировал эффект детально, однако дальнейшие экспериментальное и теоретическое исследования подтвердили его гипотезу.

Подробно это явление было изучено экспериментально А. Б. Пиппардом и Р. Г. Чамберсом [210, 347—351]. Р. Г. Чамберс [210] исследовал зависимость R от σ для ряда чистых металлов и для большинства из них получил зависимость $\Sigma = 1/R$ от $\sigma^{1/2}$, подобную приведенной на рис. 1.2 для меди. При малых значениях σ экспериментальная зависимость имеет вид прямой и соответ-

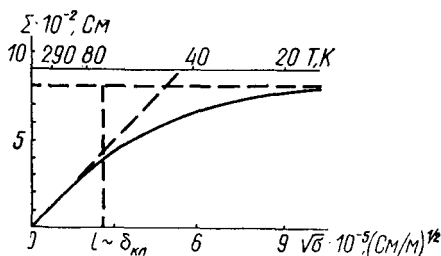


Рис. 1.2. Поверхностная проводимость меди $\Sigma = 1/R$ на частоте 1,2 ГГц [210].

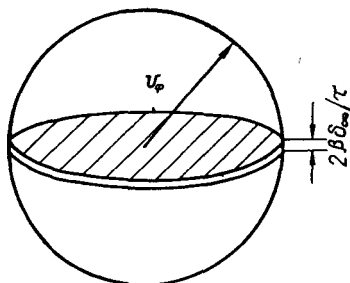


Рис. 1.3. Область в импульсном пространстве, соответствующая эффективным электронам.

ствуется классическому скин-эффекту. Отклонение от прямой начинается в области значений σ , где длина свободного пробега становится сравнимой с $\delta_{кл}$. При $l \gg \delta_{кл}$ поверхностное сопротивление фактически не зависит от проводимости постоянного тока. Такое явление получило название аномального скин-эффекта, а область, где поверхностное сопротивление не зависит от проводимости в случае постоянного тока, называют областью крайнего аномального предела. Достижимая величина поверхностного сопротивления в этой области обозначается как R_{∞} , а поверхностный импеданс и реактанс — соответственно как Z_{∞} и X_{∞} .

Строгая теория аномального скин-эффекта сложна и не дает физического представления о процессах, происходящих в металле. Для объяснения поведения металлов в крайней аномальной области А. Б. Пиппард предложил простую модель, основанную на «концепции неэффективности». Эта модель предполагает, что при $l \gg \delta$ не все электроны проводимости одинаково эффективны как носители тока. Те из них, направление движения которых при прохождении через скин-слой нормально к поверхности металла, будут находиться в электромагнитном поле только очень малую часть времени между двумя последовательными столкновениями и практически не будут влиять на процесс проводимости и образования скин-слоя. Эти эффекты в основном обусловлены электронами, которые движутся приблизительно параллельно поверхности и существенную часть времени свободного пробега проходят в области слабоменяющегося поля. Гипотеза, что всеми электронами, за исключением двигающихся приблизительно параллельно поверхности, можно пренебречь, составляет основное допущение концепции неэффективности. Другим предположением, которое сильно упрощает вычисления, является предположение, что «эффективные» электроны можно рассматривать как двигающиеся строго параллельно поверхности так, что в течение всего свободного пробега они находятся в области постоянного поля.

При таком достаточно грубом рассмотрении невозможно четко разграничить эффективные и неэффективные электроны. По этой причине вводится параметр неэффективности β : если время релаксации электронов τ , то эффективными электронами будут те, нормальные к поверхности компоненты скорости которых лежат в области $\pm \beta \delta / \tau$, или те, направления движения которых образуют угол с поверхностью, меньший $\beta \delta / v \tau$, где v — скорость электронов.

Рассмотрим таким образом изотропный металл со сферической поверхностью Ферми. Если электроны занимают в пространстве скоростей сферу радиуса v_F , то эффективные электроны занимают плоский слой шириной $2\beta \delta / \tau$, вырезанный по экватору (рис. 1.3). Часть общего числа электронов, лежащих в пределах этой полосы, составляет $\frac{3}{2} \beta \delta / l$, где l — средняя длина свободного пробега $v_F \tau$. Поскольку мы считаем, что эффективные электроны движутся в постоянном поле, то при расчете можно использовать закон Ома, но с заменой σ на эффективную проводимость

$\sigma_{\text{эф}} = \frac{3}{2} \beta \delta \frac{\sigma}{l}$. Применение теории классического скин-эффекта к рассматриваемой проблеме дает выражение для глубины проникновения

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma_{\text{эф}}}} = \sqrt{\frac{4l}{3\omega \mu_0 \sigma \beta}}.$$

Решая это самосогласованное уравнение относительно δ , получаем

$$\delta_{\infty} = \left(\frac{3}{4} \omega \mu_0 \beta \sigma / l \right)^{-1/3}.$$

Для поверхностного сопротивления R_{∞} в крайней аномальной области из соотношения (1.39) следует

$$R_{\infty} = \frac{\omega \mu_0 \delta_{\infty}}{2} = \left(\frac{6\beta \sigma}{\omega^2 \mu_0^2 l} \right)^{-1/3}. \quad (1.43)$$

Поскольку величина σ/l для данного металла постоянна, то в пределе $l \gg \delta$ R_{∞} не зависит от проводимости σ или длины свободного пробега. Строгая теория Рейтера и Зондхаймера [357] для граничной величины R_{∞} дает выражение того же вида, что и (1.43), и при их сравнении можно найти величину β . Если электроны при столкновении с поверхностью рассеиваются диффузно, то необходимо взять $\beta = 8\pi/3^{3/2} = 4,837$, при зеркальном отражении эта величина составляет 6,887. Из соотношения (1.43), в частности, следует, что в отличие от классического скин-эффекта, при котором $R \sim \omega^{1/2}$, зависимость от частоты в крайнем аномальном пределе более сильная и имеет вид $R_{\infty} \sim \omega^{2/3}$.

Хотя рассмотрение Пиппарда и дает верное выражение для предельной величины поверхностного сопротивления, для других особенностей поведения металлов в этой области оно приводит к неверным результатам. Маркус [300] учел электроны, которыми пренебрегали при рассмотрении, и тот факт, что электроны движутся в изменяющемся на длине свободного пробега электромагнитном поле. Таким образом он добился вполне близкого совпадения с результатами теории и получил $X_{\infty} = R_{\infty} \sqrt{3}$, что не следует из концепции неэффективности. Однако все эти рассмотрения являются качественными и не распространяются на случай промежуточной области $l \sim \delta$.

4.2. Строгая теория аномального скин-эффекта

Строгая теория аномального скин-эффекта на основе модели свободных электронов была развита Рейтером и Зондхаймером [357] и распространена на случай анизотропного металла в работах [6, 378]. Было получено основное материальное уравнение, связывающее плотность тока и поля в металле, исходя из кинетического уравнения Больцмана [84]. Более физически наглядным, хотя и менее строгим, является вывод, предложенный Чамберсом [353],

основанный на полуклассических представлениях, которые рассматривались при выводе закона Ома. Этот вывод приводит к тем же результатам, что и вывод, сделанный на основе линеаризованного уравнения Больцмана.

При отсутствии внешнего возмущения электроны в какой-либо точке металла распределены в пространстве импульсов внутри сферы радиуса mv_F . Если в результате каких-либо причин сфера будет деформироваться, то это приведет к наличию суммарного импульса

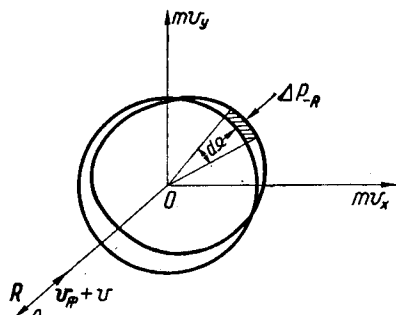


Рис. 1.4. Поверхность Ферми при аномальном скин-эффекте.

электронов, что и определит ток в металле. При аномальном скин-эффекте длина свободного пробега l сравнима с глубиной проникновения или больше ее, поэтому на ток в точке будут влиять поля других областей, где находились электроны до попадания в рассматриваемое место. Для учета этого влияния положим, что внутри металла задано произвольное распределение поля $E(R)$, и вычислим плотность тока j в некоторой точке O (рис. 1.4) в металле. Для дрейфовой скорости свободных электронов справедливо уравнение (1.31). При вычислении искажений первоначально сферической поверхности Ферми в пространстве импульсов важны только электроны, находящиеся вблизи ее поверхности. Поскольку изменения скоростей электронов при движении в поле E намного меньше v_F , то при вычислении приращения скорости электрона в точке O по направлению движения можно считать, что он движется, не изменяя направления, и электрическое поле E , действующее на электрон в точке A , полагать равным $E(R, t_0 - R/r_F)$. Здесь t_0 — момент времени, когда электрон находится в точке O . Для приращения дрейфовой скорости v в направлении движения в точке A из (1.31) получим

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = -\frac{e_0}{m_0} \frac{E \cdot R}{R}. \quad (1.44)$$

В рассматриваемом приближении (см. рис. 1.4) $\frac{dv}{dt} = (-v_F - v) \frac{dv}{dR}$. Учитывая в (1.44) только линейные члены по v , найдем соответствующее дифференциальное уравнение

$$-v_F \frac{dv}{dR} + \frac{1}{\tau} v = -\frac{e_0}{m_0} \left(\frac{E \cdot R}{R} \right).$$

Решение этого уравнения с начальным условием $v(\infty) = 0$ имеет вид

$$v(R) = \frac{-e_0}{m_0 v_F} e^{R/l} \int_R^{\infty} \frac{(R E(R))}{R} e^{-R/l} dR.$$

Тогда приращение импульса электрона в точке 0

$$\Delta p_{-R} = -\frac{e_0}{v_\Phi} \int_0^\infty \frac{R E(R)}{R} e^{-R/l} dR. \quad (1.45)$$

Из (1.45), в частности, следует, что при расчете Δp можно не учитывать столкновения электрона с решеткой, а рассматривать его движущимся в некотором эффективном поле $E(R)e^{-R/l}$.

Вклад в ток электронов в телесном угле $d\Omega$ можно учесть, суммируя приращения импульсов электронов, занимающих заштрихованную область (см. рис. 1.4). Вклад в направлении $-R/R$

$$dj = -\frac{\Delta n e_0 v_\Phi}{R} R,$$

где

$$\Delta n = \frac{3n}{4\pi m_0 v_\Phi} d\Omega \Delta p_{-R}$$

есть количество электронов, приходящихся на искаженный участок поверхности Ферми в телесном угле $d\Omega$. После интегрирования по всем углам получим основное соотношение аномального скин-эффекта, выведенное Р. Г. Чамберсом,

$$j = \frac{3\sigma}{4\pi l} \int \frac{R E(R)}{R^4} e^{-R/l} dV. \quad (1.46)$$

Это же соотношение (по крайней мере в одномерном случае) получается при строгом решении кинетического уравнения Больцмана для функции распределения f

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial(fv)}{\partial r} + (e_0 E + e_0 v \times B) \frac{\partial f}{\partial p} = S_n f, \quad (1.47)$$

где $S_n f$ — интеграл столкновений.

До сих пор не обсуждалась область интегрирования в выражении для j . Известно только, что интеграл (1.46) должен быть взят по всему пространству. Однако возникает вопрос, как рассчитать j в какой-либо точке, если она лежит от границы на расстоянии, меньшем l . Для расчета к соотношению (1.46) необходимо добавить граничные условия отражения электронов на поверхности металла. Одним из простейших предположений является то, что при столкновении с границей раздела электроны полностью теряют информацию о поле, в котором они находились до столкновения, и отражаются равновероятно по всем направлениям. При этих условиях электроны ведут себя так, как если бы они двигались из свободного от поля пространства снаружи металла. Следовательно, вне металла можно положить $E=0$ и интегрировать по всему пространству или при интегрировании в (1.46) ограничиться областью, занятой металлом. Такое отражение является диффузным.

Другим простейшим предположением является то, что при соударении электрона с поверхностью отражение может быть зеркальным. В этом случае электрон,двигающийся к плоской границе и приходящий в результате столкновения с границей в точку O , можно рассматривать как двигающийся из свободного пространства в зеркально-симметричном относительно плоскости раздела поле. Поэтому в соотношении (1.46) необходимо интегрировать по всему пространству, но вне металлической поверхности считать поле зеркально-симметричным полю внутри металла.

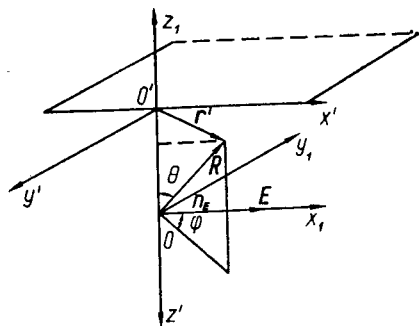


Рис. 1.5. Система декартовых координат.

Рассматривался также промежуточный случай, когда часть электронов p отражается зеркально, а оставшаяся часть $(1-p)$ — диффузно. Если коэффициент зеркальности p отличен от нуля (диффузное отражение) или единицы (зеркальное отражение), то интегрирование в (1.46) необходимо распространить на все пространство с зеркально-симметричным электрическим полем вне металла, увеличенным в p раз относительно поля внутри металла.

Выведем уравнение, связывающее j и E для одномерного случая, когда справедливы граничные условия Леонтовича. Сдвигом фаз в электрическом поле, входящем в соотношение (1.46), за счет конечной скорости движения электронов на поверхности Ферми будем пренебрегать. Выберем систему координат так, как показано на рис. 1.5. Так как E зависит только от z , то из (1.46) непосредственно следует наличие только одной компоненты j_x . Вводя единичные векторы n_E и n_R , из (1.46) получаем

$$j = \frac{3\sigma}{4\pi l} \int (\mathbf{n}_R \mathbf{n}_E)^2 E(z') e^{-R/l} \sin \Theta dR d\Theta d\varphi =$$

$$= \frac{3\sigma}{4l} \int_0^\pi d\Theta \sin^3 \Theta \int_0^\infty e^{-R/l} E(z - R \cos \Theta) dR.$$

Делая замену переменных $z' = z - R \cos \Theta$ и разбивая интеграл по Θ на два: от 0 до $\pi/2$ и от $\pi/2$ до π , после несложных преобразований получаем

$$j(z) = \frac{3\sigma}{4l} \int_{-\infty}^{\infty} K\left(\frac{z-z'}{l}\right) E(z') dz', \quad (1.48)$$

где

$$K(u) = \int_0^{\pi/2} \sin^3 \Theta \sec \Theta e^{-|u| \sec \Theta} d\Theta = E_1(|u|) - E_3(|u|),$$

$$E_n(u) = \int_1^\infty \frac{e^{-Su}}{S^n} dS.$$

В случае смешанного отражения поле E для $z' < 0$ удовлетворяет равенству $E(z') = pE(-z')$. Тогда из (1.48) получаем

$$j = \frac{3\sigma}{4l} \left[p \int_0^\infty K\left(\frac{z+z'}{l}\right) E(z') dz + \int_0^\infty K\left(\frac{z-z'}{l}\right) E(z') dz' \right]. \quad (1.49)$$

В этом соотношении плотность тока j зависит только от поля E внутри металла. Если теперь формально поле E вне металла определить: $E(z) = E(-z)$, то (1.49) можно переписать так:

$$j = \frac{3\sigma}{4l} \left[p \int_{-\infty}^\infty K\left(\frac{z-z'}{l}\right) E(z') dz' + (1-p) \int_0^\infty K\left(\frac{z-z'}{l}\right) E(z') dz \right], \quad (1.50)$$

что полностью совпадает с выражением для j , полученным Рейтером и Зондхаймером [357].

Подставляя (1.50) в уравнения Максвелла (1.1), получаем интегро-дифференциальное уравнение для E (током смещения пренебрегаем)

$$\frac{d^2 E}{dx^2} = -i\alpha \left[p \int_{-\infty}^\infty K(x-y) E(y) dy + (1-p) \int_0^\infty K(x-y) E(y) dy \right], \quad (1.51)$$

где

$$x = z/l, \quad E(x) = E(z/l), \quad \alpha = \frac{3}{4} \mu_0 \omega (l/\sigma)^2 \sigma^3 = \frac{3}{2} l^2 / \delta_{\text{кл}}^2. \quad (1.52)$$

Отметим, что для $p \neq 1$ уравнение (1.51) необходимо рассматривать на промежутке $0 < x < \infty$ с условием $E(x) = E(-x)$, а не на промежутке $-\infty < x < \infty$ (в этом случае получаются несимметричные решения). Это уравнение в общем случае решено для чисто зеркального и диффузного отражений. Наиболее просто решение получается для $p=1$. Если взять преобразование Фурье от (1.51) и найти образ Фурье E , то последующее обратное преобразование дает

$$E(x) = -\frac{2E'(0)}{\pi} \int_0^\infty \frac{\cos xt}{t^2 + i\alpha k(t)} dt, \quad (1.53)$$

где

$$k(t) = \frac{2}{t^3} \{(1+t^2) \operatorname{arctg} t - t\};$$

$$E'(0) = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{dE}{dx}.$$

Используя преобразование Фурье для плотности тока j , из (1.50) получаем

$$j(x) = -\frac{3}{2\pi} E'(0) \sigma \int_0^{\infty} \frac{k(t) \cos xt}{t^2 + i\alpha k(t)} dt.$$

Из (1.8)* и (1.53) находим поверхностный импеданс

$$Z_s = \frac{2i\omega\mu_0 l}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dt}{t^2 + i\alpha k(t)}. \quad (1.54)$$

Для диффузного отражения электронов от поверхности получается более сложное уравнение, определенное на полубесконечном промежутке. Применение метода Винера — Хопфа или более современных методов [28, 68, 144, 228] для поля $E(x)$ и импеданса Z_d дает выражения

$$E(x) = \frac{E(0)}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{e^{xT}}{T} dT \exp\left[-\frac{T}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\ln\{1 + i\alpha k(t)/t^2\}}{t^2 + T^2} dt\right], \quad c > 0,$$

$$Z_d = i\omega l \mu_0 \pi / \int_0^{\infty} \ln(1 + i\alpha k(t)/t^2) dt. \quad (1.55)$$

Хотя выражения для Z_s и Z_d кажутся различными, при вычислениях их как функций σ они дают похожие зависимости. Для малых величин α , т. е. при малой длине свободного пробега электронов, в случае как диффузного, так и зеркального отражения $Z \sim \alpha^{1/6}$. Из соотношения (1.52) следует, что $\alpha^{1/6} \sim \sigma^{1/2}$. В этом случае $Z \sim \sigma^{-1/2}$, $R=X$, что соответствует классическому скин-эффекту (1.36). При больших значениях α (в крайне аномальном пределе) величины для Z стремятся к пределам

$$Z_{\infty} = R_{\infty} + iX_{\infty} = \frac{8}{9} \left(\frac{\sqrt{3}}{4\pi}\right)^{1/3} \left(\frac{l}{\sigma}\right)^{1/3} \left(\frac{\omega\mu_0}{2}\right)^{2/3} (1 + i\sqrt{3}) \quad \text{при } p = 1,$$

$$Z_{\infty d} = \left(\frac{\sqrt{3}}{4\pi}\right)^{1/3} \left(\frac{l}{\sigma}\right)^{1/3} \left(\frac{\omega\mu_0}{2}\right)^{2/3} (1 + i\sqrt{3}) \quad \text{при } p = 0. \quad (1.56)$$

Предельные значения Z_{∞} для диффузного и зеркального отражений отличаются коэффициентом 8/9, а между поверхностным сопротивлением и реактансом существует связь

$$X_{\infty} = \sqrt{3} R_{\infty}. \quad (1.57)$$

Из (1.52), (1.54) — (1.56) следует, что отношения R/R_{∞} и X/X_{∞} являются функциями только α . Действительно, коэффициенты в этих отношениях перед интегралами (зависящими только от α) будут пропорциональны величине

$$\omega l / \left(\frac{\omega^2 l}{\sigma}\right)^{1/3} = \omega^{1/3} (l/\sigma)^{2/3} \sigma \sim \alpha^{1/3}.$$

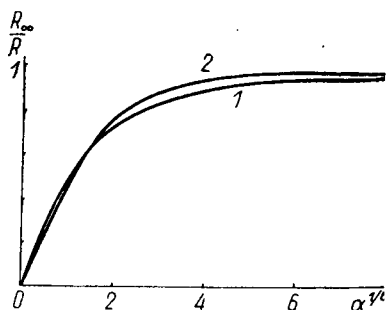


Рис. 1.6. Зависимости величины R_{∞}/R от $\alpha^{1/6}$ для $p=0$ (1) и $p=1$ (2).

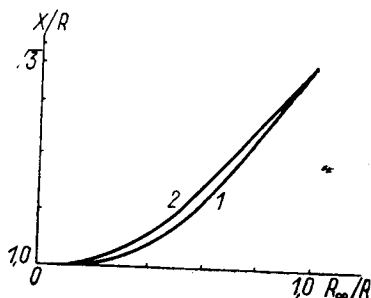


Рис. 1.7. Зависимости величины X/R от R_{∞}/R при аномальном спин-эффекте для зеркального (1) и диффузного (2) отражений электронов на границе.

Таким образом, результаты теории хорошо представляются зависимостью R_{∞}/R от $\alpha^{1/6}$. При малых α зависимость линейная, а при больших выходит на насыщение. На рис. 1.6 и 1.7 представлен набор универсальных кривых, применимых для любого металла, описываемого моделью свободных электронов. Дингл [228] для R и X дал разложения (1.54) и (1.55) в ряд по параметру α . Эти разложения для случая, когда $\omega\tau \ll 1$, приведены в приложении 1.

Чамберс [210] привел простые интерполяционные формулы для поверхностного сопротивления и реактанса, позволяющие быстро рассчитать величины R и X для промежуточной области между классическим и аномальным пределами,

$$R = R_{\infty}(1 + F_R \alpha^{-G}), \quad X = X_{\infty}(1 + F_X \alpha^{-G}), \quad (1.58)$$

где постоянные F и G для $p=0$ и $p=1$ такие:

p	F_R	F_X	G
0	1,157	0,473	0,2757
1	1,376	0,416	0,3592

Значения величин R и X , вычисленные по интерполяционным формулам (1.58), совпадают со значениями, найденными численными методами из уравнений (1.54) и (1.55) с точностью до 0,1 % для значений $\alpha > 1,2$.

Хотя уравнение (1.51) в случае произвольного p не решено, Хартман и Люттинджер [254] в 1966 г. получили его решение для крайне аномальной области в виде

$$Z_{\infty}(p) = 2Z_{\infty d} \frac{1 - \cos\left(\frac{2}{3} \arccos p\right)}{1 - p}.$$

Из рис. 1.8 видно, что при аномальном скин-эффекте поверхностный импеданс слабо зависит от параметра p . Связь между X_{∞} и R_{∞} в крайне аномальной области не зависит от p и выражается соотношением (1.57).

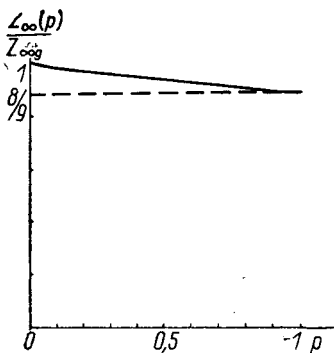


Рис. 1.8. Зависимость величины $Z_{\infty}(p)/Z_{\infty_d}$ от параметра зеркальности в крайне аномальном пределе.

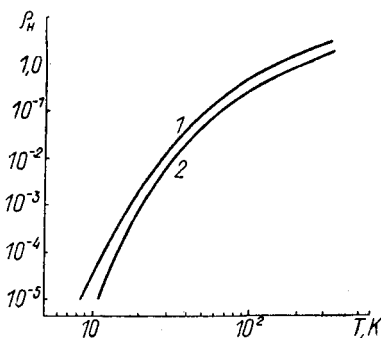


Рис. 1.9. Температурные зависимости удельного сопротивления алюминия (1) и меди (2) [7].

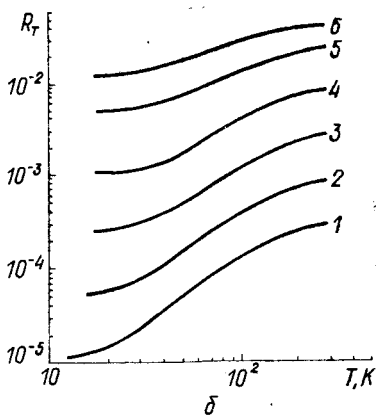
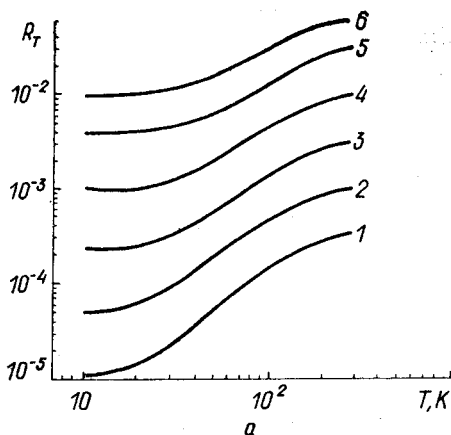


Рис. 1.10. Температурные зависимости поверхностного сопротивления в нормальном состоянии для алюминия (а) и меди (б):

1 — 1; 2 — 10; 3 — 100 МГц; 4 — 1; 5 — 10; 6 — 30 ГГц.

С практической точки зрения всегда важно знать, какой металл на данной частоте может обеспечить минимальное поверхностное сопротивление. Из соотношений (1.56) видно, что, независимо от частоты, сопротивление меньше у того металла, у которого меньше отношение l/σ . Коэффициент, характеризующий выигрыш, может быть вычислен по формуле [102]

$$K_R = R_{кл}/R_{\infty} = c\omega^{-1/6}, \quad (1.59)$$

где для диффузного отражения электронов от поверхности

$$c = \left(\frac{4\pi}{\sqrt{3}}\right)^{1/3} \left(\frac{\sigma}{l}\right)^{1/3} \left(\frac{2}{\mu_0}\right)^{1/6} \left(\frac{1}{\sigma}\right)^{1/2}.$$

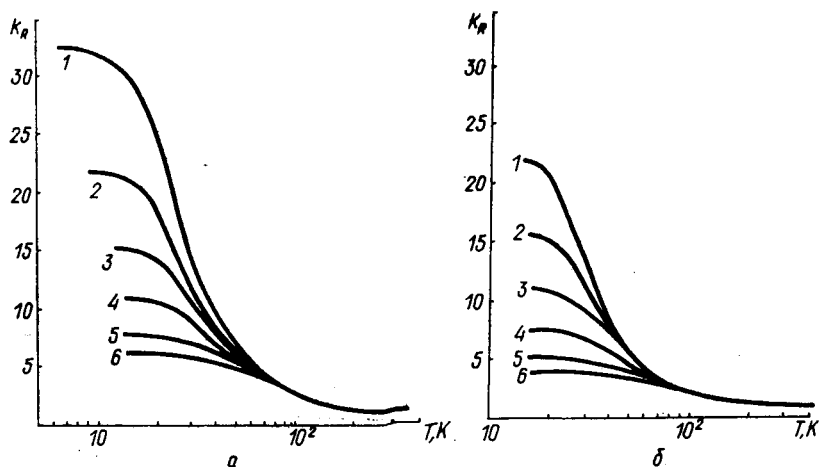


Рис. 1.11. Температурные зависимости выигрыша $K_R = R_{кл} / R_t$ для алюминия (а) и меди (б) (обозначения см. на рис. 1.10).

Естественно, что относительное изменение поверхностного сопротивления на данной частоте тем больше, чем больше константа c . Из табл. 2 [93, 99] следует, что значение поверхностного сопротивления при аномальном скин-эффекте наименьшее у алюминия, а относительное изменение этого параметра наибольшее у свинца (данные приведены для частоты 1,2 ГГц).

Значения R_{∞}^{-1} , приведенные в табл. 2, могут быть получены только на очень чистых образцах после тщательного отжига и электрохимической полировки. Экспериментальные значения несколько меньше теоретических, так как при измерениях используются образцы, как правило, с дефектами (деформации, шероховатости и др.).

В работе [373] приведены значения коэффициента K_R на частоте 3000 МГц, полученные с помощью измерения добротности объемных резонаторов. Для образцов меди $K_R^{\text{теор}} = 6,15$, в цилиндрическом резонаторе с колебаниями типа H_{011} и полированными стенками $K_R^{\text{эксп}} = 5,56$ (ошибка порядка 10 %), а в коаксиальном резонаторе с колебаниями типа ТЕМ $K_R^{\text{эксп}} = 5,23$ (ошибка 16 %). Для образцов алюминия $K_R^{\text{теор}} = 8,42$, а в резонаторах указанных типов — соответственно 7,35 и 7,06.

Для практических целей важно знать температурную зависимость поверхностного сопротивления R_t наиболее употребительных металлов, а также выигрыш в зависимости от частоты, который можно получить, используя тот или иной металл. Как видно из табл. 2, минимальным поверхностным сопротивлением в случае аномального скин-эффекта обладают алюминий и медь. Температурные зависимости удельного сопротивления $\rho = 1/\sigma$ в случае постоянного тока для этих металлов приведены на рис. 1.9 [7, 88].

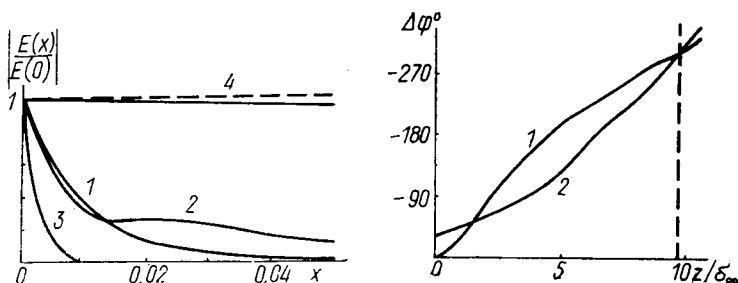


Рис. 1.12. Зависимость амплитуды электрического поля от x для различных теорий:

1 — экспоненциальное приближение; 2 — распределение при аномальном скин-эффекте ($\alpha = 3 \cdot 10^9$); 3 — по классической теории; 4 — зависимость $\exp(-x)$ [300].

Рис. 1.13. Фазы $E(x)$ (1) и $j(x)$ (2) для крайне аномальной области (для электрического поля $\varphi(0) = 0$).

Пользуясь соотношениями (1.56), (1.58) для диффузного отражения электронов на границе, а также соотношением (1.59), где R_∞ необходимо заменить на R , можно получить температурную зависимость $R_T(T)$, а также выигрыш K_R во всем температурном интервале для различных частот. Такие данные приведены на рис. 1.10 и 1.11.

4.3. Структура полей и релаксация при аномальном скин-эффекте

Точные значения полей при аномальном скин-эффекте можно получить путем вычисления соответствующих интегралов в (1.53) и (1.55). Более простым является соотношение (1.53), однако наличие осциллирующего множителя под знаком интеграла требует при его вычислении применения численных методов. Вычисленные таким образом значения полей приведены на рис. 1.12 для крайне аномального предела [300, 308]. Точная зависимость $E(x)$ от ее экспоненциального приближения мало отличается вблизи поверхности и заметно на больших глубинах. Точная теория дает на больших глубинах максимум электрического поля и намного бо-

Таблица 2

Металл	$\frac{l}{\sigma} \cdot 10^{18},$ м ² /См	$c \cdot 10^{-2}, c^{-1/6}$	$R_{кл}^{-1}, \text{ Ом}^{-1}$ ($f = 1,2 \text{ ГГц},$ $T = 300 \text{ К}$)	$R_\infty^{-1}, \text{ Ом}^{-1}$ ($f = 1,2 \text{ ГГц},$ $T < T_1$)	$T_1, \text{ К}$
Алюминий	4,90	4,41	87,4	870	63
Медь	6,49	3,14	111,8	793	65
Олово	10,53	6,98	42,8	675	26
Свинец	10,64	9,39	31,7	672	14
Серебро	11,63	2,54	113,8	653	67
Золото	11,90	2,94	97,7	648	52
Кадмий	17,54	—	—	569	28

лее медленное падение e^{-x}/x^2 , чем соответствующее экспоненциальное приближение [357].

Рассмотрим вопрос о локальных проводимостях и индуктивностях при аномальном скин-эффекте, введенных в § 2. Эти величины в отличие от классического скин-эффекта будут функциями z и зависят от рассеяния электронов на поверхности металла. Фазы векторов E и j для крайне аномальной области в зависимости от $z/\delta_{1\infty}$, построенные на основе данных работы [160], приведены на рис. 1.13. Из рисунка видно, что с точки зрения фазовых соотношений между полем и током существуют по крайней мере три области, две из которых можно назвать индуктивными (ток отстает по фазе от поля) и одну — емкостной (ток опережает по фазе поле). При $x \rightarrow \infty$ электрическое поле и ток имеют асимптотику [357]

$$E(x) \approx \frac{2i\alpha}{(1-2i\alpha)^2} \frac{e^{-x}}{x^2},$$

$$j(x) \sim \frac{1}{i\omega\mu_0 l^2} \frac{d^2}{dx^2} E(x),$$

т. е. при $l \rightarrow \infty$ с точностью до членов высшего порядка малости j отстает по фазе от E на $\pi/2$ и локальных потерь нет. Как указано в § 2, величина $\text{Im } j^* E$ определяет реактивную мощность, характеризующую энергию, передаваемую току в одни моменты времени и возвращаемую в другие, и, следовательно, при аномальном скин-эффекте локальная токовая индуктивность не равна нулю. С другой стороны, если вычислить L_K из (1.20) с использованием (1.50), получим

$$L_K \sim \text{Im} \int_0^\infty j^*(x) E(x) dx \sim \text{Im} \left\{ p \int_0^\infty dx \int_{-\infty}^\infty K(x-y) E(x) E^*(y) dy + \right.$$

$$\left. + (1-p) \int_0^\infty dx \int_0^\infty K(x-y) E(x) E^*(y) dy \right\}. \quad (1.60)$$

Переобозначая x через y , получаем, что интегралы равны своим комплексно-сопряженным, так как $K(x) = K(-x)$ и, следовательно, $L_K = 0$, хотя локальные индуктивности не равны нулю (для области II индуктивность отрицательна). Поэтому в одни моменты времени энергия, взятая электронами в одних точках металла, передается в другие и запасается в магнитном поле, а в другие моменты процесс происходит в обратном порядке. Однако этот процесс не характеризуется дополнительным запасением энергии в кинетическом движении электронов и $L_K = 0$. Другими словами, можно сказать, что вклады от емкостных и индуктивных областей в (1.60) взаимно компенсируются.

Члены, ответственные за локальную проводимость и индуктивность, можно выделить, рассматривая кинетическое уравнение Больцмана (1.47). Если положить $f = f_0 + f_1$, где f_0 — невозмущенная функция Ферми — Дирака; $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ — малая добавка к ней,

обусловленная наличием электромагнитного поля, то линеаризованное уравнение Больцмана с интегралом столкновений в виде f_1/τ можно записать так:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{\partial (f_1 \mathbf{v})}{\partial \mathbf{r}} + e_0 \mathbf{E} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} = \frac{f_1}{\tau}. \quad (1.61)$$

Умножая (1.61) на $2e_0/(2\pi\hbar)^3$ и интегрируя по $d\mathbf{p}$, для одномерного случая получаем

$$E = \frac{1}{\sigma'} j + \frac{1}{v_\Phi} \left(\frac{l}{\sigma} \right) \frac{dN}{dz}. \quad (1.62)$$

Здесь $\sigma' = \sigma/(1 + i\omega\tau)$,

$$N = \frac{2e_0}{(2\pi\hbar)^3} \int v_x v_z f_1 d\mathbf{p}.$$

Если составить комбинацию Ej^* , то из (1.62) для плотности комплексной мощности, потребляемой током, получим

$$Ej^* = \frac{1}{\sigma'} |j|^2 + \frac{1}{v_\Phi} \left(\frac{l}{\sigma} \right) \frac{dN}{dz} j^*. \quad (1.63)$$

Первый член в правой части (1.63) обусловлен диссипативными и релаксационными эффектами, поскольку связан с членами f_1/τ и $\frac{\partial f_1}{\partial t}$ в соотношении (1.61). Если пренебречь эффектами релаксации, то при $\sigma \rightarrow \infty$ диссипативный член становится исчезающе малым по сравнению со вторым членом. Поэтому потребление мощности током $\text{Re} Ej^*$ при больших значениях длин свободного пробега $l \rightarrow \infty$ возникает только за счет второго члена в правой части (1.63). Он обуславливается механизмом потерь, рассмотренным Ландау [84].

В случае малого $\omega\tau$ в соответствии с предыдущим $\text{Im} \int_0^\infty Ej^* dz = 0$, хотя локальная индуктивность, обусловленная в (1.63) вторым членом, в нуль не обращается.

Остановимся теперь на влиянии релаксационных эффектов на поверхностный импеданс при аномальном скин-эффекте. При увеличении частоты электромагнитного поля или времени релаксации электронов проводимости возможен случай, при котором фаза электромагнитного поля заметно изменяется за время τ . Для учета этого в соотношении (1.46) электрическое поле необходимо брать в момент времени $(t - r/v_\Phi)$, где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор, проведенный из точки образца, в которой рассматривается ток. Выражения для поля $\mathbf{E}$ с учетом эффектов релаксации получили Рейтер, Зондхаймер и Дингл [228, 357], они же привели аналитические выражения для поверхностного импеданса при $p=0$ и $p=1$. Эти данные приведены в приложении 2. Рейтер и Зондхаймер численным методом рассчитали Z для $p=1$, а Дингл [228], проделав трудоемкие вычисления, нашел численные решения в случае $p=0$.

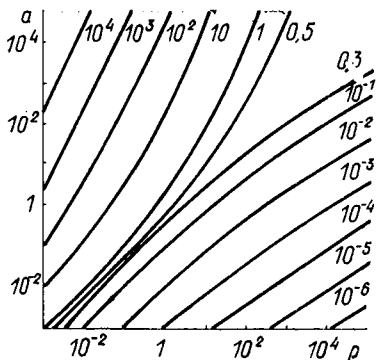


Рис. 1.14. Контурные диаграммы r как функции величин ρ и a для $\rho=0$.

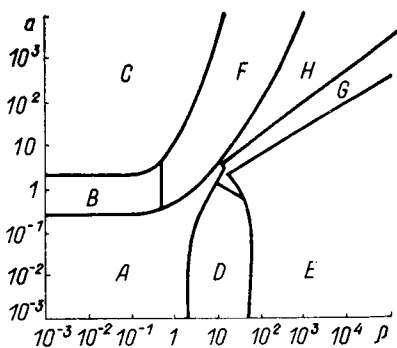


Рис. 1.15. Области диаграммы при $\rho=0$ [353].

Для описания влияния релаксации, следуя Пиппарду [353], удобно ввести безразмерные параметры

$$r = \frac{2R}{\mu_0 v_{\Phi}}, \quad \rho = l/\delta_{\text{кл}}, \quad a = \omega\tau.$$

Тогда поведение металла при произвольных частоте и проводимости можно изобразить в виде диаграммы при помощи контуров постоянных r . На рис. 1.14 диаграмма приведена для диффузного отражения электронов от поверхности металла. Ее можно разбить на несколько областей, для большинства из которых можно найти простые выражения для r с приемлемой точностью (рис. 1.15). Линии деления диаграммы [353] проведены так, чтобы на границе между двумя соседними областями, где r выражается различными формулами, погрешность наиболее простой из них была в пределах 10 %. Область А классическая. Здесь не сказываются ни среднее значение длины свободного пробега, ни релаксационные эффекты. В этой области для r справедлива обычная формула для поверхностного сопротивления при классическом скин-эффекте (1.38), которая в обозначениях a и ρ имеет вид $r=a/\rho$.

Если увеличивать a , сохраняя ρ малым, то начинают проявляться релаксационные эффекты, и мы из области А попадем в область В, где справедливо соотношение (1.41), т. е.

$$r = \frac{a}{\rho} (\sqrt{1+a^2} - a)^{1/2}.$$

При дальнейшем увеличении a мы переходим в область С «крайней классической релаксации», где приближенно справедливо соотношение (1.42) или $r=\sqrt{a/2}/\rho$. С другой стороны, если двигаться от области А в направлении увеличения ρ , сохраняя a малым, то вначале мы попадем в промежуточную аномальную область D, описанную Рейтером и Зондхаймером [357], а отсюда — в крайнюю аномальную область E, где R и X становятся равными их

предельным величинам R_∞ и X_∞ и для диффузного отражения $r = 0,5165 a/\rho^{2/3}$. Если a и ρ велики (области F и G), то для нахождения r необходимо воспользоваться расчетными данными Дингла [228].

В секторе H , который можно назвать областью крайне аномальной релаксации, выражение для r снова становится простым и равным постоянной величине $3/8$. В этой области выражение для r существенно различно для случаев $p=0$ и $p=1$. Во втором случае, как показали Рейтер и Зондхаймер, r стремится не к величине $3/8$, а к величине, которая характерна для области крайней классической релаксации, C . Это отличие было замечено Голдстейном и Динглом [228]. Из рис. 1.16, где изображена частотная зависимость поверхностного сопротивления серебра [353], видно сильное влияние, оказываемое коэффициентом зеркальности p в инфракрасной и оптической областях. При достижении оптической области скин-глубина и длина волны излучения становятся сравнимыми и уже недопустимо пренебрежение токами смещения.

Интересно отметить, что для случая СВЧ и радиочастот в крайней аномальной области E для больших значений p возможны большие значения $a = \omega\tau > 1$. Казалось бы, что релаксационные эффекты в этом случае должны оказывать заметное влияние на r . Однако, как вытекает из точного решения, релаксация в этой области определяется не временем между столкновениями, а временем, необходимым для прохождения скин-слоя, т. е. временем, намного меньшим τ , поскольку $\delta \ll l$. Этот вывод является несколько неожиданным с точки зрения концепции эффективных электронов, большую часть времени свободного пробега находящихся в скин-слое. Это говорит о некоторой осторожности, с которой мы должны пользоваться этой концепцией. Чамберс [210] с помощью таблиц Дингла оценил действие релаксационных эффектов на измеряемую величину X/R в диапазоне СВЧ. Он заключил, что небольшое воздействие возможно и предельная величина X_∞/R_∞ на СВЧ может изменяться от $\sqrt[3]{3}$ до 1,76.

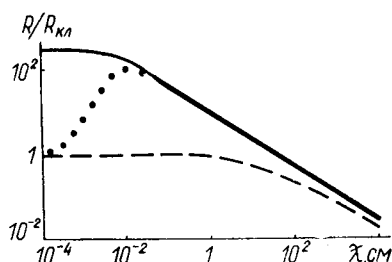


Рис. 1.16. Зависимости поверхностного сопротивления серебра от длины волны излучения λ для различных теорий [353]:

— $p=0$; ... — $p=1$; --- — классическая теория.

СКИН-ЭФФЕКТ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ

1. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА СВЕРХПРОВОДНИКОВ

Электрическое сопротивление многих чистых металлов, сплавов и соединений в случае постоянного тока резко исчезает при некоторой критической температуре T_k . Значения T_k всех известных сверхпроводников находятся в области низких температур. Наиболее высокая критическая температура для чистых металлов у ниобия (9,3 К), а для соединений — у Nb_3Ge (22,3 К).

Если сверхпроводник при температуре ниже T_k поместить во внешнее магнитное поле, то при определенной его величине H_k происходит разрушение сверхпроводящего состояния. Приближенно зависимость H_k от температуры выражается соотношением $H_k = H_k(0) (1 - t_{пр}^2)$ [83], где $H_k(0)$ — критическое значение напряженности магнитного поля при нулевой температуре; $t_{пр} = T/T_k$ — приведенная температура.

Идеальная проводимость — полное отсутствие сопротивления постоянному току является основным свойством сверхпроводников. Понятно, что в экспериментах отсутствие сопротивления может быть установлено только с определенной точностью. В настоящее время при исследовании затухания тока в кольце из сверхпроводящего материала установлено, что верхний предел удельного сопротивления сверхпроводников составляет не более 10^{-25} Ом·м [355], что примерно на 17 порядков ниже удельного сопротивления меди при комнатных температурах.

Вначале идеальная проводимость считалась единственным фундаментальным свойством сверхпроводников и при рассмотрении их электродинамических свойств проводимость на постоянном токе σ устремлялась к бесконечности. Уравнение, описывающее идеальную проводимость, легко получить на основе модели свободных электронов (см. § 3 гл. 1), если пренебречь столкновениями электронов с решеткой. Из (1.31) при $\tau \rightarrow \infty$ следует [190]

$$\frac{dj}{dt} = \frac{1}{\mu_0 \delta_0^2} E, \quad (2.1)$$

где

$$\delta_0 = \sqrt{\frac{m_0}{\mu_0 n e^2}} \quad (2.2)$$

является плазменной глубиной проникновения. Из уравнений Максвелла (1.1) и (2.1) можно получить уравнение для магнитного поля

$$\Delta \dot{\mathbf{H}} - \frac{1}{\delta_0^2} \dot{\mathbf{H}} = 0, \quad (2.3)$$

где точка означает дифференцирование по времени.

Если в начальный момент поле внутри идеального проводника равно нулю, то уравнение (2.3) для переменного поля эквивалентно уравнению

$$\Delta \mathbf{H} - \frac{1}{\delta_0^2} \mathbf{H} = 0. \quad (2.4)$$

Для гармонически изменяющихся полей и плоской геометрии уравнение (2.4) описывает экспоненциальное затухание амплитуды переменного поля $H = H_0 e^{-z/\delta_0}$. Оно справедливо для любого переменного поля, прикладываемого к идеальному проводнику, в частности, когда частота ω стремится к нулю. Таким образом, постоянное магнитное поле, приложенное к идеальному проводнику, проникает в его толщу на глубину δ_0 . Если оценить δ_0 по (2.2), то для типичных металлов она составит $10^{-8} - 10^{-7}$ м. Поэтому для массивных идеальных проводников внешнее магнитное поле практически полностью выталкивается из их толщи.

При сопоставлении уравнений (2.4) и (2.3) можно заметить, что они не идентичны. Уравнение (2.3) допускает решения вида $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1$, где $\mathbf{H}_0$ — постоянное однородное магнитное поле, а $\mathbf{H}_1$ — магнитное поле, удовлетворяющее уравнению (2.4). Физически это означает, что в идеальном проводнике может существовать замороженное магнитное поле, которое проникало в него до того, как он стал идеально проводящим.

Мейснер и Оксенфельд [310] обнаружили, что магнитный поток выталкивается из проводника при переходе его в сверхпроводящее состояние. Этот эффект не следует непосредственно из идеальной проводимости и представляет другое важное фундаментальное свойство сверхпроводников.

Для количественного описания сверхпроводящего состояния Лондоны [83] предложили два феноменологических уравнения:

$$dj/dt = \frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \mathbf{E}, \quad (2.5)$$

$$\Delta \mathbf{H} - \frac{1}{\lambda_L^2} \mathbf{H} = 0, \quad (2.6)$$

первое из которых описывает идеальную проводимость, а второе — идеальный диамагнетизм. Величина λ_L , входящая в (2.5) и (2.6), определяется по формуле, аналогичной (2.2),

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m_0}{\mu_0 n_c e^2}}, \quad (2.7)$$

где n_c — зависящая от температуры плотность сверхпроводящих электронов, λ_L — лондоновская глубина проникновения. Из уравнения (2.6) непосредственно следует, что для плоского случая

$$H(z) = H(0) e^{-z/\lambda_L}. \quad (2.8)$$

Из (2.5), (2.6) и уравнения Максвелла $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j}$ следует, что при переменных полях плотность тока $\mathbf{j}$ и электрическое поле $\mathbf{E}$ удовлетворяют тому же уравнению (2.6). Поэтому закон убывания этих величин аналогичен (2.8).

Уравнения Лондонов (2.5) можно представить в более удобной и компактной форме в виде одного эквивалентного уравнения. Для этого, используя равенство $\mathbf{j} = \text{rot } \mathbf{H}$ и векторное тождество $\text{rot rot } \mathbf{H} = \text{grad div } \mathbf{H} - \Delta \mathbf{H}$ и учитывая, что $\text{div } \mathbf{H} = 0$, представим уравнение Лондонов (2.6) в виде

$$\text{rot } \mathbf{j} = -\frac{1}{\lambda_L^2} \mathbf{H}. \quad (2.9)$$

Если ввести векторный потенциал

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \mathbf{A},$$

то уравнение (2.9) можно переписать так:

$$\mathbf{j} = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \mathbf{A}. \quad (2.10)$$

Так как $\mathbf{A}$ вследствие калибровочной инвариантности [77] определен неоднозначно, а с точностью до градиента независимой от времени функции, то для того чтобы (2.10) имело смысл, на $\mathbf{A}$ необходимо наложить дополнительное условие

$$\text{div } \mathbf{A} = 0, \quad (2.11)$$

что, как следует из соотношения (2.10), означает выполнение уравнения непрерывности для сверхпроводящего тока $\text{div } \mathbf{j} = 0$. Далее, на поверхности S односвязного образца нормальная компонента $\mathbf{A}$ должна быть связана с нормальной компонентой сверхпроводящего тока соотношением (2.10). В частности, если на границе отсутствует нормальная компонента тока, то

$$A_n|_S = 0 \quad (2.12)$$

и $\mathbf{A} \rightarrow 0$ внутри массивных образцов. Калибровка (2.11) и (2.12), приводящая к однозначности векторного потенциала $\mathbf{A}$, получила название лондоновской. Действительно, из уравнений (2.9) — (2.11) следует, что

$$\text{div } \mathbf{F}(\mathbf{r}) = 0, \quad \text{rot } \mathbf{F}(\mathbf{r}) = 0,$$

где

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \mathbf{j}(\mathbf{r}) + \frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \mathbf{A}(\mathbf{r}).$$

Так как $\operatorname{rot} \mathbf{F}(\mathbf{r}) = 0$, то $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ можно представить как градиент некоторой скалярной функции $\chi(\mathbf{r})$, которая из-за обращения в нуль дивергенции $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta \chi(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.13)$$

с граничным условием $\frac{\partial \chi}{\partial n} = 0$, где $\mathbf{n}$ — нормаль к границе. Единственное решение (2.13) в этом случае есть $\chi = \text{const}$ и, следовательно, $\mathbf{F}(\mathbf{r}) \equiv 0$. Из уравнения (2.10) помимо соотношения (2.6), если его продифференцировать по времени и учесть, что $\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$, следует формула (2.5).

При обосновании уравнения Лондонов мы исходили из локальной связи $\mathbf{j}$ и $\mathbf{E}$, устремляя σ и, значит, l к бесконечности. Так как при больших длинах свободного пробега возникает нелокальная связь между полем и током, то формально более правильно было бы в нелокальном соотношении Чамберса (1.46), учитывающем релаксационные эффекты, положить $\sigma \rightarrow \infty$. Это наталкивает на мысль, что уравнение (2.10) не верно в общем случае и должно быть заменено каким-то нелокальным соотношением, подобным (1.46). А. Б. Пиппард [352] при измерениях на объемных сверхпроводящих резонаторах обнаружил зависимость глубины проникновения λ сверхпроводников от наличия в них примесей, т. е. от длины свободного пробега электронов. Это обстоятельство противоречит теории Лондонов, согласно которой глубина проникновения (2.7) не должна зависеть от этого параметра.

Пользуясь аналогией с аномальным скин-эффектом, А. Б. Пиппард [352] предложил заменить уравнение Лондонов (2.10) нелокальным соотношением вида

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = -\frac{3}{4\pi\xi_0\mu_0\lambda_L^2} \int \frac{(\mathbf{A}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{R}) \mathbf{R}}{R^4} e^{-R/\xi} d\mathbf{r}', \quad (2.14)$$

где $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$. Величина ξ (длина когерентности), стоящая в экспоненте подынтегрального выражения, играет роль, аналогичную величине l в теории аномального скин-эффекта, и является мерой расстояния, на котором вектор-потенциал в данной точке влияет на величину плотности тока в соседних точках. В данном случае возникает вопрос выбора калибровки для $\mathbf{A}$. По отношению к произвольной геометрии образца справедливы те же качественные рассуждения: отсутствие на границе $\mathbf{j}_n$, обеспечение равенства $\operatorname{div} \mathbf{j} = 0$ и обращение в нуль $\mathbf{A}$ в объеме сверхпроводника, хотя математические детали здесь менее четкие. Однако в простейшем случае плоской поверхности выбор вектора $\mathbf{A}$ параллельным поверхности, но перпендикулярным $\mathbf{H}$ и обращающимся в нуль в глубине сверхпроводника, будет удовлетворять приведенным соображениям и граничным условиям. Длина когерентности ξ зависит от длины свободного пробега электронов, стремясь к сво-

ему предельному значению ξ_0 при $l \rightarrow \infty$. А. Б. Пиппард дал выражение, связывающее эти три параметра:

$$\frac{1}{\xi} = \frac{1}{\xi_0} + \frac{1}{l}. \quad (2.15)$$

Как оказалось впоследствии, эта же зависимость следует и из микроскопической теории.

При нелокальной связи (2.14) закон проникновения магнитного поля в общем случае отличен от экспоненциального, поэтому возникает вопрос определения глубины проникновения λ . Естественным обобщением понятий глубины проникновения для экспоненциального закона убывания является определение глубины проникновения по потоку. Для плоской геометрии это означает, что

$$\lambda = \frac{1}{H(0)} \int_0^{\infty} H(z) dz. \quad (2.16)$$

Из такого определения с учетом (2.8) получаем, что для сверхпроводников с локальной связью между $\mathbf{j}$ и $\mathbf{E}$ (2.5) $\lambda = \lambda_L$.

Если выполнено условие $l \gg \xi_0$ ($\xi = \xi_0$), однако $\lambda \gg \xi_0$, в уравнении (2.14) можно положить $\mathbf{A}(\mathbf{r}') = \mathbf{A}(\mathbf{r})$ и интегрировать по объему. Аналогично аномальному скин-эффекту (соотношение (1.46)) мы получим обычное уравнение Лондонов (2.10). Для общего случая $\xi \ll \lambda$ интегрирование (2.14) дает

$$\mathbf{j} = - \frac{\xi}{\xi_0} \frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \mathbf{A},$$

что при сравнении с (2.10) для глубины проникновения приводит к выражению

$$\lambda^2 = \frac{\xi_0}{\xi} \lambda_L^2.$$

Если $l \ll \xi_0$, то с учетом (2.15) $\lambda = \lambda_L \sqrt{\xi_0/l}$, что дает зависимость глубины проникновения от длины свободного пробега. Связь между $\mathbf{j}$ и $\mathbf{A}$, следующая из микроскопической теории, математически намного сложнее, поэтому формула (2.14) с экспоненциальным (его еще называют пиппардовским) интегральным ядром часто используется при решении различных задач [341, 367, 376, 377].

Рассмотрим предельный нелокальный случай, когда $\lambda \ll \xi_0$, $l \rightarrow \infty$, и оценим глубину проникновения λ_Π (в этом случае глубина проникновения называется пиппардовской). Для этого отметим, что приближенно вблизи поверхности распределение поля можно представить в виде экспоненциального множителя e^{-z/λ_Π} [149]. Этому закону формально соответствует локальное соотношение между $\mathbf{j}$ и $\mathbf{A}$

$$\mathbf{j} = - \frac{1}{\mu_0 \lambda_\Pi^2} \mathbf{A}(\mathbf{r}). \quad (2.17)$$

Для нахождения этой формальной связи заметим, что если бы вектор $\mathbf{A}$ был постоянен на расстояниях ξ_0 , то при интегрировании

(2.14) мы получили бы соотношение (2.10). Так как поле проникает в область λ_{Π} , то при вычислении тока вблизи границы плоского сверхпроводника $z=0$ правую часть (2.10) необходимо приблизительно увеличить в λ_{Π}/ξ_0 раз, т. е.

$$\mathbf{j} = - \frac{\lambda_{\Pi}}{\xi_0 \lambda_{\Pi}^2 \mu_0} \mathbf{A}(\mathbf{r}).$$

При сопоставлении этого соотношения с (2.17) для λ_{Π} получаем самосогласованное уравнение

$$\lambda_{\Pi}^2 = \frac{\lambda_{\Pi}^2 \xi_0}{\lambda_{\Pi}}$$

или

$$\frac{\lambda_{\Pi}}{\lambda_{\Pi}} = \left(\frac{\xi_0}{\lambda_{\Pi}} \right)^{1/3}.$$

Следовательно, в крайнем нелокальном пределе $\lambda \ll \xi$ (это условие согласно (2.15) также означает, что $\lambda \ll \xi_0$) глубина проникновения превосходит параметр λ_{Π} . Это является общим свойством в случае нелокальной связи между $\mathbf{j}$ и $\mathbf{A}$. Для промежуточного случая при нахождении λ необходимо использовать общее соотношение (2.14) между $\mathbf{j}$ и $\mathbf{A}$. Математические выкладки здесь аналогичны тем, которые уже делались при описании аномального скин-эффекта в нормальных металлах (см. гл. 1).

Ни уравнение Лондонов (2.10), ни локальное соотношение (2.14) недостаточно полно описывают высокочастотные процессы в сверхпроводниках при конечных температурах, так как эти уравнения не учитывают потери в сверхпроводниках на переменном токе. Действительно, при изменении $\mathbf{A}$ по закону $e^{i\omega t}$ плотность тока по (2.14) будет изменяться в фазе с $\mathbf{A}$, а так как в выбранной калибровке

$$\mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = - i\omega \mathbf{A}, \quad (2.18)$$

то фазы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{j}$ будут сдвинуты на $\pi/2$. Поверхностный импеданс в этом случае будет чисто мнимым:

$$Z = \frac{E_{\tau}(0)}{H_{\tau}(0)} = - i\omega \frac{A_{\tau}(0)}{H_{\tau}(0)} = i\omega \mu_0 \lambda.$$

При выводе этого соотношения использованы уравнения (1.8), (2.16), (2.18), а также то, что $A_{\tau}(0) = - \mu_0 \int_0^{\infty} H_{\tau}(z) dz$, так как $\text{rot } \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{H}$.

При температурах, отличных от нуля, в сверхпроводниках при переменном токе имеются активные потери. В этом случае действительная часть комплексной глубины проникновения (см. соотношение (1.11)) зависит от частоты и не равна λ .

Мнимая и действительная части [75] комплексной глубины проникновения связаны общим соотношением Крамера — Кронига (соответственно можно связать X и R)

$$\delta_1(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{x \delta_2(x)}{x^2 - \omega^2} dx + \delta_1(\infty), \quad \delta_2(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\delta_1(x)}{x^2 - \omega^2} dx. \quad (2.19)$$

Из этих соотношений можно выразить частотные поправки к λ при данной температуре через поверхностное сопротивление R . Полагая в первой формуле (2.19) $\omega = 0$, $\delta(0) = \lambda$ и вычитая из $\delta_1(\omega)$, находим

$$\delta_1(\omega) - \lambda = \frac{2\omega^2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\delta_2(x)}{x(x^2 - \omega^2)} dx$$

или, используя $R = \omega \mu_0 \delta_2$,

$$\delta_1(\omega) - \lambda = \frac{2\omega^2}{\pi \mu_0} \int_0^{\infty} \frac{R(x)}{x^2(x^2 - \omega^2)} dx. \quad (2.20)$$

Данное соотношение было использовано в работах [108, 196, 412] для нахождения частотных поправок к λ при различных температурах по экспериментальным данным частотной зависимости поверхностного сопротивления. При температурах $T < 0,8 T_K$ и частотах ~ 10 ГГц эти поправки для олова и свинца не превосходят 5—8 %. Таким образом, даже для СВЧ δ_1 в области низких температур совпадает со статической глубиной проникновения λ .

2. ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС СВЕРХПРОВОДНИКОВ В ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

До создания микроскопической теории сверхпроводимости при теоретических и экспериментальных исследованиях высокочастотных свойств сверхпроводников применялись феноменологические модели, в основу которых была положена двухжидкостная модель Гортера — Казимира [99, 297]. Описание поверхностного импеданса с помощью двухжидкостной модели не всегда удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными, а в некоторых случаях просто невозможно объяснить те или иные особенности поведения сверхпроводников в высокочастотных полях. Несмотря на это, феноменологические модели сыграли большую роль в изучении сверхпроводников. Ими часто пользуются и в настоящее время, так как они просты и наглядны и в целом ряде случаев, которые касаются практического использования сверхпроводников, дают хорошее согласие с экспериментом. Вычисление поверхностного сопротивления сверхпроводников при помощи микроскопической теории всегда связано со значительными трудностями, так как точные аналитические формулы могут быть найдены только для

некоторых предельных случаев, значения же этого параметра в промежуточных областях могут быть найдены только путем сложных численных расчетов.

Одним из основных недостатков существовавших феноменологических моделей было то, что полученные с их помощью результаты не согласовались с экспериментальными в наиболее интересной области низких приведенных температур. Г. Лондон [297] первым применил двухжидкостную модель Гортера — Казимира [296] для описания поведения сверхпроводников в переменных полях. Согласно этой модели предполагается, что при температуре ниже критической, одна часть электронов n_c находится в сверхпроводящем состоянии, а другая n_n — в нормальном:

$$n_n = n f_n(t_{пр}), \quad n_c = n f_c(t_{пр}), \quad n = n_n + n_c, \quad (2.21)$$

где n — концентрация электронов в металле.

Таким образом, концентрации нормальных и сверхпроводящих электронов являются функциями приведенной температуры. В модели Гортера — Казимира функции $f_n(t_{пр})$ и $f_c(t_{пр})$ определяются следующим образом:

$$f_n(t_{пр}) = t_{пр}^4, \quad f_c(t_{пр}) = 1 - t_{пр}^4.$$

Результаты, полученные Г. Лондоном, интерпретировались на основе этой двухжидкостной модели, т. е. считалось, что полная плотность тока состоит из двух компонент: нормальной, подчиняющейся закону Ома, и сверхпроводящей, подчиняющейся уравнениям Лондонов:

$$j_n = f_n(t_{пр}) \sigma E, \quad j_c = \frac{1}{i \omega \mu_0 \lambda_L^2} E, \quad j = j_n + j_c. \quad (2.22)$$

Решая уравнения (2.22) совместно с уравнениями Максвелла, нетрудно найти отношение поверхностного сопротивления сверхпроводника к поверхностному сопротивлению нормального металла

$$r = \frac{R_c}{R_n} = 2 \left[\frac{\lambda_L(0)}{\delta_{кл}} \right]^3 \frac{t_{пр}^4}{(1 - t_{пр}^4)^{3/2}}, \quad (2.23)$$

где $\lambda_L(0)$ — лондоновская глубина проникновения при $t_{пр} = 0$. Очевидно, что $R_c \sim \omega^2$.

Выражение (2.23) имеет такой же функциональный вид, как и эмпирическое соотношение, полученное А. Б. Пиппардом [350],

$$r = A(\omega) f(t_{пр}) + r_0, \quad (2.24)$$

где $f(t_{пр}) = \frac{t_{пр}^4 (1 - t_{пр}^2)}{(1 - t_{пр}^4)^2}$; $A(\omega) \sim \omega^{3/2}$ — некоторая функция частоты;

r_0 — остаточное сопротивление.

Частотная зависимость в (2.23) входит через $\delta_{кл}$. Очевидно, $r \sim \omega^{3/2}$, что совпадает с частотной зависимостью в (2.24). Температурные зависимости в (2.23) и (2.24) совпадают только качест-

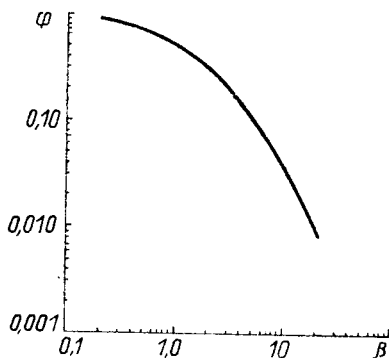


Рис. 2.1. Функция $\Phi(\beta)$.

числа нормальных электронов при малых значениях $t_{\text{пр}}$ и в этом случае будет особенно большим расхождение результатов.

Если сравнить эмпирическую температурную зависимость поверхностного сопротивления, полученную А. Б. Пиппардом, с результатами микроскопической теории, которые в ряде случаев хорошо согласуются с экспериментальными, можно видеть, что в области низких приведенных температур они значительно отличаются. Оказывается, что в области малых значений $t_{\text{пр}}$ для очень чистых образцов имеет место почти экспоненциальная зависимость поверхностного сопротивления от температуры и, естественно, аппроксимировать такой ход степенной зависимостью не удастся. По этой причине температурная зависимость вида (2.24) удовлетворительно согласуется с экспериментальной только в области средних значений приведенных температур.

Нелокальная связь между полем и нормальной компонентой тока была учтена в работе [309] с использованием точной теории аномального скин-эффекта [357]. В результате решения сложного интегро-дифференциального уравнения для случая диффузного отражения электронов от поверхности было получено выражение

$$r = \frac{\Phi(\beta)}{[f_n(t_{\text{пр}})]^{1/3}}, \quad (2.25)$$

где

$$\beta = \frac{9}{16 [f_n(t_{\text{пр}})]^{3/2}} \left(\frac{\delta_{\text{эф}}}{\lambda_{\text{Л}}} \right)^2, \quad \delta_{\text{эф}} = \frac{2R_{\infty}}{\omega \mu_0}.$$

Функция $\Phi(\beta)$ представляется довольно громоздким выражением, и мы его здесь не приводим (ее значения представлены на рис. 2.1). Следует отметить, что из соотношения (2.25) ни температурная, ни частотная зависимости в явном виде не следуют, что существенно затрудняет его использование. Анализ уравнения (2.25) и сопоставление результатов вычислений с экспериментом проведены в работе [308]. Показано, что частотная зависимость r , следующая из уравнения (2.25), в области низких частот несколько более слабая ($r \sim \omega^{1,22}$), чем в уравнениях (2.23) и (2.24), что

венно. Так, уже при $t_{\text{пр}} = 0,8$ значения величин r отличаются в два раза. Совершенно ясно, что ожидать хорошего согласия результатов экспериментальных исследований и вычислений по соотношению (2.23) не следует, так как это уравнение получено в предположении локальных связей между полями и токами, что при низких температурах для чистых металлов не выполняется. Более того, как будет показано далее, двухжидкостная модель Гортера — Казимира не дает правильных количественных результатов для

лучше согласуется с экспериментом, однако вычисленные значения примерно в три раза меньше экспериментальных. В области высоких частот частотная зависимость более крутая, чем наблюдаемая. Что же касается температурных зависимостей, то наблюдаемая зависимость и вычисленная по уравнению (2.24) практически совпадают, а это означает, что в области низких значений приведенных температур формула (2.25) не согласуется с экспериментом.

Таким образом, с помощью существующих феноменологических моделей поверхностного импеданса сверхпроводников в большинстве случаев можно получить только качественное описание поведения поверхностного сопротивления сверхпроводников. Если частотная зависимость поверхностного сопротивления $R_c \sim \omega^2$ в ряде случаев удовлетворительно описывает поведение сверхпроводников, то температурная зависимость в области низких приведенных температур не дает удовлетворительного согласия с экспериментом.

3. МЕТОД ЭФФЕКТИВНЫХ ПОЛЕЙ И ЭФФЕКТИВНЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ В ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА СВЕРХПРОВОДНИКОВ

Рассмотрим общую феноменологическую модель для определения поверхностного сопротивления сверхпроводников в широком частотном и температурном интервалах [99, 112]. Хотя метод, используемый при этом, и не является достаточно строгим, однако в ряде случаев он дает хорошее согласие с точной теорией. Метод основывается на введении эффективной проводимости для компоненты электрического тока, обусловленной нормальными носителями заряда, подобно тому, как это было проделано А. Б. Пиппардом для аномального скин-эффекта в нормальных металлах.

В случае сверхпроводников при температурах, несколько ниже критической ($T < 0,9 T_K$), во всех радио- и СВЧ диапазонах $R \ll X$. Поэтому закон проникновения магнитного поля определяется в основном сверхтекучей компонентой и близок к распределению постоянного магнитного поля. Если известен поверхностный реактанс сверхпроводника X_c , то глубину проникновения можно принять равной реальной части:

$$\delta_c = \frac{X_c}{\omega \mu_0}. \quad (2.26)$$

У сверхпроводников II рода $\delta_c \approx \lambda_p$, а у сверхпроводников I рода $\delta_c \approx \lambda_p$.

Остановимся на вопросе о глубине проникновения полей в сверхпроводники I и II рода, так как именно этот параметр будет использоваться для вычисления поверхностного сопротивления. В сверхпроводниках II рода существует локальная связь между полем и током. Поведение таких сверхпроводников в электромагнитных полях хорошо описывается уравнениями Лондонов (2.5),

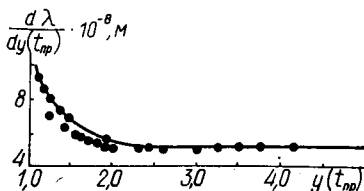


Рис. 2.2. Зависимость производной $d\lambda/dy$ от $y(t_{\text{пр}})$:

сплошная кривая — значения, вычисленные на основе теории БКШ; точки — экспериментальные результаты.

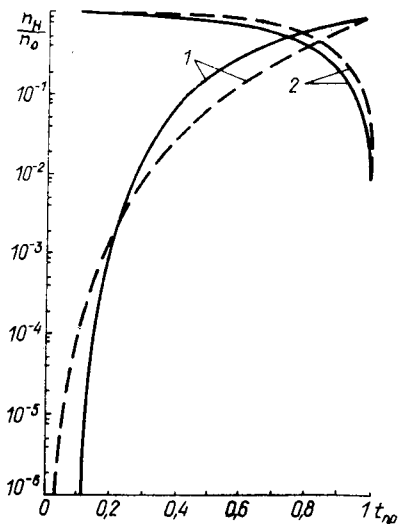


Рис. 2.3. Зависимости приведенных концентраций n_{H}/n_0 от $t_{\text{пр}}$:

— — — вычисленные на основе двухжидкостной модели Гортера—Казимира; — по микроскопической теории ($\Delta(0) = 1,76 k_B T_K$); 1 — n_{H}/n_0 ; 2 — n_{C}/n_0 .

(2.6). При этом глубина проникновения поля определяется соотношением (2.7). Такое же соотношение для глубины проникновения при $\xi_0 \ll \lambda_L(0)$ (ξ — длина когерентности) следует и из микроскопической теории [180]. Концентрация сверхпроводящих электронов n_c зависит от приведенной температуры $t_{\text{пр}}$ и в модели Гортера — Казимира определяется соотношениями (2.21), при этом

$$\lambda_L = \frac{\lambda_L(0)}{(1 - t_{\text{пр}}^4)^{1/2}}. \quad (2.27)$$

Ход температурной зависимости (2.27) глубины проникновения хорошо согласуется с результатами эксперимента, что впервые было показано в работе [217]. Этот факт был несомненным успехом двухжидкостной модели.

Однако впоследствии более точные измерения показали, что при $t_{\text{пр}} < 0,8$ наблюдаются отклонения от соотношения (2.27), что особенно хорошо видно при рассмотрении зависимости производной $\frac{d\lambda}{dy}$ от y , где $y(t_{\text{пр}}) = (1 - t_{\text{пр}}^4)^{-1/2}$ [244] (рис. 2.2). Наибольшее расхождение результатов наблюдается в области низких значений приведенных температур. Это связано с тем, что, как мы уже говорили, двухжидкостная модель Гортера — Казимира в области низких приведенных температур дает неправильное соотношение между нормальными и сверхпроводящими электронами. Концентрации нормальных и сверхпроводящих электронов могут быть вычислены из микроскопической теории [312]:

$$f_n(t_{np}) = \frac{1}{2k_B T} \int_0^\infty \frac{du}{\operatorname{ch}^2 \frac{\sqrt{\Delta u^2 + \Delta^2}}{2k_B T}},$$

$$f_c(t_{np}) = 1 - f_n(t_{np}). \quad (2.28)$$

Здесь k_B — постоянная Больцмана; Δ — энергетическая щель. Интеграл, входящий в соотношение (2.28), не берется в элементарных функциях, однако может быть легко протабулирован путем численного интегрирования. В пределах же низких температур интеграл имеет следующее приближенное значение:

$$I(t_{np}) = \left[\frac{2\pi\Delta(T)}{k_B T} \right]^{1/2} e^{-\Delta(T)/k_B T}.$$

Этим соотношением можно пользоваться вплоть до значений приведенных температур порядка 0,7. Из рис. 2.3 видно, что зависимости для относительных концентраций, полученные из модели Гортера — Казимира (соотношения (2.22)) и из соотношений (2.28), не совпадают. Наибольшее расхождение наблюдается для значений n_n/n в области малых приведенных температур. Значения n_n/n при различных величинах щели, полученные численным интегрированием соотношения (2.28), приведены в работе [99].

При нелокальном проникновении магнитного поля А. Б. Пиппард [353] заменил уравнение Г. Лондона (2.10) на нелокальное соотношение (2.14). При этом

$$\delta_\Pi = \left(\frac{\sqrt{3}}{2\pi} \xi_0 \lambda_L^2 \right)^{1/3}. \quad (2.29)$$

Глубина проникновения переменных полей при температурах, не слишком близких к T_K , может характеризоваться значениями λ_L и λ_Π [99]. Теперь, используя метод эффективных полей и эффективных проводимостей [99, 112], учитывая соотношение (2.26) и используя значения концентраций нормальных электронов, полученные из микроскопической теории, мы можем построить феноменологическую модель поверхностного импеданса сверхпроводников I и II рода. Данный метод заключается в следующем. При определении глубины проникновения по (2.16) можно ввести эффективные поля, являющиеся решением локальной задачи, но приводящие к тому же значению поверхностного реактанса.

Для локальной связи вектора-потенциала и плотности тока закон проникновения полей описывается экспонентой $H = H(0)e^{-z/\delta_c}$. Для учета мнимой части поверхностного импеданса положим $j = \left(\sigma_n + \frac{1}{i\omega\mu_0\delta_c^2} \right) E$, где для указанного выше диапазона частот и температур $\sigma_n \ll \frac{1}{\omega\mu_0\delta_c^2}$. Решение задачи с такой связью между j и E дает экспоненциальные затухания амплитуд электромагнитного поля с

эффективной глубиной проникновения δ_c . Поверхностный импеданс сверхпроводников находится из соотношений (1.7) и (1.34), где вместо σ_n необходимо взять величину $(\sigma_n + 1/i\omega\mu_0\delta_c)$. В данном случае определим R_c эквивалентной, но с физической точки зрения более наглядной методикой.

Для плоской задачи

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -i\omega\mu_0 H.$$

В случае $X_c \gg R_c$ с учетом (2.27)

$$E = i\omega\mu_0\delta_c H. \quad (2.30)$$

Мгновенная мощность потерь на единичном квадрате толщиной dz как функция координаты z в этом случае может быть определена из соотношения $dP(z, t_{\text{пр}}) = j_n E(z, t_{\text{пр}}) dz = \sigma_n |E(z, t_{\text{пр}})|^2 dz$, где $\sigma_n = \sigma f(t_{\text{пр}})$. После усреднения по времени и интегрирования по координате z с учетом (2.26) находим среднюю мощность потерь на единичный квадрат поверхности

$$P_R = \frac{1}{4} \sigma_n \delta_c |E_0|^2. \quad (2.31)$$

Здесь E_0 — амплитуда напряженности поля на поверхности. Подставляя (2.30) в (2.31), получаем $P_R = \frac{1}{4} \sigma_n \delta_0^3 \omega^2 \mu_0 |H_0|^2$, откуда, учитывая (1.16), находим

$$R_c = \frac{1}{2} \sigma_n \delta_c^3 \omega^2 \mu_0^2. \quad (2.32)$$

Соотношение (2.32) справедливо только при локальной связи между полем и током нормальных электронов, т. е. $l \ll \delta_c$. Однако у чистых сверхпроводников при низких температурах на СВЧ $l \gg \delta_c$. В этом случае можно ввести некоторое эффективное число нормальных электронов и эффективную проводимость:

$$n_{\text{н.эф}} = n_n \frac{\delta_c}{l} b = n f_n(t_{\text{пр}}) \frac{\delta_c}{l} b, \quad (2.33)$$

$$\sigma_{\text{н.эф}} = \frac{n_{\text{н.эф}} e^2 \delta_c b}{m_0 v_{\text{Ф}}},$$

где b — коэффициент, зависящий от характера отражения электронов от поверхности. Однако, в отличие от аномального скин-эффекта, в данном случае используется значение δ_c , а не δ_∞ , так как электроны взаимодействуют с полем только в области δ_c . Таким образом, коэффициент b является подгоночным параметром, который можно варьировать в тех или иных пределах для получения хорошего количественного согласия. Частотная и температурная зависимости, если выбранная модель верна, должны совпадать с данными точной теории и эксперимента. Абсолютное значение параметра b , вычисленное по точной теории аномального скин-эффекта, равно примерно 10,3 для зеркального отражения

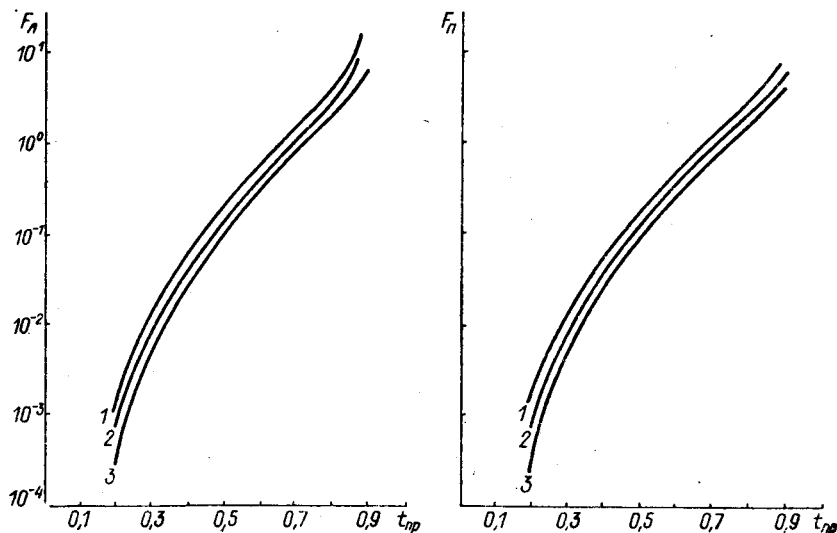


Рис. 2.4. Зависимости F_L и F_Π от температуры:

1 — $\Delta(0) = 1,75 k_B T_K$; 2 — $\Delta(0) = 1,85 k_B T_K$; 3 — $\Delta(0) = 2,09 k_B T_K$.

электронов от поверхности и 7,3 для диффузного. По-видимому, в данном случае следует ориентироваться на такие же значения этого параметра.

Из соотношений (2.32) и (2.33) находим

$$R_c = \frac{b}{2} \frac{n_n e_0^2 \delta_c^4 \omega^2 \mu_0^2}{m_0 v_\Phi}. \quad (2.34)$$

Учитывая (2.33), (2.27), (2.29), (2.21), а также (2.26), из соотношения (2.34) находим значения поверхностного сопротивления лондоновских и пиппардовских сверхпроводников

$$R_c^L = \frac{b}{2} \frac{\sigma}{l} \lambda_L^4(0) \omega^2 \mu_0^2 F_L(t_{пр}) = \frac{b}{2} \frac{\sigma}{l} \frac{X_L^4(0)}{\omega^2 \mu_0^2} F_L(t_{пр}), \quad (2.35)$$

$$F_L(t_{пр}) = f_n(t_{пр}) [f_c(t_{пр})]^{-2},$$

$$R_c^\Pi = \frac{b}{2} \frac{\sigma}{l} \lambda_\Pi^2(0) \omega^2 \mu_0^2 F_\Pi(t_{пр}) = \frac{b}{2} \frac{\sigma}{l} \frac{X_\Pi^4(0)}{\omega^2 \mu_0^2} F_\Pi(t_{пр}),$$

$$F_\Pi(t_{пр}) = f_n(t_{пр}) [f_c(t_{пр})]^{-4/3}, \quad (2.36)$$

где $\lambda_\Pi(0) = \left[\frac{\sqrt{3}}{2\pi} \xi_0 \lambda_L(0) \right]^{1/3}$ — пиппардовская глубина проникновения при $T=0$. Из этих соотношений следует, что поверхностное сопротивление сильно зависит от абсолютного значения глубины проникновения, поэтому даже небольшие ошибки в определении этого параметра могут привести к существенным ошибкам в определении R_c . Поскольку для расчета R_c могут быть использованы экспериментальные значения δ_c и при этом не возникает вопрос о

$t_{\text{пр}}$	$R_c^{\text{M}-\text{B}}$	$R_c^{\text{A}-\Gamma-\text{X}}$	R_c	$\frac{R_c^{\text{M}-\text{B}}}{R_c^{\text{A}-\Gamma-\text{X}}}$	$b = \frac{R_c^{\text{M}-\text{B}}}{R_c}$
-----------------	---------------------------	----------------------------------	-------	--	---

Ниобий

0,20	$2,4656 \cdot 10^{-7}$	$0,4354 \cdot 10^{-7}$	$0,1767 \cdot 10^{-7}$	5,66	13,8
0,30	$4,4073 \cdot 10^{-6}$	$0,7399 \cdot 10^{-6}$	$0,3203 \cdot 10^{-6}$	5,58	13,7
0,40	$1,8842 \cdot 10^{-5}$	$0,3358 \cdot 10^{-5}$	$0,1493 \cdot 10^{-5}$	5,60	12,5
0,454	$3,2862 \cdot 10^{-5}$	$0,5765 \cdot 10^{-5}$	$0,2825 \cdot 10^{-5}$	5,70	11,6
0,60	$1,0156 \cdot 10^{-4}$	$0,1676 \cdot 10^{-4}$	$0,9055 \cdot 10^{-5}$	6,06	11,2
0,70	$1,9912 \cdot 10^{-4}$	$0,3049 \cdot 10^{-4}$	$0,1896 \cdot 10^{-4}$	6,53	10,5
0,80	$4,0670 \cdot 10^{-4}$	$0,5363 \cdot 10^{-4}$	$0,4229 \cdot 10^{-4}$	7,50	9,6

Свинец

0,2	$6,5301 \cdot 10^{-8}$	$1,6070 \cdot 10^{-8}$	$0,5326 \cdot 10^{-8}$	4,33	12,2
0,3	$1,6464 \cdot 10^{-6}$	$3,9248 \cdot 10^{-7}$	$0,1369 \cdot 10^{-7}$	4,20	12,0
0,4	$8,2859 \cdot 10^{-6}$	$2,0136 \cdot 10^{-6}$	$0,7184 \cdot 10^{-6}$	4,12	11,5
0,5	$2,3280 \cdot 10^{-5}$	$0,5688 \cdot 10^{-5}$	$0,2148 \cdot 10^{-5}$	4,09	10,8
0,6	$5,1272 \cdot 10^{-5}$	$1,2479 \cdot 10^{-5}$	$0,5038 \cdot 10^{-5}$	4,11	10,2
0,7	$1,0415 \cdot 10^{-4}$	$0,2461 \cdot 10^{-4}$	$0,0522 \cdot 10^{-4}$	4,23	8,3

Примечание. Для ниобия $f = 11,2$ ГГц; $\Delta(0) = 1,85$; $v_{\Phi} = 2,9 \cdot 10^5$ м/с; $l = 10^{-6}$ м; $\delta_c = 4,7 \cdot 10^{-8}$ м; $b_{\text{ср}} = 11,7$; для свинца $f = 11,2$ ГГц; $\Delta(0) = 2,05$; $v_{\Phi} = 6,0 \cdot 10^5$ м/с; $\delta_{\text{Л}} = 3,08 \times 10^{-8}$ м; $l = 7,1 \cdot 10^{-7}$ м; $\delta_c = 4,4 \cdot 10^{-8}$ м; $b_{\text{ср}} = 10,1$.

концентрации и эффективной массе сверхпроводящих электронов, применение полученных соотношений существенно упрощается. Температурные зависимости $F_{\text{Л}}(t_{\text{пр}})$ и $F_{\text{П}}(t_{\text{пр}})$, вычисленные с учетом соотношений (2.28), показаны на рис. 2.4.

Для сравнения приближенных результатов с точными, полученными согласно микроскопической теории, воспользуемся данными работ [3, 305]. В табл. 3 приведены значения поверхностного сопротивления ниобия и свинца, вычисленные согласно теории Маттиса — Бардина ($R_c^{\text{M}-\text{B}}$), значения R_c , вычисленные из соотношений (2.35) и (2.36), и их отношения. Значения $R_c^{\text{A}-\Gamma-\text{X}}$ вычислены в пиппардовском пределе. Видно, что значения $R_c^{\text{M}-\text{B}}$ и R_c хорошо согласуются при $b \sim 10$. Для ниобия среднее значение этого коэффициента составляет 11,7, для свинца — 10,1. Отклонение величины поверхностного сопротивления на краях температурного интервала от значений $R_c^{\text{M}-\text{B}}$ при указанных значениях коэффициента b в обоих случаях составляет не более 15 %.

Таким образом, полученная температурная зависимость хорошо согласуется с данными точной теории (особенно в области низких температур). Частотная зависимость $R_c \sim \omega^2$ также хорошо согласуется с результатами микроскопической теории, при $\hbar\omega \ll k_{\text{B}}T \ll \Delta(0)$ она очень близка к зависимости $R_c = \omega^2$ [247].

Для сравнения теоретических данных с экспериментом иногда пользуются формулой [402]

$$R_{\text{экс}} = AR_{\text{БКШ}}(\Delta) + R_{\text{ост}}, \quad (2.37)$$

в которую в качестве свободного параметра кроме A и $R_{\text{ост}}$ входит также энергетическая щель $\Delta(0)$. Применение этого соотношения связано с тем, что значение поверхностного сопротивления, вычисленного согласно микроскопической теории при $2\Delta(0) = 3,52 T_K$, не совпадает с экспериментальными значениями. Варьируя три свободных параметра: A , $R_{\text{ост}}$ и $\Delta(0)$, можно добиться хорошего согласия с экспериментом. Однако при использовании соотношений (2.35) и (2.36) нет необходимости вводить в уравнение (2.37) дополнительный подгоночный параметр A , так как в эти соотношения входит подгоночный коэффициент b .

На рис. 2.5 приведены экспериментальные данные, полученные в работах [93, 402, 409], а также результаты вычислений согласно теории Маттиса — Бардина и из соотношений (2.35) и (2.36). Видно, что во всей области температур экспериментальные и теоретические результаты хорошо согласуются. Между результатами точной теории и вычислений по формулам (2.35) и (2.36) также наблюдается хорошее согласие, при $t_{\text{пр}} < 0,6$ они практически совпадают. При более высоких температурах по соотношениям (2.35) и (2.36) получаются завышенные значения R_c , однако до $t_{\text{пр}} \sim 0,8$ ошибка не превышает 11 %, что вполне приемлемо для практического использования этих соотношений.

Необходимость введения эффективной проводимости в соответствии с (2.33) можно показать и более строгим путем. Зная поля в скин-слое сверхпроводника, а также концентрацию нормальных электронов, вычислим потери энергии в единичном квадрате поверхности в модели свободных электронов для случая $l \rightarrow \infty$. В случае, когда $R_c \ll X_c$, поле в скин-слое записывается следующим образом:

$$E = E_0 e^{i\omega t - z/\delta_c},$$

где E_0 — амплитуда электрического поля на поверхности, а ось z направлена в глубь металла. Электроны, двигаясь со скоростью v_F , влетают в скин-слой, определенное время взаимодействуют с полем, а затем покидают его, унося с собой энергию,

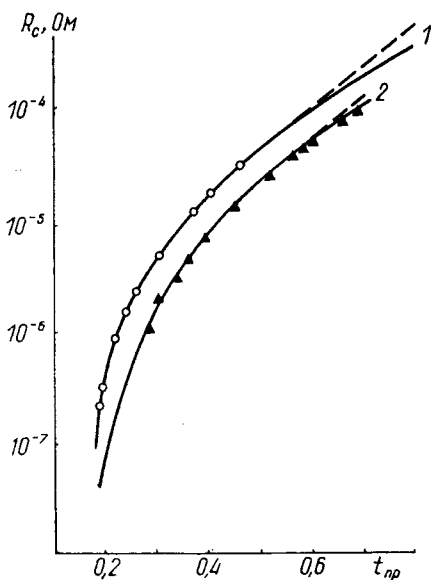


Рис. 2.5. Зависимости поверхностного сопротивления ниобия (1) и свинца (2) от приведенной температуры.

полученную от поля (мы не будем пока касаться вопроса о том, где и как они рассеивают эту энергию).

Рассмотрим электроны, которые движутся от поверхности в глубь металла. Очевидно, через единичную площадку в изотропном случае за каждую секунду под углом Θ из скин-слоя будет выходить следующее количество электронов:

$$dn_n(\Theta) = \frac{n_n}{2} v_\Phi \sin \Theta \cos \Theta d\Theta,$$

где угол Θ отсчитывается от нормали, направленной в глубь металла.

Вычислим энергию, которую будет уносить электрон, летящий под углом Θ . Скорость такого электрона в направлении z

$$v_z(\Theta) = v_\Phi \cos \Theta.$$

Сила, действующая на электрон, перпендикулярна оси z и

$$F(z, t) = e_0 E_0 e^{-z/\delta_c} \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Учитывая, что $z = v_z t$, нетрудно найти импульс, полученный электроном от поля,

$$\begin{aligned} p &= \int_0^\infty F(t) dt = e_0 E_0 \int_0^\infty e^{-\frac{v_\Phi \cos \Theta}{\delta_c} t} \sin(\omega t + \varphi_0) dt = \\ &= \frac{e_0 E}{A^2 + B^2} (A \sin \varphi_0 + B \cos \varphi_0). \end{aligned}$$

Здесь $A = \frac{v_\Phi \cos \Theta}{\delta_c}$; $B = \omega$. В связи с тем что электрон дважды проходит область скин-слоя, двигаясь к поверхности и обратно, при расчете энергии полученное значение импульса при зеркальном отражении следует удвоить. В случае диффузного отражения импульс увеличится несколько меньше, так как при этом электрон может отразиться от поверхности в любом направлении, рассеивая часть своей энергии на поверхности. Усредняя значение квадрата импульса по φ_0 , находим искомое значение энергии

$$\varepsilon_1(\Theta) = \frac{e_0^2 E_0^2}{m_0 (A^2 + B^2)}.$$

Теперь нетрудно вычислить среднее значение мощности, расходуемой полем на единичном квадрате поверхности,

$$\bar{P} = \int_0^{\pi/2} \varepsilon_1(\Theta) dn_n(\Theta) = \frac{e_0^2 E_0^2 v_\Phi}{2m_0} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin \Theta \cos \Theta}{A^2 + B^2} d\Theta.$$

Подставляя значения A и B и производя интегрирование, получаем

$$\bar{P} = \frac{e_0^2 E_0^2 n_n \delta_c^2}{4m_0 v_\Phi} \ln \left[\left(\frac{v_\Phi}{\omega \delta_c} \right)^2 + 1 \right]. \quad (2.38)$$

Учитывая, что $|E_0| = \omega \mu_0 \delta_c |H_0|$, а $\bar{P} = \frac{1}{2} R |H_0|^2$, получаем значение поверхностного сопротивления

$$R_c = \frac{n_n e_0^2 \delta_c^4 \omega^2 \mu_0^2}{2 m_0 v_\Phi} \ln \left[\left(\frac{v_\Phi}{\omega \delta_c} \right) + 1 \right]. \quad (2.39)$$

Если сравнить (2.39) с (2.35) и (2.36), то легко видеть, что

$$\beta = \ln \left[\left(\frac{v_\Phi}{\omega \delta_c} \right)^2 + 1 \right]. \quad (2.40)$$

Положив для свинца $v_\Phi = 6 \cdot 10^5$ м/с [40] и $\delta_c = 4,8 \cdot 10^{-8}$ м, на частоте 10^{10} Гц получим $b = 10,6$. Как мы уже видели, для свинца этот параметр, полученный на основании сравнения с микроскопической теорией, равен 10,1.

Сравнивая (2.38) с (2.34), нетрудно видеть, что роль эффективной проводимости в соотношении (2.39) играет величина

$$\sigma_{н.эф} = \frac{n_n e_0^2 \delta_c}{m_0 v_\Phi} \ln \left[\left(\frac{v_\Phi}{\omega \delta_c} \right)^2 + 1 \right]. \quad (2.41)$$

Это значение полностью совпадает с величиной эффективной проводимости в (2.33), если учесть (2.40). Наконец, учитывая температурные зависимости λ_L и λ_Π , а также зависимость n_n от температуры, получаем уравнения для вычисления поверхностного сопротивления лондоновских и пиппардовских сверхпроводников

$$R_c^L = \frac{n e_0^2}{2 m_0 v_\Phi} \lambda_L^4(0) \omega^2 \mu_0^2 \ln \left[\left(\frac{v_\Phi}{\omega \delta_c} \right)^2 + 1 \right] F_L(t_{пр}), \quad (2.42)$$

$$R_c^\Pi = \frac{n e_0^2}{2 m_0 v_\Phi} \lambda_\Pi^4(0) \omega^2 \mu_0^2 \ln \left[\left(\frac{v_\Phi}{\omega \delta_c} \right)^2 + 1 \right] F_\Pi(t_{пр}). \quad (2.43)$$

Эти соотношения полностью совпадают с выражениями (2.35) и (2.36), если учесть (2.40), а также то, что $v_\Phi / \omega \lambda \gg 1$. Из соотношений (2.42) и (2.43) видно, что частотная зависимость поверхностного сопротивления соответствует показателю степени, несколько меньшему двух. Для свинца и ниобия на частоте 10 ГГц он равен 1,81 и 1,78 соответственно. Из микроскопической теории значение этого показателя равно 1,76 [14].

Укажем еще одно обстоятельство, которое следует из приведенного рассмотрения. К соотношению для эффективной проводимости (2.33) А. Б. Пиппард пришел при рассмотрении аномального скин-эффекта путем введения концентрации эффективных электронов [348], т. е. по сути путем введения некоей эффективной концентрации нормальных электронов.

К соотношению такого же типа (см. соотношение (2.41)) мы пришли несколько другим путем, рассчитывая мощность потерь на рассматриваемой поверхности и не прибегая к концентрации эф-

фективных электронов. Поэтому соотношение (2.41) можно интегрировать и другим путем, который с нашей точки зрения является более физичным. Действительно, можно считать, что величину эффективной проводимости определяет не наличие новой эффективной концентрации, а наличие некоей новой усредненной эффективной длины свободного пробега, равной $\delta_c \ln \left[1 + \left(\frac{v_\Phi}{\omega \delta_c} \right)^2 \right]$. Разум-

ность такого предположения может быть обоснована следующим образом. Будем считать, что длина свободного пробега — это то расстояние, после прохождения которого электрон рассеивает энергию, полученную у поля. Тогда для электронов, движущихся перпендикулярно поверхности, длина свободного пробега будет δ_c , для электронов, движущихся под углом Θ , — $\delta_c / \cos \Theta$. Естественно, что при $\Theta \rightarrow \pi/2$ длина свободного пробега стремится к бесконечности (электроны движутся параллельно поверхности) — такие электроны отбирать энергию у поля не будут.

Естественно предположить, что некое усредненное эффективное значение длины свободного пробега будет лежать между δ_c и ∞ .

Из расчета следует, что оно в $\ln \left[\left(\frac{v_\Phi}{\omega \delta_c} \right)^2 + 1 \right]$ раз больше, чем δ_c .

4. ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС СВЕРХПРОВОДНИКОВ В МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

4.1. Основные положения микроскопической теории

Феноменологические теории сверхпроводимости [30, 347] используются при описании ряда свойств сверхпроводников, однако во многих случаях они дают приближенное описание и часто даже качественно с их помощью нельзя описать особенности поведения того или иного параметра. В связи с этим большое значение имеет создание Бардиным, Купером, Шриффером микроскопической теории сверхпроводимости — теории БКШ [187]. В этой теории используется установленный Купером факт [213], что сколь угодно слабое притяжение между двумя электронами может привести к образованию связанного состояния, энергия которого меньше суммы энергий отдельных электронов. Предположение существования притяжения электронов, которое возникает из-за их взаимодействия с колебаниями кристаллической решетки (фононами), было впервые высказано Фрелихом [235], а последующие эксперименты [307, 358] однозначно подтвердили правильность этого предположения.

Физически притяжение связано с поляризацией решетки ионов одним из электронов, что приводит к притяжению второго электрона. Если притяжение достаточно, чтобы превысить отталкивающее кулоновское взаимодействие, то это приводит к образованию связанных пар электронов. Как показывает анализ [187, 213], связанные состояния осуществляются для пар электронов (купе-

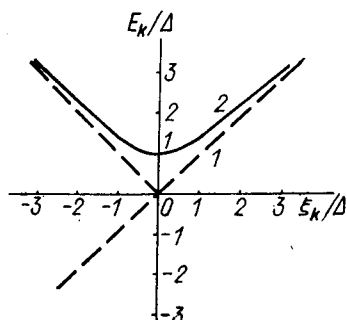


Рис. 2.6. Зависимость энергии возбуждений для нормального (1) и сверхпроводящего (2) E_k состояний от ξ_k .

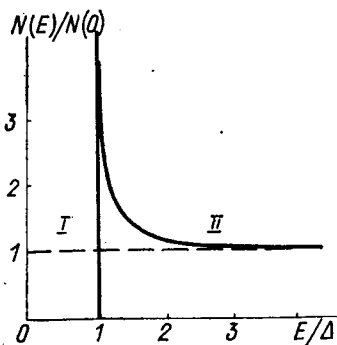


Рис. 2.7. Плотности состояний для нормального (I) и сверхпроводящего (II) состояний вблизи энергии Ферми.

ровские пары) с равными и противоположно направленными импульсами и спинами. Пары электронов не существуют независимо друг от друга, а образуют конденсат, обеспечивающий единое квантовое состояние. Спаренные электроны, образующие куперовскую пару, обладают спином, равным нулю, и такую квазичастицу приближенно можно рассматривать как бозон. При наименьшей энергии все пары должны находиться в одинаковом квантовом состоянии. Такое состояние можно описывать (с некоторым приближением) одной волновой функцией и тогда одночастотные функции соответствуют одной и той же энергии, а их фазы зафиксированы. Это свойство часто называют фазовой корреляцией. Оно присуще только сверхпроводящему состоянию в металлах, тогда как в нормальном состоянии, если его описывать подобной функцией, фазы одночастичных функций можно считать независимыми и несогласованно меняющимися во времени.

Если куперовские пары испытывают воздействие внешних сил (например, электрического поля), то, ускоряясь, они приобретают импульс, одинаковый для всех пар, и создают незатухающий электрический ток. Приобретая импульс, пары увеличивают свою кинетическую энергию. Однако увеличение энергии без ее отдачи кристаллической решетке не может идти беспредельно, и при определенной конечной энергии (энергии связи) происходит разрушение куперовской пары. При разрушении куперовских пар возникают элементарные квазичастичные возбуждения, получившие название боголюбовских [20]. Для энергии элементарного возбуждения с импульсом $\hbar k$ справедливо соотношение

$$E_k = (\xi_k^2 + \Delta^2)^{1/2}, \quad (2.44)$$

где ξ_k — кинетическая энергия невзаимодействующего электрона с волновым вектором k , отсчитываемая от уровня Ферми $\xi_k = \epsilon_k - E_F$ (рис. 2.6).

Таким образом, Δ в соотношении (2.44) в спектре возбуждения квазичастиц играет роль энергетической щели или минимальной энергии возбуждения, так как даже на поверхности Ферми (где $\xi_k=0$) $E_k=\Delta>0$.

Другим свойством сверхпроводящей фазы является отличие плотности состояний квазичастичных возбуждений от плотности в нормальном состоянии. Из равенства чисел электронных состояний в импульсном пространстве в нормальном и сверхпроводящем веществах следует [149]

$$N_c(E) dE = N_n(\xi) d\xi. \quad (2.45)$$

Плотность электронных состояний невзаимодействующих частиц $N_n \approx \bar{V} \bar{e}$, поэтому вблизи поверхности Ферми на расстояниях Δ она представляет гладкую функцию от ξ (E_F по величине составляет несколько электрон-вольт). Поэтому в соотношении (2.45) можно считать $N_n(\xi)$ постоянной и равной $N_n(0)$. Интегрируя (2.45) с использованием (2.44), получаем

$$\frac{N_c(E)}{N_n(0)} = \frac{d\xi}{dE} = \begin{cases} \frac{E}{(E^2 - \Delta^2)^{1/2}}, & E > \Delta, \\ 0 & E < \Delta. \end{cases} \quad (2.46)$$

Все состояния с волновыми векторами $\mathbf{k}$, энергия которых в нормальном металле попадает в область щели, в сверхпроводнике располагаются в области энергий несколько выше щели. Это приводит к повышенной плотности состояний в непосредственной близости от Δ (рис. 2.7) и формально дает бесконечно большую величину плотности вблизи края щели (соотношение (2.46))¹.

При температуре абсолютного нуля, когда нет разрушающего действия тепловых колебаний, все электроны проводимости в сверхпроводнике участвуют в образовании сверхпроводящего конденсата и связаны в куперовские пары. Таким образом, если плотность электронов в нормальном состоянии n , то число связанных пар составляет $n/2$. Однако не все электроны дают одинаковый вклад в энергию в конденсированном состоянии. Если состояния невзаимодействующих электронов находятся значительно ниже уровня Ферми, то в нормальном металле квантовые состояния $\mathbf{p}$ и $-\mathbf{p}$ на основании статистики Ферми всегда заняты и, грубо говоря, уже образуют куперовскую пару. Поэтому при образовании сверхпроводящего конденсата произойдет незначительная перестройка этих состояний и вклад их в снижение энергии сверхпроводящего вещества будет незначителен. Как следует из рис. 2.6 и 2.7, в результате взаимодействия существенно изменяется энергетическое состояние только очень малого числа электронов, энер-

¹ Понятно, что, так как число вытесненных состояний из области щели хотя и велико, но конечно, плотность состояний также должна быть конечной величиной.

гия которых в нормальном состоянии находилась в пределах энергетической щели. Понижение энергии электронного газа при переходе в сверхпроводящее состояние в основном связано именно с этими электронами. Поэтому правильнее считать, что Δ — это характерная энергия, определяющая диапазон векторов $\mathbf{k}$, вовлеченных в процесс образования куперовских пар. Из принципа неопределенности можно оценить размер куперовской пары. Так как главную роль при образовании таких пар играют только электроны с энергиями Δ , отсчитанными от уровня Ферми, а диапазон значений импульса этих электронов равен $\Delta p = \Delta / v_\Phi$, то из соотношения неопределенности $\Delta x \Delta p \geq \hbar$ следует, что характерный размер пары $\Delta x = \xi_0 = \frac{a \hbar v_\Phi}{\Delta}$, где a — коэффициент порядка единицы. Теория БКШ приводит к такому же выражению для размера куперовских пар [187]:

$$\xi_0 = \frac{\hbar v_\Phi}{\pi \Delta(0)}. \quad (2.47)$$

Из (2.47) для типичных сверхпроводников $\xi_0 \sim 10^{-4}$ см, что намного больше расстояния между двумя свободными электронами. Таким образом, в координатном пространстве пары сильно перекрываются. Как следует из микроскопической теории, (2.47) приближенно представляет величину ξ_0 , входящую в нелокальное соотношение Пиппарда (2.14).

При температуре абсолютного нуля все электроны входят в сверхпроводящий конденсат и квазичастичные возбуждения отсутствуют. При конечной температуре в сверхпроводящем состоянии, как и в нормальном, вследствие тепловых возбуждений существует конечная вероятность разрушения куперовских пар и возникновения возбужденного состояния. В положении термодинамического равновесия вероятность возбуждения квазичастиц определяется функцией Ферми [76]

$$f(E_k) = (1 + e^{E_k/k_B T})^{-1},$$

где k_B — постоянная Больцмана. Эти квазичастичные возбуждения подобны соответствующим возбуждениям в нормальном металле и представляют аналог нормальных электронов, что и используется при построении двухжидкостных моделей. Именно наличие возбуждений обуславливает поглощение энергии системой электронов в переменных электромагнитных полях при частотах, меньших частоты энергетической щели $\omega_{щ} = 2\Delta(0)/\hbar$. При увеличении температуры число квазичастичных возбуждений увеличивается и меньшее число электронов оказывается втянутым в образование сверхпроводящего конденсата. В свою очередь это приводит к уменьшению энергетической щели при $T \sim T_K$. При температуре абсолютного нуля теория БКШ дает связь $\Delta(0)$ с T_K следующего вида:

$$\Delta(0) = 1,76 k_B T_K,$$

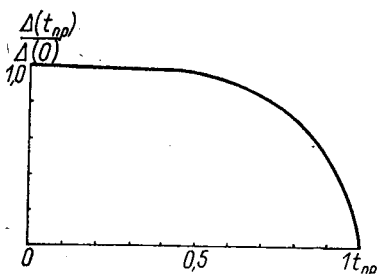


Рис. 2.8. Температурная зависимость энергетической щели по теории БКШ.

т. е. энергетическая щель сравнима с тепловой энергией $k_B T$ при критической температуре. Уравнение энергетической щели имеет вид [149]

$$\frac{1}{N(0)V} = \int_0^{\hbar\omega_c} \frac{\text{th} \frac{1}{2} \beta [\xi^2 + \Delta^2(t_{\text{пр}})]^{1/2}}{[\xi^2 + \Delta^2(t_{\text{пр}})]^{1/2}} d\xi, \quad (2.48)$$

где V — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия, а $\hbar\omega_c$ — энергия обрезания. При этом

$\hbar\omega_c$ отсчитывается от E_F . Для сверхпроводников со слабой связью $N(0)V \ll 1$, что эквивалентно $\hbar\omega_c/k_B T_K \gg 1$ и $\Delta(t_{\text{пр}})/\Delta(0)$ является универсальной функцией от T/T_K , монотонно убывающей от единицы при $T=0$ до нуля при $T=T_K$ (рис. 2.8). Вблизи $T=0$ изменение энергетической щели мало и она приблизительно постоянна вплоть до $t_{\text{пр}} \approx 0,5$. В непосредственной близости к T_K $\Delta(T)$ стремится к нулю с бесконечной производной по T

$$\frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} \approx 1,74 [1 - t_{\text{пр}}^2]^{1/2}. \quad (2.49)$$

Для промежуточных температур интегральное уравнение (2.48) требует численного счета. Мульшлегель [329] выполнил машинный счет отношения $\Delta(t_{\text{пр}})/\Delta(0)$ для всего диапазона температур $t_{\text{пр}}$ (табл. 4). Хотя универсальная температурная зависимость по БКШ справедлива для сверхпроводников со слабой связью, она является весьма хорошим приближением при вычислении поверхностного импеданса и для многих сверхпроводников, не относящихся к сверхпроводникам со слабой связью.

Таблица 4

$t_{\text{пр}}$	$\frac{\Delta(t_{\text{пр}})}{\Delta(0)}$	$t_{\text{пр}}$	$\frac{\Delta(t_{\text{пр}})}{\Delta(0)}$	$t_{\text{пр}}$	$\frac{\Delta(t_{\text{пр}})}{\Delta(0)}$	$t_{\text{пр}}$	$\frac{\Delta(t_{\text{пр}})}{\Delta(0)}$	$t_{\text{пр}}$	$\frac{\Delta(t_{\text{пр}})}{\Delta(0)}$	$t_{\text{пр}}$	$\frac{\Delta(t_{\text{пр}})}{\Delta(0)}$
1,00	0,0000	0,86	0,6117	0,70	0,8288	0,56	0,9299	0,42	0,9809	0,28	0,9982
0,98	0,2436	0,82	0,6810	0,68	0,8471	0,54	0,9339	0,40	0,9850	0,26	0,9989
0,96	0,3416	0,80	0,7110	0,66	0,8640	0,52	0,9488	0,38	0,9885	0,24	0,9994
0,94	0,4148	0,78	0,7386	0,64	0,8796	0,50	0,9569	0,36	0,9915	0,22	0,9997
0,92	0,4749	0,76	0,7640	0,62	0,8939	0,48	0,9641	0,34	0,9938	0,20	0,9899
0,90	0,5263	0,74	0,7874	0,60	0,9070	0,46	0,9704	0,32	0,9957	0,18	1,000
0,88	0,5715	0,72	0,8089	0,58	0,9190	0,44	0,9760	0,30	0,9971	0,16	1,000

4.2. Поверхностное сопротивление в микроскопической теории

Поверхностное сопротивление сверхпроводников в переменном поле, в отличие от сопротивления при постоянном токе, не равно нулю, так как в этом случае могут индуцироваться переходы между соседними квазичастичными возбуждениями, которые имеются в сверхпроводнике при $T > 0$.

Электродинамика сверхпроводников, основанная на микроскопической теории [187], изучена в работах Л. А. Абрикосова, Л. П. Горькова и И. П. Халатникова [3], а также Д. Маттиса и Дж. Бардина [305]. Сравнение экспериментальных результатов с теоретическими данными проведено в работах [244, 247, 249, 250, 277, 320, 402, 409]. Расчеты показывают, что в переменном поле характер связи между током и векторным потенциалом в сверхпроводниках существенно зависит от частоты. При температурах, отличных от нуля, в уравнении, дающем связь между плотностью тока и электрическим полем, появляется мнимая составляющая, соответствующая поглощению энергии в сверхпроводниках.

Получим общие соотношения для поверхностного импеданса сверхпроводников в микроскопической теории. Для векторного потенциала $\mathbf{A}$ в калибровке Лоренца

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = 0, \quad \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{H}. \quad (2.50)$$

Из уравнений Максвелла (1.1) и (2.50)

$$\Delta \mathbf{A} + \mu_0 \mathbf{j} = 0. \quad (2.51)$$

Связь между плотностью тока $\mathbf{j}$ и векторным потенциалом $\mathbf{A}$ в общем случае является нелокальной, хотя и линейной, и аналогично соотношению Чамберса ее можно записать в виде (по крайней мере для плоской поверхности) [2]

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = - \int \Omega(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \mathbf{A}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (2.52)$$

где пределы интегрирования определяются характером отражения электронов от поверхности. Для интегрального ядра Ω в случае сверхпроводников справедлива оценка [244]

$$\Omega(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \sim e^{-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/\xi_F}, \quad (2.53)$$

где ξ_F — радиус действия функции Грина $F(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$. Так как ξ_F — характерное расстояние, на котором ядро Ω отлично от нуля, его можно рассматривать как другое определение длины когерентности. Эта величина при бесконечной длине свободного пробега и температуре абсолютного нуля связана с длиной когерентности по теории БКШ (2.47) соотношением

$$\xi_F = \frac{\pi}{2} \xi_0.$$

Характерное расстояние от поверхности сверхпроводника, на котором вектор-потенциал отличен от нуля, — это глубина проникновения магнитного поля. При $\lambda \gg \xi_F$ соотношение (2.55) непосредственно интегрируется, если $\mathbf{A}$ вынести из-под знака интеграла:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = -\Omega_0 \mathbf{A}(\mathbf{r}),$$

где Ω_0 — постоянная величина, получаемая интегрированием ядра по всему пространству. В этом случае имеет место локальная связь между $\mathbf{j}$ и $\mathbf{A}$, и если прикладывается постоянное магнитное поле, то справедлив экспоненциальный закон затухания (2.8), где

$$\lambda_L = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \Omega_0}} = \sqrt{\frac{m_0}{\mu_0 n_c e^2}}. \quad (2.54)$$

Так как Ω_0 зависит от температуры, то равенство (2.54) можно рассматривать как введение эффективной плотности сверхпроводящих электронов $n_c(t_{\text{пр}})$. Именно эта плотность по теории БКШ использовалась в феноменологической модели § 3.

В общем случае глубина проникновения $\lambda \leq \xi_F$ и необходимо более общее рассмотрение. Подставляя (2.52) в (2.51), для плоского случая и зеркального отражения электронов от поверхности получаем

$$\frac{d^2 A}{dz^2} - \mu_0 \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(|\mathbf{z} - \mathbf{z}'|, \omega) A(\mathbf{z}') dz' = 0. \quad (2.55)$$

При зеркальном отражении (см. § 4 гл. 1) необходимо распределение вектора-потенциала $\mathbf{A}$ и плотности тока внутри сверхпроводника зеркально отразить относительно плоской границы в пространство вне металла. Добавляя граничные условия

$$A \Big|_{z=\infty} = 0, \quad \frac{\partial A}{\partial z} \Big|_{z=+0} = \mu_0 H_0$$

и используя преобразования Фурье

$$\tilde{A}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} A(z) e^{ikz} dz, \quad \tilde{\Omega}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(z, \omega) e^{ikz} dz, \quad (2.56)$$

уравнение (2.55) легко решить:

$$\tilde{A}(k) = - \frac{2\mu_0 H_0}{k^2 + \mu_0 \tilde{\Omega}(k, \omega)}.$$

Обратное преобразование Фурье (2.56) дает закон проникновения векторного потенциала A :

$$A(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \tilde{A}(k) e^{-ikz} dk = - \frac{2\mu_0 H_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-ikz}}{k^2 + \mu_0 \tilde{\Omega}(k, \omega)} dk.$$

Из этого соотношения и (2.50) для поверхностного импеданса получаем

$$Z_{c,z} = \frac{E(0)}{H(0)} = -i\omega \frac{A(0)}{H(0)} = \frac{2i\omega\mu_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{dk}{k^2 + \mu_0\tilde{\Omega}(k, \omega)}. \quad (2.57)$$

При диффузном отражении электронов от поверхности $j(z) = \int_0^\infty \Omega(|z - z'|) A(z') dz'$. Подстановка этого выражения в (2.51) дает интегродифференциальное уравнение на полубесконечном промежутке, которое решается по методу Винера — Хопфа [144]. Поверхностный импеданс в этом случае

$$Z_{c,d} = \frac{i\omega\mu_0\pi}{\int_0^\infty dk \ln \left(1 + \frac{\mu_0\tilde{\Omega}(k, \omega)}{k^2} \right)}. \quad (2.58)$$

Основной задачей при вычислении Z_c из электродинамических теорий является определение интегрального ядра $\tilde{\Omega}(k, \omega)$. В работе [277] на основе данных работы [3] был рассмотрен пиппардовский предел $\xi_F \rightarrow \infty$, $l \rightarrow \infty$ и получены асимптотики для Z_c в различных диапазонах частот и температур. В работе [320] на основе теории Маттиса и Бардина для этого предела получены формулы, дающие отношение поверхностных импедансов в сверхпроводящем и нормальном состояниях:

$$\frac{Z_c}{Z_{n\infty}} = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma} - i \frac{\sigma_2}{\sigma} \right)^{-1/3},$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_1}{\sigma} &= \frac{2}{\hbar\omega} \int_{-\Delta}^\infty [f(u) - f(u + \hbar\omega)] g(u) du + \\ &+ \frac{1}{\hbar\omega} \int_{\Delta - \hbar\omega}^{-\Delta} [1 - 2f(u + \hbar\omega)] g(u) du; \end{aligned} \quad (2.59)$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma} = \frac{1}{\hbar\omega} \int_{\Delta - \hbar\omega, -\Delta}^\Delta \frac{[1 - 2f(u + \hbar\omega)] [u^2 + \Delta^2 + \hbar\omega u]}{(\Delta^2 - u^2)^{1/2} [(u + \hbar\omega)^2 - \Delta^2]} du;$$

$$f(u) = (1 + e^{u/k_B T})^{-1}; \quad g(u) = \frac{u^2 + \Delta^2 + \hbar\omega u}{(u^2 - \Delta^2)^{1/2} [(u + \hbar\omega)^2 - \Delta^2]^{1/2}}.$$

Второй член в (2.59) появляется только при $\hbar\omega > 2\Delta$ и соответствует непосредственному разрушению куперовских пар под действием фотонов. При этих же частотах для σ_2/σ нижним пределом необходимо выбирать $-\Delta$. Значения σ_1/σ и σ_2/σ для широкой области частот и температур приведены в работе [99, приложение III].

Сравнение теоретических и экспериментальных данных, проведенное в работах [155, 243, 277], показывает, что в области низких

температур экспериментальные значения поверхностного сопротивления превышают теоретические в пиппардовском пределе в несколько раз. Миллер [320] на основе теории Маттиса — Бардина, рассмотрев приближение бесконечной длины свободного пробега при произвольном значении длины когерентности ξ_F , нашел, что к значению поверхностного сопротивления в пиппардовском пределе имеются значительные поправки. Он проанализировал экспериментальные данные, полученные при исследовании поверхностного сопротивления и реактанса алюминия для частот вблизи $\omega_{щ}$, и нашел для них удовлетворительное соответствие с расчетными данными. При последующих более строгих вычислениях [250] оказалось, что длина свободного пробега l может сложным образом влиять на величину поверхностного сопротивления сверхпроводников, особенно таких металлов, как свинец и ниобий. Поэтому простые приближения, аналогичные пиппардовскому пределу [3, 277, 320], имеют ограниченную применимость и должны быть заменены результатами более строгих вычислений Z_c .

В работах Турнео [402, 409] при анализе экспериментальных данных, полученных при исследовании поверхностного импеданса свинца и ниобия на СВЧ, дан точный численный расчет Z_c на основе теории Маттиса — Бардина. При этом удалось несколько упростить выражение для общего интегрального ядра $\tilde{\Omega}$ (оно приведено в работе [99, приложение II]), входящего в соотношения (2.57) и (2.58). При сопоставлении теоретических и экспериментальных данных использовалось соотношение (2.37), где величины A , $R_{ост}$ и $\Delta(0)$ рассматривались как подгоночные параметры при наложении теоретических данных на экспериментальную температурную зависимость. Температурно-независимый член $R_{ост}$ представляет остаточные потери в сверхпроводниках, причины возникновения которых во многих деталях пока еще не установлены [251, 253, 269, 339, 344]. Подробный перечень возможных механизмов остаточных потерь приведен в работе [47].

Наиболее строгое теоретическое исследование поверхностного импеданса сверхпроводников на основе функционального формализма функций Грина для частот, меньших частоты щели ($\hbar\omega_{щ} = 2\Delta(t_{пр})$), провел Халбриттер [247, 249, 250]. В этом формализме наиболее просто вводится длина свободного пробега электронов, и соответствующее выражение для ядра $\tilde{\Omega}(k, \omega)$ удобно для расчетов на ЭВМ. Соотношения для R_c и X_c получаются выделением реальной и мнимой частей соотношений (2.57) и (2.58). Для зеркального отражения электронов от поверхности

$$X_{c.s}(t_{пр}, l, \omega) = \omega\mu_0 \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(k^2 + \mu_0 \operatorname{Re} \tilde{\Omega}) dk}{(k^2 + \mu_0 \operatorname{Re} \tilde{\Omega})^2 + (\mu_0 \operatorname{Im} \tilde{\Omega})^2}; \quad (2.60)$$

$$R_{c.s}(t_{пр}, l, \omega) = \omega\mu_0 \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_0 \operatorname{Im} \tilde{\Omega} dk}{(k^2 + \mu_0 \operatorname{Re} \tilde{\Omega})^2 + (\mu_0 \operatorname{Im} \tilde{\Omega})^2},$$

$$X_{с.д}(t_{пр}, l, \omega) = \omega \mu_0 \pi \frac{\int_0^{\infty} dk \frac{1}{2} \ln \left\{ \left(1 + \frac{\mu_0 \operatorname{Re} \tilde{\Omega}}{k^2} \right)^2 + \left(\frac{\mu_0 \operatorname{Im} \tilde{\Omega}}{k^2} \right)^2 \right\}}{\left(\int_0^{\infty} dk \frac{1}{2} \ln \left\{ \left(1 + \frac{\mu_0 \operatorname{Re} \tilde{\Omega}}{k^2} \right)^2 + \left(\frac{\mu_0 \operatorname{Im} \tilde{\Omega}}{k^2} \right)^2 \right\} \right)^2 + \left(\int_0^{\infty} dk \operatorname{arctg} \frac{\mu_0 \operatorname{Im} \tilde{\Omega}}{k^2 + \mu_0 \operatorname{Re} \tilde{\Omega}} \right)^2}, \quad (2.61)$$

$$R_{с.д}(t_{пр}, l, \omega) = \omega \mu_0 \pi \frac{\int_0^{\infty} dk \operatorname{arctg} \frac{\mu_0 \operatorname{Im} \tilde{\Omega}}{k^2 + \mu_0 \operatorname{Re} \tilde{\Omega}}}{\left(\int_0^{\infty} dk \frac{1}{2} \ln \left\{ \left(1 + \frac{\mu_0 \operatorname{Re} \tilde{\Omega}}{k^2} \right)^2 + \left(\frac{\mu_0 \operatorname{Im} \tilde{\Omega}}{k^2} \right)^2 \right\} \right)^2 + \left(\int_0^{\infty} dk \operatorname{arctg} \frac{\mu_0 \operatorname{Im} \tilde{\Omega}}{k^2 + \mu_0 \operatorname{Re} \tilde{\Omega}} \right)^2}.$$

Выражение для интегрального ядра $\tilde{\Omega}(k, \omega)$ довольно громоздко. Халбриттер [244] представил его в виде трех частей: $\tilde{\Omega} = \tilde{\Omega}_A + \tilde{\Omega}_P + \tilde{\Omega}_C$, где первые две части ядра действительны и лишь $\tilde{\Omega}_C$ имеет как действительную, так и мнимую части и, следовательно, определяет потери. При температуре $T = 0$ только $\tilde{\Omega}_A$ отлично от нуля.

В приложении 3 приведены соотношения для ядер $\frac{\tilde{\Omega}(k, \omega, t)}{\tilde{\Omega}(0, 0, 0)}$, отнесен-

ных к величине $\tilde{\Omega}$, при волновом векторе k и частоте ω , равных нулю, в приложении 4 — программа на языке ФОРТРАН для вычисления R_c и X_c для зеркального и диффузного отражений электронов. Вычисленные значения R_c для различных приведенных частот и материальных параметров приведены в приложении 5.

Как следует из соотношений, приведенных в приложении 3, поверхностный импеданс в теории БКШ в пределе слабого взаимодействия зависит от частоты, температуры или приведенной температуры $t_{пр}$, лондонской глубины проникновения при абсолютном нуле $\lambda_L(0) = \sqrt{m_0 / \mu_0 n_c e_0^2}$, длины когерентности при нулевой температуре $\xi_F = \hbar v_F / 2\Delta(0)$, средней длины свободного пробега носителей заряда в нормальном состоянии. К этим параметрам необходимо добавить величину энергетической щели при нулевой

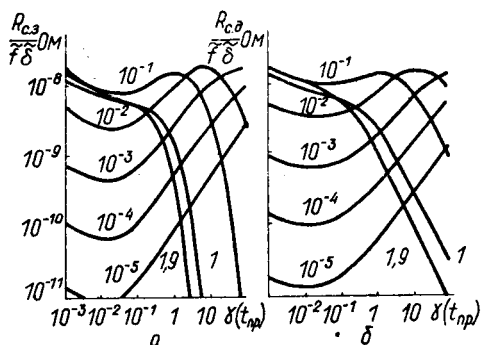
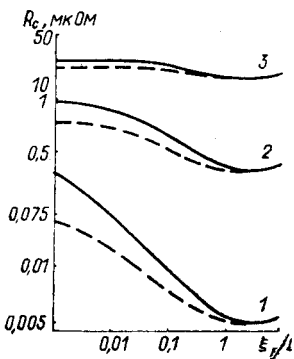


Рис. 2.9. Приведенное поверхностное сопротивление как функция γ для $t_{np}=0,2$ и $l=\infty$ (f в гигагерцах, $\tilde{\lambda}_L(0)=\delta \cdot 10$ нм):

а — зеркальное отражение; б — диффузное отражение.

Рис. 2.10. Зависимость поверхностного сопротивления ниобия ($T=4,17$ К) от средней длины свободного пробега для $f=0,1$ (1), 1 (2), 10 ГГц (3):

— — — зеркальное отражение; - - - - - диффузное отражение [246].



температуре, которая по теории БКШ равна $1,76 k_B T_K$, а также ее температурную зависимость. Заметим, что для реальных сверхпроводников величина щели может заметно отличаться от ее величины, определяемой микроскопической теорией. Для всех имеющихся в настоящее время в литературе расчетных данных по поверхностному импедансу сверхпроводников температурная зависимость нормированной щели берется непосредственно из теории БКШ, которая протабулирована Мульшлегелем и приведена в табл. 4.

На рис. 2.9 приведены зависимости поверхностного сопротивления R_s от параметра нелокальности $\gamma = \frac{\lambda(T)}{\xi_F(T)}$ при $l = \infty$ и различных частотах, а на рис. 2.10 — зависимость этой величины от l для ниобия [246]. Как следует из рис. 2.9, для частот $\bar{\omega} = \frac{\hbar\omega}{\Delta} < 0,1$ зависимость от γ не монотонна. Существуют области изменения γ , где поглощение существенно возрастает с увеличением γ , в то время как глубина проникновения λ уменьшается. Эта зависимость является следствием квантовомеханических эффектов и ее трудно понять с точки зрения двухжидкостных моделей. Все чистые сверхпроводники по своим параметрам соответствуют минимуму или области правее его (см. рис. 2.9). Пиппардовский же предел соответствует области левее минимума. Поэтому ясно, что применительно к поверхностному сопротивлению (в противоположность глубине проникновения) простое деление на пиппардовские и лондоновские сверхпроводники не применимо. Это также следует и из зависимости поверхностного сопротивления от длины свободного пробега l , которая является еще более странной (см. рис. 2.10). Существует участок, где с увеличением содержания примесей R_s уменьшается и, достигнув минимума, возрастает с дальнейшим

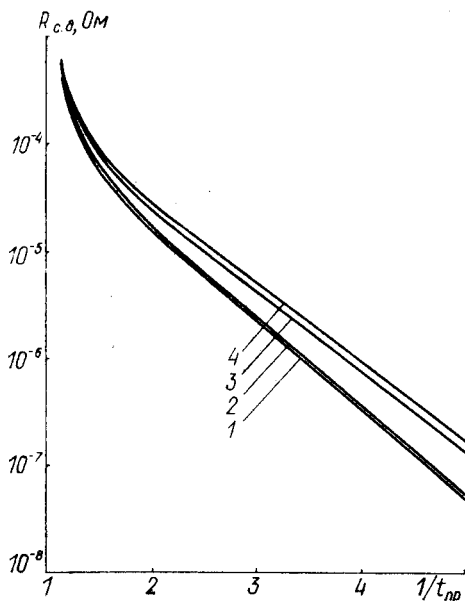


Рис. 2.11. Температурные зависимости поверхностного сопротивления свинца (1, 2) и ниобия (3, 4) для диффузного рассеяния и различных величин $\xi_F(0, \infty)/l$:

1 — $\xi_F(0, \infty)/l = 3,5$; 2 — 0,25; 3 — 0,88; 4 — 12,4.

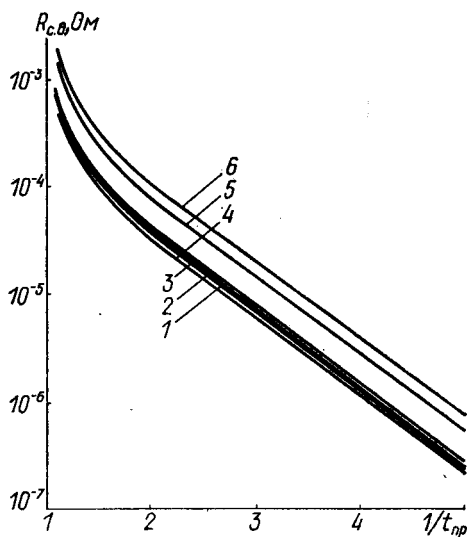


Рис. 2.12. Температурные зависимости поверхностного сопротивления олова (1—3) и Nb_3Sn (4—6) для диффузного рассеяния и различных величин $\xi_F(0, \infty)/l$:

1 — $\xi_F(0, \infty)/l = 0,777$; 2 — 0,466; 3 — 4,66; 4 — 28; 5 — 195; 6 — 392.

увеличением l . Минимальное значение тем ниже, чем больше γ и меньше частота. Для приведенных температур $t_{\text{пр}} < 0,5$ поверхностное сопротивление хорошо описывается соотношением, следующим из теории БКШ,

$$R_s(T) \simeq \frac{\Delta}{k_B T} e^{-\Delta/k_B T}. \quad (2.62)$$

После выделения температурно независимого члена $R_{\text{ост}}$ из экспериментальных значений $R_s(T)$ (2.37) поверхностное сопротивление может быть описано для температур $0,2 < t_{\text{пр}} < 0,5$, экспонентой $\text{const} \exp\left(-\frac{A}{k_B T}\right)$. Из-за наличия слабо зависящего от температуры множителя $\frac{\Delta(T)}{k_B T}$ коэффициент A отличается от $\Delta(0)$ в соотношении (2.62) и для определения энергетической щели $\Delta(0)$ его необходимо несколько увеличить.

При сопоставлении экспериментальной температурной зависимости с теоретической важен выбор материальных параметров сверхпроводников. В литературе нет единого мнения по этому вопросу. Параметр $\Delta(0)/k_B T_K$ иногда выбирают так, чтобы он соот-

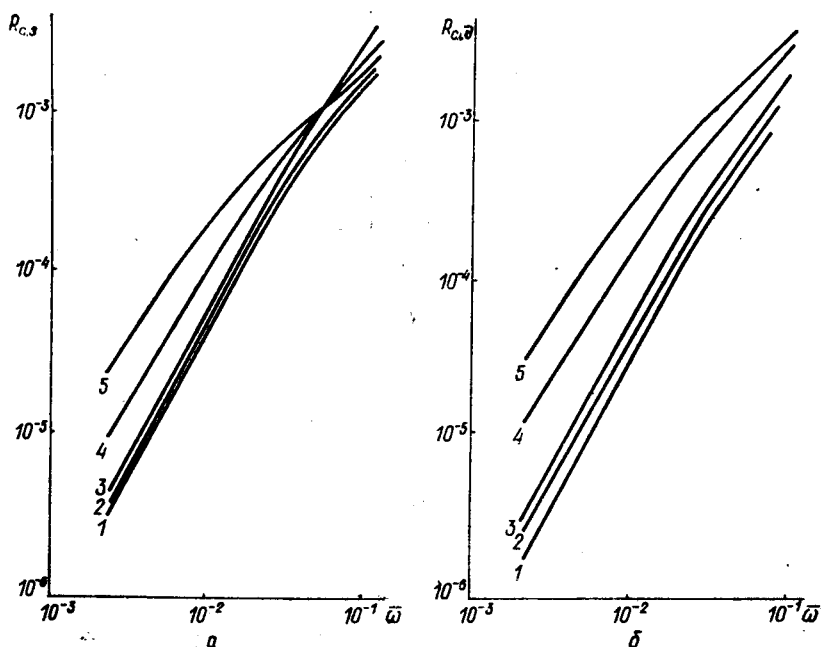


Рис. 2.13. Частотные зависимости R_c для зеркального (а) и диффузного (б) рассеяния для $t_{\text{пр}}=0,2$, $l=\infty$, $\Delta(0)=1,75 k_B T_K$:

$l = \gamma=10^{-2}$; 2 — 10^{-1} ; 3 — 10^{-3} ; 4 — 1; 5 — 5.

ветствовал другим измерениям щели, иногда его рассматривают как один из подгоночных параметров при сравнении теоретических и экспериментальных значений [402]. Хорошие результаты получаются при определении параметра $\Delta(0)/k_B T_K$ из низкотемпературных измерений поверхностного сопротивления по (2.62) и использовании этого параметра при наложении на всю температурную зависимость $R_c(T)$ [247]. Халбриттер [247] проанализировал выбор параметров $\lambda_L(0)$, $\xi_F(0)$ для ряда сверхпроводников. В работах [205, 207, 216, 243] для многих сверхпроводников (за исключением ниобия) использовались эти параметры.

Как следует из рис. 2.10, для сверхпроводников с γ , близким к единице, важным параметром является длина свободного пробега. Во многих случаях различие температурных зависимостей различ-

Таблица 5

Сверхпроводник	$\lambda_L(0, \infty)$, мкм	$\xi_F(0, \infty)$, мкм	$\frac{\Delta(0)}{k_B T_K}$	T_K
Sn	0,028	0,466	1,76	3,73
Pb	0,028	0,175	2,05	7,2
Nb	0,032	0,062	1,85	9,25
Nb ₃ Sn	0,039	0,0125	1,8	18

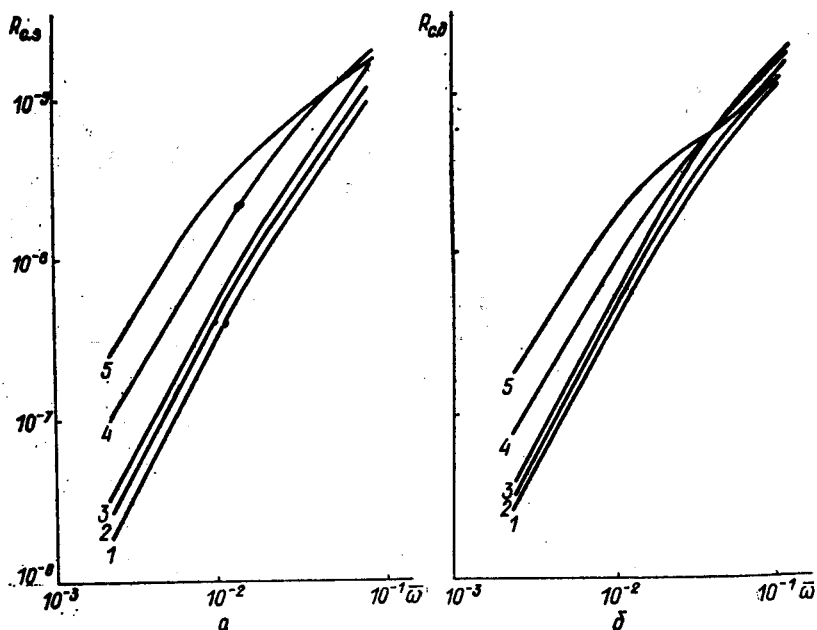


Рис. 2.14. Частотные зависимости R_s для зеркального (а) и диффузного (б) рассеяния для $t_{\text{пр}}=0,5$, $l=\infty$, $\Delta(0)=1,75$ кВ T_K :
1 — $\gamma=10^{-1}$; 2 — 10^{-2} ; 3 — 10^{-3} ; 4 — 1; 5 — 5.

ных образцов можно объяснить различными длинами свободных пробегов l , которые в приповерхностном слое, вероятно, могут отличаться от таковых при постоянном токе, например, из-за наличия примесей [246, 250, 284, 286, 287]. Результаты численного расчета для диффузного отражения электронов от поверхности в случае олова, свинца, ниобия и Nb_3Sn на частоте 10 ГГц для различных значений l приведены на рис. 2.11, 2.12. Кривые построены для параметров сверхпроводников, используемых при сравнении с экспериментальными данными, однако при их изменении температурные зависимости также будут несколько изменяться. Материальные параметры, использованные при расчетах, приведены в табл. 5.

Частотную зависимость поверхностного сопротивления в теории БКШ можно представить в виде $R_s \sim \omega^\alpha$, $1,5 \leq \alpha \leq 2$. Значения α зависят от степени нелокальности и длины свободного пробега l . При больших значениях γ и малых l (локальный случай) $\alpha \approx 1,5$, но увеличивается с уменьше-

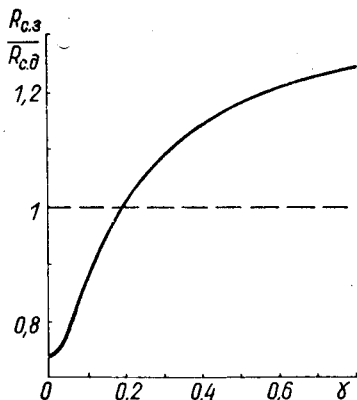


Рис. 2.15. Зависимость величины $R_{s,s}/R_{s,d}$ от $\gamma(0, \infty)$ для $t_{\text{пр}}=0,2$, $\omega=10^{-2}$, $l=\infty$.

нием γ и увеличением l , достигая в нелокальном случае двух. Для температур, не слишком близких к критической ($R_c \ll X_c$), показатель степени α в радиодиапазоне и СВЧ слабо зависит от температуры.

На рис. 2.13, 2.14 приведены частотные зависимости R_c при различных значениях параметра нелокальности γ ($0, \infty$). Для более высоких частот ($\hbar\omega \simeq \Delta$) зависимость $R_c(\omega)$ становится более сложной и возможно даже уменьшение R_c с возрастанием ω . Зависимость поверхностного сопротивления от вида рассеяния носителей зарядов на поверхности слабая. В некоторых случаях (рис. 2.15) зеркальное отражение дает большее значение поверхностного сопротивления, чем диффузное [244, 247].

4.3. Поверхностный реактанс и глубина проникновения в микроскопической теории

Реактанс X_c зависит от тех же параметров, что и поверхностное сопротивление, но более простым образом. Для частот $\bar{\omega} = \frac{\hbar\omega}{\Delta} < 10^{-2}$ и температур $t_{пр} < 0,9$ величина δ_1 с точностью до 5 % совпадает с глубиной проникновения λ статического магнитного поля [244], поэтому λ связана с реактансом сверхпроводников соотношением (2.26).

В случае статического магнитного поля составляющие ядра $\tilde{\Omega}_P$ и $\tilde{\Omega}_C$ (см. приложение 3) обращаются в нуль, а ядро $\tilde{\Omega}_A$ принимает более простой вид

$$\begin{aligned} \mu_0 \tilde{\Omega}_A(k) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\Lambda_n(T, l)} \hbar [k \xi_n(T, l)], \\ \frac{1}{\Lambda_n(T, l)} &= \frac{2a}{\Lambda \sqrt{(1 + (2n+1)^2 a^2)^3 (1 + \xi_n(T, \infty)/l)^2}}, \\ \frac{1}{\Lambda} &= \frac{\mu_0 n e_0^2}{m_0}, \quad \xi_n(T, \infty) = \frac{\hbar v_\Phi}{2\Delta(T) \sqrt{1 + (2n+1)^2 a^2}}; \\ \frac{1}{\xi_n(T, l)} &= \frac{1}{\xi_n(T, \infty)} + \frac{1}{l}, \\ \hbar [k \xi_n(T, l)] &= \frac{3}{2} \frac{1}{[k \xi_n(T, l)]^3} \{ [1 + (k \xi_n(T, l))^2] \times \\ &\times \arctg [k \xi_n(T, l)] - k \xi_n(T, l) \}, \quad a = \frac{\pi k_B T}{\Delta(T)}. \end{aligned} \quad (2.63)$$

Члены ряда, входящего в ядро Ω_A , действительны и имеют такой же вид, как соответствующие ядра при аномальном скин-эффекте [357] и в пиппардовской феноменологической теории сверхпроводимости [353]. Обратное преобразование Фурье для ядра (2.63) приводит к интегральному ядру в реальном пространстве

$$\Omega(R) \sim \sum_n C_n \exp(-R/\xi_n).$$

Наибольший член в сумме (2.63) — член с $n = 0$, поэтому естественно $\xi_F|_{n=0}$ определить как длину когерентности ξ_F . Величина $\xi_F(T, l)$ связана с ξ_0 соотношением

$$\xi_F(0, \infty) = \frac{\hbar v_F}{2\Delta(0)} = \frac{\pi}{2} \xi_0. \quad (2.64)$$

Из соотношения (2.54) лондоновская глубина проникновения

$$\mu_0 \Omega(0) = \frac{1}{\lambda_{\text{Л}}^2(T, l)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\Lambda_n(T, l)}.$$

При действительном ядре $\Omega(k)$ с использованием соотношений (2.60) и (2.61) получим

$$\lambda_z = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dk}{k^2 + \mu_0 \tilde{\Omega}(k)},$$

$$\lambda_d = \frac{\pi}{\int_0^{\infty} dk \ln [1 + \mu_0 \tilde{\Omega}(k)/k^2]}.$$

Зависимость глубины проникновения λ от различных параметров подробно обсуждалась в работе [249]. Существенно, что ее можно представить в виде произведения

$$\lambda = \lambda_{\text{Л}}(t_{\text{пр}}, l) f(t_{\text{пр}}, l, \lambda_{\text{Л}}(0), \xi_F), \quad (2.65)$$

где функция $f > 1$ выражает поправку к глубине проникновения, обусловленную нелокальными эффектами. В хорошем приближении [244] нелокальные эффекты описываются только величиной $\gamma(t_{\text{пр}}, l) = \lambda_{\text{Л}}(t_{\text{пр}}, l)/\xi_F(t_{\text{пр}}, l)$, т. е. $f(t_{\text{пр}}, l, \xi_F, \lambda_{\text{Л}}) \simeq f(\gamma(t_{\text{пр}}, l))$. На рис. 2.16 представлены зависимости f от γ при $l = \infty$ и различных значениях температур для зеркального отражения электронов от поверхности. При уменьшении величины γ величина $f(\gamma)$ увеличивается. Асимптотика поведения для $\gamma \rightarrow 0$ дается соотношением

$$f_s(\gamma) \simeq 0,5\gamma^{-1/3} \simeq \frac{8}{9} f_d(\gamma).$$

Основной вклад в температурную зависимость глубины проникновения (2.65) вносит лондоновская глубина проникновения $\lambda_{\text{Л}}(t_{\text{пр}}, l)$. В предельном случае $l \rightarrow 0$ из (2.63) следует

$$\frac{\lambda_{\text{Л}}(T, 0)}{\lambda_{\text{Л}}(0, 0)} = \left(\text{th} \frac{\Delta(T)}{2k_B T} \right)^{-1/2}.$$

Для $T < T_K/2$ это дает

$$\lambda_{\text{Л}}(T, 0)/\lambda_{\text{Л}}(0, 0) = 1 + \exp(-\Delta(0)/k_B T).$$

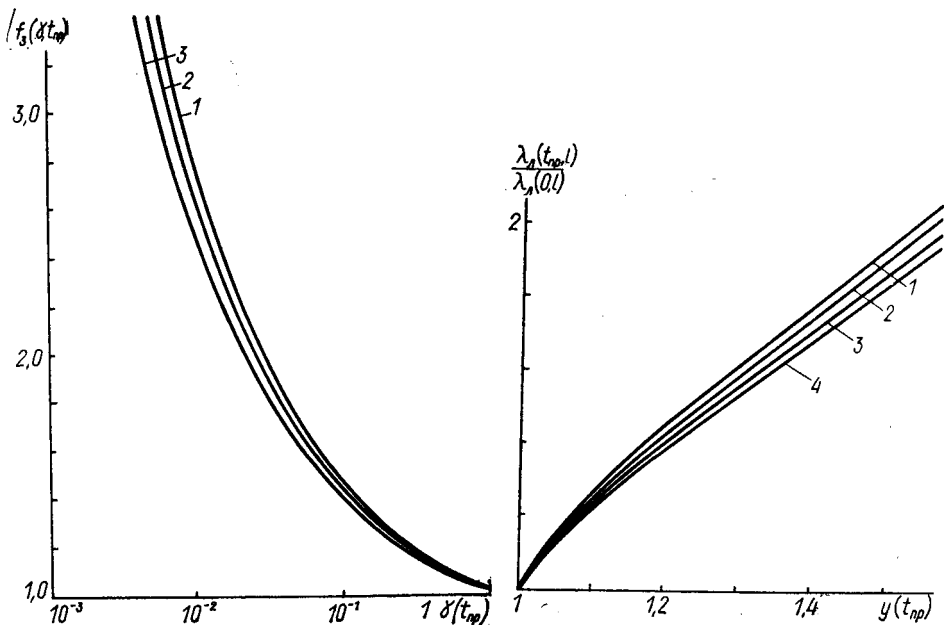


Рис. 2.16. Зависимость величины f_s от $\gamma(t_{пр})$ при $l = \infty$ и $t_{пр} = 0,9$ (1); $0,5$ (2); $0,16$ (3).

Рис. 2.17. Зависимость лондоновской глубины проникновения от $y(t_{пр})$ для $\xi_F(0, \infty)/l = 0$ (1); $0,25$ (2); $0,5$ (3); 1 (4) [244].

При больших l/ξ_F температурная зависимость при $T < T_K/2$ становится слабее:

$$\lambda_L(T, \infty)/\lambda_L(0, \infty) \simeq 1 + \frac{\sqrt{\pi\Delta(0)}}{2k_B T} \exp(-\Delta(0)/k_B T).$$

При более высоких температурах ($T > T_K/2$) λ_L пропорциональна эмпирической функции $[1 - (T/T_K)^4]^{-1/2}$. Из рис. 2.17 видно, что эта температурная зависимость сильнее для малых значений ξ_F/l и для $T > 0,8 T_K$ может быть представлена как

$$\lambda_L(T, l)/\lambda_L(0, l) = \frac{d(l)}{\sqrt{1 - (T/T_K)^4}} + g(l), \quad (2.66)$$

где $d(l)$ — величина, немного меньшая единицы, а $g(l)$ при изменении l от 0 до ∞ уменьшается от 0 до $-0,2$.

Зависимость лондоновской глубины проникновения от длины свободного пробега l приближенно пропорциональна величине $\sqrt{1 + \frac{\xi_F(T, \infty)}{l}}$. Из рис. 2.18 видно, что с увеличением температуры зависимость от ξ_F/l становится сильнее.

Длина когерентности, определяемая соотношением (2.63),

$$\xi_F(T, \infty) = \frac{\hbar v_\Phi}{2\Delta(T) \sqrt{1 + (\pi k_B T / \Delta(t_{пр}))^2}}$$

является слабой функцией температуры и при изменении температуры от нуля до T_k уменьшается приблизительно на 43 % при $l = \infty$. Ясно, что изменение $\xi_F(T, l)$ при конечном l , как следует из (2.63), будет еще меньше.

Поскольку $\gamma(T, l) = \lambda_L / \xi_F \sim \lambda_L(T, l)$ будет увеличиваться с температурой, то $f(\gamma)$ при этом будет уменьшаться. Это значит, что у сверхпроводников с меньшими величинами $\gamma(0, l)$ более слабая температурная зависимость. Так, для $\gamma \ll 1$ температурная зависимость $\lambda(T)$ при $T < T_k/2$ имеет вид

$$\lambda(T) \simeq \lambda(0) \left[1 + \frac{2}{3} \exp(-\Delta(0)/k_B T) \right].$$

При дальнейшем увеличении температуры влияние нелокальности уменьшается, а λ приближается к λ_L .

Зависимость λ от температуры в области $0,8 T_k < T < T_k$, как и λ_L , представляется соотношением вида (2.66), где необходимо заменить λ_L на λ . Однако величина $f(\gamma)$ в (2.65) будет влиять на параметры d и g так, что при увеличении γ от 0 до бесконечности d увеличивается от 0,8 до 1,5, а g уменьшается от 0,3 до -0,3. В работах [162, 164, 221, 292, 295], где определялась глубина проникновения при абсолютном нуле, использовано представление $\lambda(T)$ как линейной функции от $y_{пр} = (1 - t_{пр}^4)^{-1/2}$. Соотношение (2.66) с заменой λ_L на λ показывает ограниченность такого подхода. Линейная зависимость λ от $y_{пр}$ верна только для температур $0,8 < t_{пр} < 1$, а при более низких температурах, как и в случае λ_L , появляется область повышенных значений тангенса угла наклона $d\lambda/dy_{пр}$. Подобная особенность наблюдалась в работах [368, 412]. Заметное влияние на глубину проникновения длины свободного пробега можно использовать для определения абсолютной величины l в приповерхностном слое.

Для выбранных параметров $\xi_F(0, \infty)$, $\lambda_L(0, \infty)$ наложением экспериментальных данных на теоретические можно определить l . Значения l в приповерхностном слое могут заметно отличаться от значений в объеме нормального металла. Заметим, что так как отношение $\lambda_L(0)/\xi_F(0)$ для различных сверхпроводников различно, отклонение $\lambda(T)$ от $\lambda_L(T)$ для них происходит при различных температурах. Поэтому в каждом отдельном случае требуется численный расчет (рис. 2.19, 2.20, значения физических параметров взяты из табл. 5).

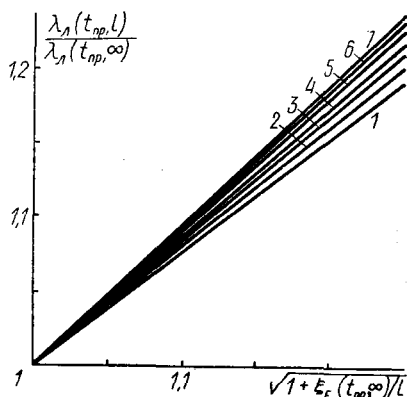


Рис. 2.18. Зависимость лондоновской глубины проникновения от $\xi_F(t_{пр\infty})/l$ для $t_{пр}=0$ (1); 0,2 (2); 0,3 (3); 0,4 (4); 0,6 (5); 0,7 (6); 0,9 (7) [249].

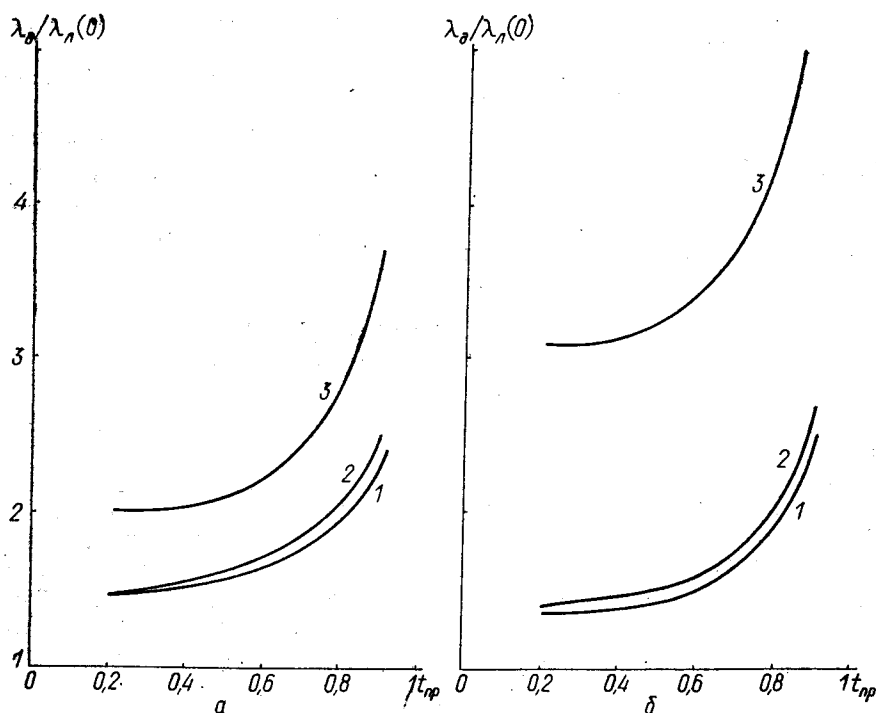


Рис. 2.19. Температурные зависимости глубины проникновения свинца (а) и ниобия (б) для диффузного отражения и различных $\xi_F(0, \infty)/l$:

а — $\xi_F(0, \infty)/l = 0,175$ (1); 0,25 (2); 3,5 (3); б — $\xi_F(0, \infty)/l = 0,62$ (1); 0,88 (2); 12,4 (3).

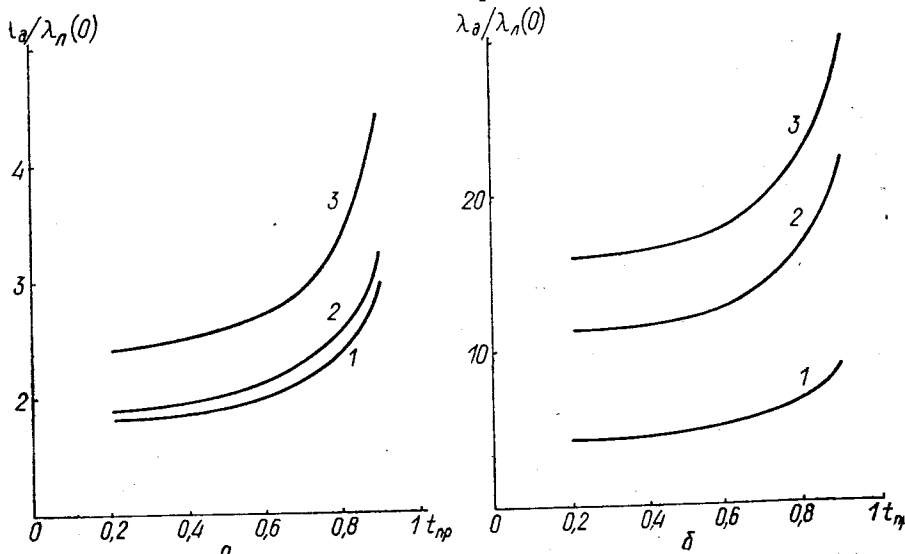


Рис. 2.20. Температурные зависимости глубины проникновения олова (а) и Nb_3Sn (б) для диффузного отражения и различных значений $\xi_F(0, \infty)/l$:

а — $\xi_F(0, \infty)/l = 0,233$ (1); 0,777 (2); 4,66 (3); б — $\xi_F(0, \infty)/l = 28$ (1); 196 (2); 392 (3).

4.4. Объяснение зависимостей поверхностного сопротивления от вещественных параметров

Поверхностное сопротивление сверхпроводников рассчитывается в рамках теории БКШ на основе соотношений для интегрального ядра (см. приложение 3). Однако даже в простейшем случае эта теория дает сложные выражения, требующие машинного счета. Халбриттер [246, 250] для объяснения полученных численных результатов применил простую модель, которая позволяет понять зависимость поверхностного сопротивления от материальных параметров сверхпроводников. Эти немонотонные зависимости от γ и l (см. рис. 2.9, 2.10) не следуют из имеющихся двухжидкостных моделей, рассмотренных выше.

Для частот, меньших чем частота щели $\omega_{\text{щ}}$, энергию в сверхпроводниках могут поглощать только возбужденные состояния, так как другие состояния не находятся вблизи свободных уровней энергии. В состоянии теплового равновесия квазичастицы возбуждаются термически и распределены по закону $f(\epsilon) = (1 + \exp(\epsilon/k_B T))^{-1}$. В случае $T=0$ это означает, что электроны не могут поглощать энергию при $\omega < \omega_{\text{щ}}$.

Поглощение фотонов при переходе из занятого состояния в незанятое можно найти на основе золотого правила [80]. Это поглощение пропорционально числу занятых состояний $N(|\epsilon|)f(|\epsilon|)$ с энергией ϵ и числу незанятых состояний $N(|\epsilon + \hbar\omega|)[1 - f(|\epsilon + \hbar\omega|)]$ с энергией $\epsilon + \hbar\omega$:

$$n_+ \sim f(|\epsilon|) N(|\epsilon|) [1 - f(|\epsilon + \hbar\omega|)] N(|\epsilon + \hbar\omega|).$$

Из этого числа поглощенных фотонов необходимо вычесть число квантов, излученных посредством индуцированного излучения,

$$n_- \sim f(|\epsilon + \hbar\omega|) N(|\epsilon + \hbar\omega|) [1 - f(|\epsilon|)] N(|\epsilon|).$$

Полное число поглощенных фотонов

$$n = n_+ - n_- \sim [f(|\epsilon|) - f(|\epsilon + \hbar\omega|)] N(|\epsilon|) N(|\epsilon + \hbar\omega|).$$

Рассеянная мощность определяется умножением $\hbar\omega$ на n и на матричный элемент взаимодействия квазичастиц p и фотонов $\langle \hbar k, \hbar\omega \rangle$ и интегрированием по энергиям:

$$P \simeq \omega (2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon 2 |f(\epsilon) - f(\epsilon + \hbar\omega)| N(\epsilon) N(\epsilon + \hbar\omega) \int d^3k d^2P_i d^2P_f |M|^2, \quad (2.67)$$

где P_i — начальное, P_f — конечное значения импульсов квазичастиц, между которыми происходит изменение вследствие воздействия фотона.

При температурах $T < T_K/2$ характерные длины сверхпроводящего состояния и матричный элемент взаимодействия можно счи-

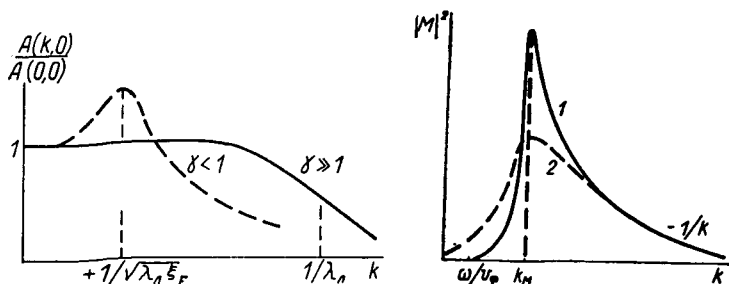


Рис. 2.21. Преобразование Фурье вектора-потенциала $A(k, 0)$ от k :
 — локальный случай; --- — нелокальный.

Рис. 2.22. Зависимость матричного элемента от импульса фотонов:
 1 — $l = \infty$; 2 — $l < \infty$.

тать постоянными. Так как для плотности состояний вблизи энергии Ферми существует особенность (2.46), то поглощение энергии преобладает для этих состояний. Поэтому из (2.67) получаем

$$R_c \sim \frac{1}{k_B T} \exp\left(-\frac{\Delta}{k_B T}\right) (\hbar\omega)^{3/2}.$$

Экспоненциальная зависимость поверхностного сопротивления от температуры хорошо согласуется с экспериментальными данными. Частотная зависимость $\omega^{3/2}$ близка к частотной зависимости некоторых сверхпроводников (для свинца $\omega^{1.7}$).

Для получения более реальных зависимостей R_c от материальных параметров ξ_F , δ_L и l необходимо учитывать зависимость матричного элемента M от ω и k . Гамильтониан взаимодействия представим в виде $H_W = -\frac{e_0}{m_0} \mathbf{p} \cdot \mathbf{A}$. Тогда для плоской волны $A(z, \omega)$, описывающей поле в поверхностном слое, из (2.67) получим

$$P \simeq \frac{(\hbar\omega)^2}{\sqrt{2\Delta\hbar\omega}} \frac{1}{k_B T} e^{-\frac{\Delta}{k_B T}} \int dk \left| \frac{e_0}{m_0} A(k, \omega) \right|^2 |M(k, \omega)|^2 \Big|_{|e|=\Delta}.$$

Спектр импульсов $A^2(k, \omega)$ определяется преобразованием Фурье $A(z, \omega)$ (рис. 2.21). При температурах, меньших $T_K/2$, и низких частотах ($\omega < 0,1 \omega_m$) током поглощения за счет переходов квази-частиц можно пренебречь по сравнению с экранирующим током куперовских пар. Поэтому в качестве A можно выбрать вектор-потенциал для статического поля. Для экспоненциального затухания

$$A(k) = \frac{\mu_0 H(0)}{\pi \left(k^2 + \frac{1}{\lambda_L^2} \right)}.$$

При нелокальном проникновении магнитного поля (малых γ) на спектре $A(k)$ виден максимум при $k \simeq \frac{1}{\sqrt{\lambda_L \xi_F}}$. Из закона дисперсии квазичастиц можно получить матричный элемент [246]

$$|M(k, \omega)|^2 \sim \text{Re} \sqrt{\frac{\hbar\omega}{-(\sqrt{\varepsilon + \hbar\omega})^2 - \Delta^2 - \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2} - i\hbar v_\phi/l)^2 + (v_\phi \hbar k)^2}}.$$

Зависимость матричного элемента от импульса фотонов показана на рис. 2.22. Так как состояния вблизи края щели дают основной вклад в поглощение, то ε в предыдущем уравнении можно заметить на Δ :

$$|M(k, \omega)|_{\varepsilon=\Delta}^2 \sim \text{Re} \sqrt{\frac{\hbar\omega/2\Delta}{-(\sqrt{\hbar\omega/2\Delta - i\xi_F(\infty)/l})^2 + (\xi_F(\infty)k)^2}}, \quad (2.68)$$

где $\xi_F(T=0, l=\infty) = \hbar v_\phi/2\Delta(0)$. Из рис. 2.22 следует, что (2.68) имеет резкий максимум при $k_M = \sqrt{\hbar\omega/2\Delta}/\xi_F$. Если использовать $M(k, \omega)$ и $A(k)$ в локальном случае, то с заменой $q = k\xi_F(l=\infty)$ получим

$$\begin{aligned} \frac{R_c}{\omega\lambda_L} &\sim \frac{\hbar\omega}{\sqrt{\Delta\hbar\omega k_{BT}}} e^{-\Delta/k_{BT}} \int dq \gamma \left(\frac{\lambda_L^2}{\gamma^2 q^2 + 1} \right)^2 \times \\ &\times \text{Re} \sqrt{\frac{\hbar\omega/2\Delta}{-[\sqrt{\hbar\omega/2\Delta - i\xi_F(\infty)/l}]^2 + q^2}}. \end{aligned}$$

Это выражение дает качественное описание зависимости R_c от γ, l, ω . При $l=\infty$ максимум $|M|^2$ при $q_M = \sqrt{\hbar\omega/2\Delta}$ наиболее заметен. Максимум $A(q)$ при $q_A \sim 1/\sqrt{\gamma}$ наблюдается только при малых γ (см. рис. 2.21). Следовательно, при $\hbar\omega < \omega/10$ выполняются следующие зависимости: для $\gamma > 1$ $A(q) = \text{const}$ и $\frac{R_c}{\omega\lambda_L} \sim \gamma$, для $\gamma \ll 1$ $g_A \ll q_M$, максимум M^2 уже не преобладает и $R_c/\omega\lambda_L \sim 1/\gamma^3$. Когда максимумы $M(k)$ и $A(k)$ сравнимы, то $R_c/\omega\lambda_L \sim 1/\gamma$. Таким образом, в зависимости от γ появляются области как увеличения, так и уменьшения R_c , что качественно подтверждает зависимость, приведенную на рис. 2.9.

Зависимость поверхностного сопротивления от l также определяется двумя противоположными воздействиями. Рост максимума спектра импульсов с ростом $\xi_F(\infty)/l$ приводит к увеличению R_c , а изменение матричного элемента при увеличении ξ_F/l дает уменьшение R_c , когда ξ_F/l мало. При $\xi_F/l \gtrsim 1$ происходит уширение $|M(q, \omega)|$, что уменьшает влияние пика M . Так как при $\omega < \omega_m/10$ поглощение определяется в основном пиковым значением матричного элемента (см. рис. 2.22), то при уменьшении l R_c сначала уменьшается, а затем увеличивается. Такое поведение соответствует зависимости, приведенной на рис. 2.10. Максимум при $l=\xi_F$ наиболее выражен при больших $\gamma(\infty)$ и низких частотах.

При $l \rightarrow \infty$ и $\gamma > 1$ максимум $|M|^2$ преобладает, приводя к слабой частотной зависимости $R_c \sim \omega^{3/2}$, в то время как при $\gamma \ll 1$ уменьшение $|M(q, \omega)|^2 \sim V \hbar \omega / (\xi_F q)^2$ приводит к зависимости $R_c \sim \omega^2$. На высоких частотах, когда $\omega \simeq \omega_{\text{щ}}$, зависимость $R(\omega)$ становится сложной — возможно даже уменьшение $R(\omega)$ при возрастании частоты.

Таким образом, результаты микроскопической теории нельзя понять с помощью простых двухжидкостных моделей. Причина этих отклонений — резко выраженная зависимость матричного элемента от импульса, обусловленная в основном сингулярностью плотности состояний.

5. ПОЛЕВАЯ И КИНЕТИЧЕСКАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

Из соотношений (1.10), (1.17) следует, что в массивном полубесконечном проводнике с плоской поверхностью в переменном электромагнитном поле величина $L = X/\omega$ определяет среднюю запасаемую энергию $W = \frac{1}{4} L |I|^2$ под единичной площадкой, где I — ток, приходящийся на единицу длины. Поэтому L — внутренняя или поверхностная индуктивность проводника при скин-эффекте или эффекте Мейснера для сверхпроводников.

До частот $\omega < 0,1$ и приведенных температур $t_{\text{пр}} < 0,9$ и ниже внутренняя индуктивность сверхпроводников практически не зависит от частоты и определяется глубиной проникновения статического магнитного поля $L_c = \mu_0 \lambda_L$. В свою очередь внутренняя индуктивность складывается из двух частей: полевой $L_{\text{п}}$ и кинетической $L_{\text{к}}$ (1.22). В общем случае необходимо учитывать нелокальность связи между j и A , что приводит к изменению соотношения между $L_{\text{п}}$ и $L_{\text{к}}$ в массивных сверхпроводниках [145].

Общие соотношения (1.20) — (1.22) для $L_{\text{п}}$ и $L_{\text{к}}$ получены в гл. 1. В локальном случае $j = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} A$ и

$$\frac{1}{4} L_{\text{к}} |I|^2 = \frac{\mu_0 \lambda_L^2}{4} \int_0^\infty |j|^2 dz. \quad (2.69)$$

В теории Лондонов $\lambda_L^2 = \frac{m_0}{\mu_0 n_c e_0^2}$, $j = n_c e_0 v$. Если подставить эти величины в (2.69), то член, стоящий в правой части, преобразуется к средней кинетической энергии сверхпроводящих электронов под поверхностью с единичной площадью $\int_0^\infty n_c \frac{m_0 |v|^2}{4} dz$, где $n_c m_0 |v|^2 / 4$ — плотность кинетической энергии электронов на расстоянии z от поверхности. Таким образом, реактивная мощность $1/2 \operatorname{Im} j^* E$ в каждой точке сверхпроводника полностью идет на увеличение кинетической энергии электронов. Поле $E = i \omega \mu_0 \lambda_L^2 j$ при отсутствии потерь опережает плотность тока на $\pi/2$, что соответствует в каждой точке локальной индуктивности $\mu_0 \lambda_L^2$ (1.20).

При нелокальной связи j и A смысл подынтегрального выражения соотношения (1.20) несколько изменяется. Для простоты будем рассматривать случай, когда потери отсутствуют. Одним из основных признаков нелокального проникновения поля в сверхпроводники является изменение знака постоянного магнитного поля и тока на определенном расстоянии от поверхности [229, 376, 377]. Из рис. 2.23 следует, что j , H и A обращаются в нуль в различных точках. При переменных гармонически изменяющихся полях и $\bar{\omega} \ll 1$ распределение полей и токов мало отличается от стационарного и их изменение происходит синфазно. Рассмотрим области I , II и III (рис. 2.23). В областях I и III связь между j и A можно записать в виде $j = -\alpha(z)A$ или $j = \alpha(z)E(z)/i\omega$ с $\alpha(z) > 0$, т. е. плотность тока j отстает по фазе от E на $\pi/2$ и локальная реактивная мощность $\frac{1}{2} \text{Im} j^* E$, сообщаемая току, положительна. Это соответствует локальной индуктивности $\alpha(z)$. Для области II $\text{Im} j^* E < 0$ и ток опережает по фазе E на $\pi/2$ (или отстает на $3/2\pi$), что соответствует локальной емкости, или, лучше сказать, отрицательной индуктивности². Из этого ясно, что реактивная мощность, потребляемая током, $\frac{1}{2} \text{Im} j^* E$ не может идти только на запасение кинетической энергии сверхпроводящего конденсата как целого, а величина $\frac{1}{4} \text{Re} j^* A$ не дает его средней плотности кинетической энергии, как в локальном случае. Все это является следствием чисто нелокальных эффектов.

В областях $I-III$ рассмотрим реальные поля $\tilde{E}$ и токи j . Предположим, что в области I плотность тока возрастает, тогда величина $\tilde{j}\tilde{E}$ будет положительной, т. е. энергия будет передаваться току. Часть этой мощности будет идти на запасение кинетической энергии конденсата как целого, а другая часть (вследствие того, что $\xi > \lambda$) будет передаваться посредством сверхпроводящих носителей в область II , так как поток электромагнитной энергии в область II отсутствует. В этой области энергия носителей будет

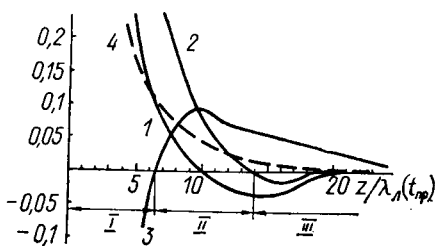


Рис. 2.23. Зависимости приведенных величин H (1), j (2) и A (3) от расстояния от поверхности сверхпроводника в крайнем нелокальном пределе для $\gamma(t_{\text{пр}}, \infty) = 0,007$, $l = \infty$, $t_{\text{пр}} = 0,2$ [244] (4 — экспоненциальное проникновение магнитного поля).

В областях $I-III$ рассмотрим реальные поля $\tilde{E}$ и токи j . Предположим, что в области I плотность тока возрастает, тогда величина $\tilde{j}\tilde{E}$ будет положительной, т. е. энергия будет передаваться току. Часть этой мощности будет идти на запасение кинетической энергии конденсата как целого, а другая часть (вследствие того, что $\xi > \lambda$) будет передаваться посредством сверхпроводящих носителей в область II , так как поток электромагнитной энергии в область II отсутствует. В этой области энергия носителей будет

² Для этой области $E = -i\omega\alpha(z)j = \omega^2\alpha(z)j/i\omega$. Следовательно, ее можно трактовать как область отрицательной индуктивности, в которой локальная индуктивность $-\alpha(z)$ ($\alpha > 0$) не зависит от частоты, или как емкостную область, но с сильной частотной зависимостью локальной емкости $\alpha(z)\omega^2$. Как указывалось, при $t_{\text{пр}} \leq 0,9$ и $\bar{\omega} < 0,1$ для чистых сверхпроводников индуктивность L не зависит от частоты, поэтому первая интерпретация более приемлема.

передаваться полю (величина jE отрицательна) и запасаться в энергии магнитного поля (энергия электрического поля из-за малости Z намного меньше энергии магнитного поля). В то же время возникает поток энергии электромагнитного поля из области II в область III , где она запасается в энергии магнитного поля и тока и, частично, самосогласованным образом возвращается в область II (jE положительно). В следующую четверть периода этот процесс происходит в обратном порядке. Следовательно, в величине $\frac{1}{2} \operatorname{Im} j^* E$ уже учитывается не только мощность, идущая на запасение энергии в токе, а и перенос энергии сверхпроводящими носителями вследствие нелокальных эффектов. Однако интегрирование $\int_0^\infty j^* E dz$ автоматически устраняет влияние процессов передачи энергии электронами из одних точек в другие и дает суммарную реактивную мощность, идущую на запасение кинетической энергии сверхпроводящего конденсата.

Для экспоненты $\int H^2 dz = \frac{1}{2} \int H(z) dz$. В случае нелокального проникновения величина $\int_0^\infty H^2 dz$ больше, чем при экспоненциальном законе убывания, поэтому $L_\pi > L_\kappa$.

Оценим, насколько L_π больше L_κ в случае зеркального отражения электронов от поверхности. Для кинетической индуктивности с использованием преобразований Фурье (2.56) и равенства Парсеваля (2.74)

$$L_\kappa = -\frac{1}{2\pi |H(0)|^2} \operatorname{Re} \int_0^\infty j^*(k) \tilde{A}(k) dk = \frac{2\mu_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{\mu_0 \operatorname{Re} \tilde{\Omega}(k) dk}{|k^2 + \mu_0 \tilde{\Omega}(k)|^2} \quad (2.70)$$

и аналогично для полевой индуктивности

$$L_\pi = \frac{2\mu_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{|k^2 + \mu_0 \tilde{\Omega}(k)|^2}. \quad (2.71)$$

Характерный размер изменения $\tilde{\Omega}(k)$ это $1/\xi_F$, где ξ_F — длина когерентности. Поэтому при $\gamma = \frac{\lambda_L}{\xi_F} \gg 1$ в (2.70) и (2.71) $\tilde{\Omega}$ можно заменить на $\tilde{\Omega}(0)$. Интегрирование с учетом $\mu_0 \tilde{\Omega}(0) = 1/\lambda_L^2$ дает $L_\kappa = L_\pi = \mu_0 \lambda_L / 2$. При этом в этом случае $\lambda_L = \lambda$.

Рассмотрим теперь противоположный случай крайне аномального предела, т. е. $\gamma = \lambda_L / \xi_F \ll 1$. В простейшем случае пиппардовского ядра в (2.63) необходимо положить $\xi_n(T, \infty) = \xi_p$ и $\tilde{\Omega}(k)$ заменить

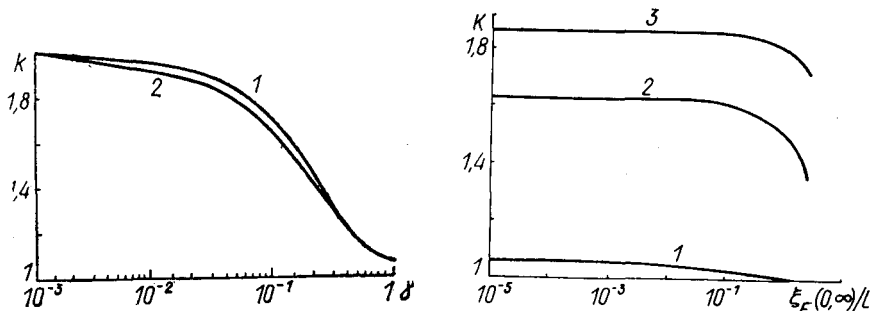


Рис. 2.24. Зависимости $\kappa = L_{\pi} / L_k$ от $\gamma(t_{\text{пр}}, \infty)$ для зеркального отражения электронов от поверхности и различных приведенных температур $t_{\text{пр}} = 0,98$ (1); $0,16$ (2).

Рис. 2.25. Зависимость $\kappa = L_{\pi} / L_k$ от $\xi_F(0, \infty) / l$ для $t_{\text{пр}} = 0,9$ при $\gamma(0, \infty) = 0,7$ (1); $2 \cdot 10^{-2}$ (2), $3 \cdot 10^{-3}$ (3).

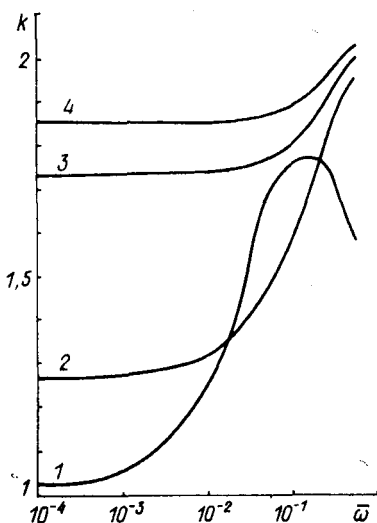


Рис. 2.26. Зависимости $\kappa = L_{\pi} / L_k$ от частоты для $t_{\text{пр}} = 0,9$ и $l = \infty$ при $\gamma(0, \infty) = 1$ (1); 10^{-1} (2); 10^{-2} (3); $3 \cdot 10^{-3}$ (4).

на асимптотику при больших k $3\pi / (4\lambda_L^2 \xi k)$, где $\frac{1}{\xi} = \frac{1}{\xi_p} + \frac{1}{l}$ и $l \gg \lambda$.

После интегрирования

$$L_{\pi} = 2L_k = \frac{8\mu_0}{9\sqrt{3}} \left(\frac{4}{3\pi} \right)^{1/2} \gamma^{-1/3} \lambda_L,$$

т. е. в этом пределе полевая индуктивность превышает кинетическую в два раза. К такому же значению приводит и полное ядро в теории БКШ (2.63), но с несколько отличным коэффициентом при $\mu_0 \gamma^{-1/3} \lambda_L$. Так, для $l = \infty$ этот коэффициент примерно равен $0,33$. В случае зеркального отражения электронов от поверхности (рис. 2.24) коэффициент слабо зависит от температуры. Явная зависимость $\kappa(l)$ от длины свободного пробега для $t_{\text{пр}} = 0,9$ приведена на рис. 2.25. Очевидно, более сильная зависимость от длины свободного пробега до $\xi_F / l < 5$ наблюдается для больших значений ξ_F / l .

Частотная зависимость κ (рис. 2.26) становится заметной для $\omega > 10^{-2}$. В нормальном состоянии при отсутствии эффектов релаксации $\kappa = \infty$, а так как при возрастании частоты доля «нормаль-

ного» тока растёт, то доля кинетической индуктивности убывает. Зависимость от частоты более ярко выражена для высоких температур и больших значений γ .

6. КОНЦЕПЦИЯ ГЛУБИНЫ ПРОНИКНОВЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В МЕТАЛЛЫ

При скин-эффекте в нормальных и сверхпроводящих металлах, а также вследствие эффекта Мейснера в сверхпроводниках при постоянных магнитных полях все составляющие электромагнитного поля убывают по направлению в глубь проводника. Выше мы ввели определения глубин проникновения — индуктивной, резистивной, глубины проникновения при классическом скин-эффекте и т. д. Пиппард [351] для характеристики проникновения электромагнитного поля при аномальном скин-эффекте в нормальных проводниках ввел эффективную глубину проникновения по соотношению $2R/\omega\mu_0$, в работе [99] эффективная глубина проникновения введена несколько в другом виде: $(R^2 + X^2)/(\omega\mu_0 X)$. Возникает естественный вопрос, что же понимать под глубиной проникновения электромагнитного поля в металлы и можно ли ввести единое определение глубины проникновения, удобное во всех случаях.

Очевидно, первое условие, которому должна удовлетворять величина, называемая глубиной проникновения, это то, что она должна характеризовать убывание электромагнитного поля, т. е. представлять характерное расстояние под поверхностью, на котором поле заметно изменяется. Фиксировать эту величину можно по-разному, например брать расстояние, на котором значение поля уменьшается до определенной величины по сравнению с таковым на поверхности. Примером является классическая глубина проникновения, показывающая расстояние при классическом скин-эффекте, на котором значение поля уменьшается в e раз. Более удобно проникновение полей под металлическую поверхность характеризовать некоторыми интегральными соотношениями. Например, лучшей численной мерой проникновения магнитного поля является

$$\delta_{|H|} = \frac{1}{|H(0)|} \int_0^{\infty} |H(z)| dz. \quad (2.72)$$

Это определение удовлетворяется в случае экспоненциального проникновения электромагнитных полей в металлы (при классическом скин-эффекте). Вместо (2.72) можно ввести и другую интегральную характеристику проникновения, например квадратичную по полю,

$$\delta_{|H|^2} = \frac{1}{|H(0)|^2} \int_0^{\infty} |H(z)|^2 dz. \quad (2.73)$$

Эта характеристика определяет убывание квадрата поля под поверхностью металла и, вообще говоря, не равна (2.72), но в ре-

Величина	$\delta_{ H 2}$	$\delta_{ E 2}$	$\delta_{ j 2}$	$\text{Re} \delta_j$
Нормальный металл	$\delta_{1,\infty}$	$\frac{27}{32} \delta_{1,\infty}$	$\frac{27}{16} \delta_{1,\infty}$	$\frac{27}{16} \delta_{1,\infty}$
Сверхпроводник	$2/3 \delta_H$	$\frac{27\sqrt{3}}{32\pi} \delta_H$	$9/8 \delta_H$	$\frac{27}{16} \delta_H$

альных случаях не сильно отличается от (2.72) и будет с ней одного порядка, следовательно, также будет характеризовать проникновение поля в металл. При локальном (экспоненциальном) проникновении величина $\delta_{|H|2}$ в два раза меньше $\delta_{|H|}$ (при нелокальном проникновении это отличие меньше).

Необходимо отметить следующее обстоятельство: при локальном проникновении поля глубины проникновения, определенные соотношением (2.72) или (2.73) для величин H , j и E , совпадают, при нелокальном они различны. В табл. 6 приведены выражения для $\delta_{|H|2}$, $\delta_{|E|2}$, $\delta_{|j|2}$ в крайне аномальном пределе как в нормальных металлах, так и в сверхпроводниках при зеркальном отражении электронов от поверхности. Для сверхпроводников предполагалось $\bar{\omega} < 0,1$, и использовалось интегральное ядро для статического случая (2.63). При вычислении соотношений типа (2.73) интегралы от 0 до ∞ какой-либо величины F находились с помощью соотношения Парсеваля, которое в случае симметричной функции $F(z)$ имеет вид

$$\int_0^{\infty} |F(z)|^2 dz = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} |\Phi(k)|^2 dk, \quad (2.74)$$

где $\Phi(k)$ — преобразование Фурье от функции $F(z)$. Из табл. 6 видно, что величины δ для H , E и j , хотя и не равны между собой, отличаются не более чем в два раза, поэтому любая из них может служить характеристикой проникновения электромагнитного поля в глубь металла.

Вместо определений (2.72) или (2.73) можно ввести другое интегральное определение степени затухания величины H

$$\delta_H = \frac{1}{H(0)} \int_0^{\infty} H(z) dz = \delta_k, \quad (2.75)$$

где $H(z)$ — комплексная амплитуда вектора $\mathbf{H}$. Определения для δ_E и δ_j аналогичны (2.75). Величина $\text{Re} \delta_H$ характеризует проникновение поля H по потоку в металл. Если мы фиксируем момент времени, когда поле $\tilde{H}$ на поверхности максимально, то $\text{Re} \int_0^{\infty} H(z) dz$

есть суммарный поток магнитного поля в этот момент времени. С течением времени этот поток будет осциллировать по гармоническому закону $\Phi(t) = \Phi_0 \cos \omega t$. Следовательно, $\text{Re} \delta_H = \delta_1$ — глубина, на которой постоянное по величине и направлению поле $H(0)$ создает тот же поток, что и поле под поверхностью металла, когда на поверхности оно равно $H(0)$. В случае статического поля в сверхпроводниках $\int_0^\infty H(z) dz$ есть просто суммарный поток

этого поля под поверхностью. В пренебрежении потерями (δ_H и δ_E действительны) вычислим δ_H и δ_E для сверхпроводников при зеркальном отражении электронов от поверхности. В случае малых частот $\bar{\omega} \ll 1$ интегральное ядро $\tilde{\Omega}(k, \omega)$ можно разложить по степеням $\bar{\omega}$:

$$\tilde{\Omega}(k, \omega) = \tilde{\Omega}(k, 0) + \bar{\omega}^2 \tilde{\Omega}_1(k) + \dots,$$

где ядро $\tilde{\Omega}(k, 0)$ дается выражением (2.63). Вследствие (2.18) глубина проникновения электрического поля δ_E будет равна глубине проникновения вектора потенциала A . Используя формулу для преобразования Фурье $\tilde{A}(k)$ (соотношение (2.56)), для δ_E получаем

$$\delta_E = \frac{1}{A(0)} \int_0^{+\infty} A(z) dz = \frac{1}{2A(0)} \tilde{A}|_{k=0} = -\frac{H(0)}{A(0)} \frac{1}{\Omega(0)}.$$

Так как $\Omega(0) = \frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2}$, $\delta_H = -\frac{A(0)}{\mu_0 H(0)}$, то

$$\delta_E \delta_H = \lambda_L^2. \quad (2.76)$$

Если связь между током и векторным потенциалом локальна, то $\delta_H = \delta_E = \lambda_L$. В случае крайне аномального предела при $\gamma \ll 1$ для δ_H справедливо следующее асимптотическое выражение:

$$\delta_H = c \lambda_L \gamma^{-1/2},$$

где c слабо зависит от температуры и длины свободного пробега. Расчеты с использованием интегрального ядра (2.63) показывают, что c изменяется от 0,5 до 0,54 при изменении температуры от 0 до T_h , причем, так как область вблизи T_h для реальных сверхпроводников соответствует локальному случаю, практически во всем интервале температур для зеркального отражения $c \approx 0,5$. Из (2.76) следует, что в нелокальном случае $\delta_E < \delta_H$, а для достаточно чистых сверхпроводников они могут отличаться почти на порядок. Понятно, что величина δ_E не может характеризовать убывание электромагнитного поля в крайне нелокальном случае, так как по величине оно сильно отличается от характерных длин затухания других составляющих поля и их квадратов (см.

табл. 6). Однако $\delta_{|E|2}$ примерно вдвое меньше δ_H и при $\gamma \rightarrow 0$ имеет ту же асимптотику, что и δ_H . Это объясняется тем, что поток электрического поля в крайне аномальном пределе стремится к нулю из-за изменения знака электрического поля, хотя сами абсолютные величины E могут быть заметно отличны от нуля внутри сверхпроводника. Аналогичное соотношение при $p=1$ можно получить и для нормального металла:

$$\delta_E = -\frac{1}{E(0)} \int_0^\infty E(z) dz = \frac{l}{2f(0)} \Phi(k)|_{k=0}.$$

Преобразование Фурье от $f(x) = E(z/l)$ для зеркального отражения электронов [357] имеет вид

$$\Phi(k)|_{k=0} = - \frac{2f'(0)}{k^2 + \frac{i\alpha}{1+i\omega\tau} K\left(\frac{k}{1+i\omega\tau}\right)} \Big|_{k=0} = - \frac{(1+i\omega\tau)}{i\alpha} \frac{3}{2} f'(0).$$

Используя $f(0)/f'(0) = -\delta_H/l$ и соотношение (1.52) для α , получаем

$$\delta_E \delta_H = -i \frac{\delta_{\kappa,l}^2}{2} (1+i\omega\tau) = \delta_{\kappa,l}^2, \quad (2.77)$$

где $\delta_{\kappa,l}$ — комплексная глубина проникновения при наличии эффектов релаксации (1.40) при условии, что связь между J и E локальная. Если $\omega\tau \ll 1$, то $\delta_{\kappa,l}$ сводится к комплексной глубине проникновения при классическом скин-эффекте $\delta_{\kappa,l} = \delta_{\kappa,l} (1-i)/2$.

Интересно отметить, что с учетом эффектов релаксации в пределе $\omega\tau \rightarrow \infty$ правая часть (2.77) становится равной плазменной глубине проникновения $\delta_0^2 = \left(\frac{m_0}{\mu_0 n e^2}\right)^{1/2}$. В табл. 6 реальная часть комплексной глубины проникновения в нелокальном пределе $\delta_{l\infty} = X_\infty/\omega\mu_0$ есть

$$\delta_{l\infty} = \frac{2}{3} l (\alpha\pi)^{-1/3}.$$

Соотношение (2.75) для сверхпроводников можно обобщить на случай произвольных частот и температур, заметив, что $\frac{1}{\delta_{\kappa,l}^2} = \Omega(0, \omega)$ представляет комплексную глубину проникновения в сверхпроводник, если считать, что между j и A осуществляется локальная связь. Величины δ_E и δ_H в этом случае будут комплексными. Таким образом, соотношение $\delta_E \delta_H = \delta_{\kappa,l}^2$ для зеркального отражения электронов верно во всей области частот и температур как для нормальных, так и для сверхпроводящих металлов.

Таким образом, проникновение поля в нормальные металлы и сверхпроводники априори можно описывать различными вели-

чинами, которые приблизительно равнозначно характеризуют затухание поля. Поэтому выбор характеристики затухания на основании только первого условия в той или иной мере произволен. Вторым важным условием выбора соотношения для глубины проникновения электромагнитного поля есть непосредственная связь этой величины с измеряемыми экспериментально величинами.

Все характеристики затухания, приведенные в табл. 6 (за исключением $\text{Re}\delta_H = \text{Re}\delta_K = \delta_1$), в случае промежуточного аномального скин-эффекта требуют знания закона проникновения поля, что в случае небольших длин проникновения чрезвычайно трудно измерить на практике. При экспериментальном измерении глубины проникновения обычно измеряют поверхностный реактанс или величины, связанные с ним, например изменение индуктивности или намагниченности образцов с температурой. Поверхностный реактанс и внутренняя индуктивность непосредственно связаны с реактивной глубиной проникновения по потоку (1.12). Эта величина имеет тот же порядок, что и другие характерные длины затухания абсолютных величин электромагнитного поля (см. табл. 6). Естественно, что именно эту величину нужно взять за скин-глубину проникновения электромагнитного поля.

Выясним энергетический смысл реактивной глубины проникновения

$$\delta_1 = \text{Re} \frac{1}{H(0)} \int_0^{\infty} H(z) dz.$$

Как следует из соотношений (1.10), (1.17), ее можно представить в виде

$$\delta_1 = \frac{1}{W_0} \int_0^{\infty} W(z) dz, \quad (2.78)$$

где $W_0 = \mu_0 |H(0)|^2/4$; $W(z)$ — средняя плотность энергии, запасаемой электромагнитным полем в точке z ,

$$W(z) = \text{Im} \frac{1}{4\omega\mu_0} j^* E + \frac{\mu_0 |H|^2}{4} = -\frac{1}{4\mu_0} \text{Re} j^* A + \frac{\mu_0 |H|^2}{4}. \quad (2.79)$$

Первый член (2.79) представляет энергию, запасаемую посредством тока, второй — энергию, запасаемую в магнитном поле. Следовательно, глубина проникновения магнитного поля по потоку δ_1 в то же время характеризует запасение энергии под поверхностью металла или сверхпроводника. Она определяет толщину слоя с постоянной амплитудой магнитного поля $H(0)$, средняя запасаемая энергия в котором равна средней энергии, запасаемой под поверхностью металла. Величина δ_1 , вообще говоря, отличается от математического определения затухания по формуле (2.72), однако численные их значения близки. Поэтому δ_1 правильно было бы взять в качестве определения глубины проникновения электромагнитного поля как для нормальных, так и для

сверхпроводящих металлов. Исторически сложилось так, что вследствие простоты экспоненциального убывания в классическом случае глубиной проникновения считается не δ_1 , а $\delta_{\text{кл}}$, совпадающая с определением по формуле (2.72). В этом случае $\delta_1 = \delta_{\text{кл}}/2$ и показывает расстояние, на котором средняя плотность магнитной энергии уменьшается в e раз по сравнению с плотностью на поверхности металла.

Для сверхпроводников в постоянном поле δ_1 совпадает со статической глубиной проникновения $\delta_1 = \lambda = \frac{1}{H(0)} \int_0^\infty H(z) dz$.

Отметим, что соотношение (2.78) для δ_1 в некоторых случаях более полезно, чем (2.75). Оно позволяет естественным образом расширить (с энергетических позиций) понятие глубины проникновения на случай шероховатых поверхностей.

ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС РЕАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

1. ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС ШЕРОХОВАТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

В зависимости от технологии изготовления поверхностное сопротивление нормальных металлов может отличаться от теоретического [175, 189, 193—195, 211, 306, 398—401]. Разница между наблюдаемыми и теоретическими значениями увеличивается при увеличении частоты, а также числа структурных и геометрических дефектов поверхностного слоя. Экспериментально полученные значения глубины проникновения обычно больше теоретических, а в температурной зависимости наблюдается отклонение этого параметра от предсказаний теории [164, 410, 411].

Выше рассматривался поверхностный импеданс сверхпроводников и нормальных металлов с абсолютно гладкими поверхностями, на которых предполагалось выполнение граничных условий Леонтовича (1.6). На реальных поверхностях твердых тел обязательно присутствуют шероховатости, т. е. несовершенства, связанные с отклонением формы поверхности от плоской. Неровности могут быть обусловлены как корпускулярным строением материи, так и дефектами, возникающими в результате технологии приготовления поверхностей, и имеют различный характер.

При исследовании влияния шероховатости на поверхностный импеданс использовались различные подходы. В работах [175, 193, 194, 211] увеличение поверхностного сопротивления и реактанса связывалось с пропорциональным увеличением реальной площади шероховатой поверхности по сравнению с плоской. Однако такая методика справедлива только при наличии пологих неровностей, характерные размеры которых значительно превосходят глубину проникновения, в случае, когда изменением внешнего магнитного поля, вызванного наличием шероховатости, можно пренебречь.

Наиболее общим методом рассмотрения шероховатых поверхностей является статистический [16], при котором реальная поверхность рассматривается как реализация некоторой случайной функции или случайной (статистической) поверхности. Отклонение формы границы от плоской описывается набором случайных функций $h(\rho)$, значения которых дают отклонение границы от плоскости $z=0$ в точке ρ (ρ — двумерный вектор в плоскости $z=0$). Такой метод часто применяется при определении рассеива-

ющих свойств шероховатых поверхностей, когда на них падает электромагнитное излучение. В этом случае вводится эффективный поверхностный импеданс рассеяния [16]. Необходимо подчеркнуть, что в обычном понимании импеданс является характеристикой металлических поверхностей, определяемой реальными потерями и запасаемой энергией в металле (см. гл. 1), в то время как импеданс рассеяния описывает рассеивающие свойства поверхности и характеризует убыль энергии когерентной составляющей поля из-за преобразования ее в рассеянную составляющую. В этом случае процессы рассеяния определяются дифракционными эффектами и зависят от соотношения между длиной волны и размерами неровностей. Этот тип влияния шероховатостей может быть существен, например, в направляющих системах при достаточно большой их длине, когда вследствие рассеяния происходит преобразование энергии основной моды в неосновные. В дальнейшем мы всегда будем предполагать, что $\lambda \gg h$, и рассматривать поверхностный импеданс, связанный с реальными потерями и запасаемой энергией.

При произвольной форме шероховатостей граничные условия Леонтовича в каждой точке поверхности не выполняются и можно говорить только о некотором эффективном поверхностном импедансе такой поверхности. Далее будем полагать, что характерные размеры неровностей (средняя высота h , средний горизонтальный размер d) намного меньше длины волны в свободном пространстве и намного меньше тех расстояний, на которых изменяется поле падающей волны. Иначе говоря, мы предполагаем справедливость граничных условий Леонтовича на соответствующей плоской поверхности, которая соответствует шероховатой и определяется формой рассматриваемого объекта в данном месте.

Рассмотрим участок поверхности ΔS , содержащий большое число шероховатостей. Применим теорему Пойнтинга к объему металла V , расположенному под этим участком (рис. 3.1),

$$\int_{\Delta S} \mathbf{P} dS + \int_{S_0} \mathbf{P} dS = -\frac{1}{2} \int_V \mathbf{j}^* \mathbf{E} dV - i \cdot 2\omega \int_V \frac{\mu_0 |\mathbf{H}|^2}{4} dV, \quad (3.1)$$

где второй член в левой части дает средний поток электромагнитной энергии через боковую поверхность объема V . Реальная и мнимая части величины потока комплексной мощности $\mathbf{P}$ через боковую поверхность могут быть как больше, так и меньше нуля.

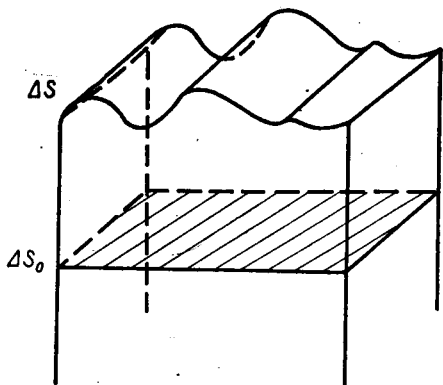


Рис. 3.1. Участок ΔS неровной поверхности.

При большом числе элементов шероховатости, расположенных хаотично, $\int_{S_0} \mathbf{P} d\mathbf{S}$ в среднем будет равен нулю. Усредним (3.1) по

ансамблю площадок с шероховатостями, характеризующимися теми же средними параметрами. Тогда средний поток электромагнитной энергии через боковую поверхность обратится в нуль. Относя все величины в (3.1) к единичному участку соответствующей плоскости (см. рис. 3.1), получаем (для средних величин мы оставим те же обозначения)

$$\frac{1}{\Delta S_0} \int_{\Delta S} P_n dS = \frac{1}{2\Delta S_0} \int_V \mathbf{j}^* \mathbf{E} dV + i \frac{2\omega}{\Delta S_0} \int_V \frac{\mu_0 |\mathbf{H}|^2}{4} dV, \quad (3.2)$$

где ΔS_0 — участок плоской поверхности, соответствующий поверхности ΔS ; P_n — проекция вектора $\mathbf{P}$ на нормаль, направленную внутрь металла к элементу dS . Реальная и мнимая части (3.2) представляют собой среднюю мощность потерь P_R и среднюю реактивную мощность P_X , приходящиеся на единичный квадрат плоской поверхности:

$$P_R = \operatorname{Re} \frac{1}{\Delta S_0} \int_{\Delta S} P_n dS = \frac{1}{2\Delta S_0} \operatorname{Re} \int_V \mathbf{j}^* \mathbf{E} dV, \quad (3.3)$$

$$P_X = \operatorname{Im} \frac{1}{\Delta S_0} \int_{\Delta S} P_n dS = \frac{1}{2\Delta S_0} \operatorname{Im} \int_V \mathbf{j}^* \mathbf{E} dV + \frac{2\omega}{\Delta S_0} \int_V \frac{\mu_0 |\mathbf{H}|^2}{4} dV. \quad (3.4)$$

Член, стоящий в правой части (3.3), есть средняя активная мощность потерь под соответствующей единичной плоской площадкой, а члены в соотношении (3.4) представляют реактивные мощности, идущие на запасание кинетической энергии электронов и энергии магнитного поля соответственно. Обозначим через P_{0R} и P_{0X} активную и реактивную мощности, приходящиеся на единичную площадку, при замене шероховатой поверхности плоской при одном и том же падающем излучении. Тогда эффективное поверхностное сопротивление и реактанс шероховатой поверхности можно ввести как [105]

$$\frac{P_R}{P_{0R}} = \frac{R_{\text{эф}}}{R}; \quad \frac{P_X}{P_{0X}} = \frac{X_{\text{эф}}}{X}, \quad (3.5)$$

где R и X — поверхностное сопротивление и реактанс плоской поверхности металла. Из соотношений (1.16) и (1.17)

$$R_{\text{эф}} = \frac{\operatorname{Re} \frac{1}{\Delta S_0} \int_{\Delta S} P_n dS}{\frac{1}{2} |\mathbf{H}_{0\tau}|^2} = \frac{1}{|\mathbf{H}_{0\tau}|^2} \operatorname{Re} \frac{1}{\Delta S_0} \int_V \mathbf{j}^* \mathbf{E} dV, \quad (3.6)$$

$$X_{\text{эф}} = \frac{\operatorname{Im} \frac{1}{\Delta S_0} \int_{\Delta S} P_n dS}{\frac{1}{2} |\mathbf{H}_{0\tau}|^2} = \frac{1}{|\mathbf{H}_{0\tau}|^2} \operatorname{Im} \frac{1}{\Delta S_0} \int_V \mathbf{j}^* \mathbf{E} dV + \frac{\omega \mu_0}{\Delta S_0 |\mathbf{H}_{0\tau}|^2} \int_V |\mathbf{H}|^2 dV. \quad (3.7)$$

Используя соотношение (3.7), по формулам (1.10) и (1.12) можно ввести также эффективную поверхностную индуктивность $L_{эф}$ и эффективную глубину проникновения $\delta_{эф} = L_{эф}/\mu_0 = X_{эф}/\omega\mu_0$.

В частном случае, когда шероховатость изотропна и средние размеры и радиусы кривизны ее элементов намного больше глубины проникновения, к каждому элементу dS такой поверхности будут применимы граничные условия Леонтовича. Используя равенство $P_n = 1/2Z|H_{от}|^2$, из (3.6) и (3.7) найдем

$$R_{эф} = kR, \quad X_{эф} = kX, \quad (3.8)$$

где

$$k = \frac{1}{\Delta S_0} \frac{\int_{\Delta S} |H_T|^2 dS}{|H_{от}|^2}$$

названо коэффициентом шероховатости [108]. Он показывает, насколько увеличиваются поверхностное сопротивление и реактанс шероховатой поверхности по отношению к плоской.

В уравнения (3.6) и (3.7) входит тангенциальная составляющая магнитного поля на соответствующей плоской поверхности при условии, что поля вдали от шероховатой и плоской поверхностей совпадают. В непосредственной близости к шероховатой поверхности и электрическое, и магнитное поля будут искажаться и могут заметно отличаться от соответствующих полей для плоской поверхности. Однако из-за малости неровностей по сравнению с длиной волны даже с учетом эффектов рассеяния электромагнитное поле вдали от такой поверхности можно представить как суперпозицию падающей и отраженной от плоской поверхности волн [16].

Если теперь выбрать расстояние от шероховатой поверхности значительно большим высот неровностей, но намного меньшим длины волны излучения, то задачу можно решать в квазистационарном приближении [75], подставив на таких расстояниях граничное условие $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{от}$. Вследствие малости Z и слабого рассеяния излучения на такой поверхности поле $H_{от}$ с большой точностью можно взять равным магнитному полю на плоской поверхности. Это граничное условие использовалось Морганом [328] для вычисления поверхностного сопротивления поверхностей в виде выемок прямоугольной формы при классическом скин-эффекте. Определения (3.6) и (3.7) остаются верными в случае анизотропной поверхности, но при вычислении $R_{эф}$ и $X_{эф}$ необходимо задаться направлением магнитного поля.

Рассмотрим связь определений $R_{эф}$, $X_{эф}$ (3.5), (3.6) и (3.7) для шероховатой поверхности с измеряемыми на практике величинами.

Поверхностное сопротивление в СВЧ диапазоне обычно определяют путем измерения добротности $Q = \frac{\omega W}{P_R}$ объемных резонаторов, где W — средняя энергия, запасаемая в резонаторе. Распределение полей внутри резонатора будет определяться модой колеба-

ний и при наличии на его стенках малых шероховатостей останется практически таким же, как и в идеальном резонаторе, за исключением областей, непосредственно прилегающих к стенкам. Поэтому при тех же значениях составляющих электромагнитного поля внутри резонатора средняя энергия W для резонаторов с гладкими и шероховатыми стенками с точностью до величин высшего порядка малости будет одной и той же. Далее для определения мощности потерь в стенках резонатора используют соотношение (1.25), где в качестве H_t берут тангенциальную составляющую магнитного поля H на стенках идеально проводящего резонатора

$$P_{\text{пот.ст}} = \frac{1}{2} R \int_S |H_{0t}|^2 dS.$$

Таким образом, экспериментально измеренное значение R шероховатой поверхности полностью соответствует $R_{\text{эф}}$, определенному по соотношениям (3.5) и (3.6). Все сказанное относится к измерению R по коэффициенту затухания в волноводах.

В отличие от случая поверхностного сопротивления сопоставление величины $X_{\text{эф}}$ шероховатой поверхности с измеренной величиной может быть затруднено. Из-за неопределенностей в размерах резонатора или образца (при измерении статической глубины проникновения) изменение X или λ измеряют в зависимости от какого-либо параметра, например температуры. Когда размеры неровностей намного больше глубины проникновения, то при изменении глубины проникновения величины и распределения полей (и, следовательно, их энергия) вблизи элементов шероховатостей не изменяются, а изменяется только энергия электромагнитного поля, запасаемая под шероховатой поверхностью. В этом случае экспериментально будет измеряться изменение величин, определяемых соотношениями (3.7) и (3.8), т. е. изменение внутренней индуктивности $L_{\text{эф}}$ будет определять сдвиги частот резонатора или соответствующего контура.

Если размеры шероховатости сравнимы с глубиной проникновения для плоской поверхности δ , то при изменении δ энергия поля изменяется как внутри, так и вне металла вблизи элементов шероховатости. Совокупность этих изменений и определяет изменение поверхностного реактанса. Поэтому, хотя определение (3.7) и является логичным с точки зрения проникновения поля под шероховатую поверхность, необходимо помнить, что в общем случае на измеренное экспериментально изменение ΔX будут влиять оба фактора. Если в резонаторе возбуждена мода с электрическим полем, имеющим составляющую, нормальную к стенкам резонатора, которая обусловлена поверхностной плотностью заряда, то при наличии шероховатости как сравнимой, так и больше глубины проникновения, энергия электрического поля при изменении глубины проникновения изменяться не будет. Поэтому вкладом электрического поля в измеряемые изменения поверхностного реактанса можно пренебречь, хотя на общую сдвигку частоты резонато-

ра с шероховатыми стенками относительно частоты резонатора с идеально проводящими и гладкими стенками нормальное электрическое поле будет оказывать влияние. Отметим также, что в полых резонаторах влияние рассеяния можно не учитывать, так как после многократного переотражения от стенок резонатора, рассеянное излучение взаимно компенсируется. Это находит отражение в том факте, что в резонаторе с идеально проводящими, но шероховатыми стенками устанавливается режим стоячих волн (моды резонатора), при котором рассеянное излучение отсутствует.

2. ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС ПРИ ШЕРОХОВАТОСТЯХ, НАМНОГО БОЛЬШИХ ГЛУБИНЫ ПРОНИКНОВЕНИЯ

Если радиусы кривизны элементов шероховатостей намного больше глубины проникновения, то для каждой точки такой поверхности будут справедливы граничные условия Леонтовича (1.6)

$$E_{\tau}|_S = Z H_{\tau}|_S, \quad (3.9)$$

где Z — импеданс, определенный для плоской поверхности. Такую поверхность часто называют импедансной. Величины магнитных полей на такой поверхности близки к величинам полей на идеально проводящей, т. е. при $Z=0$, и для определения $Z_{эф}$ можно воспользоваться следующей общепринятой методикой: определить H на соответствующей идеально проводящей поверхности и использовать их значения в соотношениях (3.6), (3.7), (3.9).

Рассмотрим вначале пологие неровности, т. е. такие, у которых высоты намного меньше их продольных размеров. Будем считать шероховатость однородной — ее характеристики (например, средние размеры неровностей) не меняются вдоль шероховатой поверхности. Обозначим через S реальную поверхность, а через S_0 соответствующую гладкую, которая определяется геометрической формой рассматриваемого объекта. Так как радиусы кривизны поверхности S_0 намного больше λ , то всегда можно выбрать плоский участок ΔS_0 , содержащий большое число элементов шероховатости. Шероховатая поверхность может быть описана отклонением $h = \Delta z(x, y)$ от плоской, которое будем рассматривать как случайную (статическую) функцию двух переменных.

Поверхность ΔS_0 тогда можно однозначно зафиксировать, если потребовать, чтобы среднее отклонение $\langle \Delta z \rangle = \int \Delta z(x, y) dx dy$ обращалось в нуль [16]. Таким образом определенная плоскость ΔS_0 получила название средней плоскости шероховатой поверхности.

Из работы [314] следует, что если $\Delta z(x, y)$ можно рассматривать как малое искажение гладкой поверхности S_0 , то векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ на поверхности S можно приближенно представить в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1, \quad (3.10)$$

где $|\mathbf{E}_1| \ll |\mathbf{E}_0|$, $|\mathbf{H}_1| \ll |\mathbf{H}_0|$, $\mathbf{E}_0$ и $\mathbf{H}_0$ — электрические и магнитные поля на плоской поверхности; добавки к электрическому и маг-

нитному полям пропорциональны Δz . Из соотношений (3.6) и (3.7), (3.9) получим

$$Z_{\text{эф}} = Z \frac{1}{|\mathbf{H}_0|^2 \Delta S_0} \int_{\Delta S} |\mathbf{H}|^2 dS,$$

где участок ΔS содержит большое число элементов шероховатости. Для определения $Z_{\text{эф}}$ найдем среднее значение интеграла при различных реализациях ΔS . Из (3.10)

$$Z_{\text{эф}} = Z \left[\frac{1}{\Delta S_0} \int_{\Delta S} dS + \frac{2}{\Delta S_0 |\mathbf{H}_0|^2} \int_{\Delta S} \mathbf{H}_1 \mathbf{H}_0 dS + \frac{1}{\Delta S_0 |\mathbf{H}_0|^2} \int_{\Delta S} |\mathbf{H}_1|^2 dS \right]. \quad (3.11)$$

Первый интеграл представляет собой среднюю площадь шероховатой поверхности. Поскольку $H_1 \sim \Delta z$, то усреднение второго интеграла в данном приближении дает нуль. Третий интеграл пропорционален $\langle \Delta z \rangle^2$ и для многих типов шероховатостей представляет величину высшего порядка малости по отношению к первому. Поэтому для таких поверхностей $Z_{\text{эф}} = kZ$, где $k = \Delta S / \Delta S_0$, т. е. поверхностный импеданс увеличивается пропорционально увеличению площади поверхности.

Следует отметить, что в общем случае даже для пологих неровностей при вычислении $Z_{\text{эф}}$ необходим учет и третьего члена в (3.11). Если вертикальные и горизонтальные размеры шероховатостей сравнимы, то магнитное поле может заметно изменяться от точки к точке и пропорциональность $H_1 \sim \Delta z$ может нарушаться.

Для изучения влияния других членов (3.11) необходимо задать некоторую теоретическую модель поверхности, которая отражала бы основные свойства реальной поверхности. В качестве такой упрощенной модели выберем поверхность с простой формой неровностей в виде двухмерных параллельных выемок (рис. 3.2), периодически расположенных по одному из направлений (по оси x) с периодом d . Так как размеры неровностей намного меньше длины волны, то можно воспользоваться квазистационарным приближением [75]. По этому приближению распределение магнитного поля вне проводника в каждый момент времени можно описывать уравнениями статического поля

$$\text{div } \mathbf{H} = 0, \quad \text{rot } \mathbf{H} = 0 \quad (3.12)$$

или

$$\Delta \mathbf{H} = 0 \quad (3.13)$$

Вне металла на расстояниях, больших размеров шероховатостей, но меньших длины волны λ , магнитное поле приближенно параллельно средней плоскости шероховатой поверхности. Поэтому применительно к квазистацио-

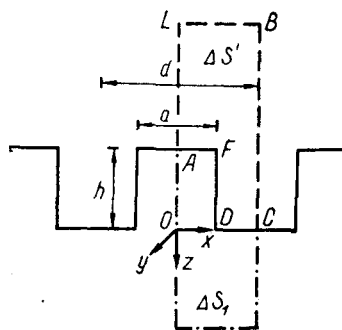


Рис. 3.2. Профиль поверхности с двухмерными выемками.

нарному случаю задачу можно решать, поставив на бесконечности граничное условие

$$\mathbf{H}|_{z=-\infty} = \mathbf{H}_0,$$

где $\mathbf{H}_0$ направлено параллельно поверхности S_0 . На самой же шероховатой поверхности будем ставить идеальные граничные условия, т. е. предполагаем, что $\mathbf{H}$ направлено тангенциально к поверхности (или $\mathbf{E}_\tau|_S = 0$).

Вследствие линейности электродинамических уравнений и граничных условий при рассмотрении магнитного поля H_0 , направленного под углом φ к выемкам, достаточно рассмотреть случай, когда H_0 параллельно и перпендикулярно им. Тогда поле H при $\varphi \neq 0$ и $\varphi \neq \pi/2$ будет суперпозицией полей в этих двух случаях.

Рассмотрим случай, когда $\mathbf{H}_0$ параллельно выемкам. Из симметрии задачи зависимость магнитного поля от y отсутствует, и для пространства вне выемок из (3.12) имеем

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} = 0.$$

Из этих уравнений следует, что $H_y = \text{const}$. Из соотношений (3.6) и (3.7) $Z_{\text{эф}} = Z \frac{\Delta S}{\Delta S_0}$, что совпадает с результатом для пологих неровностей.

Рассмотрим случай, когда $\mathbf{H}_0$ перпендикулярно выемкам. В этом случае H лежит в плоскости xz и зависит от этих двух координат. Введем векторный потенциал $\mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{A}$, направив его по оси y (от потенциала (2.50) он отличается множителем μ_0). Тогда

$$H_x = -\frac{\partial A}{\partial z}, \quad H_z = \frac{\partial A}{\partial x}.$$

Из уравнений $\text{div} \mathbf{A} = 0$, $\mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{A}$ следует уравнение Лапласа

$$\frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{d^2 A}{dz^2} = 0. \quad (3.14)$$

Идеальное граничное условие $H_n|_S = 0$ приводит к постоянству вектора потенциала A на границе.

Для решения подобных двухмерных задач применяют теорию функций комплексного переменного. В работе [136] показано, что уравнению (3.14) может удовлетворять либо действительная, либо мнимая часть некоторой аналитической функции W от комплексной переменной $\xi = x + iz$.

Поэтому задачу можно свести к нахождению такой аналитической функции $W = \Phi - iA$, у которой мнимая часть постоянна на проводящих границах, а при $z \rightarrow -\infty$

$$W|_{z \rightarrow -\infty} = H_0 \xi,$$

что обуславливает выполнение граничного условия вдали от поверхности. Эта задача решена в работе [328] с помощью преоб-

разования Шварца — Кристоффеля. Коэффициент шероховатости в этом случае имеет вид

$$k = \frac{2K'}{\pi} Z(h' | m_1) + 1, \quad (3.15)$$

где величины h' и m_1 и размеры выемок связаны (см. рис. 3.2) уравнениями

$$h' = (a/d) K' + (2h/d) K, \\ Z(h' | m_1) = \frac{m_1 \operatorname{sn}(h' | m_1) \operatorname{cn}(h' | m_1)}{\operatorname{dn}(h' | m_1)} - \frac{\pi (h/d)}{K'}. \quad (3.16)$$

Здесь K и K' — полные эллиптические интегралы 1-го рода с прямым и дополнительным модулями; sn , cn , dn — эллиптические функции Якоби; $Z(h' | m_1)$ — дзета-функция Якоби [147]. Из уравнений (3.15) и (3.16) можно получить асимптотики для различных отношений a/d и h/d . Для фиксированного a/d и $h/d \rightarrow \infty$

$$k = 1 + \frac{1}{\pi} \ln \left(2 \frac{d}{a} - 1 \right),$$

т. е. даже при бесконечной высоте выемок эффективный поверхностный импеданс — величина конечная, что не характерно для случая выемок, расположенных перпендикулярно току. Физически это означает, что поле, проникая в пространство между выемками, довольно быстро затухает, и бесконечная боковая площадь выемок дает конечную величину потерь и запасаемой энергии. Для $h/d \rightarrow 0$ получаем

$$k = 1 + \frac{2h}{d},$$

т. е. при малых высотах увеличение поверхностного импеданса пропорционально увеличению площади. При $h/d = 0,5$ k практически выходит на асимптотику (рис. 3.3, а).

Исследуем теперь зависимость k от a/d при фиксированном h/d . Если $d - a \ll d$, то

$$k \approx 1 + 2 \frac{d-a}{d\pi}.$$

Следовательно, в случае узких выемок величина k не зависит от высоты выемок по той же физической причине, что и для больших высот шероховатостей.

Величина поверхностного импеданса узких выемок эквивалентна выступам с высотами $\frac{d-a}{\pi}$. Если $a/d \rightarrow 0$, то

$$k = 1 - \frac{2h}{d} + \frac{1}{\pi} \operatorname{th} \left(\frac{h\pi}{d} \right) \ln \left[4 \frac{d}{a} \operatorname{sh} \left(2 \frac{h\pi}{d} \right) \right].$$

Из этого соотношения, в частности, следует, что при $a/d \rightarrow 0$ k логарифмически возрастает. Это объясняется тем, что поле вблизи выступов сильно растет и в пределе дает бесконечный вклад в эффективный поверхностный импеданс (рис. 3.3, б). Влияние узких

выемок более сильное, чем широких, и на практике необходимо исправлять подобного типа дефекты.

Таким образом, рассмотренный простой пример показывает, что в случае шероховатости, заметно отличающейся от пологой, для поверхностного импеданса становится существенным изменение магнитного поля вдоль элементов шероховатости.

При измерении поверхностного реактанса импедансных поверхностей измеряют изменение именно внутренней индуктивности, обусловленной изменением энергии магнитного поля внутри металла.

При этом внешняя энергия (и, следовательно, индуктивность) не изменяется. Так как поля вблизи шероховатости отличаются от полей плоской поверхности, на эксперименте полные (внешняя и внутренняя) индуктивности плоской и шероховатой поверхностей также будут отличны. Рассмотрим внешние индуктивности в случае идеально проводящей поверхности для постоянного магнитного поля, перпендикулярного выемкам³. За исходную плоскую поверхность естественно выбрать среднюю плоскость шероховатой поверхности — это означает, что объем вне металла не изменяется. Для вычисления разности внешних индуктивностей необходимо подсчитать разность энергий магнитного поля вне сверхпроводника при наличии и отсутствии шероховатости. Для этого выделим объем с единичным размером вдоль оси y и поперечным сечением $ALBCDF$ (см. рис. 3.2). Тогда отличие внешних индуктивностей, приходящиеся на единичный квадрат плоской поверхности,

$$\Delta L = \mu_0 \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{2}{H_0^2 d} \int_{\Delta S'} (H^2 - H_0^2) dS, \quad (3.17)$$

где $\Delta S'$ — поперечное сечение рассматриваемого объема, а $l = LA$. Используя равенство $\mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{A}$ и применяя формулу Грина, соотношение (3.17) преобразуем следующим образом:

$$\frac{\Delta L}{\mu_0} = \lim_{l \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{d} \int_0^{d/2} \frac{1}{H_0^2} A \frac{\partial A}{\partial z} dx - l \right) + h \left(\frac{a}{d} - 1 \right), \quad (3.18)$$

где интегрирование ведется только по отрезку LB . Так как магнитное поле при $l \rightarrow \infty$ стремится к однородному магнитному полю H_0 ,

³ Результат верен в случае переменного поля при скин-эффекте в нормальных и сверхпроводящих металлах.

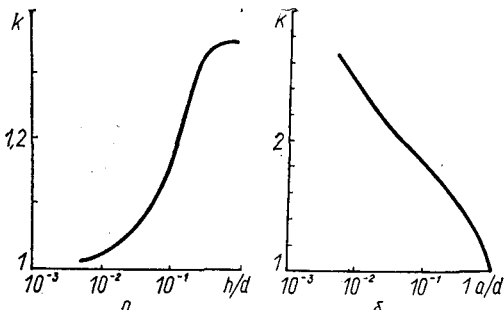


Рис. 3.3. Зависимость коэффициента шероховатости импедансной поверхности от h/d при $a/d=1/2$ (а) и от a/d при $h/d=0,5$ (б).

а $H_z = \frac{\partial A}{\partial x}$ стремится к нулю, то вектор-потенциал A во всех точках отрезка LB стремится к одному и тому же значению. Из (3.18) получаем

$$\frac{\Delta L}{\mu_0} = \lim_{l \rightarrow \infty} \left(\frac{A(l)}{H_0} - l \right) - h \left(1 - \frac{a}{d} \right).$$

Это соотношение эквивалентно определению ΔL по потоку, поскольку $A(l)$ в данном случае (на поверхности $A=0$) определяет поток магнитного поля через прямоугольник со стороной AL и единичным размером вдоль оси y . Выражение для ΔL имеет довольно громоздкий вид и приведено в приложении 6. Предельное значение ΔL при $h/d \rightarrow \infty$

$$\frac{\Delta L}{\mu_0} = \frac{d}{\pi} \ln \left[\left(\frac{a}{d} \right)^{a/2d} (2 - a/d)^{1-(a/2d)} \right] - h \left(1 - \frac{a}{d} \right).$$

Таким образом, ΔL отрицательно и формально стремится к бесконечности при $h/d \rightarrow \infty$. Физически это означает, что при больших размерах выемок происходит экранировка магнитного поля выступами и энергия магнитного поля значительно уменьшается по сравнению с энергией однородного магнитного поля вне средней плоскости. Для малых значений h/d (рис. 3.4)

$$\frac{\Delta L}{\mu_0} = -\frac{1}{\pi} \ln \left(2 \sin \left(\frac{a}{d} \pi \right) d/h \right) \left(\frac{2h}{d} \right) h.$$

Таким образом, изменение внешней индуктивности за счет экранировки внешнего магнитного поля имеет обратный знак по отношению к приращению внутренней индуктивности. При большой величине выемок этот эффект преобладает.

3. ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС ПОВЕРХНОСТИ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ ВЫЕМКАМИ, СРАВНИМЫМИ С ГЛУБИНОЙ ПРОНИКНОВЕНИЯ.

Задача нахождения поверхностного импеданса для шероховатой поверхности, размеры неровностей которой сравнимы с глубиной проникновения, в общем случае не решена. Точные решения полу-

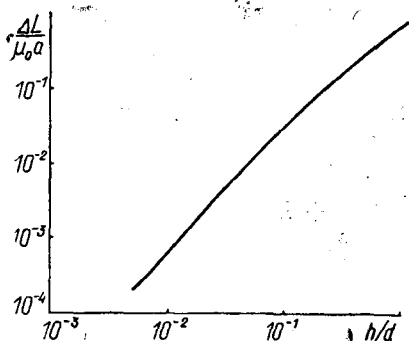


Рис. 3.4. Зависимость величины $\Delta L/\alpha\mu_0$ от h/d при $a/d=0,5$.

чены лишь в отдельных частных случаях. Однако даже такие решения оказываются достаточно полезными, так как позволяют судить о некоторых общих характеристиках поверхностного импеданса реальных сверхпроводников и нормальных металлов.

Для анализа влияния шероховатостей на поверхностный импеданс будем рассматривать модель предыдущего параграфа. Рассмотрим два случая: магнит-

ное поле параллельно и перпендикулярно выемкам. В первом случае квазистационарное приближение приводит к граничному условию $\mathbf{H}|_S = H_0$, к которому необходимо добавить соответствующее уравнение для $\mathbf{H}$ внутри металла. Связь между полем и током в локальном случае задается в виде $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$, где $\sigma = \sigma_1 + i\sigma_2$, σ_1 определяет потери в сверхпроводнике; σ_2 — инерционные свойства носителей заряда. Уравнение для поля $\mathbf{H}$ в сверхпроводнике имеет вид

$$\Delta \mathbf{H} - 1/\delta_K^2 \mathbf{H} = 0, \quad (3.19)$$

где $\delta_K^2 = (i\omega\mu_0\sigma)$. Граничное условие для магнитного поля внутри массивного сверхпроводника имеет вид $H|_{z=\infty} = 0$. Для определения $Z_{\text{эф}}$ в данном случае применимы общие соотношения (3.6) и (3.7). Из-за периодического расположения выемок в качестве ΔS_0 можно выбрать полосу шириной d с единичным размером вдоль оси y

$$Z_{\text{эф}} = \frac{1}{d|\mathbf{H}_0|^2} \left[\int_V \mathbf{j}^* \mathbf{E} dV + i\omega\mu_0 \int_V |\mathbf{H}|^2 dV \right]. \quad (3.20)$$

Опуская выкладки (подробный вывод приведен в приложении 7), для поверхностного импеданса получаем

$$R_{\text{эф}} = \frac{\omega\mu_0}{d|\mathbf{H}_0|^2} \frac{b}{c^2 + b^2} \{\text{Re}[H_0(c + ib)J_1 - cJ_2]\},$$

$$X_{\text{к.эф}} = \frac{c}{b} R_{\text{эф}}; \quad X_{\text{п.эф}} = \frac{\omega\mu_0}{d|\mathbf{H}_0|^2} J_2, \quad X_{\text{эф}} = X_{\text{п.эф}} + X_{\text{к.эф}}; \quad (3.21)$$

$$J_1 = 2 \int_{\Delta S_1} H dS, \quad J_2 = 2 \int_{\Delta S_1} |\mathbf{H}|^2 dS,$$

где ΔS_1 — поперечное сечение сверхпроводника шириной $d/2$, перпендикулярное оси y (см. рис. 3.2); $X_{\text{к.эф}}$ и $X_{\text{п.эф}}$ — кинетическое и полевое реактивные сопротивления; $1/\delta_K^2 = c + ib$. Для случая сверхпроводников при $t_{\text{пр}} < 0,9$ и $\bar{\omega} < 0,1$ справедливо $\sigma_1 \ll \sigma_2$; $b \ll c$, $\text{Re} J_1 \gg \text{Im} J_1$ и значения магнитных полей и токов будут близки к стационарным значениям (при $\sigma_2 = 0$). Полагая $b = 1/\lambda^2$, где λ — глубина проникновения для плоской поверхности, из (3.20) и (3.21) получаем

$$\frac{R_{\text{эф}}}{R} = \frac{X_{\text{к.эф}}}{X_{\text{к}}} = \frac{2}{d\lambda} \left[\frac{\text{Re} J_1}{H_0} - \frac{J_2}{H_0^2} \right],$$

$$\frac{X_{\text{п.эф}}}{X_{\text{п}}} = \frac{2}{d\lambda} \frac{J_2}{H_0^2}; \quad \frac{X_{\text{эф}}}{X} = \frac{1}{d\lambda} \frac{\text{Re} J_1}{H_0},$$

где $X_{\text{к}}$ и $X_{\text{п}}$ — кинетическое и полевое реактивные сопротивления плоской поверхности сверхпроводника. В этом случае отношения соответствующих величин для шероховатой и плоской поверхностей не зависят от частоты, а являются функцией размеров рассмотренного профиля и λ и зависят от формы выемок. Уравнение (3.19) решалось численно методом сеток [133]: область ΔS_1 (см.

рис. 3.2) делилась прямыми, параллельными осям x и y , на квадратную сетку с шагом h_0 . Если значение магнитного поля в узле (i, k) обозначить через $H_{i,k}$, то для внутреннего узла сетки можно записать

$$H_{i,k-1} + H_{i,k+1} + H_{i-1,k} + H_{i+1,k} - H_{i,k} \left(4 + \frac{h_0^2}{\delta_k^2} \right) = 0. \quad (3.22)$$

Для выполнения граничных условий значения H на границе металла принимались равными некоторой константе. На нижней границе, расположенной на расстоянии 6λ от основания выемок, поле предполагалось равным нулю. На боковых границах рассматриваемой области ($x=0$ и $x=d/2$) выполняются граничные условия периодичности. Для их учета использовались узлы, лежащие за границей рассматриваемой области. В этих узлах значения функции H полагались равными ее значениям в симметричных (относительно $x=0$ и $x=d/2$) точках внутри области.

Записав уравнения (3.22) для каждого внутреннего узла и добавив уравнения, соответствующие граничным условиям, получим систему однородных линейных алгебраических уравнений, содержащую столько уравнений, сколько узлов, и столько же неизвестных значений поля $H_{i,k}$ в узлах. Эта система уравнений для классического скин-эффекта для различных профилей решена в работе [328], а для сверхпроводников при $\sigma_1 \ll \sigma_2$ — в работе [105]. Наиболее просто система решается на основе метода итераций [133] с соответствующим выбором параметра итерации. Интегралы J_1 и J_2 легко вычислить на основе двухмерных формул Симпсона [238] (рис. 3.5).

Случай магнитного поля, перпендикулярного выемкам, в математическом отношении более трудоемок [146]. В квазистационарном приближении при $z \rightarrow -\infty$ будем полагать, что магнитное поле равно H_0 и удовлетворяет дифференциальному уравнению (3.13). Внутри металла справедливо уравнение (3.19). В отличие от первого случая H имеет две отличные от нуля компоненты: H_x

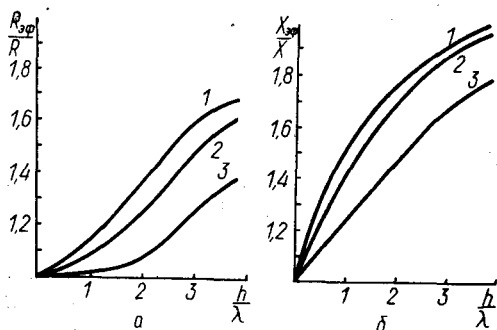


Рис. 3.5. Зависимости $R_{эф}/R$ (а) и $X_{эф}/X = \lambda_{эф}/\lambda$ (б) от h/λ для различных профилей шероховатости при $d:a:h = 4:3:2$ (1); $2:1:1$ (2); $4:1:2$ (3).

и H_z . Аналогично тому, как это сделано в § 2, можно ввести векторный потенциал $\mathbf{A}(0, A, 0)$, направленный вдоль оси y . Из уравнений (1.1), (3.13) и равенства $\text{div } \mathbf{A} = 0$ следует, что векторный потенциал вне металла удовлетворяет уравнению

$$\Delta \mathbf{A} = 0, \quad (3.23)$$

внутри металла — уравнению

$$\Delta \mathbf{A} - \frac{1}{\delta_k^2} \mathbf{A} = 0. \quad (3.24)$$

К этим уравнениям необходимо добавить граничные условия, которые следуют из условия равенства тока нулю при $z=\infty$, непрерывности векторного потенциала и магнитного поля на границе раздела металл — вакуум, а также из граничного условия $H|_{z=-\infty} = H_0$,

$$A^{(I)}|_{z=\infty} = 0, \quad (3.25)$$

$$A^{(I)}|_S = A^{(II)}|_S, \quad (3.26)$$

$$\left. \frac{\partial A^{(I)}}{\partial n} \right|_S = \left. \frac{\partial A^{(II)}}{\partial n} \right|_S, \quad (3.27)$$

$$\left. \frac{\partial A^{(II)}}{\partial z} \right|_{z=-\infty} = -\mu_0 H_0. \quad (3.28)$$

Здесь n — единичный вектор на поверхности металла; индекс I относится к величинам A в металле, индекс II — вне металла. Уравнения для A и граничные условия (3.25) — (3.28) однозначно определяют векторный потенциал в вакууме и внутри металла.

Для определения поверхностного сопротивления и реактанса воспользуемся общими соотношениями (3.6), (3.7) для полосы $d/2$. Тогда

$$R_{эф} = \frac{2}{|H_0|^2} \operatorname{Re} \left(\frac{\omega^2}{d} \sigma^* \right) \int_{\Delta S_1} |A|^2 dS,$$

где, как и раньше, ΔS_1 — вертикальное сечение сверхпроводника в плоскости $y=0$ шириной $d/2$ (рис. 3.6). Для плоской поверхности $A = -\mu_0 \delta_K H_0 e^{-z/\delta_K}$, поэтому

$$\frac{R_{эф}}{R} = \frac{4\delta_1}{|\delta_K|^4 \mu_0 d |H_0|^2} \int_{\Delta S_1} |A|^2 dS.$$

Из левой части соотношения (3.7)

$$\frac{X_{эф}}{X} = -\frac{2}{|H_0|^2 \mu_0^2 d \delta_1} \operatorname{Re} \int A \frac{\partial A^*}{\partial n} dl.$$

Для численного определения A уравнения (3.23), (3.24) представлялись в разностной форме ($\operatorname{Re} \delta_K = \delta_1 \approx \lambda$) для внутренних узлов квадратной сетки, покрывающей внутреннюю и внешнюю области сверхпроводника (см. рис. 3.6). Тогда для узлов внутри металла

$$A_{i,k-1}^{(I)} + A_{i,k+1}^{(I)} + A_{i-1,k}^{(I)} + A_{i+1,k}^{(I)} - A_{i,k}^{(I)} \left(4 + \frac{h_0^2}{\lambda^2} \right) = 0, \quad (3.29)$$

для узлов вне металла

$$A_{i,k-1}^{(II)} + A_{i,k+1}^{(II)} + A_{i-1,k}^{(II)} + A_{i+1,k}^{(II)} - 4A_{i,k}^{(II)} = 0. \quad (3.30)$$

Вследствие симметрии значения A в узлах, обозначенных кружками (см. рис. 3.6), полагались равными значениям A в симметричных узлах относительно плоскостей $x=0$, $x=d/2$. В точках, рас-

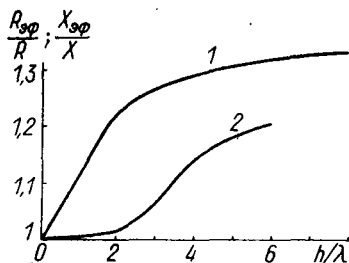
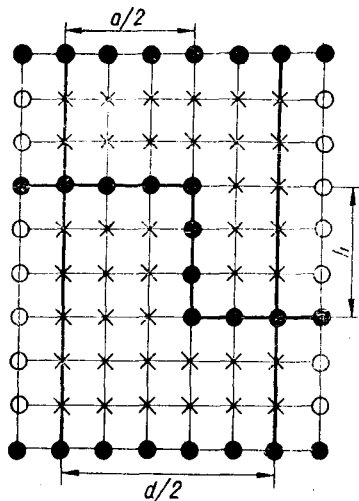


Рис. 3.6. Сетка узлов, используемая при расчете вектор-потенциала при магнитном поле, перпендикулярном выемкам.

Рис. 3.7. Зависимости величин $R_{эф}/R$ (1) и $X_{эф}/X$ (2) от h/λ для квадратного профиля при магнитном поле, перпендикулярном выемкам.

положенных на расстоянии порядка трех высот выемок (для малых высот была возможность значительного увеличения этого расстояния), ставились граничные условия (3.28). Как показали численные эксперименты, увеличение этого расстояния практически не меняло результат.

Векторный потенциал A под поверхностью металла заметно убывает и на расстояниях нескольких высот шероховатостей его значения выравниваются, приближенно затухая по экспоненте. Поэтому для уменьшения количества узлов сетки, особенно в случае небольших по сравнению с λ неровностей, на расстоянии нескольких высот элементов шероховатостей в области I ставилось граничное условие экспоненциального типа, заменяющее (3.25), $A_1 = A_2 \exp(-h_0/2)$, где A_1 — значение в узле на нижней границе области, A_2 — в ближайшем в узле по вертикали. Вычисления показали, что эти граничные условия практически не хуже нулевых граничных условий.

На границе металл — вакуум ставились граничные условия непрерывности самих величин A и их нормальных производных к границе (3.26) и (3.27). Система уравнений (3.29) и (3.30) совместно с уравнениями, представляющими граничные условия, является замкнутой системой однородных линейных алгебраических уравнений. Эта система решалась методом простой итерации:

$$A_{i,k}^{(n+1)} = A_{i,k}^{(n)} + \beta_1 \left[A_{i,k-1}^{(n)} + A_{i,k+1}^{(n)} + A_{i-1,k}^{(n)} + A_{i+1,k}^{(n)} - A_{i,k}^{(n)} \left(4 + \frac{h_0^2}{\lambda^2} \right) \right]$$

для внутренних узлов в металле,

$$A_{i,k}^{(n+1)} = A_{i,k}^{(n)} + \beta_2 [A_{i,k-1}^{(n)} + A_{i,k+1}^{(n)} + A_{i-1,k}^{(n)} + A_{i+1,k}^{(n)} - 4A_{i,k}^{(n)}]$$

для узлов вне металла. В этих соотношениях n — номер итерации.

В граничных условиях (3.27) производные экстраполировались по двум ближайшим точкам как в металле, так и в вакууме:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h_0} [4(A_{l,k+1} - A_{l,k}) - (A_{l,k+2} - A_{l,k})] = \\ & = -\frac{1}{h_0} [4(A_{l,k-1} - A_{l,k}) - (A_{l,k-2} - A_{l,k})]. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Это позволило значительно поднять точность вычисления значений A в сетке узлов при одном и том же выбранном шаге h_0 по сравнению с методом, использующим экстраполяцию производных по одной ближайшей точке к границе. Для проведения итерации на внутренней границе раздела металл — вакуум соотношение (3.31) представлялось в виде

$$A_{l,k}^{(n+1)} = A_{l,k}^{(n)} + \beta_3 [4(A_{l,k+1} + A_{l,k-1}) - (A_{l,k+2} + A_{l,k-2})].$$

Оказалось, что при соответствующем подборе параметров сходимости β_1 , β_2 , β_3 итерационный процесс сходится к решению системы уравнений (3.29), (3.30). Экспериментально подобранные параметры сходимости $\beta_1 = \beta_2 \approx 0,2 \div 0,3$, $\beta_3 \approx 0,05$.

Применение граничного условия (3.31) к угловым точкам выемок возможно в двух случаях: производная берется нормально к верхней границе прямоугольных выемок и производная берется нормально к боковой границе. Одновременное выполнение (3.31) по этим двум направлениям для конечного шага разбиения приводит к несовместимости системы, в которой число уравнений больше числа неизвестных. Численные результаты, полученные для двух случаев, различались не более чем на 0,5 %. Зависимости величин $R_{\text{эф}}/R$ и $X_{\text{эф}}/X$ от высоты выемок, вычисленные по данной методике для квадратного профиля, показаны на рис. 3.7.

4. ТЕНЗОР АНИЗОТРОПИИ ШЕРОХОВАТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Если шероховатость металлических поверхностей неодинакова по различным направлениям, то для характеристики потерь и средней запасаемой энергии необходимо рассматривать четыре скалярные величины, представляющие тензор поверхностного импеданса шероховатых поверхностей Z_{ih} . Компонентами тензора поверхностного импеданса для модели шероховатости в виде бесконечных периодических выемок (см. § 3) являются значения Z , вычисленные для магнитного поля, параллельного и перпендикулярного выемкам. Хотя эта модель и является грубым приближением реальной поверхности, которую в большинстве случаев можно рассматривать как набор случайно расположенных выступов и впадин, влияние шероховатости такого типа может дать спектр возможных зависимостей величин R и X — численно оценить их и качественно предсказать некоторые закономерности их поведения.

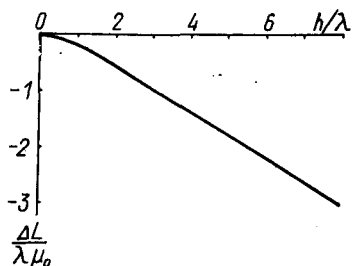


Рис. 3.8. Зависимость величины $\Delta L / \mu_0 \lambda$ от приведенной высоты h/λ для квадратного профиля при магнитном поле, перпендикулярном выемкам.

Для выемок, перпендикулярных полю H (см. рис. 3.7), зависимости $R_{эф}$ и $X_{эф}$ как бы меняются местами. Физически это объясняется заметным проникновением тока в выступы, что ведет к увеличению потерь в них, и относительно слабым проникновением магнитного поля, что обуславливает несколько меньшее возрастание полевого реактивного сопротивления $X_{п.эф}$. Поскольку равновесные значения полей на границе при больших высотах выемок отличаются от H_0 , то перераспределение магнитного поля приводит к тому, что предельные значения $R_{эф}$ и $X_{эф}$ уже не равны отношению площадей шероховатой и плоской поверхностей и для квадратного профиля стремятся к значению 1,347.

На рис. 3.8 приведена разность полных индуктивностей шероховатой и плоской (средняя плоскость) поверхностей в зависимости от высоты выемок квадратного профиля. Как следует из рисунка, влияние экранирования при больших h больше влияния, обусловленного увеличением энергии поля и тока внутри сверхпроводника, и для больших выемок зависимость линейна с наклоном 0,44, что соответствует численному счету для импедансных выемок в случае квадратного профиля (около 0,4417).

Глубину проникновения электромагнитного поля шероховатой поверхности естественно определить как

$$\delta_{эф} = X_{эф} / \omega \mu_0. \quad (3.32)$$

Эта величина численно равна глубине проникновения для плоской поверхности, под которой средняя запасаемая энергия равна средней энергии, запасаемой под шероховатой поверхностью, что согласуется с результатами гл. 2. Однако при сопоставлении дан-

На рис. 3.5 приведены зависимости $R_{эф}/R$ и $X_{эф}/X$ как функции высот шероховатостей для квадратного профиля при H , параллельном выемкам. Особенностью этих зависимостей является большее значение $X_{эф}/X$ по сравнению с $R_{эф}/R$ для рассмотренных значений h/λ . Это связано с тем, что токи, перпендикулярные выемкам, при небольших размерах выемок слабо затекают в выступы. Из рис. 3.5 видно, что $X_{эф}/X$ линейно зависит от h/λ при $h/\lambda < 0,75$. Грубо это можно объяснить тем, что при малых h основное влияние на реактанс оказывают поля, про-

никающие в выступы, а влияние поля части сверхпроводника под выступами почти такое же, как и в случае соответствующей плоской поверхности. В этом случае поле в выступах мало отличается от поля в свободном пространстве, и интеграл $\frac{1}{H_0} \int H dx dz$ увели-

чивается пропорционально увеличению площади сечения выступов на единице длины.

ных измерения δ с вычисленными по соотношению (3.32) для высот шероховатостей $\sim \lambda$ необходимо соблюдать осторожность. В случае, когда $\mathbf{H}$ перпендикулярно выемкам, связь соотношения (3.32) с измеряемой величиной не является прямой. Например, в постоянном магнитном поле измеряется изменение δL , обусловленное суммарным изменением потока (или энергии магнитного поля) как внутри, так и вне сверхпроводника. Это изменение связывают с изменением глубины проникновения $\tilde{\lambda}_{\text{эф}}$ соотношением $\Delta \tilde{\lambda}_{\text{эф}} = \delta L / \mu_0$. В рассматриваемом случае, как следует из рис. 3.8, величина $\Delta \tilde{\lambda}_{\text{эф}}$ будет определяться в основном экранирующим действием неровностей. Так как реальная шероховатость состоит из выемок и впадин, то эффект экранирования в той или иной мере влияет на результаты измерения шероховатостей размерами $\sim \lambda$ и это необходимо учитывать при трактовке экспериментальных результатов.

Обратимся теперь к случаю произвольного направления магнитного поля по отношению к выемкам. Пусть $\mathbf{H}$ составляет угол φ с осью y . Если разложить $\mathbf{H}$ на две компоненты: H_{y_0} и H_{x_0} , то результирующее поле будет суммой полей рассмотренных частных задач. Из соотношения (3.4) следует выражение для комплексной мощности

$$P = \frac{1}{2} (Z_{\text{эф}1} |H_{y_0}|^2 + Z_{\text{эф}2} |H_{x_0}|^2), \quad (3.33)$$

где $Z_{\text{эф}i} = R_{\text{эф}i} + iX_{\text{эф}i}$, $i = 1, 2$, — значения поверхностного импеданса, когда вектор H_0 соответственно параллелен и перпендикулярен выемкам. Так как комплексная мощность является инвариантом относительно поворота системы координат x, y , то $Z_{\text{эф}}$ — двумерный тензор второго ранга, причем $Z_{\text{эф}1}$ и $Z_{\text{эф}2}$ — значения тензора по главным осям, которые для анизотропной шероховатости в виде выемок совпадают с осями x и y . Для поверхностного импеданса шероховатой поверхности при произвольном направлении магнитного поля (под углом φ к оси y) из соотношений (3.33) и (1.28) получаем $Z_{\text{эф}} = Z_{\text{эф}1} \cos^2 \varphi + Z_{\text{эф}2} \sin^2 \varphi$. Аналогично в общем случае анизотропной шероховатости можно ввести двумерный тензор поверхностного импеданса шероховатой поверхности [104]

$$Z_{\text{эф}ik} = \begin{pmatrix} Z_{\text{эф}11} & Z_{\text{эф}12} \\ Z_{\text{эф}21} & Z_{\text{эф}22} \end{pmatrix}$$

или тензор коэффициента шероховатости

$$Z_{\text{эф}ik} = Z_{kik}.$$

Для характеристики измеряемых в эксперименте изменений индуктивности шероховатой поверхности и изменений соответствующей глубины проникновения введем тензор $\tilde{\lambda}_{\text{эф} i, k}$ с главными значениями (для переменного поля соответственно $\delta_{1\text{эф}}$)

$$\tilde{\lambda}_{\text{эф} i} = \frac{\Delta L_i}{\mu_0} + \lambda, \quad i = 1, 2, \quad (3.34)$$

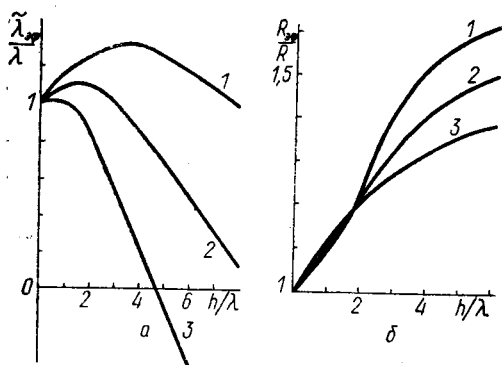


Рис. 3.9. Зависимости величин $\tilde{\lambda}_{эф}/\lambda$ (а) и $R_{эф}/R$ (б) от приведенной высоты неровностей для $\varphi=30^\circ$ (1), 45° (2), 60° (3) в случае квадратного профиля.

где ΔL_i — разность полных индуктивностей шероховатой и плоской поверхностей. Плоской поверхностью будем считать среднюю плоскость шероховатой поверхности. Тогда в отсутствие шероховатости $\tilde{\lambda}_{эф}=\lambda$. При наличии неровностей, если их размеры достаточно велики, $\lambda_{эф}$ может быть отрицательным, что показывает уменьшение суммарной индуктивности шероховатой поверхности по отношению к плоской. Для произвольного направления магнитно-

го поля $\tilde{\lambda}_{эф}=\tilde{\lambda}_{эф1}\cos^2\varphi+\tilde{\lambda}_{эф2}\sin^2\varphi$. Разность индуктивностей плоской и шероховатой поверхностей такая: $\Delta L=(\lambda_{эф}-\lambda)\mu_0$. Для изотропной шероховатости (3.34) преобразуется в скалярную величину $\tilde{\lambda}_{эф}=\Delta L/\mu_0+\lambda$. Для магнитного поля, параллельного выемкам, $\tilde{\lambda}_{эф}$ совпадает с $\lambda_{эф}$, определенным по (3.32), так как внешние индуктивности плоской и шероховатой поверхностей в этом случае совпадают. На рис. 3.9 приведены зависимости $\tilde{\lambda}_{эф}/\lambda$ и $R_{эф}/R$ от высоты шероховатости [146]. Зависимость $\tilde{\lambda}_{эф}/\lambda$ при $\varphi=90^\circ$ получается из рис. 3.8 сдвижкой кривых $\Delta L/\mu_0$ на единицу по оси ординат. Зависимости для $R_{эф}$ от h приблизительно похожи и отличаются предельными выражениями для больших значений h .

Зависимость $\tilde{\lambda}_{эф}/\lambda$, как следует из рис. 3.9, а, может сильно отличаться при различных углах φ . Интересным результатом является увеличение $\tilde{\lambda}_{эф}$ при малых высотах шероховатостей и уменьшение при больших. Физически это можно объяснить тем, что при малых высотах основное влияние на $\lambda_{эф}/\lambda$ оказывает рост внутренней индуктивности, при больших, когда внутренняя индуктивность выходит на насыщение, превалирует изменение внешней индуктивности из-за эффекта экранирования.

При исследовании сверхпроводников чаще всего измеряют температурные зависимости поверхностного сопротивления и глубины проникновения электромагнитного поля. Очевидно, если на поверхности сверхпроводника присутствует шероховатость, сравнимая с глубиной проникновения, это должно приводить к искажению температурных зависимостей $\lambda(T)$ и $R(T)$ по сравнению со случаем плоской поверхности. Качественно это можно объяснить следующим: при изменении температуры изменяется соотношение размеров шероховатостей и глубины проникновения, что, как сле-

дует из рис. 3.7—3.9, приводит к различному влиянию шероховатости на измеряемые величины $R_{эф}$ и $\tilde{\lambda}_{эф}$ при различных температурах и, таким образом, к искажению их температурных зависимостей.

Рассмотрим вначале влияние шероховатости на температурную зависимость поверхностного сопротивления сверхпроводников. Величина R в сверхпроводниках очень сильно зависит от температуры во всем диапазоне ее изменений (за исключением области остаточного сопротивления) и может уменьшаться на 5—6 порядков по сравнению с нормальным металлом. Поэтому относительно слабое влияние шероховатости на температурную зависимость трудно выделить. Так как глубина проникновения сильно изменяется вблизи T_K , то и изменение температурной зависимости $R_{эф}$ будет максимальным в этой области. При $t_{пр} < 0,5$ глубина проникновения практически выходит на насыщение, что приводит к одному и тому же значению отношения $R_{эф}/R$. Обычно экспериментальные и теоретические кривые стоят в логарифмическом масштабе, что приводит к параллельному сдвигу величины $\ln R_{эф}$ (рис. 3.10). Экспериментальные данные часто сравнивают с теорией по соотношению (2.37). Так как в этой температурной области $R_{эф}/R$ остается постоянным, то A в (2.37) можно рассматривать как подгоночный параметр, обусловленный наличием небольшой шероховатости на поверхности сверхпроводника.

Перейдем к рассмотрению температурной зависимости глубины проникновения шероховатой поверхности рассмотренного типа. Уже отмечалось, что в экспериментах определяется изменение величины $\tilde{\lambda}_{эф}$. Зависимость λ от температуры для плоской поверхности можно представить в виде $\lambda = \lambda_0 y$, λ_0 — глубина проникновения при 0 К ($y(0) = 1$).

В случае БКШ теории $y_{БКШ}(T)$ представляется соответствующим интегральным соотношением [312], в двухжидкостной модели $y = (1 - t_{пр}^4)^{-1/2}$ (см. соотношение (2.27)). Рассмотрим, как будут влиять шероховатости данного типа на зависимость $d\tilde{\lambda}_{эф}/dy$ от y . Если зависимость $\lambda = \lambda_0 y$ считать верной для плоской поверхности, то при фиксированной высоте шероховатостей h кривые рис. 3.5, 3.9 представляют в неявном виде температурную зависимость $\tilde{\lambda}_{эф}(T)$. Если при фиксированном h построить зависимость $\tilde{\lambda}_{эф}/\lambda$ от y , то при больших

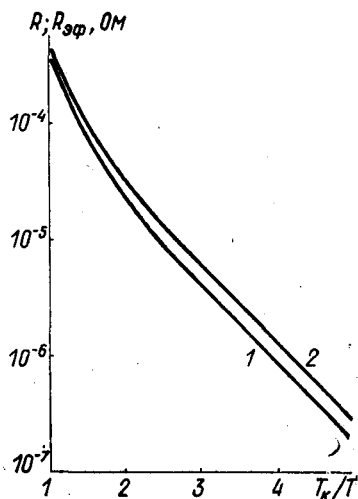


Рис. 3. 10. Температурные зависимости поверхностного сопротивления Nb_3Sn :

1 — теоретическая; 2 — с учетом шероховатой поверхности квадратного профиля (см. рис. 3.9, б) для $\phi = 30^\circ$ при $h = 4\lambda$.

значениях y кривая будет параллельна прямой $\lambda/\lambda_0 = y$. Действительно, для достаточно малых h/λ с точностью до величин высшего порядка малости $\lambda_{эф}/\lambda_0 y = \alpha \frac{h}{\lambda_0 y} + 1$ или $\tilde{\lambda}_{эф} = \alpha h + \lambda_0 y$, где α — тангенс угла наклона кривой $\tilde{\lambda}_{эф}/\lambda$ при $h/\lambda = 0$. Тогда величина $\Delta\tilde{\lambda}_{эф} = \tilde{\lambda}_{эф} - \lambda$ при фиксированном h не зависит от λ и, следовательно, от температуры в этой области. При $h/\lambda \gg 1$, т. е. когда глубина проникновения намного меньше размеров шероховатостей, все кривые рис. 3.5, 3.9 имеют вид прямых. В этой области $\tilde{\lambda}_{эф}/\lambda_0 y$ можно представить в виде $\lambda_{эф}/\lambda_0 y = k + \frac{\alpha h}{\lambda_0 y}$, где k — отрезок, отсекаемый на шкале $\tilde{\lambda}_{эф}/\lambda$ предельной касательной, а α — тангенс угла ее наклона. Следовательно, $\tilde{\lambda}_{эф} = \alpha h + k\lambda_0 y$, т. е. зависимость подобна теоретической с коэффициентом подобия k , который определяется формой неровностей и направлением магнитного поля. Для H , перпендикулярного выемкам, k совпадает с коэффициентом шероховатости, вычисленным для квадратного профиля импедансной поверхности (см. рис. 3.3). Таким образом, при высотах шероховатостей, намного больших глубины проникновения, изменение глубины проникновения для плоской поверхности приводит к k раз большим изменениям эффективной глубины проникновения. Отметим, что отношение $R_{эф}/R$ для такой поверхности также равно коэффициенту шероховатости k . Этот факт может быть использован для определения абсолютной величины глубины проникновения.

При фиксированной высоте h , сравнимой с глубиной проникнове-

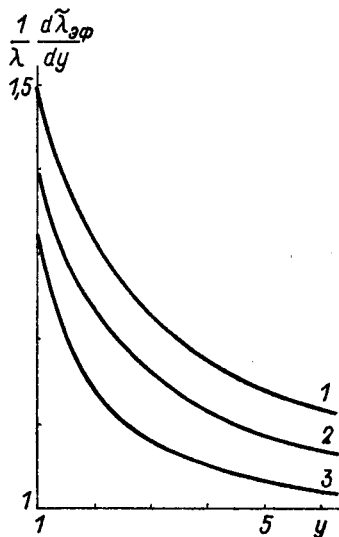
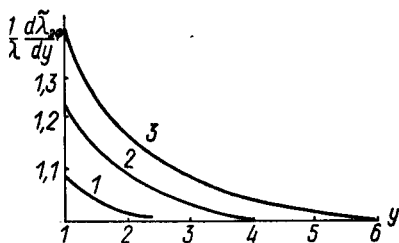


Рис. 3.11. Зависимости величины $\frac{1}{\lambda_0} \frac{d\tilde{\lambda}_{эф}}{dy}$ от $y(t_{пр})$ для квадратного профиля при магнитном поле, параллельном выемкам, и $h/\lambda_0 = 1$ (1), 2 (2) и 3 (3).

Рис. 3.12. Зависимости величин $\frac{1}{\lambda_0} \frac{d\tilde{\lambda}_{эф}}{dy}$ от $y(t_{пр})$ для квадратного профиля при $\phi = 30^\circ$ (1), 45° (2) и 60° (3) и $h/\lambda_0 = 6$.

ния, для величин y , близких к единице, зависимость $\tilde{\lambda}_{эф}/\lambda$ от y отклоняется в сторону оси абсцисс, а производная $d\tilde{\lambda}_{эф}/dy$ монотонно возрастает. Для оценки величины этой производной заметим, что

$\frac{d}{dy} \left(\frac{\tilde{\lambda}_{эф}}{\lambda_0} \right) = \frac{d}{dy} [yf(s)] = f(s) - sf'(s)$, где $s = h/\lambda_0 y$, а зависимость

$\tilde{\lambda}_{эф}/\lambda$ от h/λ обозначена через $f(s)$. Из рис. 3.7. и 3.9 следует, что если в любой точке кривой $f(s)$, соответствующей фиксированным h и y , провести касательную до пересечения с осью $\tilde{\lambda}_{эф}/\lambda$, то точка пересечения даст угловой наклон кривой $\tilde{\lambda}_{эф}/\lambda$ к оси y . Зависимости

$\frac{1}{\lambda_0} \frac{d\tilde{\lambda}_{эф}}{dy}$ от y для квадратного профиля и $h/\lambda_0 = 1, 2, 3$ показаны на рис. 3.11 при H , параллельном выемкам, а температурные зависимости — на рис. 3.12. Как следует из этих рисунков, $\frac{1}{\lambda_0} \frac{d\tilde{\lambda}_{эф}}{dy} \Big|_{y=1}$ состав-

ляет 9; 25 и 40 % для первого случая и 30; 40 и 50 % для второго.

Мы рассмотрели частные случаи шероховатостей. По-видимому, и в трехмерном случае кривые для $\tilde{\lambda}_{эф}/\lambda$ должны быть аналогичны приведенным типам зависимостей.

Сильно увеличенный наклон при малых y наблюдался для ниобия [410, 411]. Различные данные измерений λ и для олова [368, 393, 411]. Возможно, одна из причин этого — различная шероховатость образцов, использованных различными авторами.

5. ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО РАССЕЯНИЯ НА ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС ПОВЕРХНОСТЕЙ С МАЛОЙ ШЕРОХОВАТОСТЬЮ

При рассмотрении теории аномального скин-эффекта в нормальных металлах (см. гл. 1) для описания взаимодействия электронов с поверхностью вводился феноменологический коэффициент зеркальности p [236]. Поскольку реальные поверхности всегда шероховаты (порядка 5—50 Å), то, так как длина волны проводящих электронов λ_ϕ по порядку величины совпадает с межатомным расстоянием, считалось, что отражение электронов близко к диффузному [210]. Однако наблюдения осцилляций поверхностного импеданса при наложении слабых магнитных полей [156, 158, 332] и циклотронного резонанса [159] показали, что, по крайней мере для поверхностей некоторых типов, отражение близко к зеркальному. Отмеченное противоречие заставило внимательней отнестись к феноменологическому граничному условию для функции распределения и дало толчок к дальнейшим исследованиям в этом направлении [9, 18, 60, 67, 85, 115—117, 150—152, 362]. В результате для аномального скин-эффекта в нормальных металлах граничное условие Фукса [236] было заменено граничным условием интегрального вида [115, 117, 150], поставленным для соот-

ветствующей средней плоскости шероховатой поверхности. Это позволило задачу вычисления поверхностного импеданса при наличии шероховатых границ свести к задаче о полубесконечном металле, ограниченном плоскостью, но с граничным условием специального вида.

При рассмотрении дифракции электронов от шероховатой поверхности используются длина волны электронов проводимости λ_Φ и средняя высота элементов шероховатостей h . Соответственно в теории дифракции существуют два метода [16], приводящих к математически замкнутым результатам: метод теории возмущений при рассмотрении малых амплитуд неровностей $\lambda_\Phi \gg h$ и метод Кирхгофа, применяемый к пологим шероховатостям, высоты которых мало изменяются в горизонтальном направлении на расстояниях порядка λ_Φ . В металлах $\lambda_\Phi \sim 1 \div 10 \text{ \AA}$, и теория возмущений неприменима для большинства электронов, падающих на поверхность под большими углами, но поскольку в крайне аномальном пределе существенны электроны, двигающиеся параллельно поверхности, этот метод позволяет найти добавку к значению поверхностного импеданса Z_s при зеркальном отражении электронов от плоской поверхности. В пределах применимости теории возмущений для малых амплитуд шероховатостей можно оценить поправки (по порядку величин) к поверхностному импедансу. Для шероховатостей, описываемых гауссовой корреляционной функцией, эта поправка к значению поверхностного импеданса для зеркального отражения при классическом скин-эффекте [152]

$$\left| \frac{\Delta Z}{Z_s} \right| \sim \begin{cases} (p_\Phi^2 a d)^2 |\tilde{l}| / \delta_{\text{кл}}, & p_\Phi d \ll 1; \\ (a^2 |\tilde{l}|^2 / d^2 \delta_{\text{кл}}^2) \ln p_\Phi d, & p_\Phi d \gg 1, \end{cases}$$

где p_Φ — фермиевский импульс электронов; a — среднеквадратичная высота элементов шероховатостей; d — их средний горизонтальный размер; $\tilde{l}$ — комплексная длина свободного пробега электронов, равная $v_\Phi(\tau^{-1} - i\omega)$. Следовательно, относительная величина добавки к импедансу из-за поверхностного рассеяния при классическом скин-эффекте пропорциональна параметру $|\tilde{l}|/\delta_{\text{кл}}$. В крайне аномальной области

$$\frac{\Delta Z}{Z_s} \approx \begin{cases} (p_\Phi^2 a d)^2 \delta \tilde{l}, & p_\Phi d \ll 1; \\ (p_\Phi a)^2 \delta / (p_\Phi d)^{1/2} l, & 1 \ll (p_\Phi d)^{1/2} \ll |\tilde{l}|/\delta; \\ (a \tilde{l} / d \delta)^2 \ln |p_\Phi d \delta^2 / \tilde{l}^2|, & |\tilde{l}|/\delta \ll (p_\Phi d)^{1/2}, \end{cases}$$

где опущены комплексные коэффициенты порядка единицы [152].

При $l \rightarrow \infty$ добавка $\Delta Z \rightarrow 0$ (рис. 3.13), т. е. импеданс стремится к значению для плоской поверхности. Это является следствием уменьшения угла скольжения эффективных электронов, опреде-

ляющих значение тока, что приводит к уменьшению влияния шероховатости. В промежуточной области значений $l/\delta \sim (\rho_\Phi)^{1/2}$ величина ΔZ достигает максимума $((a\rho_\Phi)^2/\rho_\Phi d)$.

Отметим, что во всех приведенных выше случаях при нахождении эквивалентного граничного условия функции распределения для соответствующей средней плоскости шероховатой поверхности добавка ΔZ возникает только из-за рассеяния электронов на шероховатостях подобно параметру зеркальности в феноменологических граничных условиях. Однако эта методика не дает приращение ΔZ из-за увеличения проникновения поля в глубь металла, когда размеры шероховатости сравнимы с глубиной проникновения δ или больше ее. Это наглядно видно из следующего рассмотрения.

Пусть для простоты шероховатость двумерна, $a, d \gg \delta$, а магнитное поле направлено вдоль образующих неровностей (см., например, рис. 3.2). Физически очевидно, что эффективный поверхностный импеданс такой поверхности будет пропорционален увеличению площади шероховатой поверхности. Но если рассматривать крайне аномальный предел скин-эффекта и предположить, что длина свободного пробега $l \gg a, d$, то с точки зрения эффективных электронов,двигающихся параллельно средней плоскости, Z должно стремиться к невозмущенной величине Z_3 . Физическая сущность этого противоречия состоит в том, что для шероховатости, сравнимой с δ , эффективными уже будут не электроны,двигающиеся параллельно средней плоскости, а электроны, которые формируют электромагнитное поле внутри элементов такой шероховатости. Для шероховатостей таких размеров необходимо учитывать эффекты затенения и многократного отражения электронов.

Для сверхпроводников соответствующее граничное условие для функции Грина G шероховатой поверхности получено в работе [18], однако уже сам вывод предполагает разложение G по высотам шероховатостей и, так как функция G поверхностных возбуджений меняется на расстояниях δ , ясна неприменимость этого граничного условия для шероховатостей δ .

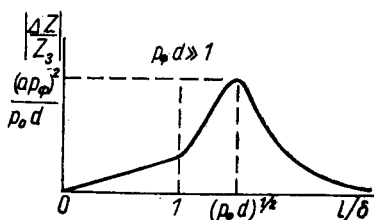


Рис. 3.13. Зависимость модуля относительной добавки к поверхностному импедансу $\frac{\Delta Z}{Z_3}$ от l/δ .

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА

1. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ГЛУБИНЫ ПРОНИКНОВЕНИЯ ПОЛЯ В СВЕРХПРОВОДНИКИ

Глубина проникновения поля в сверхпроводник является важным физическим параметром. С одной стороны, он дает возможность глубже понять само явление, а также установить правильность и рамки применения той или иной теории сверхпроводимости, с другой — с достаточной для практических целей точностью вычислять составляющие поверхностного импеданса (см. соотношения (2.26), (2.32), (2.35), (2.36), (2.42), (2.43)). Этими обстоятельствами и определяется тот большой интерес, который проявляют различные исследователи к изучению этого параметра.

Эффекты, связанные с проникновением поля в образцы макроскопических размеров, крайне малы, так как по абсолютному значению глубина проникновения очень малая величина (10^{-5} — 10^{-6} см) и для ее измерения необходимы очень точные методы. Действительно, для того чтобы измерить абсолютное значение глубины проникновения с погрешностью около 1 %, необходимо измерять линейные размеры образца с относительной погрешностью 10^{-7} — 10^{-8} (в том случае, если его характерные размеры 1 см). Чтобы получить максимальный эффект, для измерений следует использовать образцы с максимальным отношением поверхности к объему. С этой точки зрения наиболее подходящим объектом исследования являются коллоидные частицы или тонкие пленки, характерные размеры которых соизмеримы с λ .

Одним из первых глубину проникновения поля на коллоидных частицах ртути измерил Д. Шенберг [296]. В том случае, когда радиус частицы r_i значительно меньше λ , ее магнитный момент определяется выражением

$$M'_i = -\frac{r_i^5}{30\lambda^2} H_0 = k' H_0.$$

В том же случае, когда $r_i \gg \lambda$,

$$M''_i = -\frac{r_i^3}{2} H_0 = k'' H_0.$$

Отношение магнитных восприимчивостей образцов при условии, что количество ртути как в мелкодисперсных, так и в крупнодисперсных образцах одинаково,

$$\frac{K'_\Sigma}{K''_\Sigma} = \frac{1}{15\lambda^2} \frac{\Sigma r_i^5}{\Sigma r_i^3}.$$

Свидетельством того, что при измерениях используются образцы, для которых $r_i \ll \lambda$, является малость отношения K'_Σ/K''_Σ . В экспериментах использовались эмульсии, для которых при самых низких температурах величина K'_Σ/K''_Σ была меньше, чем 10^{-2} (рис. 4.1). Проведенные измерения дали возможность получить температурную зависимость, которая при температурах, не слишком близких к T_K , хорошо укладывалась на кривую

$$\lambda(t_{\text{пр}}) = \lambda(0)(1 - t_{\text{пр}}^4)^{-1/2}. \quad (4.1)$$

Однако вычислить $\lambda(0)$ непосредственно из результатов экспериментов не представляется возможным, так как невозможно точно вычислить величину $\Sigma r_i^5/\Sigma r_i^2$ из-за неопределенности размера частиц.

Попытка измерить абсолютную величину глубины проникновения была предпринята М. Дисераном и Д. Шенбергом путем измерения магнитной восприимчивости ртутных цилиндров с радиусами 10^{-3} см в продольных магнитных полях [296]. Для таких образцов магнитный момент на единицу длины определяется как

$$M = -\frac{H_0}{4}(r - \lambda)^2.$$

Точное измерение r и M дает абсолютное значение величины λ . Однако его очень трудно выполнить, так как λ/r очень мало (около 10^{-2}). Изменения M в зависимости от температуры могут быть измерены достаточно точно, и

$$\frac{M(t) - M(0)}{M(0)} = \frac{2[\lambda(t_{\text{пр}}) - \lambda(0)]}{r}.$$

Из этого соотношения может быть найдена разность $\lambda(t_{\text{пр}}) - \lambda(0)$, в то время как метод коллоидных частиц дает отношение $\frac{\lambda(t_{\text{пр}})}{\lambda(0)}$. Результаты обоих методов дают возможность определить $\lambda(t_{\text{пр}})$ и $\lambda(0)$ отдельно. Таким образом, для ртути было получено

$$\lambda(t_{\text{пр}}) = \frac{7 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{(1 - t_{\text{пр}}^4)^{1/2}} \text{ [см]}.$$

Полученные значения могут, конечно, дать только порядок величины, так как относительная погрешность измерений оказывается большой. Кроме того, неопределенность возникает также в связи с тем, что неизвестно, насколько свойства коллоидных частиц соответствуют свойствам массивных образцов.

Метод, позволяющий достаточно точно измерять изменения глубины проникновения, был предложен Г. Б. Д. Казимиром [296]. Он основан на измерении взаимной индуктивности двух катушек, намотанных на сверх-

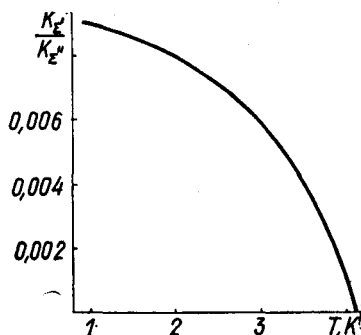


Рис. 4.1. Магнитная восприимчивость препарата коллоидной ртути как функция температуры ($K'_\Sigma/K''_\Sigma < 10^{-2}$).

проводящий сердечник. Точные измерения показали, что результаты эксперимента сильно зависят от состояния поверхности исследуемого образца. Так, после предварительного травления основного образца кажущееся значение глубины проникновения увеличивалось более чем в три раза. Монокристаллы с химически полированными поверхностями давали воспроизводимые результаты, которые хорошо согласуются с формулой (4.1). Абсолютное значение глубины проникновения может быть найдено только путем экстраполяции к нулевой температуре полученной зависимости, если считать закон изменения глубины проникновения соответствующим соотношению (4.1). Таким путем были найдены значения глубин проникновения $5,2 \cdot 10^{-6}$ см для олова и $4,3 \cdot 10^{-6}$ см для ртути. Как видно, коллоидная методика дает значение глубины проникновения для ртути почти в два раза большее.

Несколько иной метод измерения глубины проникновения предложен А. И. Шальниковым и Ю. В. Шарвиным [161, 162]. Идея метода заключается в измерении переменной ЭДС, возникающей в катушке, в которой находится сверхпроводящий оловянный образец эллипсоидальной формы. Образец, помещаемый в постоянное магнитное поле, подвергается изменению температуры на величину порядка 0,01 К с частотой 4 Гц. Изменение глубины проникновения в зависимости от температуры приводит к изменению потока, охватываемого катушкой, и, следовательно, к появлению переменной ЭДС, которая измеряется чувствительным гальванометром. При малых полях и температурах, близких к критической, $d\lambda/dT = 5,4 \cdot 10^{-6} / (3,175 - T)^{1/2}$ см/К. Этот результат соответствует приращениям, почти в два раза большим, чем найденные Е. Лаурманом и Д. Шенбергом. Противоречие возникает, по-видимому, из-за неидеальных поверхностных условий, так как в данном случае не контролировалось состояние поверхности.

Метод определения глубины проникновения по измерениям частотной зависимости поверхностного импеданса был предложен в работе [196]. С помощью соотношений Крамерса — Кронига (2.20) [413], а также частотных зависимостей поверхностного сопротивления в работе [196] получено предельное значение $\delta_1(0) = \delta_c$. Построены зависимости $\delta_1(\omega)$ при различных температурах. Экстраполяцией кривых к нулевой частоте определено абсолютное значение δ_c при различных температурах. По этим результатам может быть получена температурная зависимость глубины проникновения. Однако в данном случае нельзя рассчитывать на высокую точность измерений, так как значение поверхностного сопротивления может сильно колебаться в зависимости от технологии изготовления образца.

В работах [313, 396] предложен метод определения температурной зависимости глубины проникновения по измерениям самоиндукции сверхпроводящего провода. На низких частотах индуктивность единичного квадрата поверхности вычисляется по формуле (1.10). В работе [396] измерялась индуктивность сверхпроводящего провода длиной 2,5 м, намотанного на кварцевую пласти-

ну. Провод непосредственно включался в колебательный контур. Изменение резонансной частоты контура обуславливалось изменением индуктивности: $\Delta f/f_0 = -\Delta L/2L_0$.

Естественно, что этот метод, как и метод, основанный на измерении взаимной индуктивности катушек, не дает возможности непосредственно измерять абсолютное значение глубины проникновения.

Самые последние измерения δ_c выполнены на тонких пленках. В работе [349] отмечается, что индуктивная природа поверхностного импеданса сверхпроводника обуславливает уменьшение скорости распространения электромагнитных волн. Этот факт наиболее ощутим в пленочных сверхпроводящих линиях передачи. В работе [303] получены соотношения, связывающие фазовую скорость распространения электромагнитных волн в таких линиях с глубиной проникновения поля. Эксперименты проводились на плосковой линии, состоящей из тонкой пленки индия и массивной танталовой подложки, разделенных слоем диэлектрика. Полученное значение глубины проникновения для индия $5,8 \cdot 10^{-6}$ см. Точность измерения фазовой скорости была достаточно высокой. Однако сложный теоретический анализ вносит некоторую неясность в определение абсолютного значения δ_c .

Глубина проникновения и изменение знака поля внутри сверхпроводников экспериментально определялись на тонких цилиндрических пленках [180, 270, 365, 367]. Наиболее точно величина δ_c определена этим методом в работе [180]. В отличие от предыдущих работ, в которых определялась зависимость приращения глубины проникновения от температуры, а затем по этой зависимости вычислялась абсолютная величина δ_c , в данной работе величина δ_c измерялась непосредственно. Вне сверхпроводящей цилиндрической пленки прикладывалось аксиальное магнитное поле и измерялось отношение приращения поля внутри цилиндрической пленки. Высокая чувствительность измерения была достигнута благодаря использованию сверхпроводящего квантового магнитометра. Глубина проникновения определялась по формулам, полученным в работе [341] (для индия $\delta_c = 3,97 \cdot 10^{-6}$ см с погрешностью $\pm 2,2 \cdot 10^{-7}$ см).

В работах [234, 304, 340] рассмотрено применение квантового сверхпроводящего интерферометра для измерения абсолютной величины глубины проникновения. Прямоугольный контур состоит из двух сверхпроводящих пластин, разделенных слоем диэлектрика и закороченных на концах двумя слабыми сверхпроводящими звеньями. Величина критического тока является функцией внешнего магнитного поля, приложенного перпендикулярно плоскости интерферометра, и при соответствующих условиях зависит от напряженности этого поля: $I_k = 2i_k \left[\cos \left(\frac{\pi S \mu_0 H}{\Phi_0} \right) \right]$, где i_k — критический ток слабой связи; $S = l(d + 2\delta_c)$ — эффективная площадь интерферометра; H — напряженность приложенного магнитного

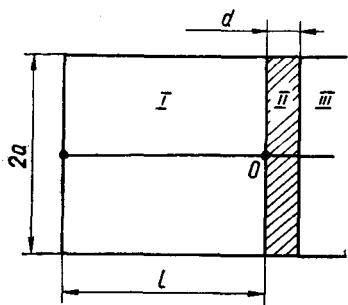


Рис. 4.2. Цилиндрический резонатор (I), одна из торцевых стенок которого (II) выполнена в виде пленки толщиной d (III — волновод).

поля. В данном случае необходимо также знать точные размеры интерферометра для определения S , и основная погрешность в измерении абсолютного значения δ_c будет связана с абсолютной погрешностью измерения этой величины. В работе [340] этим методом измерена величина $\delta_c(0)$ для пленок свинца толщиной $1,5 \cdot 10^{-5}$ см и пленок олова толщиной $3 \cdot 10^{-5}$ и $2 \cdot 10^{-5}$ см. Для пленок свинца $\delta_c(0) = 6,3 \cdot 10^{-6}$ см, для пленок олова — соответственно $7,7 \cdot 10^{-6}$ и $7,33 \cdot 10^{-6}$ см. Погрешность измерений $\pm 1,5 \cdot 10^{-6}$ см.

Таким образом, большинство методов измерения основано на измерении

температурной зависимости приращения $\delta_c(t_{\text{пр}})$ и последующим ее вычислением с использованием температурной зависимости $\delta_c(t_{\text{пр}})$, следующей из той или иной теоретической модели. Конечно, такой метод в полной мере зависит от того, насколько данная модель соответствует действительности. Вторым существенным препятствием является то, что мы не можем определять макроскопические размеры образцов с необходимой точностью.

По-видимому, наиболее точные данные об абсолютном значении глубины проникновения могут быть получены при исследовании прозрачности пленочных образцов, а именно при исследовании процессов уменьшения амплитуды постоянных или переменных полей при прохождении через достаточно толстые (по сравнению с δ_c и ξ) слои сверхпроводника. Измеряя амплитуды полей по обе стороны такой пленки, а также зная ее толщину, можно вычислить δ_c . Такой метод, как уже указывалось, использовался в работах [180, 270, 365, 367]; измерения проводились на тонких цилиндрических пленках, помещенных в постоянное магнитное поле. Трудности использования такого метода связаны с тем, что при достаточных толщинах пленок поля по обе стороны пленки могут сильно отличаться по величине, поэтому необходима чувствительная магнитометрическая аппаратура. Существенные ошибки могут также вызывать краевые эффекты.

2. РЕЗОНАНСНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ГЛУБИНЫ ПРОНИКНОВЕНИЯ ПОЛЯ И РЕАКТАНСА СВЕРХПРОВОДНИКОВ

Для определения абсолютной величины глубины проникновения могут быть использованы результаты измерения мощности электромагнитных волн, проходящих через сверхпроводящие пленки [99]. Однако обычная методика измерения мощности, прошедшей через тонкую пленку, помещенную в волновод, мало приемлема для таких экспериментов, так как толщина пленок d должна быть существенно больше параметров δ_c и ξ (только в этом случае

измеряемое значение глубины проникновения будет соответствовать ее значению для массивного металла). При этом мощность проходящего через пленку сигнала (при разумных мощностях измерительного генератора) настолько мала, что точные измерения невозможны.

Для достаточно точных измерений может быть использован сверхпроводящий резонатор, в котором пленка является одной из его стенок (рис. 4.2). Такая методика позволяет повысить чувствительность измерений примерно в Q раз, так как значения полей в резонаторе примерно в такое же число раз больше их значений в волноводе.

Рассчитаем добротность системы при локальных связях между полем и током (см. рис. 4.2). Плотность тока в сверхпроводнике и векторный потенциал связаны соотношением $\mathbf{j} = -\mathbf{A}/\mu_0\delta^2$, где $1/\delta^2 = 1/\delta_c^2 + 2i/\delta_H^2$. Используя соотношение $\mathbf{E} = -i\omega\mathbf{A}$, пренебрегая в области II токами смещения, а также вводя импеданс в соответствии с (1.6), записываем уравнения Максвелла в виде

$$\text{rot } \mathbf{H} = i\varepsilon_0\omega\mathbf{E}; \quad \text{rot } \mathbf{E} = -i\omega\mu_0\mathbf{H} \quad (4.2)$$

($\varepsilon^I = 1$ и $\varepsilon^{II} = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0 z_c^2}$ для соответствующих сред). Расписывая

уравнения (4.2) в цилиндрических координатах, методом разделения переменных устанавливаем, что если решения не зависят от ϕ и $E_z = 0$, то уравнениям Максвелла удовлетворяют решения

$$\begin{aligned} H_z &= J_0(\kappa r) (Ae^{i\gamma z} + Be^{-i\gamma z}), \\ H_r &= \frac{i\gamma}{\kappa} J'_0(\kappa r) (Ae^{i\gamma z} - Be^{-i\gamma z}), \\ E_\phi &= \frac{i\omega\mu_0}{\kappa} J'_0(\kappa r) (Ae^{i\gamma z} + Be^{-i\gamma z}), \\ H_\phi &= E_z = E_r = 0, \\ \gamma^2 &= k^2\varepsilon - \kappa^2, \\ k^2 &= \omega \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где γ и κ — постоянные. Граничные условия на торцах пленки такие:

$$\begin{aligned} E^I_r &= E^{II}_r, \quad H^I_r = H^{II}_r \quad \text{при } z = 0; \\ E^{II}_r &= E^{III}_r, \quad H^{II}_r = H^{III}_r \quad \text{при } z = d. \end{aligned}$$

В области III остается только одна распространяющаяся по волноводу волна $B^{III}e^{-i\gamma^{III}z}$. Так как граничные условия должны выполняться при всех r , то $\kappa^I = \kappa^{II} = \kappa^{III} = \kappa$ и из граничных условий находим

$$\begin{aligned} A^I + B^I &= A^{II} + B^{II}, \\ \frac{\gamma}{\gamma_c} (A^I - B^I) &= A^{II} - B^{II}, \\ A^{II}e^{i\gamma_c d} + B^{II}e^{-i\gamma_c d} &= B^{III}e^{-i\gamma d}, \\ A^{II}e^{i\gamma_c d} - B^{II}e^{-i\gamma_c d} &= \frac{\gamma}{\gamma_c} B^{III}e^{-i\gamma d} \end{aligned} \quad (4.4)$$

($\gamma^I = \gamma^{III} = \gamma$; $\gamma^{II} = \gamma_c$ — постоянная распространения в сверхпроводнике).

Система уравнений (4.4) линейна и однородна с пятью неизвестными. Следовательно, все коэффициенты могут быть линейно выражены через один. Для удобства находим отношение

$$Z' = - \frac{E_\Phi}{H_r} \Big|_{z=0}.$$

Учитывая, что у металла $\epsilon \gg \kappa$ и $\gamma_c = \sqrt{k^2 \epsilon - \kappa^2} \approx \frac{\omega \mu_0}{Z_c}$, получаем

$$Z' = Z_c \frac{1 - g e^{-2d/\delta_c}}{1 + g e^{-2d/\delta_c}},$$

где $g = (\gamma Z_c - \omega \mu_0)/(\gamma Z_c + \omega \mu_0)$. При этом учтено, что $R_c \ll X_c$ и, следовательно, выполняется уравнение (2.26).

Граничные условия на одном торце пленки выполняются, если $E_t = Z' [H_t n]$. На другом торце резонатора и его боковой поверхности должны выполняться граничные условия Леонтовича $E_t = Z_c [H_t n]$ (предполагается, что и пленка, и резонатор выполнены из одного металла). Таким образом,

$$E_\Phi - Z_c H_r|_{z=-l} = 0, \quad E_r + Z_c H_\Phi|_{z=-l} = 0,$$

$$E_\Phi - Z_c H_z|_{r=a} = 0, \quad E_z + Z_c H_\Phi|_{r=a} = 0.$$

К этим соотношениям следует добавить граничные условия на торце пленки $E_\Phi + Z' H_r|_{z=0} = 0$. В результате для γ и κ получаем систему дисперсионных уравнений

$$\left(1 - \frac{Z_0 Z' \gamma^2}{\omega^2 \mu_0^2}\right) \sin \gamma l - \frac{i \gamma}{\omega \mu_0} (Z_c + Z') \cos \gamma l = 0, \quad (4.5)$$

$$J'_0(\kappa a) - \frac{\kappa Z_c}{i \omega \mu_0} J(\kappa a) = 0,$$

$$k^2 = \gamma^2 + \kappa^2.$$

Для симметричного случая без вырождения система (4.5) допускает решения при $E_z = 0$ и $H_z = 0$, т. е. происходит деление на E - и H -волны. Решая систему (4.5) методом разложения k , γ и κ по малому параметру Z_c в нулевом приближении, получаем дисперсионные уравнения для волн типа H_{0nm} (резонатор идеальный, Z_c и Z' при $d > 10^{-6}$ см одного порядка)

$$J'_0(\kappa_0 a) = 0; \quad \operatorname{tg}(\gamma_0 l) = 0, \quad k_0^2 = \gamma_0^2 + \kappa_0^2,$$

где $\kappa_0 = \kappa_{0n} = \gamma_{0n}/a$; $\gamma_0 = \gamma_c = \left(\frac{\pi}{l}\right) m$; γ_{0n} — n -й корень производной

функции Бесселя нулевого порядка. В первом приближении добавки к волновым числам κ и k таковы:

$$\kappa(1)_{0nm} = \frac{i\kappa_{0n}Z_c}{a\omega\mu_0}, \quad \gamma_c(1) = \frac{i\gamma_c(Z_c + Z')}{l\omega\mu_0},$$

$$k(1)_{0nm} = \frac{i}{k_{0nm}\omega\mu_0} \left[Z_c \frac{\kappa_{0n}^2}{a} + \frac{\gamma_c^2}{l} (Z_c + Z') \right].$$

При малом затухании $k(1)_{0nm} = \frac{k_{0nm}}{2Q}$, следовательно,

$$Q_{0nm} = \frac{\omega\mu_0}{2} \frac{k_{0nm}}{R_c \left(\frac{\kappa_{0n}^2}{a} + \frac{\gamma_c^2}{l} \right) + \frac{\gamma_c^2}{l} \operatorname{Re} Z'}. \quad (4.6)$$

При $d \rightarrow \infty$ и $Z' \rightarrow Z$ соотношение (4.6) переходит в формулу для добротности объемного резонатора. Зависимости $Q = Q(d)$ строим при различных значениях δ_c . Сравнивая их затем с экспериментальными кривыми, определяем абсолютное значение глубины проникновения поля в сверхпроводник. Предлагаемая методика, однако, сложна в экспериментальном отношении, так как не всегда легко получить достаточно толстую однородную пленку сверхпроводника необходимых размеров на диэлектрической подложке. Размеры пленки оказываются достаточно большими, и при этом, например в случае использования методики напыления для ее изготовления, трудно обеспечить постоянство ее толщины по периметру.

Рассмотрим еще один метод, при помощи которого может быть измерено абсолютное значение глубины проникновения. Формально для этих целей можно воспользоваться соотношениями (2.26) и (4.17), если точно известны резонансные частоты реального и идеального резонаторов. Однако на практике воспользоваться соотношением (4.17) для измерения X_c не представляется возможным. Препятствием является то, что линейные размеры резонатора нельзя измерить с необходимой точностью. Поэтому, как и в большинстве рассмотренных методов измерения глубины проникновения, можно измерить только величину приращения ΔX_c .

Метод измерения абсолютного значения глубины проникновения, который мы сейчас рассмотрим, основан на том, что значения R_∞ и X_∞ для нормального металла хорошо известны. Поэтому, зная приращение величины поверхностного реактанса сверхпроводника по сравнению с нормальным состоянием, легко вычислить абсолютное значение X_c из соотношения [108]

$$X_c(t_{\text{пр}}) = X_\infty + \Delta X_c(t_{\text{пр}}).$$

Абсолютная величина глубины проникновения при этом определяется из соотношения (2.26). По известной величине $X_c(t_{\text{пр}})$ определялась глубина проникновения поля в сверхпроводящий

свинец. Поверхностный импеданс связан с комплексной глубиной проникновения соотношением (1.7).

Будем считать, что величина поля в глубь проводника убывает по закону $e^{i\omega t - z/\delta}$, глубина проникновения электромагнитного поля

при этом $\delta = \frac{\delta_1^2 + \delta_2^2}{\delta_1}$. Для сверхпроводников при низких температурах и относительно невысоких частотах ($\delta_1 \gg \delta_2$) δ_c приближенно равна δ_1 . В этом случае δ_1 совпадает с глубиной проникновения статического магнитного поля. В общем случае для нахождения поправок к δ_1 из-за конечности частоты можно воспользоваться уравнением Крамерса — Кронига (2.20). Соответствующие вычисления [413] дают поправки, для 10 ГГц не превышающие $5 \cdot 10^{-7}$ см при $T < 0,8 T_K$. Следовательно, при низких температурах по измеренной величине X_c можно достаточно точно определить глубину проникновения δ_c .

Основная экспериментальная трудность таких измерений заключается в том, что большие относительные изменения добротности резонатора при переходе из нормального состояния в сверхпроводящее могут при невыполнении определенных условий приводить к значительным погрешностям в определении $\Delta X(t_{пр})$. Действительно, поскольку наиболее приемлемыми способами измерения малых сдвигов резонансной частоты являются те методы, при которых фиксируется постоянная разность фаз на резонаторе [99], то в случае первоначальной неточной настройки измерительного генератора на резонансную частоту будет возникать дополнительная погрешность в измерении сдвига резонансной частоты

$$\Delta\omega_Q = \Delta\omega_H \left(\frac{Q_1}{Q_2} - 1 \right), \quad (4.7)$$

где $\Delta\omega_Q$ — дополнительная погрешность измерения сдвига резонансной частоты, обусловленная изменением добротности; $\Delta\omega_H$ — начальная разность между значением частоты измерительного генератора и начальным значением резонансной частоты (в соотношении (4.7) имеется в виду, что $Q_1 > Q_2$).

Таким образом, во-первых, для точного определения малых сдвигов резонансной частоты нужно иметь резонатор, в котором относительное изменение добротности невелико, а, во-вторых, сама измерительная схема должна давать возможность производить первоначальную точную настройку частоты измерительного генератора на резонансную частоту резонатора. Схема обычного автогенератора для этих целей мало пригодна, поскольку точность настройки на резонансную частоту будет очень мала, так как резонансная характеристика в области резонанса имеет нулевую производную. Очень удобно для точной настройки использовать такой сигнал, который, имея конечную производную, при резонансе обращается в нуль. При этом точность установки на резонансную частоту будет зависеть от чувствительности нуль-индикатора и может быть очень большой. Для измерений такого рода могут быть использованы системы АПЧ, поскольку при правильной на-

стройке дискриминатора сигнал, полученный с его выхода в случае разомкнутой цепи авторегулирования, этому требованию удовлетворяет [25]. В данном случае наиболее приемлемой оказалась схема АПЧ с частотной модуляцией сигнала подстраиваемого генератора, в которой сигнал ошибки вырабатывается на промежуточной частоте. В такой системе, контролируя амплитуду сигнала, проходящего через УПЧ, можно однозначно установить настройку на резонансную частоту.

В эксперименте для устранения большого изменения добротности применялся составной резонатор, цилиндр которого покрывался слоем свинца (около 10 мкм), а торцы были выполнены из нержавеющей стали. Добротность резонатора определялась в этом случае в основном потерями в торцах и мало изменялась при переходе свинца из нормального состояния в сверхпроводящее.

Для нахождения связи ΔX с $\Delta \omega_0$ рассчитаем составной резонатор с граничными условиями Леонтовича для случая, когда коэффициент связи значительно меньше единицы, а потерями, за исключением потерь в стенках, пренебрегаем. Вследствие малости Z решения уравнения Максвелла с данными граничными условиями близки к решениям для идеального резонатора с малыми добавками к волновым числам k , κ , γ . Решение будем искать в симметричном случае (в эксперименте использовалась H_{011} -мода), т. е. не зависящим от полярного угла ϕ . В этом случае уравнения Максвелла с граничными условиями Леонтовича (1.6) разделяются и можно рассматривать отдельно E - и H -моды. Аналогично тому, как это было сделано при расчете резонатора с пленкой, на боковой поверхности и торцах резонатора необходимо поставить граничные условия

$$\begin{aligned} E_\phi + Z_1 H_r|_{z=0} &= 0, \\ E_\phi - Z_1 H_r|_{z=l} &= 0, \\ E_\phi - Z_r H_r|_{r=a} &= 0, \end{aligned} \quad (4.8)$$

где Z_1 — импеданс металла торцов резонатора; Z_2 — импеданс цилиндрической поверхности. В результате решения дисперсионного уравнения, подобного (4.5), в первом приближении имеем

$$\begin{aligned} \kappa(1)_{0nm} &= \frac{i\kappa_{0n} Z_2}{a\omega\mu_0}, \quad \gamma(1)_{0nm} = \frac{2i\gamma_m}{l\omega\mu_0} Z_1, \\ k(1)_{0nm} &= \frac{i}{k_{0nm}\omega\mu_0} \left[Z_2 \frac{\kappa_{0n}^2}{a} + Z_1 \frac{2\gamma_m^2}{l} \right]. \end{aligned}$$

Добавка к волновому вектору k определяет добротность и возмущение частоты относительно частоты резонатора с идеально проводящими стенками. Отделяя действительную часть $k(1)$, получаем

$$\Delta\omega_0 = v_1 X_1 + v_2 X_2, \quad (4.9)$$

где

$$v_1 = -\frac{2\gamma^2}{k\omega\mu_0 l}; \quad v_2 = -\frac{\kappa^2}{k\omega\mu_0 a}.$$

В (4.9) опущены индексы у чисел k , γ и κ . Знак минус показывает уменьшение частоты резонатора из-за наличия X . Если при понижении температуры цилиндрическая поверхность переходит в сверхпроводящее состояние, а реактивное сопротивление торцов не меняется ($\Delta X_1 = 0$), то

$$\Delta X_2 = \frac{\Delta \omega_0}{\nu_2}, \quad (4.10)$$

где $\Delta \omega_0$ — изменение резонансной частоты. Расчет произведен для абсолютно гладких поверхностей резонатора и не учитывает дефектов на поверхностях металлов. На поверхностях металлов могут встречаться два типа дефектов, которые влияют на величину поверхностного (активного и реактивного) сопротивления, — это повышенное поверхностное сопротивление слоев, лежащих вблизи поверхности, и неровности или шероховатость самой поверхности. При данных измерениях сверхпроводящее покрытие наносилось электролитическим методом, механическая обработка поверхности отсутствовала, поэтому первый фактор может не учитываться. Второй фактор может значительно влиять на величину активного и реактивного поверхностного сопротивления. Размеры поверхностных неровностей на сверхпроводящих покрытиях порядка 2 мкм, поэтому в первом приближении шероховатость не влияет на распределение поля внутри объема резонатора и на возбуждаемый в нем тип колебаний. Однако непосредственно вблизи поверхности поле локально изменяется на расстояниях порядка средних размеров шероховатостей. Так как размеры неровностей намного больше глубины проникновения, то справедливо соотношение (3.8). Поэтому для измеренных величин добротности и сдвигов частоты можно использовать соотношения (4.10) и (4.16), рассчитанные для гладкой поверхности, но в результате мы будем получать не истинные значения R и ΔX , а увеличенные в k раз. Поэтому реальный коэффициент ν_2 в (4.10) получается увеличением соответствующей величины ν_2 в k раз.

3. РЕЗОНАНСНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Резонансная система — пока единственное устройство, при помощи которого с достаточной точностью может быть измерено поверхностное сопротивление сверхпроводников, так как эта величина крайне мала. С физической точки зрения это нетрудно понять, поскольку в резонансной системе значения амплитуд полей и токов увеличиваются примерно в Q раз по сравнению с их значениями в волноводе или в линии передачи. Следовательно, потери увеличиваются пропорционально Q по сравнению с этими же потерями в линиях передачи. Поэтому линейные размеры измерительной системы, использующей резонансную методику, уменьшаются примерно в такое же число раз по сравнению с измерительной системой, в которой такая методика не используется.

Если мы хотим измерить поверхностное сопротивление резонансным методом в широком диапазоне его значений, то добротность также необходимо измерять в широком диапазоне. Очевидно, измерить добротность при изменении ее на 5—7 порядков трудно каким-либо одним методом. Поэтому для измерения добротности сверхпроводящих резонаторов (СПР) необходимо знать возможности и точностные характеристики каждого метода отдельно. Приведем основные соотношения и определения, характеризующие резонансную систему, которые нам понадобятся в дальнейшем.

При исследовании свойств и характеристик резонансной системы наибольший интерес представляет собственная добротность Q_0 , при определении которой учитываются только потери энергии в самой резонансной системе [31]:

$$Q_0 = 2\pi \frac{W}{\bar{W}} \Big|_{\omega_0} = 2\pi \frac{W}{\bar{P}T_0} \Big|_{\omega_0} = \omega_0 \frac{W}{\bar{P}} \Big|_{\omega_0}, \quad (4.11)$$

где W — энергия, накопленная в резонаторе; $\bar{P}$, $\bar{W}$ — соответственно средние мощность и энергия, рассеиваемые за один период колебаний в проводящих элементах резонатора и заполняющем его диэлектрике на резонансной частоте ω_0 ; T_0 — период колебаний. В реальном устройстве резонатор всегда связан с внешними цепями линиями и элементами связи. Так как потери энергии происходят не только в самом резонаторе, но и во внешних цепях, такая система характеризуется нагруженной добротностью

$$Q_n = 2\pi \frac{W}{\bar{W}_\Sigma} \Big|_{\omega_0} = \omega_0 \frac{W}{\bar{P}_\Sigma} \Big|_{\omega_0},$$

где $\bar{W}_\Sigma$ — суммарная энергия потерь в резонаторе и во внешних цепях за один период колебаний:

$$\bar{W}_\Sigma = \bar{W} + \bar{W}_{\text{вн}}; \quad (4.12)$$

$\bar{P}_\Sigma$ — суммарная мощность потерь. Потери во внешней цепи учитываются внешней добротностью

$$Q_{\text{вн}} = 2\pi \frac{W}{\bar{W}_{\text{вн}}} \Big|_{\omega_0} = \omega_0 \frac{W}{\bar{P}_{\text{вн}}} \Big|_{\omega_0}, \quad (4.13)$$

где $\bar{P}_{\text{вн}}$, $\bar{W}_{\text{вн}}$ — соответственно средняя мощность и энергия, рассеиваемая во внешней цепи за один период колебаний.

Исходя из общего определения добротности и учитывая (4.12), нетрудно получить соотношение, описывающее связь между нагруженной, внешней и собственной добротностями,

$$1/Q_n = 1/Q_0 + 1/Q_{\text{вн}} = 1/Q_0 (1 + \beta)$$

или

$$Q_0 = Q_n (1 + \beta),$$

где $\beta = Q_0/Q_{\text{вн}}$. Коэффициент связи β может быть меньше единицы (связь меньше критической), равен единице (связь критическая) или больше единицы (связь больше критической). Если резонатор имеет два или более элементов связи, то соотношение принимает вид

$$Q_0 = Q_n \left(1 + \sum_1^n \beta n \right), \quad (4.14)$$

где βn — коэффициент связи резонатора с соответствующей линией передачи.

Понятие внешней добротности условное. Из соотношения (4.13) может быть сделан вывод, что при критической связи (известно, что при этом вся мощность, поступающая от внешнего генератора, рассеивается в резонаторе) $Q_{\text{вн}}$ — бесконечно большая величина. В действительности под энергией, рассеиваемой во внешних цепях, следует понимать энергию, которая рассеивалась бы в этих цепях, если бы генератор после установления колебаний в резонаторе был выключен. В этом случае энергия действительно рассеивается не только в резонаторе, но и во внешних цепях за счет излучения через элементы связи. Поэтому с физической точки зрения под $\bar{P}_{\text{вн}}$ следует понимать мощность, рассеиваемую во внешних цепях при выключенном генераторе.

Соотношение (4.11), определяющее собственную добротность с учетом потерь в проводящих стенках резонатора и заполняющем его диэлектрике, можно представить в виде

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{\omega_0} \left(\frac{\bar{P}_m}{W} + \frac{\bar{P}_d}{W} \right) = \frac{1}{Q_{0m}} + \frac{1}{Q_{0d}}, \quad (4.15)$$

где $\bar{P}_m$ и $\bar{P}_d$ — мощности, рассеиваемые соответственно в металлических стенках резонатора и заполняющем его диэлектрике; Q_{0d} , Q_{0m} — собственные добротности с учетом потерь в диэлектрике и металле. Если известны поля в резонаторе, то собственная добротность может быть определена согласно (4.15) с помощью следующих соотношений [33, 140]:

$$Q_{0m} = \frac{\omega_0 \mu_0 \int_V H^2 dV}{R \oint_S H^2 dS},$$

$$Q_{0d} = \frac{1}{\text{tg } \delta}.$$

Здесь $\text{tg } \delta$ — тангенс угла диэлектрических потерь. У резонатора без диэлектрика

$$Q_0 = \frac{\omega_0 \mu_0 \int_V H^2 dV}{R \oint_S H^2 dS} = \frac{G}{R}, \quad (4.16)$$

где

$$G = \frac{\omega \mu_0 \int_V H^2 dV}{\oint_S H^2 dS}.$$

Пользуясь соотношением (4.16), нетрудно получить выражения добротности для любых типов колебаний [125, 148]. Из соотношения (4.16) видно, что поверхностное сопротивление для данного типа колебаний в резонаторе однозначно связано с собственной добротностью, поэтому разработка методов измерения поверхностного сопротивления металлов прежде всего связана с разработкой методов измерения собственной добротности.

Резонансная частота резонатора зависит от его геометрических размеров и в связи с тем, что для хорошо проводящих металлов $X \ll G$, рассчитывается для случая идеально проводящих стенок [125, 148]. Если стенки резонатора не принимаются идеально проводящими, то за счет мнимой части Z резонансная частота сдвигается на величину

$$\Delta \omega_X = -\omega_0 \frac{X}{2G}. \quad (4.17)$$

Это обстоятельство может быть использовано для измерения X . Поверхностное сопротивление также влияет на резонансную частоту, хотя и менее значительно [140]:

$$\Delta \omega_R \simeq \omega_0 \frac{R^2}{8G^2}.$$

Относительная погрешность измерения собственной добротности определяется выражением

$$\frac{dQ_0}{Q_0} = \frac{dQ_H}{Q_H} + \frac{d\beta}{1+\beta}, \quad (4.18)$$

из которого следует, что в случае $\beta \ll 1$ погрешность измерения Q_0 в основном определяется погрешностью измерения Q_H , в случае же $\beta > 1$ необходимо учитывать также второй член правой части соотношения (4.18). Таким образом, при измерении собственной добротности резонаторов всегда следует стремиться к тому, чтобы выполнялось условие $\beta \ll 1$. В этом случае погрешность измерения будет определяться в основном погрешностью измерения Q_H . При этом отпадает необходимость точного измерения β и требуется лишь знание того факта, что $\beta \ll 1$. С этой точки зрения при измерении добротности в широком диапазоне значений желательно иметь возможность регулировки связи. С другой стороны, измерение Q_H в широком диапазоне значений трудно осуществить одним методом. Поэтому рассмотрим возможности каждого из них, а также возможности их комплексного использования для измерения добротности. Это позволит нам создать установку, позволяющую измерять значения добротности охлаждаемых резонаторов во всем диапазоне возможных ее изменений.

3.1. Метод передачи

Для исследования резонаторов проходного типа применяется метод передачи. Зависимость амплитуды или мощности сигнала на выходе резонатора от частоты имеет вид резонансной кривой. На определенном уровне по ширине этой кривой значение добротности может быть вычислено с помощью известного соотношения

$$Q_n = \frac{f_0}{2\Delta f_0}, \quad (4.19)$$

где $2\Delta f_0$ — ширина полосы пропускания резонансной системы на уровне 0,707 по напряжению или на уровне 0,5 по мощности. Относительная погрешность измерения добротности при этом в основном связана с ошибками определения полосы пропускания резонансной системы (значение f_0 можно всегда измерять с достаточно высокой точностью):

$$\frac{\delta Q_n}{Q_n} = \frac{\delta(2\Delta f_0)}{2\Delta f_0} = \frac{Q_n \delta(2\Delta f_0)}{f_0}, \quad (4.20)$$

где δQ_n и $\delta(2\Delta f_0)$ — абсолютные погрешности измерения Q_n и $2\Delta f_0$. Из соотношения (4.20) следует, что для достижения одной и той же относительной погрешности $\delta Q_n/Q_n$ при измерении на какой-либо фиксированной частоте (если погрешностью измерения f_0 пренебречь) необходимо, чтобы величина $Q_n \delta(2\Delta f_0)$ была постоянной, т. е. при увеличении добротности необходимо соответственно уменьшать абсолютную погрешность измерения $2\Delta f_0$. С этим связаны основные трудности измерения высоких добротностей данным методом.

Для измерения полосы пропускания резонансной системы существуют различные методы и погрешность измерения зависит от факторов, характерных для каждого метода измерения. Обычно полосу пропускания измеряют по резонансным кривым или ее производным, полученным на экране осциллографа или на ленте самописца (динамический метод), либо по резонансной кривой, снятой по точкам (статический метод) [31, 66]. Статический метод применяется в тех случаях, когда есть калиброванный перестраиваемый генератор или перестраиваемый генератор и частотомер. Относительная погрешность измерения ширины полосы пропускания (следовательно, и добротности) при использовании этого метода связана с относительной погрешностью установки частоты соотношением [99]

$$\frac{\delta Q_n}{Q_n} = \frac{\delta f_r}{f_r} \frac{f_0}{2\Delta f_0} = Q_n \frac{\delta f_r}{f_r}, \quad (4.21)$$

где $\frac{\delta f_r}{f_r}$ — относительная погрешность установки частоты измерительного генератора на заданном уровне.

Таким образом, относительная погрешность измерения добротности в Q_n раз больше относительной погрешности установки ча-

стоты генератора. Отсюда ясно, что к стабильности частоты генератора и точности установки ее номинального значения при измерении добротностей предъявляются очень жесткие требования. Например, при измерении добротностей с точностью до $n\%$ относительная погрешность установки заданной частоты должна быть не выше

$$\frac{\delta f_r}{f_r} \leq \frac{n}{100Q_H}. \quad (4.22)$$

Если величина измеряемой добротности порядка 10^{10} , а требуемая точность составляет 10% , то погрешность установки частоты должна быть порядка 10^{-11} . Достижение такой погрешности является весьма сложной технической задачей. Кроме того, существует дополнительная погрешность, связанная с неточностью установки или отсчета уровня, на котором измеряется полоса пропускания. Уравнение резонансной кривой имеет вид

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 + a^2}},$$

где $a \simeq \frac{2\Delta f Q_H}{f_0}$ — обобщенная расстройка. С помощью этого уравнения нетрудно получить выражение для относительной погрешности измерения полосы пропускания за счет неточности установки уровня

$$\left. \frac{\delta(2\Delta f_0)}{2\Delta f_0} \right|_k = \frac{1}{1 - k^2} \frac{\delta k}{k}, \quad (4.23)$$

где $\frac{\delta k}{k}$ — относительная погрешность установки заданного уровня k . Учитывая (4.19) и (4.20) ($2\Delta f_0$ отсчитывается при $k=0,707$), получаем

$$\left. \frac{\delta Q_H}{Q_H} \right|_{k=0,707} = 2 \frac{\delta k}{k}. \quad (4.24)$$

При динамическом методе, когда через резонансную систему пропускают один или несколько сигналов, модулированных по линейному закону (например, пилообразным напряжением), относительная погрешность измерения добротности также определяется по соотношению (4.20), однако величина $\delta(2\Delta f_0)$ зависит в этом случае от точности калибровки по частоте развертки осциллографа или самописца и от нестабильности среднего значения частоты измерительного генератора за время измерения (см. (4.21)), а неточность отсчета уровня приводит к погрешности (4.24). Дополнительная погрешность, связанная с нелинейностью частотной развертки на рабочем участке $df/dt \neq \text{const}$, учитывается при помощи создания сетки масштабных частотных меток времени на развертке. При этом вычисляется средняя крутизна $\delta f_r / \partial l$, определяющая частотный масштаб на развертке осциллографа или самописца. Погрешность измерения зависит от величины $\delta f(l)$ (отклонения истинной величины приращения частоты от среднего значения

этого параметра на измеряемом участке). Хотя динамический метод и дает дополнительные погрешности, из-за своей простоты он получил большее распространение.

3.2. Фазовый метод

Фазовый метод позволяет измерять добротность резонансных систем в более широком, по сравнению с методом передачи, диапазоне: от самых низких ее значений — порядка нескольких десятков [38, 64, 65] до 10^8 [364] с двумя [294, 333, 364] и с одним [38, 64, 65] элементами связи. Известно, что сдвиг фазы сигнала, прошедшего через резонатор, зависит от частоты и определяется по формуле

$$Q_n = \frac{f_0}{2\Delta f} \operatorname{tg} \varphi, \quad \Delta f = f - f_0. \quad (4.25)$$

При малых значениях угла φ $Q_n = \frac{f_0}{2\Delta f} \varphi$. Очевидно, относительная погрешность при измерении Q_n может быть определена из соотношения

$$\frac{\delta Q_n}{Q_n} = \frac{\delta f_0}{f_0} + \frac{\delta(2\Delta f)}{2\Delta f} + \frac{2\varphi}{\sin 2\varphi} \frac{\delta\varphi}{\varphi}, \quad (4.26)$$

где δf_0 , $\delta(2\Delta f)$, $\delta\varphi$ — абсолютные погрешности измерения соответствующих величин f_0 , $2\Delta f$ и φ . Поскольку относительные погрешности измерения фазы и резонансной частоты резонатора могут быть достаточно малы, на величину погрешности при определении добротности при больших ее значениях, как и при измерении методом передачи, влияет погрешность измерения сдвига частоты (см. (4.21)). Однако в данном случае погрешность не связана с определением уровня, на котором отсчитывается ширина резонансной кривой (см. (4.23)). Допустимая погрешность установки частоты при заданной точности измерения добротности определяется соотношением (4.22). Видно, что верхний предел измеряемых добротностей определяется погрешностью установки частоты измерительного генератора.

Трудностей, связанных с применением высокостабильных перестраиваемых СВЧ генераторов, можно избежать, если использовать автогенераторный метод, при котором исследуемый резонатор включается в цепь положительной обратной связи усилителя [37—39, 333, 364]. При этом автогенератор генерирует частоту, лежащую в полосе пропускания резонатора, а при соответствующей настройке — частоту, близкую к резонансной. Осуществляя в таком генераторе низкочастотную амплитудную модуляцию в кольце обратной связи и измеряя разность фаз φ низкочастотной огибающей до и после резонатора, определяют добротность

$$Q_n = \frac{\omega_0}{2\Omega} \operatorname{tg} |\varphi|,$$

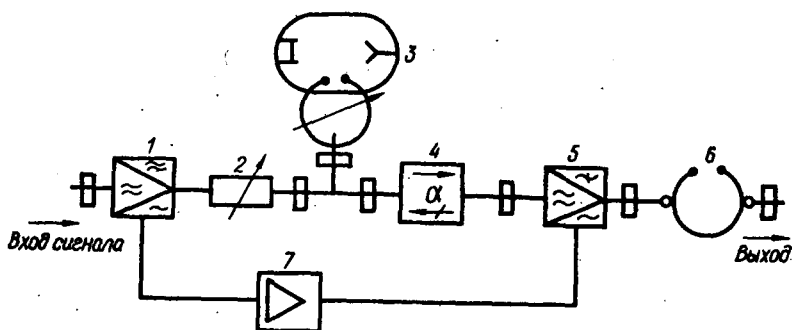


Рис. 4.3. Функциональная схема СВЧ усилителя с амплитудной модуляцией и переносом усиления на промежуточную частоту:

1 — смеситель; 2 — аттенюатор; 3 — опорный СВЧ генератор; 4 — ферритовый вентиль; 5 — амплитудный модулятор; 6 — резонансный фильтр; 7 — усилитель.

где ω_0 — резонансная частота резонатора; Ω — частота модуляции. Добротность может быть определена также путем введения в цепь обратной связи дополнительного сдвига фазы φ и измерения сдвига генерируемой частоты Δf_r . Вычисления при этом проводятся по формуле (4.25). Погрешность измерения частоты частотомером определяется из соотношения (4.22).

В разработанных автогенераторных методах [37—39, 58, 333, 364] в качестве усилителя обычно используется ЛБВ. Однако ее применение имеет два недостатка: во-первых, коэффициент усиления ЛБВ невелик, поэтому с ее помощью не может быть измерена добротность резонансных систем с $\beta \ll 1$, во-вторых, так как полоса усиливаемых частот ЛБВ достаточно широка, измерение добротности близко расположенных резонансов в случае, если резонансная система имеет ряд резонансных частот, затруднено. Этого недостатка лишены автогенераторы, использующие усилители с переносом усиления на промежуточную частоту [99—102].

Наиболее подходящим для измерения добротности является усилитель с амплитудной модуляцией сигнала опорного генератора [99, 102] (рис. 4.3). Принцип работы такого усилителя заключается в следующем. От опорного генератора на смеситель и модулятор подается сигнал ω_r . Если на вход усилителя поступает сигнал с частотой

$$\omega_c = \omega_r \pm \Omega, \quad (4.27)$$

где Ω — частота настройки усилителя промежуточной частоты (УПЧ), то в смесителе выделяется сигнал с частотой Ω . После усиления эта частота поступает в модулятор, где модулирует по амплитуде сигнал ω_r . Спектр на выходе модулятора состоит из трех частот: ω_r , $\omega_r \pm \Omega$. Как видно, одна из боковых составляющих точно равна ω_c , однако ее амплитуда может во много раз превышать амплитуду входного сигнала, поступающего в смеситель. Если на выходе усилителя необходимо получить только сигнал усиливае-

мой частоты, то используют фильтр, настроенный на частоту. Коэффициент усиления такого усилителя $K_{\text{СВЧ}}$ зависит в основном от коэффициента усиления УПЧ, мощности, поступающей из опорного генератора в смеситель и модулятор, и коэффициентов преобразования смесителя и модулятора [199]:

$$K_{\text{СВЧ}} = K_1 K_2 K_3(\Omega) E_{\text{г.с}} E_{\text{г.м}},$$

где K_1, K_2 — коэффициенты преобразования смесителя и модулятора; $K_3(\Omega)$ — коэффициент передачи УПЧ; $E_{\text{г.о}}, E_{\text{г.м}}$ — амплитуда сигнала, поступающего из опорного генератора соответственно в смеситель и модулятор. Амплитудная и фазовая характеристики такого СВЧ усилителя соответствуют амплитудной и фазовой характеристикам УПЧ [102]. Легко видеть из (4.27), что коэффициент усиления может быть достаточно большим при узкой полосе пропускания (последняя определяется полосой пропускания усилителя промежуточной частоты). Это дает возможность работать при малых связях, а в случае необходимости измерять добротности близко расположенных резонансов. Если в цепь обратной связи рассматриваемого усилителя вместо фильтра δ включить исследуемый резонатор, то при выполнении баланса амплитуд и фаз система самовозбудится.

Остановимся только на тех особенностях системы, которые окажутся полезными при разработке метода измерения добротности охлаждаемых резонаторов во всем диапазоне возможных ее изменений. Условия баланса фаз в таком автогенераторе можно записать следующим образом:

$$\varphi_{\text{рез}} + \varphi_{\text{о.с}} + \varphi_{\text{о.п}} = 2\pi n \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

где $\varphi_{\text{рез}}$ и $\varphi_{\text{о.с}}$ — сдвиги фаз в резонаторе и цепи обратной связи соответственно; $\varphi_{\text{о.п}}$ — разность фаз между сигналами генератора, поступающими в смеситель и модулятор. Для флуктуаций фаз можно записать

$$\delta\varphi_{\text{рез}} + \delta\varphi_{\text{о.с}} + \delta\varphi_{\text{о.п}} = 0.$$

Поскольку для малых расстройк $\delta\varphi_{\text{рез}} \simeq \frac{2\Delta f}{f_0} Q_n$, то в этом случае выполняется соотношение

$$Q_n \simeq \frac{\delta\varphi_{\text{о.с}} + \delta\varphi_{\text{о.п}}}{2\Delta f_r} f_0,$$

где Δf_r — сдвиг генерируемой частоты.

Для измерения Q_n на практике удобно менять только $\varphi_{\text{о.п}}$, вводя детерминированный сдвиг фаз в плечо смесителя или модулятора. Для определения $\varphi_{\text{о.с}}$ необходимо измерять сдвиг промежуточной частоты, а также знать фазовую характеристику УПЧ, что связано с трудностями. Для их устранения необходимо в процессе измерения поддерживать постоянной промежуточную частоту. Для этого можно ввести дополнительную фазовую автопод-

стройку опорного генератора по промежуточной частоте [99]. При этом нагруженная добротность вычисляется по формуле (4.25), где в качестве φ используется $\varphi_{0.л.}$

3.3. Метод декремента

Наиболее удобным для измерения сверхвысоких добротностей является метод декремента. Он позволяет определять добротность путем измерения времени переходного процесса. Для этого резонансная система возбуждается при помощи импульсного или частотно-модулированного генератора. Нагруженная добротность определяется по формуле [72]

$$Q_n = \frac{\omega_0 \tau}{\ln \frac{P_1}{P_2}} = \frac{\pi f_0 \tau}{\ln \frac{V_1}{V_2}},$$

где P_1 , P_2 и V_1 , V_2 — мощности и напряжения на нагрузке детектора в моменты времени t_1 и t_2 ; τ — время, в течение которого мощность или амплитуда колебаний в резонаторе уменьшается до определенных значений. Обычно полагают $\ln \frac{P_1}{P_2} = 1$ и $\ln \frac{V_1}{V_2} = 1$, определяя тем самым τ как время, в течение которого колебательный процесс затухает в e раз.

Если для регистрации сигнала, поступающего из резонатора, применяется детектор с квадратичной характеристикой, то выражение для максимальной относительной погрешности определения Q_n принимает вид [72]

$$\frac{\delta Q_n}{Q_n} = \frac{\delta f_0}{f_0} + \frac{\delta \tau}{\tau} + \frac{1}{\ln \frac{V_1}{V_2}} \frac{V_1}{V_2} \delta \left(\frac{V_1}{V_2} \right), \quad (4.28)$$

где δf_0 , $\delta \tau$ и $\delta \left(\frac{V_1}{V_2} \right)$ — абсолютные погрешности определения соответственно частоты, времени и отношения напряжений на нагрузке детектора. Относительная погрешность определения резонансной частоты, как правило, менее 0,01 %, поэтому основная ошибка связана с измерением времени τ и отношения напряжений V_1/V_2 . Суммарная погрешность при определении τ и V_1/V_2 непосредственно по кривой на экране осциллографа с помощью сетки и калибровочных меток обычно составляет около 10 %. Если на резонансную систему подаются радиоимпульсы, частота заполнения которых непостоянна, при отсчете отношения V_1/V_2 и τ визуальным способом получается дополнительная погрешность за счет размытия кривой на экране осциллографа. Погрешность можно устранить, сфотографировав осциллограмму при однократной ждущей развертке, однако это усложняет процесс измерений. Погреш-

ность, обусловленная непостоянством частоты возбуждающих колебаний, определяется из выражения

$$\frac{\delta Q_n}{Q_n} \bigg|_{\tau} = \frac{\delta \tau}{\tau} = \left\{ \ln \left[1 + 4Q_n^2 \left(\frac{\delta f_r}{f_r} \right)^2 \right] \right\} / \ln \frac{V_1}{V_2}. \quad (4.29)$$

Из соотношения (4.29) следует, что для уменьшения дополнительной ошибки в измерении Q_n , обусловленной нестабильностью частоты возбуждающих колебаний, до n % следует использовать источник колебаний СВЧ со стабильностью частоты за время измерения, удовлетворяющей одному из условий

$$\begin{aligned} \frac{\delta f_r}{f_r} &\leq \frac{\sqrt{n}}{20 Q_n} \quad \text{при} \quad \ln \frac{V_1}{V_2} = 1, \\ \frac{\delta f_r}{f_r} &\leq \frac{\sqrt{2n}}{20 Q_n} \quad \text{при} \quad \ln \frac{V_1}{V_2} = 2. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Таким образом, если точность измерений должна составлять несколько процентов, то к стабильности частоты зондирующих импульсов также предъявляются жесткие требования.

Для возбуждения резонансной системы существуют различные способы: подача на резонансную систему сигнала от высокостабильного генератора с импульсной, частотной или амплитудной модуляцией; подача на резонансную систему сигнала свип-генератора; включение ее в цепь положительной обратной связи СВЧ усилителя с переменным коэффициентом усиления [36, 53—57, 99—102, 409].

Метод возбуждения резонансной системы частотно-модулированным сигналом имеет весьма ограниченное применение в связи с тем, что при больших добротностях необходимо получение сигнала с очень малой частотной девиацией при жестких требованиях к стабильности среднего значения частоты. При использовании серийно выпускаемых генераторов верхний предел измеряемых добротностей составляет около 10^8 .

Использование импульсно-модулированных сигналов ограничено не только тем, что на вершине импульса должна быть обеспечена относительная нестабильность частоты, определяемая соотношением (4.30), но и тем, что относительная погрешность настройки на заданную частоту должна удовлетворять этому же соотношению. Например, для получения погрешности 10 % при измерении добротности 10^{10} относительная погрешность установки частоты должна быть $3 \cdot 10^{-12}$ (см. (4.30)), что представляет достаточно сложную техническую задачу.

По-видимому, наиболее гибким методом измерения сверхвысоких добротностей является автогенераторный метод, при котором исследуемый резонатор включается в цепь положительной обратной связи усилителя. Срывая колебания такого генератора, легко наблюдать переходные процессы в резонансной системе.

Рассматривая фазовый метод измерения добротности, мы уже отмечали преимущества, которые дает в этом случае применение СВЧ усилителя с переносом усиления на промежуточную частоту. Эти же преимущества могут быть получены при использовании такого усилителя для измерения добротности методом декремента, к тому же в усилителе с переносом усиления на промежуточную частоту легко осуществить импульсное управление коэффициентом усиления, подавая на модулятор сигнал промежуточной частоты через ключевое устройство. При этом сам усилитель промежуточной частоты может быть использован для усиления полезного сигнала, несущего информацию о переходных процессах в резонаторе.

Генератор СВЧ с использованием усилителя с переносом усиления на промежуточную частоту обладает еще одним важным свойством, заключающимся в том, что режим автогенерации сохраняется при абсолютных изменениях частоты опорного генератора, по порядку величины равных полосе пропускания УПЧ. Это означает, что на стабильность частоты опорного генератора жесткие требования не накладываются.

3.4. Методы измерения коэффициентов связи

Для вычисления собственной добротности кроме значения нагруженной добротности необходимо знать коэффициент связи (см. (4.14)). Добротность охлаждаемых резонаторов, выполненных из нормальных металлов, такого же порядка, как и резонаторов, работающих при комнатных температурах, для которых методы измерения коэффициентов связи достаточно хорошо разработаны. Поэтому у нас нет необходимости останавливаться на этом вопросе. Рассмотрим лишь один достаточно простой способ измерения коэффициентов связи таких резонаторов [42, 231], который нами будет использован при создании комбинированной установки для измерения добротности сверхпроводящих резонаторов.

Для вычисления β необходимо знать коэффициент стоячей волны по напряжению (к. с. в. н.), а также степень связи, так как при сильной связи на резонансной частоте $\beta = \text{к. с. в. н.}$, при слабой связи ($\beta < 1$) $\beta = 1/\text{к. с. в. н.}$, при критической $\beta = 1$. Обычно степень связи определяют по следующему признаку: осталась ли неизменной или изменилась на 180° фаза стоящей волны в линии передачи, нагруженной исследуемым резонатором, после того как последний настроен на резонанс. Применение этого способа на практике осложняется несовершенством согласования СВЧ тракта с генератором, а также трудностью, особенно в случае высокодобротных систем, точной настройки на резонансную частоту. Сдвиг фазы после настройки может отличаться от нуля и от 180° . Следовательно, однозначно определить степень связи трудно. На рис. 4.4 изображена блок-схема устройства, позволяющего достаточно просто и точно измерять коэффициент связи β [91].

Измерения проводятся в динамическом режиме. Частотно-модулированный сигнал от клистронного генератора подается через ферритовый вентиль и измерительную линию на исследуемый резонатор. Сигнал с зонда измерительной линии усиливается и подается на вертикальные пластины электронно-лучевой трубки осциллографа. Для грубого измерения частоты используется волномер, выход которого также подключен к усилителю. Когда значение резонансной частоты резонатора соответствует максимуму зоны генерации клистрона, на экране осциллографа, в зависимости от степени связи и положения зонда (в плоскости пучности или узла), появляется одна из шести кривых, приведенных на рис. 4.5. Степень связи определяют по виду кривых, а значение параметра β — по следующим формулам [91]: при слабой связи

$$\beta = \frac{1}{\text{к.с.в.н.}} = \sqrt{\frac{h_{\min}}{h_{\max}}},$$

при сильной связи

$$\beta = \text{к.с.в.н.} = \sqrt{\frac{h_{\max}}{h_{\min}}},$$

при критической связи $h_{\min} = h_{\max}$, $\beta = 1$. Кривые наблюдаются при фиксированной настройке резонатора, поэтому рассогласование СВЧ тракта с генератором существенно не сказывается на результате определения степени связи, если величина этого рассогласования не носит резко выраженный частотный характер. С ростом добротности полоса пропускания резонатора сужается, и уже при добротностях 10^5 — 10^6 и выше на экране осциллографа трудно получить устойчивое изображение резонансной кривой. Этому мешает в основном паразитная частотная модуляция измерительного генератора, а также нестабильность среднего значения частоты. Поэтому при добротностях 10^5 — 10^6 и выше рассмотренный метод не может быть использован для измерения коэффициентов связи. Коэффициент связи при таких добротностях может

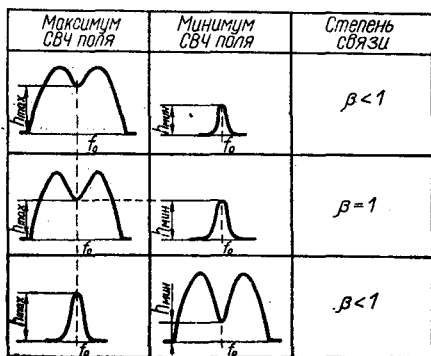
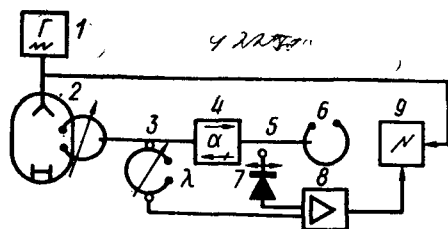


Рис. 4.4 Блок-схема устройства для измерения коэффициента связи СВЧ резонатора:

1 — генератор пилообразного напряжения; 2 — СВЧ генератор (клистрон); 3 — волномер; 4 — ферритовый вентиль; 5 — измерительная линия; 6 — исследуемый резонатор; 7 — зонд измерительной линии; 8 — усилитель; 9 — осциллограф.

Рис. 4.5. Определение степени связи резонатора.

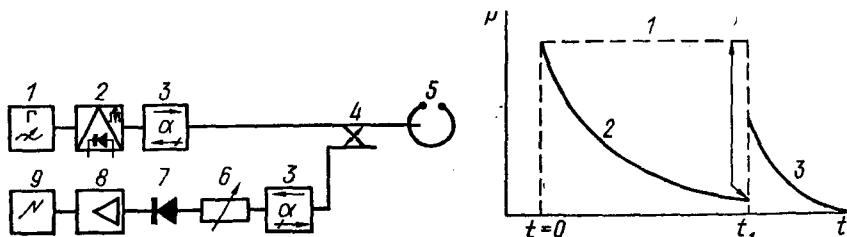


Рис. 4.6. Блок-схема устройства для измерения добротности и коэффициентов связи методом импульсной модуляции [402]:

1 — СВЧ генератор; 2 — модулятор; 3 — вентиль; 4 — направленный ответвитель; 5 — исследуемый резонатор; 6 — переменный аттенуатор; 7 — детектор; 8 — усилитель; 9 — осциллограф.

Рис. 4.7. Зависимость падающего (1), отраженного (2) и излученного (3) СВЧ сигналов от времени [400, 31].

быть измерен путем подачи на резонатор амплитудно-модулированного сигнала стабильной частоты, равной резонансной частоте резонатора [31].

Наблюдая на экране осциллографа отраженный от резонатора сигнал, можно вычислить коэффициент связи. Блок-схема установки, предназначенной для таких измерений, изображена на рис. 4.6 [402]. Сигнал СВЧ генератора, настроенного на резонансную частоту исследуемого резонатора, модулируется по амплитуде прямоугольными импульсами. Длительность модулирующих импульсов должна быть значительно больше, а длительность их фронтов — значительно меньше времени переходных процессов в резонаторе. Сигнал, отраженный от резонатора, детектируется, усиливается и подается на вход осциллографа. Выполнив измерения по изображению на экране (рис. 4.7), можно определить параметры связи с помощью формул [402, 409]

$$\left. \frac{P_{\text{отр}}}{P_{\text{пад}}} \right|_{t=t_1} = \frac{(1 - \beta)^2}{(1 + \beta)^2},$$

$$\left. \frac{P_{\text{изл}}}{P_{\text{пад}}} \right|_{t=t_1} = \frac{4\beta^2}{(1 + \beta)^2}$$

для резонатора с одной связью;

$$\left. \frac{P_{\text{отр}}}{P_{\text{пад}}} \right|_{t=t_1} = \frac{(1 - \beta_1 + \beta_2)^2}{(1 + \beta_1 + \beta_2)^2},$$

(4.31)

$$\left. \frac{P_{\text{изл}}}{P_{\text{пад}}} \right|_{t=t_1} = \frac{4\beta_1^2}{(1 + \beta_1 + \beta_2)^2}$$

для резонатора с двумя связями. Естественно, что по изображению переходных процессов на экране осциллографа может быть измерена также нагруженная добротность. Однако, как мы уже говорили, метод импульсной модуляции обладает тем существен-

ным недостатком, что для его осуществления требуется генератор с очень точной настройкой частоты (см. (4.30)). При использовании автогенераторного метода, наблюдая сигнал, отраженный от резонатора, можно также вычислить коэффициент связи. Этот вопрос мы рассмотрим ниже.

4. УСТАНОВКА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ ЗНАЧЕНИЙ

Для измерения добротности во всем интервале значений, необходимых для исследования охлаждаемых резонаторов, может быть использована комбинированная установка [110, 126], которая совмещает в себе сразу два метода измерения — фазовый и метод декремента (рис. 4.8). В измерительную схему входит автогенератор (элементы 1—3, 5—9), использующий усилитель СВЧ с переносом усиления на промежуточную частоту с амплитудной модуляцией сигнала опорного генератора, в цепь обратной связи которого включен исследуемый резонатор. Если разорвать цепь положительной обратной связи, то происходит срыв генерации. Для этого на амплитудный модулятор 10 подают модулирующие прямоугольные импульсы от генератора 11. Затухающие СВЧ колебания из резонатора 7 попадают на смеситель 6, промежуточная

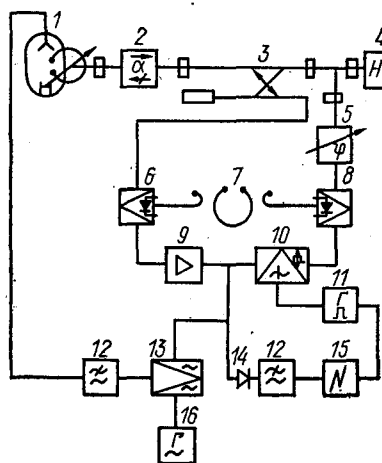


Рис. 4.8. Блок-схема установки для измерения добротности охлаждаемых резонаторов [110]:

1 — клистронный генератор; 2 — ферритовый вентиль; 3 — направленный ответвитель; 4 — частотомер; 5 — калиброванный фазовращатель; 6 — смеситель; 7 — исследуемый резонатор; 8 — модулятор; 9 — УПЧ; 10 — амплитудный модулятор; 11 — генератор прямоугольных импульсов; 12 — фильтр нижних частот; 13 — фазовый детектор; 14 — детектор; 15 — осциллограф; 16 — генератор промежуточной частоты.

частота, полученная в результате их смешения с частотой генератора 1, усиливается усилителем 9. Таким образом, УПЧ служит одновременно и как основной усилитель в СВЧ усилителе с переносом усиления на промежуточную частоту, и как усилитель, при помощи которого усиливается сигнал, поступающий на смеситель из резонатора после срыва автоколебательного режима. Параметры смесителя и УПЧ подбираются таким образом, чтобы в процессе установления автоколебаний в системе они работали в линейном режиме, а уменьшение коэффициента передачи в процессе установления колебаний в кольце автогенератора происходило за счет нелинейных характеристик модулятора 8. При этом не происходит искажения формы усиливаемого сигнала, отражающего процесс затухания колебаний в резонаторе. После детектирования детектором 14 этот сигнал подается на осциллограф 15. Длительность запирающего импуль-

са подбирается существенно больше, чем время переходного процесса в резонаторе. Отметим, что для измерения времени переходного процесса следует использовать переходный процесс, связанный с затуханием колебаний в резонаторе, когда отсутствуют какие-либо обратные связи; процесс установления колебаний в резонаторе происходит при наличии внешней положительной обратной связи и поэтому не отражает переходные процессы в самом резонаторе. Суммарная погрешность измерения добротности этим методом вычисляется по соотношению (4.28) и в связи с тем, что t и V_1/V_2 определяются непосредственно по кривой на экране осциллографа, может составлять 5—10 %. Нижний предел измеряемых значений добротностей ограничивается временем переходных процессов при детектировании сигнала с выхода УПЧ и составляет около 3 мкс (промежуточная частота выбрана 10 МГц). Очевидно, для получения погрешности около 10 % время наблюдаемого переходного процесса должно быть не менее 30 мкс, что в трехсантиметровом диапазоне соответствует добротности $2 \cdot 10^6$. Принципиальных ограничений при измерении больших значений добротностей данный метод не дает.

Для измерения добротности фазовым методом используется режим непрерывной генерации. При этом опорный генератор 1 при помощи системы фазовой автоподстройки частоты (элементы 12, 13 и 16) автоматически подстраивается таким образом, чтобы промежуточная частота оставалась постоянной [99, 110]. Вводя дополнительный сдвиг фаз $\Delta\varphi_{0.н}$ фазовращателем 5 и измеряя при этом изменение частоты опорного генератора Δf_n , добротность определяют из соотношения (4.25), а погрешность измерения — из соотношения (4.26). Наиболее удобно пользоваться соотношениями (4.25) и (4.26), когда $\varphi_{0.н} = \pi/4$. Учитывая, что при этом $2\Delta f = f_0/Q_n$, соотношение (4.26) принимает вид

$$\frac{\delta Q_n}{Q_n} = \frac{\delta f_0}{f_0} + \frac{\delta f}{f_0} Q_n + \frac{\pi}{2} \frac{\delta \varphi}{\varphi}, \quad (4.32)$$

где $\delta f/f_0$ — относительная погрешность частотомера на частоте f_0 . Первым членом в правой части соотношения (4.32) можно пренебречь, так как резонансная частота, если известны частота опорного генератора и промежуточная частота, определяется достаточно точно (см. (4.27)). При низких значениях добротности основная погрешность связана с неточностью установки сдвига фаз. В нашем случае использовались калиброванный фазовращатель с относительной погрешностью $\delta\varphi/\varphi = 10^{-2}$ и частотомер Ч0-07 с относительной погрешностью 10^{-9} . Это означает, что на данной установке фазовым методом с погрешностью 1 % могут измеряться добротности до значений 10^7 и с погрешностью в 10 % — до значений 10^8 . Нижний предел значений добротностей, измеряемых фазовым методом, ограничен в основном возможностями электронной настройки клистронного генератора, который используется в качестве опорного генератора, и составляет величину порядка 10^3 . Таким образом, данная установка позволяет измерять добротность

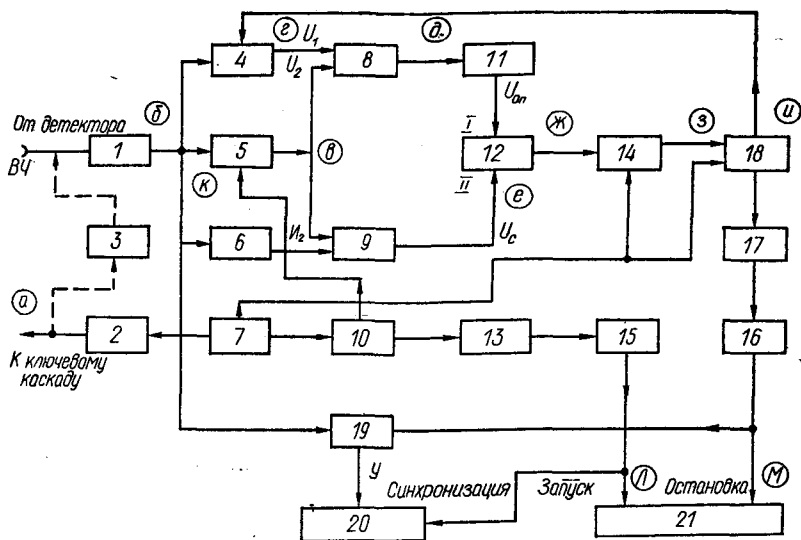


Рис. 4.9. Структурная схема устройства:

1 — инвертирующий усилитель; 2 — модулятор; 3 — калибратор; 4, 5 — запоминающие ячейки; 6 — буферный каскад; 7 — тактовый мультивибратор; 8, 9 — вычитающие устройства; 10 — управляющий триггер; 11 — прецессионный делитель; 12 — компаратор напряжения; 14 — буферный триггер; 15, 16 — выходные каскады; 13, 17 — движущий мультивибратор; 18 — управляющий триггер; 19 — сумматор; 20 — осциллограф; 21 — электронно-счетный частотомер.

охлаждаемых резонаторов во всем диапазоне ее возможных изменений, однако, во-первых, в ней не предусмотрена возможность измерения коэффициентов связи, во-вторых, точность измерения добротностей выше 10^7 не может быть лучше нескольких процентов. Для измерения добротности резонаторов, у которых $\beta \ll 1$, необходим большой коэффициент усиления УПЧ. Для этого приходится сужать полосу УПЧ. Это в свою очередь приводит к тому, что опорный генератор при отсутствии автоподстройки по сигналу промежуточной частоты должен обладать достаточно высокой стабильностью, которую трудно получить при использовании нестабилизированного клистронного генератора. При необходимости в описанную установку могут быть введены усовершенствования, позволяющие ликвидировать указанные недостатки.

Повышение точности измерения добротности методом декремента может быть достигнуто за счет измерения времени переходного процесса электронно-счетным частотомером, а также применения элементов аналоговой памяти. Структурная схема такого устройства и временные диаграммы, поясняющие его работу, приведены на рис. 4.9 и 4.10. Работа всей схемы синхронизируется тактовым мультивибратором, полупериод колебаний которого $T/2$ удовлетворяет соотношению

$$\frac{T}{2} \approx 10\tau = 10 \frac{Q_{\text{н max}}}{\omega_0},$$

где $Q_{н\max}$ — максимальное значение измеряемой добротности. Нарастание и срыв колебаний в автогенераторной схеме обеспечиваются при помощи импульсной модуляции сигналом, подаваемым на ключевой каскад УПЧ с выхода модулятора 2. Сигнал с выхода детектора усиливается инвертирующим усилителем 1 и имеет вид поочередной смены нарастающего и затухающего переходных процессов. Для измерений используется участок затухания колебаний в исследуемом резонаторе, так как его длительность определяется только нагруженной добротностью самого резонатора и не зависит от параметров автогенератора в целом. Сигнал с выхода усилителя подается на вход запоминающих ячеек 4, 5 и буферного каскада 6, коэффициенты передачи которых равны. Запоминающие ячейки управляются триггерами 18 и 10 таким образом, что ячейка 5 запоминает значение отрицательного напряжения в момент времени t_1 , а ячейка 4 — положительного в момент времени t_3 (см. рис. 4.10, в, г). Выходные напряжения запоминающих ячеек 4 и 5 и буферного усилителя поступают на вычитающие устройства 8 и 9 таким образом, что на вход II компаратора 12 подается напряжение исследуемого сигнала с восстановленной постоянной составляющей, а на вход I — опорное напряжение, равное полной амплитуде исследуемого сигнала $U_1 + U_2$, уменьшенной на коэффициент передачи прецизионного делителя. Такая схема позволяет исключить влияние модуляционной погрешности, так как уровень опорного напряжения компаратора непрерывно, от импульса к импульсу, изменяется в соответствии с амплитудой исследуемого сигнала. Кроме того, результат измерений не зависит от дрейфа нуля инвертирующего усилителя, который при измерении больших величин Q_n должен являться усилителем с непосредственными связями.

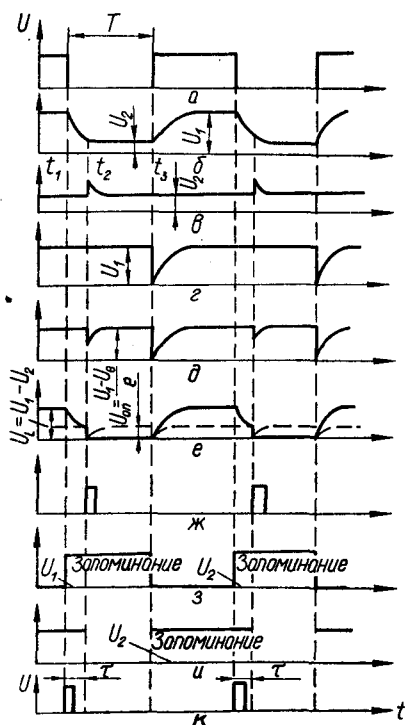
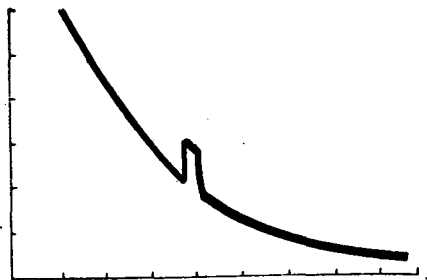


Рис. 4.10. Диаграммы напряжений на элементах схемы.

Рис. 4.11. Осциллограмма переходного процесса на выходе устройства.



При выполнении условия $U_c = U_{оп}$ компаратор 12 выдает серию импульсов, поступающих на вход буферного триггера 14. Первый из импульсов данной серии, соответствующий моменту t_2 , вызывает изменение состояния управляющего триггера 18, который переводит ячейку 4 в состояние накопления напряжения, одновременно запуская ждущий мультивибратор 17. Выходной импульс мультивибратора 1 останавливает частотомер 21, работающий в режиме измерения временного интервала. Импульс, запускающий частотомер, формируется аналогичным образом в момент времени t_1 , соответствующий началу затухающего переходного процесса в исследуемой резонансной системе, цепью, состоящей из управляющего триггера 10 и ждущего мультивибратора 13. Таким образом, если коэффициент передачи делителя 11 соответствует величине $K_d = 1 - \frac{1}{\tau}$, что может быть установлено с помощью цифрового вольтметра с высокой степенью точности, то показания электронно-счетного частотомера будут равны постоянной времени исследуемого резонатора τ . Визуальный контроль работы устройства может быть осуществлен осциллографическим методом. При этом на экране осциллографа 20, синхронизируемого импульсом t_1 , наблюдается картина переходного процесса, на которой виден импульс ждущего мультивибратора 1, что позволяет производить визуальный контроль работы схемы, а также отсчет τ при помощи меток времени (рис. 4.11).

Рассмотренное устройство допускает возможность калибровки. В режиме калибровки калибратор 3, в общем виде представляющий собой цепь, постоянная времени которой может быть известна с точностью 0,2—0,3 %, подключается к выходу модулятора 2 и входу инвертирующего усилителя 1. Калибровка производится путем изменения коэффициента передачи делителя по показаниям электронно-счетного частотомера. С его помощью можно измерять времена переходных процессов, соответствующие добротности 10^7 — 10^{10} .

Погрешность измерения относительных изменений добротности в данном случае определяется в основном погрешностью компаратора и дрейфом нулевого уровня запоминающих ячеек. При измерении нагруженной добротности $Q = 1,5 \cdot 10^8$ после одночасового прогрева экспериментальная средняя статистическая погрешность измерения относительных изменений добротности $\sigma(Q_n)/Q_n$, где $\sigma(Q_n)$ — среднеквадратичное отклонение величины измеряемой добротности, составила около 0,2 % на интервале усреднения, равном 1 мин, и 0,1 % на интервале, равном 5 мин. В течение часа работы регулярного дрейфа показаний прибора замечено не было.

Относительная погрешность измерения абсолютных значений нагруженной добротности при помощи описанного устройства зависит в основном от точности установки коэффициента деления калиброванного делителя, точности запоминания напряжений в ячейках 4, 5, погрешности компаратора, быстродействия схемы, а также от того, насколько точно характеристики детектора соот-

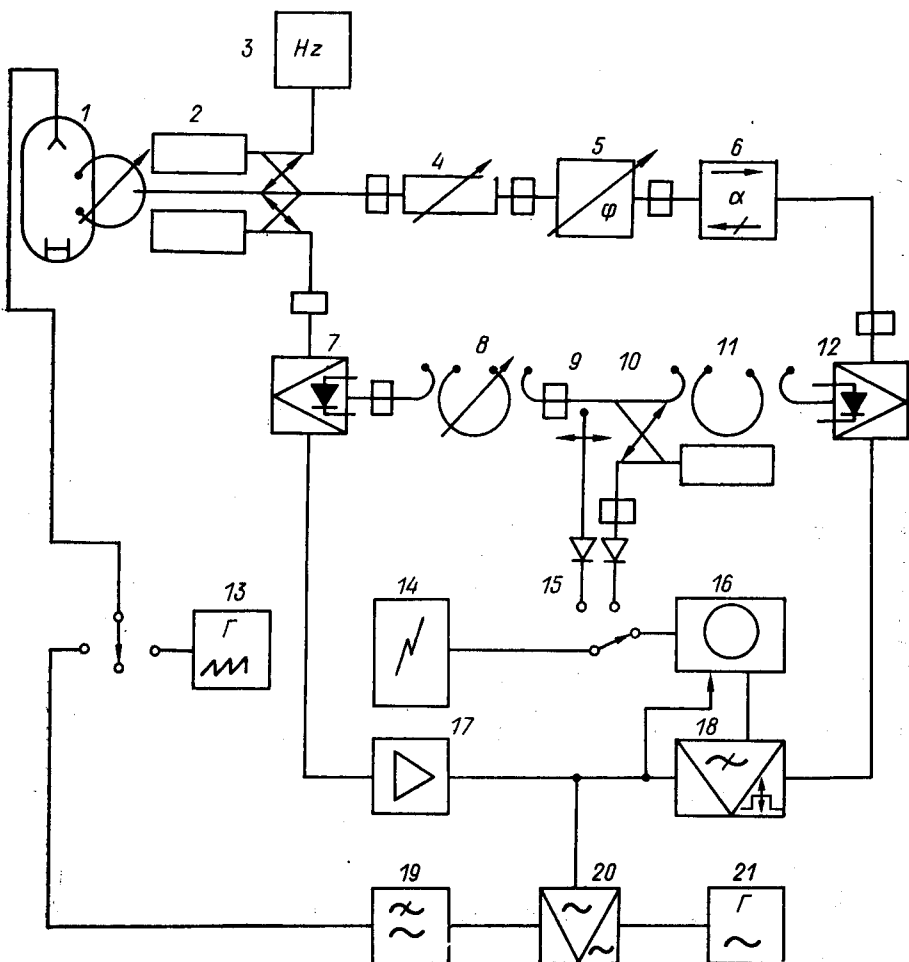


Рис. 4.12. Функциональная схема установки для измерения добротности охлаждаемых резонаторов в широком диапазоне значений:

1 — клистрон; 2 — направленный ответвитель; 3 — частотомер; 4 — аттенюатор; 5 — калибровочный фазовращатель; 6 — ферритовый вентиль; 7 — смеситель; 8 — резонансный фильтр; 9 — измерительная линия; 10 — направленный ответвитель; 11 — исследуемый резонатор; 12 — модулятор; 13 — генератор пилообразного напряжения; 14 — осциллограф; 15 — детекторы; 16 — измеритель времени переходного процесса; 17 — УПЧ; 18 — модулятор; 19 — фильтр нижних частот; 20 — фазовый детектор; 21 — генератор промежуточной частоты.

ветствуют квадратичному или линейному закону. При использовании для настройки схемы цифрового вольтметра и калибровочной RC -цепочки, постоянная времени которой известна с точностью 0,2—0,3 %, относительная погрешность измерения абсолютной величины нагруженной добротности может быть величиной того же порядка, если имеется возможность калибровки детектора с такой же погрешностью.

Необходимо отметить, что диапазон измерений методом декремента в данном случае может быть расширен до 10^6 — 10^{12} при

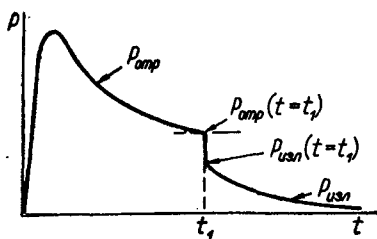


Рис. 4.13. Сигнал, отраженный от резонатора.

сохранении прежней точности путем повышения быстродействия основных элементов схемы и использования запоминающих устройств с большим временем хранения информации. Функциональная схема усовершенствованной установки приведена на рис. 4.12. Для измерения коэффициента связи в тракт, соединяющий модулятор и резонатор, включена измерительная линия, что позволило измерять коэффициент

связи резонаторов с добротностями 10^6 и ниже по методике, описанной в п. 3.4 настоящей главы. При этом осуществляется частотная модуляция клистрона при помощи пилообразного напряжения, подаваемого на его отражатель от генератора пилы. Чтобы избежать влияния на результат измерений мощности, попадающей на резонатор со стороны смесителя, в плечо смесителя вводится аттенюатор. При добротностях выше 10^6 коэффициент связи может быть вычислен путем измерения отраженной и излученной мощности в режиме установившегося колебательного процесса в автогенераторе в момент срыва колебаний. Для этой цели сигнал, идущий со стороны резонатора (см. рис. 4.12), через циркулятор поступает на детекторную головку, а затем на индикатор осциллографа. Для того чтобы другие составляющие спектра, имеющиеся на выходе модулятора, не влияли на результат измерений, после модулятора включен резонансный фильтр, настроенный на частоту исследуемого резонатора. При измерениях коэффициентов связи при помощи измерительной линии этот фильтр заменяется отрезком волновода. Картина переходного процесса для случая $\beta < 1$, наблюдаемого на экране осциллографа, представлена на рис. 4.13. В данном случае коэффициенты связи необходимо вычислять при помощи соотношений, в которые входят значения отраженной и излученной мощности, так как падающая мощность в режиме возникновения автоколебаний нарастает более плавно, чем на рис. 4.7. Скорость ее нарастания может быть достаточно велика, если СВЧ усилитель имеет большой предельный коэффициент усиления, однако это не исключает возможность ошибок при обработке результатов измерения. Необходимые соотношения для вычисления коэффициентов связи нетрудно получить, разделив первое уравнение системы (4.31) на второе:

$$\left. \frac{P_{отр}}{P_{изл}} \right|_{t=t_1} = \frac{(1 - \beta_1 + \beta_2)^2}{4\beta_1}.$$

В случае, когда $\beta_1 = \beta_2 = \beta$,

$$\left. \frac{P_{отр}}{P_{изл}} \right|_{t=t_1} = \frac{1}{4\beta}.$$

Для измерения добротности сверхпроводящих резонаторов с $\beta \ll 1$ в данной установке используется УПЧ с полосой пропускания 100 кГц и усилением 80—100 дБ. Для получения устойчивого режима самовозбуждения частота опорного генератора при этом должна устанавливаться с погрешностью порядка нескольких десятков килогерц. При таких измерениях клистронный генератор заменяется генератором, выполненным с использованием ЛБВ, в цепь обратной связи которой включается перестраиваемый сверхпроводящий резонатор. При добротности резонатора 10^6 и диапазоне механической перестройки 100 МГц обеспечивается точность установки частоты 10 кГц.

5. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ АНИЗОТРОПИИ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА

Потери и глубина проникновения электромагнитного поля в случае анизотропных поверхностей характеризуются двухмерным тензором поверхностного импеданса Z_{ik} . При измерении анизотропии необходимо, чтобы весь резонатор или его часть были изготовлены из исследуемого анизотропного материала. В этом случае потери и сдвиги частот резонатора будут зависеть от ориентации анизотропной поверхности по отношению к текущему по ней току. В подавляющем большинстве случаев, описанных в литературе, анизотропия поверхностного импеданса определялась из измерений добротности и сдвигов частот коаксиального резонатора, работающего на *ТЕМ* типе колебаний, центральный проводник которого представлял исследуемый анизотропный монокристаллический образец [222, 230, 347—351, 379, 412, 417]. При измерениях определялись температурная зависимость полосы пропускания и сдвига частот резонатора для образцов с различной кристаллографической ориентацией. По этим величинам рассчитывались температурные зависимости поверхностного сопротивления и изменения реактанса. Для их расчета использовалось обобщение соотношений (4.9) и (4.16)

$$\Delta f_0 = \sum_i v_i R_i, \quad \Delta f_x = \frac{1}{2} \sum_i v_i \Delta X_i,$$

где Δf_0 — полоса пропускания резонатора; Δf_x — сдвиг частоты, связанный с изменением поверхностного реактанса; v_i — набор геометрических констант, определяемых конструкцией резонатора.

Предлагаемая методика обладает рядом недостатков. Во-первых, на поверхность цилиндрического образца выходят различные кристаллографические плоскости и измеряемый поверхностный импеданс будет усреднен по ним, что затрудняет сравнение полученных результатов с теорией. Во-вторых, информация об анизотропии может быть получена при измерениях на ряде образцов с различной кристаллографической ориентацией, что приводит к неопределенности, связанной с неидентичностью образцов. Метод, свободный от перечисленных недостатков, развит в работах [233,

423]. Авторы использовали прямоугольный резонатор, одной из торцевых стенок которого был измеряемый образец. Поворачивая образец на 90° , можно измерять анизотропию поверхностного сопротивления по различным кристаллографическим направлениям. Оригинальный метод измерения анизотропии температурной зависимости глубины проникновения предложен в работах [392, 393]. В данном случае при помощи квантового интерферометра измеряется изменение магнитного потока, проникающего в сверхпроводник. В качестве образцов использовались плоские монокристаллические диски, на торцевую грань которых выходили различные кристаллографические направления. Образцы можно было поворачивать относительно оси диска, что давало возможность измерять температурную зависимость $\lambda(T)$ от угла поворота дисков. Были исследованы оловянные монокристаллы с различными симметричными кристаллографическими плоскостями (110), (100), (001). Измерения, выполненные на кристаллографической грани (110), выявили заметное изменение $d\lambda/dy_{\text{пр}}$ от угла φ между направлением тока и осью [001]. Для всех значений температур величина $d\lambda/dy_{\text{пр}}$ оказалась пропорциональной $\cos^2\varphi$, что соответствует тензорному соотношению (1.30). Из этого, в частности, следует, что главные оси тензора глубины проникновения λ_{ik} в этой плоскости совпадают с направлением [001] и ортогональным ему направлением [110].

Два последних метода, хотя и дают возможность измерять анизотропию поверхностного импеданса и глубины проникновения, требуют поворотов образца в процессе работы. В случае прямоугольного резонатора это приводит к различным величинам контактного сопротивления между измеряемым образцом и стенками резонатора, а это в свою очередь приводит к неопределенностям в измерении составляющих тензора R_{ik} . Желательно иметь метод, который давал бы возможность производить необходимые измерения при одной установке исследуемого образца. Такой метод описан в работе [106]. При его разработке использованы результаты работы [104], в которой выполнен расчет влияния анизотропии поверхностного импеданса стенок цилиндрического резонатора на его электродинамические характеристики. Данные о добротностях и сдвигах частоты, связанных с наличием анизотропии, приведены для некоторых типов колебаний в приложении 7. Приведенные соотношения верны для случая, когда частотное разнесение отдельных мод колебаний значительно больше, чем полоса пропускания отдельных резонансов. В цилиндрических резонаторах для E - и H -мод, у которых первый индекс отличен от нуля, существует поляризационное вырождение [166]. Оно связано с несимметричным пространственным распределением полей внутри резонатора по полярному углу φ . Пространственная ориентация поляризационных мод в отсутствие возмущения не определена, однако внесение какой-либо неоднородности в резонатор приводит к расщеплению частот колебаний и однозначно ориентирует направление поляризационных мод [166]. Как показано в рабо-

те [104], анизотропия поверхностного импеданса торцов в резонаторе снимает поляризационное вырождение и приводит к различным добротностям расщепившихся колебаний для мод, у которых первый индекс равен единице. В случае, когда одна из торцевых стенок цилиндрического резонатора является анизотропной, а поверхностное сопротивление металла, из которого выполнены остальные части резонатора, значительно меньше, чем у торцевой стенки, добротности расщепившихся колебаний для H_{1n} -моды

$$Q_{1,2} = \omega \mu_0 \frac{2k^2 (v_{1n}^2 - 1) h}{\left(\frac{1\pi}{h}\right)^2 [R_{2,1} (v_{1n}^2 - 3) + R_{2,1} (3v_{1n}^2 - 1)]}, \quad (4.33)$$

где индексы 1 и 2 соответствуют первому и второму резонансам; h — длина резонатора; v_{1n} — первый корень производной функции Бесселя n -го порядка; R_1 и R_2 — главные значения тензора R_{ik} . Измерение добротностей Q_1 и Q_2 расщепившихся резонансов дает главные значения тензоров поверхностного сопротивления торца

$$R_{1,2} = \omega \mu_0 h^3 \frac{k^2}{4 (v_{1n}^2 + 1) \pi^2 l^2} \left(\frac{3v_{1n}^2 - 1}{Q_{1,2}} - \frac{v_{1n}^2 - 3}{Q_{2,1}} \right). \quad (4.34)$$

Аналогично по температурным сдвигам частот расщепившихся колебаний можно найти изменение глубины проникновения электромагнитного поля или поверхностного реактанса вдоль главных осей тензора

$$\Delta \lambda_{1,2} = \frac{k^2 h^2}{\pi (v_{1n}^2 + 1) \omega l^2} [(3v_{1n}^2 - 1) \Delta f_{1,2} - (v_{1n}^2 - 3) \Delta f_{2,1}]; \quad (4.35)$$

где Δf_1 и Δf_2 — температурные изменения резонансной частоты первого и второго резонансов. Это же относится к поляризационно-вырожденным колебаниям E_{mnl} с первым индексом, равным единице. Главные значения тензоров поверхностного сопротивления, а также приращений реактанса и глубины проникновения по главным осям (предполагается, что тензоры R_{ik} и X_{ik} имеют одни и те же направления главных осей) соответственно имеют вид

$$R_{1,2} = \frac{\omega \mu_0 h}{4} \left(\frac{3}{Q_{1,2}} - \frac{1}{Q_{2,1}} \right), \quad (4.36)$$

$$\Delta \lambda_{1,2} = \frac{h}{2f_0} (3\Delta f_{1,2} - \Delta f_{2,1}).$$

Анизотропия поверхностного импеданса по указанной методике измерялась на разборном резонаторе с типом колебаний H_{111} (рис. 4.14 [107]). Верхняя крышка и цилиндрическая часть резонатора были покрыты свинцом электролитическим способом. Дно резонатора представляло собой выращенный по методу Бриджмена [89] диск из монокристалла олова, который прижимался к

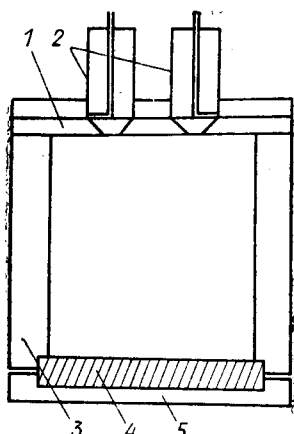


Рис. 4.14. Составной резонатор для измерения анизотропии поверхностного импеданса:

1 — диафрагма; 2 — коаксиальные волноводы; 3 — цилиндрический корпус; 4 — образец; 5 — прижимающий фланец.

резонатору нижним фланцем. Помимо продольного перемещения петель связи, что необходимо для изменения коэффициента связи, было предусмотрено их вращение. Это давало возможность определения ориентаций поляризационных колебаний. Ориентации образцов выбирались так, что одна из осей симметрии кристалла лежала в плоскости образца. Тогда направления главных осей тензора поверхностного импеданса Z_{ik} легко можно было определить по известной ориентации монокристалла (одно из них направлено вдоль оси симметрии, другое — перпендикулярно ей). При отсутствии других неоднородностей, кроме анизотропии торцевой стенки, направления поляризации расщепившихся мод будут совпадать с направлением главных осей тензора Z_{ik} . Однако наряду с анизотропией торца всегда присутствуют другие типы неоднородностей, которые могут привести к ошибкам в интерпретации полученных данных. Как показали измерения на цилиндрических резонаторах, наиболее существенной

неоднородностью, влияющей на разнос частот и ориентацию поляризационных колебаний, являются отверстия связи. Поэтому расположение отверстий связи относительно монокристаллическо-

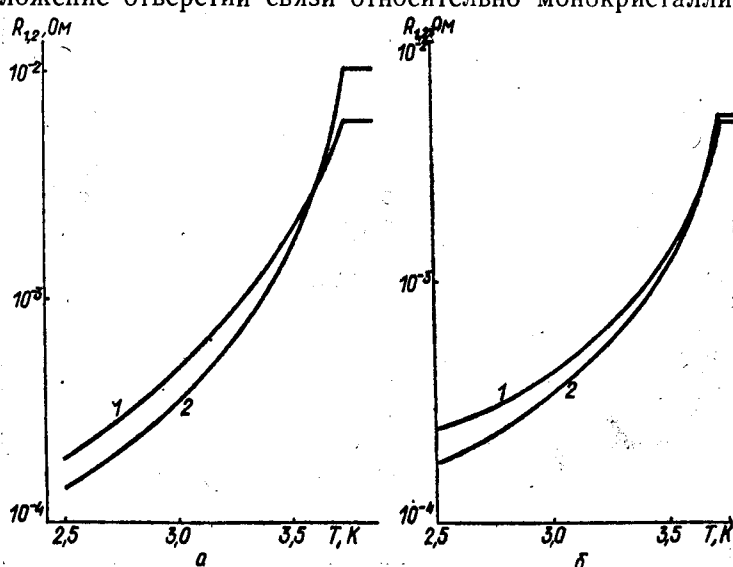


Рис. 4.15. Зависимости главных значений тензора поверхностного сопротивления R_1 и R_2 монокристалла олова для плоскостей (110) (а) и (100) (б).

го диска выбиралось таким образом, чтобы главные оси тензора Z_{ik} совпадали с ориентацией мод, расщепление которых обусловлено отверстиями связи. В этом случае соотношения (4.33) и (4.36) остаются справедливыми. При обработке полученных результатов потери в элементах резонатора, покрытых свинцом, могут не учитываться, так как поверхностное сопротивление свинца при рабочих температурах значительно ниже, чем олова. Измерения выявили значительную анизотропию грани (110). Зависимости главных значений тензора поверхностного сопротивления, когда ток течет в направлениях [001] и [110] соответственно, R_1 и R_2 для этой грани показаны на рис. 4.15, а [107], откуда следует, что существует температура $\sim 3,65$ К, при которой анизотропия на этой грани исчезает. Аналогичное явление наблюдалось и на плоскости (100) (рис. 4.15, б).

В настоящее время нет теории поверхностного импеданса анизотропных сверхпроводников. Анизотропия сверхпроводников связана с анизотропией поверхности Ферми [298], аналогично нормальному металлу, а также с анизотропией энергетической щели [192]. Изменение знака разности главных значений тензора сопротивлений $R_1 - R_2$ качественно можно объяснить следующим образом. В нормальном состоянии энергетическая щель отсутствует и анизотропия R обусловлена анизотропией плотности электронных состояний вблизи поверхности Ферми. При переходе в сверхпроводящее состояние на эту анизотропию накладывается влияние анизотропии энергетической щели, противоположное по действию на R анизотропии плотности электронных состояний и вблизи T_K ее компенсирует.

МЕТОДЫ ПОЛУЧЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

1. ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ И СТРУКТУРЫ ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ НА ПОВЕРХНОСТНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ И ПОТЕРИ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ

Вопрос о выборе толщины сверхпроводящего слоя и влиянии этой толщины на поверхностный импеданс практически не обсуждался. В некоторых работах приведены только данные о толщине используемых покрытий без каких-либо обоснований. Вполне очевидно, что для получения минимальных величин поверхностного сопротивления следует выбирать толщины покрытий, значительно превышающие глубину проникновения поля в сверхпроводник. С другой стороны, с ростом толщины покрытия увеличивается шероховатость поверхности, что приводит к увеличению поверхностного сопротивления [105, 328]. В указанных работах отсутствуют, однако, расчеты, касающиеся зависимости поверхностного импеданса шероховатых поверхностей от величин полей и токов. В этом случае картина будет еще более сложная, так как острые края и выступы на поверхности являются концентраторами магнитных полей и токов. При увеличении внешних полей различные участки поверхности будут переходить в нормальное состояние или захватывать вихри при различных значениях внешнего поля. По этой причине будут наблюдаться не только температурная и частотная зависимости, но и зависимость поверхностного импеданса от величины приложенного поля. Вопрос осложняется и тем, что для выяснения всех этих зависимостей необходимо учитывать уравнения теплового баланса, так как выделяемая за счет потерь энергия должна куда-то отводиться. Приведем соображения, которые необходимо иметь в виду, чтобы не допустить ошибочной интерпретации экспериментальных данных, и которые должны учитываться при выборе той или иной технологии получения исследуемых поверхностей.

Глубина проникновения поля в сверхпроводники составляет сотни ангстрем. Поэтому наибольшую неопределенность при интерпретации результатов могут внести шероховатости именно такой величины, что соответствует 12-му или 13-му классу чистоты поверхности. Как известно, получение такого класса чистоты сопряжено со значительными трудностями, особенно в тех случаях, когда речь идет о свинцовых или ниобиевых поверхностях. С другой стороны, существуют методы, например химическая или элек-

трохимическая полировка, которые существенно сглаживают поверхности за счет устранения микрошероховатостей [74, 171].

Таким образом, существуют по крайней мере две возможности, которые позволяют устранить неопределенность, связанную с наличием микрошероховатостей: во-первых, поверхность механически полируется до 12-го или 13-го класса чистоты, во-вторых, предусматривается химическая полировка, устраняющая микрошероховатости, соизмеримые с глубиной проникновения. Такой путь гораздо менее трудоемкий и, если учесть, что исследование поверхностного импеданса

связано с приготовлением значительного числа образцов, его преимущества достаточно очевидны. Кроме того, химическое полирование устраняет верхний слой, который после механической полировки имеет большое количество дефектов и загрязнений.

В работе [111] обсуждаются возможности измерения абсолютной величины глубины проникновения поля в сверхпроводники путем исследования поверхностного сопротивления сверхпроводящих покрытий различной толщины, нанесенных на нормальный металл. Результаты этой работы дают возможность установить оптимальное значение толщины сверхпроводящих покрытий, а также измерить абсолютное значение глубины проникновения поля в сверхпроводник.

Рассмотрим случай, когда нормальный металл покрыт слоем сверхпроводника толщиной d (рис. 5.1). Распределения полей и токов в лондоновских сверхпроводниках характеризуются уравнениями (2.5) и (2.6). К сожалению, для пиппардовских сверхпроводников уравнения не могут быть записаны в такой простой форме. Мы уже обсуждали вопрос о возможности введения эффективной глубины проникновения δ_c и замене реально существующих полей эффективными полями (см. гл. 2). Это дало нам возможность с достаточно высокой точностью вычислить значение поверхностного сопротивления для сверхпроводников обоих типов. В данном случае, не делая большой ошибки, мы можем воспользоваться этой методикой, если предположить, что $\delta_c = \lambda_l$ и $\delta_c = \lambda_p$.

При решении задачи будем считать, что граница между сверхпроводником и нормальным металлом является резкой, т. е. отсутствует взаимное влияние нормального металла на свойства сверхпроводника, и наоборот. Такое предположение справедливо, когда длина свободного пробега электронов в материале подложки невелика, а длина когерентности в сверхпроводнике значительно меньше глубины проникновения [40]. При невыполнении этих условий присутствует переходный слой порядка $(\lambda_l \xi)^{1/2}$ [40].

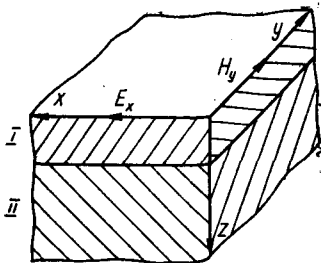


Рис. 5.1. Влияние толщины сверхпроводящего покрытия на остаточное поверхностное сопротивление:

I — слой сверхпроводника толщиной d ; II — подложка из нормального металла.

Поля в сверхпроводящем слое I могут быть выражены с помощью гиперболических функций

$$-H_{yI} = A \operatorname{ch} \frac{z}{\delta_c} + B \operatorname{sh} \frac{z}{\delta_c}; \quad -E_{xI} = i\omega\mu_0\delta_c \left(A \operatorname{sh} \frac{z}{\delta_c} + B \operatorname{ch} \frac{z}{\delta_c} \right),$$

а в области II — с помощью показательных функций

$$E_{xII} = E_0 e^{i\omega t - z/\delta}; \quad H_{yII} = \frac{1}{i\omega\mu_0\delta} H_0 e^{i\omega t - z/\delta},$$

где $\delta = \delta_1 - i\delta_2$ — комплексная глубина проникновения для нормального металла. Используя граничные условия

$$\left. \frac{E_{xI}}{H_{yI}} \right|_{z=d} = \frac{E_{xII}}{H_{yII}} = i\omega\mu_0\delta,$$

находим, что

$$A \left(\delta \operatorname{ch} \frac{d}{\delta_c} + \delta_c \operatorname{sh} \frac{d}{\delta_c} \right) = -B \left(\delta \operatorname{sh} \frac{d}{\delta_c} + \delta_c \operatorname{ch} \frac{d}{\delta_c} \right)$$

или

$$\frac{A}{B} = \frac{\delta \operatorname{ch} d/\delta_c + \delta_c \operatorname{sh} d/\delta_c}{\delta \operatorname{sh} d/\delta_c + \delta_c \operatorname{ch} d/\delta_c}.$$

Поверхностный импеданс в данном случае запишется следующим образом:

$$Z_{cd} = \left. \frac{E_x}{H_y} \right|_{z=0} = i\omega\mu_0\delta_c \frac{\delta \operatorname{ch} d/\delta_c + \delta_c \operatorname{sh} d/\delta_c}{\delta \operatorname{sh} d/\delta_c + \delta_c \operatorname{ch} d/\delta_c}. \quad (5.1)$$

Из соотношения (5.1) получим значение поверхностного сопротивления рассмотренной структуры

$$R_{cd} = \operatorname{Re} Z_{cd} = \frac{\omega\mu_0\delta_c^2\delta_2}{(\delta_1 \operatorname{sh} d/\delta_c + \delta_c \operatorname{ch} d/\delta_c)^2 + \delta_2^2 \operatorname{sh} d/\delta_c}, \quad (5.2)$$

для классического случая $\delta_1 = \delta_2 = R_{кл}/\omega\mu_0$, а для аномального скина $\delta_1 = \frac{\sqrt{3}R_\infty}{\omega\mu_0}$ и $\delta_2 = \frac{R_\infty}{\omega\mu_0}$. Учитывая это, из (5.2) для случая, когда в качестве подложки используется чистый металл, распределение полей в котором соответствует аномальному скину, получаем

$$R_{cd\infty} = \frac{\delta_c^2 R_\infty}{(R_\infty/\omega\mu_0)^2 \operatorname{sh}^2 d/\delta_c + [(\sqrt{3}R_\infty/\omega\mu_0) \operatorname{sh} d/\delta_c + \delta_c \operatorname{ch} d/\delta_c]^2}.$$

Когда в качестве подложки используется нормальный металл (сплав) с малой длиной свободного пробега, из (5.2) получаем

$$R_{cdн} = \frac{\delta_c^2 R_n}{(R_n/\omega\mu_0)^2 \operatorname{sh}^2 d/\delta_c + [(R_n/\omega\mu_0) \operatorname{sh} d/\delta_c + \delta_c \operatorname{ch} d/\delta_c]^2}.$$

Если ожидаемое значение поверхностного сопротивления сверхпроводника должно быть измерено с погрешностью $n\%$ без учета влияния подложки, то должно выполняться следующее неравенство:

$$R_{cd} < \frac{n}{100} R_c. \quad (5.3)$$

Используя зависимость, приведенную на рис. 5.2, легко определить необходимую толщину слоя сверхпроводника, если известно ожидаемое значение R_c и задана погрешность его измерения. С другой стороны, если в процессе измерения R_c выходит на насыщение, то легко определить, не связано ли это с малой толщиной покрытия. Наименьшее значение остаточного поверхностного сопротивления, полученное для свинца в СВЧ диапазоне, составляет 10^7 — 10^9 Ом [243, 344]. Используя кривые, приведенные на рис. 5.2, и соотношение (5.3), легко определить минимальное значение толщины покрытия. Например, для $n \sim 1\%$ и $\delta_c = 5 \cdot 10^{-6}$ см необходимая толщина покрытия без учета переходного слоя может не превышать 1 мкм. Эти данные свидетельствуют о том, что не следует выбирать толщину покрытия существенно больше 1 мкм, тем более что при нанесении поверхностного слоя электролитическим путем его шероховатость всегда возрастает с увеличением толщины покрытия. На практике с учетом переходного слоя, а также в связи с тем, что скорость осаждения на различных участках поверхности может несколько отличаться, особенно если покрываемая деталь имеет выступы и отверстия, эту величину нужно увеличить в 2—2,5 раза.

До сих пор мы обсуждали влияние толщины сверхпроводящего слоя на величину поверхностного сопротивления. Однако, как уже указывалось, существует целый ряд других факторов, характеризующих поверхностный слой и влияющих на величину поверхностного сопротивления и общие потери энергии при протекании переменных токов. Теоретически пока нельзя объяснить все механизмы таких потерь, и в ряде случаев выбор той или иной технологии изготовления элементов сверхпроводящих устройств опирается на рекомендации, полученные на основе экспериментальных исследований.

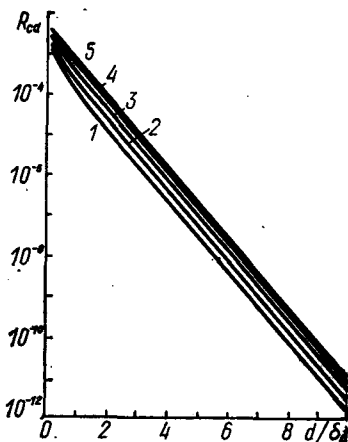


Рис. 5.2. Расчетные зависимости остаточного поверхностного сопротивления сверхпроводящих слоев на частоте 10 ГГц, связанного с наличием медной подложки (для меди $R_\infty = 5,2 \cdot 10^{-3}$ Ом):
1 — $\delta_c = 3 \cdot 10^{-6}$; 2 — $5 \cdot 10^{-6}$; 3 — 7×10^{-6} ; 4 — $9 \cdot 10^{-6}$; 5 — $11 \cdot 10^{-6}$ см.

2. ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС СВЕРХПРОВОДЯЩИХ СВИНЦОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Поверхностное сопротивление свинцовых поверхностей в широком диапазоне частот, начиная от единиц мегагерц и кончая десятками гигагерц, исследовано во многих работах [38, 99, 102, 215, 243, 273, 336, 344, 346, 374, 390, 391, 402, 406]. Сейчас уже вполне определенно можно сказать, что минимальное значение поверхностного сопротивления может быть получено только в случае использования современной технологии, позволяющей получать очень чистые однородные слои свинца. Минимальные значения поверхностного сопротивления свинцовых поверхностей, нанесенных электролитическим путем на медную подложку, получены в работе [344]. При этом относительная концентрация примесей различных элементов в нанесенном слое составила не более 10^{-5} , экспериментальная температурная зависимость поверхностного сопротивления хорошо согласуется с теоретическими данными, полученными из микроскопической теории. Таким образом, сам факт получения минимальных значений поверхностного сопротивления, подобных значениям, полученным в работе [344], особенно в области низких приведенных температур, может служить критерием оценки чистоты и однородности сверхпроводящего покрытия.

Рассмотрим результаты измерения поверхностного сопротивления свинцовых поверхностей, полученных электролитическим путем (при помощи этого метода в настоящее время получены самые высокие добротности). Методы напыления свинцовых покрытий электролитическим путем подробно изучены [99, 344], поэтому на этом вопросе мы останавливаться не будем.

Высокочастотные свойства сверхпроводящих свинцовых покрытий экспериментально исследовались на резонаторах трехсантиметрового диапазона на H_{011} -моду с размерами $4,2 \times 4,2$ см. Расчетное значение коэффициента формы 780 Ом. В качестве основы использовалась бескислородная медь. Поверхность резонатора предварительно механически полировалась до 12-го класса чистоты (средний размер шероховатости 0,02 мкм). После обезжиривания на медную поверхность из борфтористоводородного или пирофосфатного электролита наносился слой свинца толщиной 2 мкм, при этом средний размер шероховатостей для обоих электролитов увеличивался на порядок и составлял 0,2 мкм. Покрытия, получаемые из обоих электролитов, имеют мелкокристаллическую структуру. Результаты измерения добротности резонаторов, изготовленных с применением борфтористоводородного и пирофосфатного электролитов (составы и режимы работы таких электролитов описаны в работе [99]), приведены на рис. 5.3. Видно, что результаты, полученные с использованием борфтористоводородного электролита, практически совпадают с результатами, полученными в работе [344]. Пирофосфатный электролит дает несколько худшие результаты. Это, по-видимому, объясняется тем, что для получения пирофосфатного электролита использовались химикаты марки Ч,

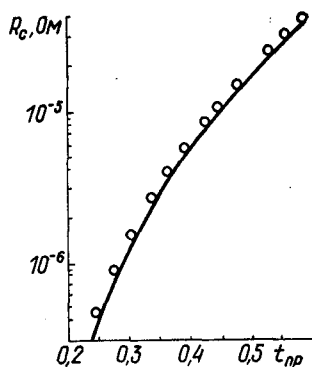
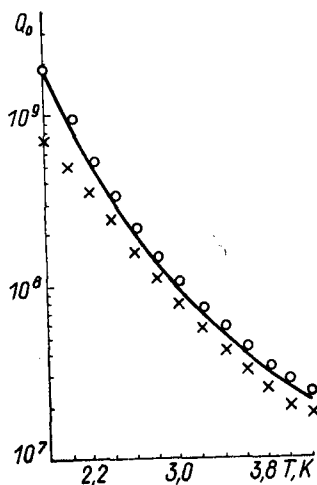


Рис. 5.3. Температурная зависимость добротности свинцовых резонаторов, изготовленных электролитическим способом:

кривая — данные, полученные в работе [344], приведенные к частоте 9,427 ГГц; $\circ$ — борфтористоводородный электролит; $\times$ — пирофосфатный электролит.

Рис. 5.4. Сравнение экспериментальных данных (точки) с результатами вычисления (кривая) поверхностного сопротивления ($\delta_c(0) = 4,8 \cdot 10^{-6}$ см, $\Delta(0) = 2k_B T_K$).

в то время как для приготовления борфтористоводородного электролита — химикаты марки ОСЧ.

Мы уже отметили, что борфтористоводородный электролит обладает плохой рассеивающей способностью и нанесение свинца на детали, имеющие выступы и отверстия, затруднено. Пирофосфатный электролит лишен этого недостатка. Поэтому вначале на такие детали наносится тонкий подслоя свинца в пирофосфатном электролите, а основное покрытие осуществляется в борфтористоводородной ванне. Именно таким путем изготавливались исследуемые резонаторы. Соотношение времен покрытия в обоих электролитах составляло 1 : 5. Результаты сравнения экспериментальных значений поверхностного сопротивления для данного резонатора и вычисленных по формуле (2.42) приведены на рис. 5.4. Видно, что полученные экспериментальные данные очень хорошо совпадают с вычисленными значениями. Взятые для расчета значения глубины проникновения хорошо совпадают с теоретическими [40]. Таким образом, при помощи соотношений (2.35), (2.36), (2.42) и (2.43) можно по результатам измерения поверхностного сопротивления вычислить абсолютное значение глубины проникновения.

В гл. 4 был описан метод, позволяющий непосредственно измерять абсолютное значение глубины проникновения поля и поверхностного реактанса по сдвигам резонансной частоты при переходе всего резонатора или его отдельных частей в сверхпроводящее состояние. Этим методом была измерена глубина проникно-

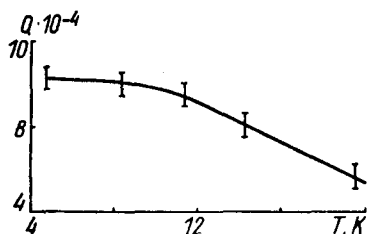


Рис. 5.5. Температурная зависимость добротности резонатора, покрытого свинцом, в нормальном состоянии.

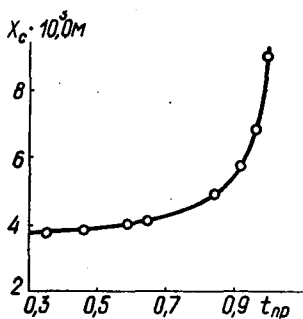


Рис. 5.6. Зависимость поверхностного реактивного сопротивления от температуры на частоте 10,2 ГГц:

точки — экспериментальные данные; кривая — теоретическая зависимость [402].

вения поля в сверхпроводящем слое свинца, полученном электролитическим способом по рассмотренной методике. Поправочный коэффициент k , учитывающий влияние шероховатости, определялся при измерении добротности цилиндрического резонатора, покрытого свинцом при температуре несколько выше T_K , добротность определялась при минимальных связях фазовым методом [38] с погрешностью 8 %. Измерения проводились на частоте 10,2 ГГц на H_{011} -мод. Толщина свинца, осаждаемого электролитическим методом на стенки резонатора, составляла 10 мкм. Из рис. 5.5 видно, что уже при $T=8\text{ К}$ происходит насыщение добротности, т. е. эта область в случае свинца относится к области аномального скин-эффекта. Поверхностное сопротивление в этой области сравнивалось со значением, найденным Чамберсом [167]. Найденное таким образом значение k составляло 1,2—1,3.

Сдвиг частоты резонатора определялся при его охлаждении от фиксированной температуры ($T=8\text{ К}$) до температур $T < T_K$. Суммарная погрешность измерения сдвигов частоты не превышала 2 %. Зависимость $X_c(t_{пр})$ с учетом шероховатости для значения коэффициента $k=1,25$ показана на рис. 5.6, здесь же показана кривая, вычисленная по теории Маттиса—Бардина по данным работы [402], приведенным к частоте 10,2 ГГц. На рис. 5.7 построена экспериментальная зависимость $\lambda(t_{пр})$ с учетом поправок на частоту на основе соотношения Крамерса—Кронига [75], как это было сделано Валдрамом [413]. Глубина проникновения при 2,5 К составляет $(480 \pm 40) \cdot 10^{-8}$ см. Это значение можно принять за $\lambda(0)$, так как при приведенных температурах ниже 0,4 глубина проникновения практически не зависит от температуры. Из рис. 5.7 видно хорошее согласие экспериментальных данных с результатами микроскопической теории.

Если построить температурную зависимость $\lambda_{II}(t_{пр})$ для свинца при $\Delta(0)=2k_B T_K$ и $\lambda_{II}(0)=4,8 \cdot 10^{-6}$ см в предположении, что

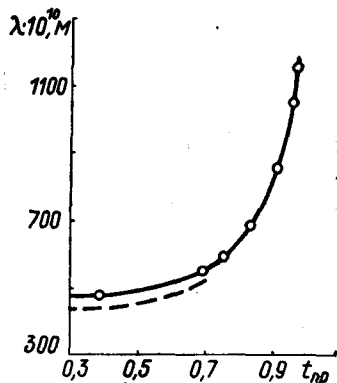
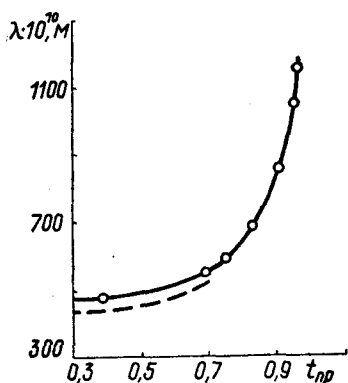


Рис. 5.7. Зависимость глубины проникновения поля в сверхпроводящий свинец от температуры:

сплошная кривая — эксперимент; штриховая — расчет по теории Маттиса—Бардина.

Рис. 5.8. Сравнение теоретических данных (кривая) с экспериментальными значениями (точки) глубины проникновения для свинца (штриховая кривая — расчет по двухжидкостной модели Гортнера—Казимира).

температурная зависимость концентрации сверхпроводящих электронов соответствует (2.28), то экспериментально полученные точки (рис. 5.8) очень хорошо ложатся на расчетную кривую. Следовательно, расчетные и экспериментальные данные, как и в случае исследования поверхностного сопротивления, хорошо согласуются.

Таким образом, проведенные эксперименты показывают, что феноменологическая модель (см. гл. 2), построенная на основе введения эффективных полей и эффективных проводимостей, правильно описывает поведение составляющих поверхностного импеданса в СВЧ диапазоне и может быть использована для их расчета, при этом величины, полученные расчетным путем, совпадают с экспериментальными значениями с погрешностью 10 %.

3. МЕТОДЫ ПОЛУЧЕНИЯ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ НИОБИЕВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ИХ ВЫСОКОЧАСТОТНЫЕ СВОЙСТВА

На начальном этапе разработки высокочастотных устройств, параметры которых определяются низким значением поверхностного импеданса сверхпроводников, широко использовались свинцовые покрытия, что связано с достаточно простой технологией их получения. Однако свинец, применяемый для изготовления узлов и деталей или покрытий, обладает рядом недостатков, обусловленных его большой пластичностью и способностью быстро окисляться на воздухе. Поэтому в дальнейшем основное внимание исследователей было направлено на изучение возможностей получения ниобиевых поверхностей с низкими значениями R_c . Ниобий является одним из наиболее перспективных материалов для использования в сверхпроводниковой электронике и радиофизике. С его

применением получены самые низкие значения поверхностного сопротивления. Остановимся на тех методах и приемах, которые используются для получения ниобиевых поверхностей с низкими значениями R_c . Рассмотрим изготовление сверхпроводящих резонансных систем.

Известны такие методы изготовления резонаторов из ниобия: изготовление резонатора из массивного слитка высокой чистоты с последующей обработкой для улучшения качества рабочей поверхности; нанесение слоя ниобия на внутреннюю поверхность резонатора, выполненного из другого металла с хорошей теплопроводностью; штамповка или гидроформирование из листового ниобия; метод гальванопластики, при котором толстый слой ниобия наносят на матрицу, которую потом химически травливают. Лучшие результаты получены на ниобиевых резонаторах, изготовленных из массивных ниобиевых слитков высокой чистоты при последующей доводке поверхности с использованием электрохимии и высокотемпературного отжига.

3.1. Методы получения ниобия высокой чистоты

Образцы из технического ниобия содержат большое количество примесей. Это обусловило разработки различных способов получения ниобия высокой чистоты. Выделим следующие: термическое разложение пентахлорида ниобия [15]; восстановление ниобия из его пентахлорида водородом на нагретой поверхности [123]; электролиз с растворимым анодом [49]. Конечной стадией всех этих способов получения высокочистого ниобия являются электронно-лучевая плавка и высоковакуумная термообработка.

Величина отношения сопротивлений⁴ металлического ниобия, полученного зонной плавкой в высоком или сверхвысоком вакууме с последующим отжигом в определенной атмосфере или в сверхвысоком вакууме, $\gamma_p \approx 3000$. Он содержит такие основные примесные элементы: $Ta < 50$; $Zr < 0,3$; $W < 3,2$; $Mo < 0,7 \cdot 10^{-6}$ ат. %. Для получения ниобия с $\gamma_p > 10\,000$ был разработан новый метод [15], состоящий из следующих последовательных этапов: получение сверхчистой пятиокиси ниобия с помощью экстракции; получение пятихлористого ниобия из пятиокиси ниобия; выделение ниобия термическим разложением; получение монокристаллов ниобия с помощью зонной плавки электронным лучом; обезуглероживание и удаление газов из ниобия отжигом. В результате ниобий содержал следующее количество примесных элементов: $8 \cdot 10^{-9} V$; $7,7 \cdot 10^{-7} Na$; $3,6 \cdot 10^{-7} Mg$; $10^{-7} Al$; $3 \cdot 10^{-7} Si$; $2,7 \cdot 10^{-7} S$; $2,3 \cdot 10^{-7} Cl$; $5 \cdot 10^{-7} K$; $1,5 \cdot 10^{-7} Ca$; $5 \cdot 10^{-8} Ti$; $3 \cdot 10^{-8} V$;

⁴ Параметром, наиболее полно характеризующим чистоту металла, является отношение сопротивлений $\gamma_p = R_{300K} / R_{4,2K}$, где R_{300K} , $R_{4,2K}$ — соответственно сопротивления при комнатной температуре и остаточное. Здесь имеется в виду электронная чистота металла, так как электроны проводимости, испытывающие при рассеянии на дефектах измеряемое сопротивление, в основном чувствительны к примесям, находящимся в твердом растворе [48].

Таблица 7

Примесь	Содержание, вес. %	Примесь	Содержание, вес. %
Кислород	$1 \cdot 10^{-4}$	Железо	$1 \cdot 10^{-5}$
Азот	$(2 - 4) \cdot 10^{-4}$	Кремний	$3 \cdot 10^{-6}$
Углерод	$5 \cdot 10^{-5}$	Вольфрам	$1 \cdot 10^{-5}$
Тантал	$1 \cdot 10^{-4}$	Молибден	$1 \cdot 10^{-5}$
Цирконий	$6 \cdot 10^{-5}$	Рений	$1 \cdot 10^{-5}$

$6 \cdot 10^{-8}$ С; $3 \cdot 10^{-8}$ Мп; $3 \cdot 10^{-7}$ Fe; $3 \cdot 10^{-8}$ Со; $5 \cdot 10^{-8}$ Ni; $2 \cdot 10^{-8}$ Си; $3 \cdot 10^{-8}$ Zn; $3,3 \cdot 10^{-7}$ Ga; $3 \cdot 10^{-8}$ As; 10^{-7} Zr; $(2 - 5) \cdot 10^{-7}$ Мо; $1,4 \times 10^{-7}$ Ag; $3 \cdot 10^{-8}$ Ва; $1,6 \cdot 10^{-7}$ Hf; $(7 - 8) \cdot 10^{-7}$ Та; $5 \cdot 10^{-7}$ W; 5×10^{-8} Рb ат. %.

Максимальные значения $\gamma_p = 8 \cdot 10^4$ были получены после отжига образцов в потоке кислорода в вакууме $(5 - 6) 10^{-9}$ Па. Максимальное содержание атомов внедрения при $\gamma_p \sim 10^5$ составляет $4 \cdot 10^{-7}$ ат. %, наибольший вклад при этом дают азот и углерод.

Необходимо отметить, что удаление азота при 2570 К в сверхвысоком вакууме возможно только до естественной границы 2×10^{-7} ат. %, что соответствует чистоте металла с $\gamma_p = 2 \cdot 10^5$.

Низкое содержание металлических примесей, особенно таких трудноудаляемых труднолетучих элементов, как вольфрам, молибден и тантал, делает ниобий водородного восстановления идеальным сырьем для получения слитков и монокристаллов ниобия методом электронно-лучевой зонной плавки [123]. При электронно-лучевой плавке ниобия происходит эффективное удаление примесей легколетучих элементов алюминия, железа, ванадия, титана, кремния, менее интенсивное примесей циркония и гафния, давление паров которых при температуре расплава сопоставимо с давлением пара ниобия, и обогащение рафинируемого металла примесями труднолетучих элементов (вольфрама, тантала, рения). Одновременно удаляются примеси до 10^{-5} вес. % для O_2 и $(2 - 4) \cdot 10^{-4}$ для N_2 . Содержание основных примесей приведено в табл. 7. Содержание остальных примесей составляет менее 1×10^{-5} вес. %. В результате такой очистки были получены монокристаллы и слитки ниобия высокой чистоты с отношением электросопротивлений $\gamma_p = 500 \div 800$ [63]. Дополнительный отжиг металла в вакууме $3 \cdot 10^{-8}$ Па в течение 10 ч увеличивает значение γ_p в монокристаллах до 1100—1200. У наиболее чистых образцов, переплавленных электронно-лучевым способом в вакууме 10^{-4} Па и отожженных в вакууме $10^{-9} - 10^{-10}$ Па, отношение сопротивлений составило 10^4 .

Совмещение методов электролиза и электронно-лучевой плавки дает возможность получить ниобий в виде слитков [49]. Процесс электролитического осаждения плотных ниобиевых осадков

Таблица 8

Примесь	Содержание, вес. %		Примесь	Содержание, вес. %	
	исходный металл	покрытие		исходный металл	покрытие
Тантал	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-6}$	Сера	—	$3,4 \cdot 10^{-5}$
Железо	$2 \cdot 10^{-3}$	$< 2 \cdot 10^{-4}$	Ванадий	—	$2 \cdot 10^{-6}$
Никель	$2 \cdot 10^{-4}$	$< 2 \cdot 10^{-6}$	Калий	$2 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$
Кобальт	—	$< 5 \cdot 10^{-7}$	Кальций	—	$1,7 \cdot 10^{-6}$
Вольфрам	$2 \cdot 10^{-2}$	$< 2 \cdot 10^{-7}$	Магний	—	$1,3 \cdot 10^{-7}$
Молибден	$1 \cdot 10^{-2}$	$< 1 \cdot 10^{-6}$	Хлор	—	$2,7 \cdot 10^{-6}$
Медь	—	$< 1 \cdot 10^{-5}$	Фтор	—	$3 \cdot 10^{-4}$
Гафний	—	$< 6 \cdot 10^{-7}$	Углерод	$1 \cdot 10^{-2}$	$< 2 \cdot 10^{-5}$
Цирконий	$5 \cdot 10^{-3}$	$< 1 \cdot 10^{-5}$	Кислород	$4 \cdot 10^{-2}$	$(1-5) \cdot 10^{-2}$
Алюминий	$2 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-6}$	Азот	$1 \cdot 10^{-2}$	$(3-5) \cdot 10^{-5}$
Кремний	—	$1 \cdot 10^{-5}$	Водород	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$
Натрий	$2 \cdot 10^{-2}$	$< 1 \cdot 10^{-6}$	Титан	$2 \cdot 10^{-3}$	$< 1,5 \cdot 10^{-6}$

обеспечивает получение наиболее чистого металла с точки зрения примесей вольфрама, молибдена, азота, углерода, однако процесс протекает с малыми скоростями, что затрудняет его использование для производства больших количеств металла. В табл. 8 приведено содержание основных примесей в исходном ниобии и электролитических покрытиях. Видно, что в процессе осаждения покрытий ниобий очищается от большинства сопутствующих примесей, за исключением кислорода, содержание которого удалось снизить до 0,01 вес. %. Содержание остальных примесей составляет менее 10^{-6} вес. %.

Для получения слитков высокой чистоты, пригодных для использования в качестве основы элементов СВЧ устройств, электролитические осадки подвергались электронно-лучевой плавке. При этом происходит глубокая очистка от элементов, равновесное давление паров которых при температуре расплава значительно выше равновесного давления рафинируемого металла. В табл. 9 приведена характеристика слитков ниобия различной чистоты (с

γ_p	Марка	Твердость, Н/мм ²			
			О ₂	С	
200—300	Н6Р-2	450—520	$2 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$	
500—800	Н6Р-1	400—440	$5 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	
100—1500	Н6Р-0	380—420	$3 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	
[404]	—	470—530	$8 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	

различным отношением электросопротивлений γ_p). Для сравнения приведено содержание основных примесей в слитках ниобия, выпускаемых зарубежными фирмами [404].

3.2. Методы изготовления ниобиевых элементов ВЧ и СВЧ структур

Несмотря на большую вязкость, ниобий довольно хорошо обрабатывается резанием на станках. При этом применяются малые скорости резания и смазочные легкие масла. Режимы резания ниобия близки к режимам резания мягкой меди. Черновую токарную обработку слитков диаметром 0,08—0,09 м необходимо проводить со скоростью 50—70 м/мин с подачей 0,2—0,3 мм за 1 оборот и глубиной резания 0,5—0,8 мм. Чистовую обработку проводят при скорости резания 75—100 м/мин, подача составляет 0,1—0,15 мм за 1 оборот, а глубина резания равна 0,1—0,5 мм. При такой обработке рекомендуется применять резцы из быстрорежущей стали или из твердых сплавов; инструмент должен быть всегда хорошо заточен [52].

Чистый ниобий достаточно легко обрабатывается штамповкой или гидроформовкой из листового ниобия даже при комнатной температуре. Он легко поддается контактной или дуговой сварке, а механические свойства сварного шва мало отличаются от аналогичных свойств необработанного металла. Поскольку сварной шов имеет пластичность рекристаллизованного металла, то его можно обрабатывать ковкой, штамповкой, прокаткой.

При сборке резонатора используют индиевые прокладки, однако, как показано в работе [11], наличие индиевого стыка ограничивает величину добротности до значений $Q_0 = 1,45 \cdot 10^9$ (при $f_0 = 500$ МГц) и $Q_0 = 7,5 \cdot 10^8$ (при $f_0 = 1,2$ ГГц). Ниобий допускает сварку электронным лучом с помощью электронно-лучевой пушки. Допускается также обработка шлифованием и полированием, хотя шлифование из-за большой вязкости ниобия — достаточно сложная процедура. Предварительно для этого применяются карборундовые шлифовальные круги марки 120-15К, при этом давление на шлифуемое изделие должно быть приблизительно такое же, как и при обработке медных изделий. При механической полировке

Таблица 9

Содержание примесей, вес. %

N ₂	W	Mo	Ta	Сумма примесей
$2 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-2}$
$1 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-3}$
$1 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$
$4 \cdot 10^{-3}$	—	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$

Частота, ГГц	Тип волны	Обработка поверхности	Q_0	B_k , мТл	Литература
9,5	H_{011}	ЭХП, АО	$1 \cdot 10^{10}$	159	[369]
9,5	E_{010}	ЭХП	$3 \cdot 10^9$	149	[263]
8,6	E_{010}	ХП, ВТО	$8 \cdot 10^9$	108	[405]
10,5	H_{011}	ХП, ВТО	$1 \cdot 10^{10}$	96	[174]
3,7	H_{011}	ЭХП, ВТО	$1 \cdot 10^{11}$	81	[285]
2,8	ТЕМ	АО, ВТО	$2 \cdot 10^9$	85	[188]
1,3	E_{010}	ХП, АО, ВТО	$1 \cdot 10^9$	35	[404]
0,09	Спираль	ВТО, ЭХП, АО	$1 \cdot 10^8$	120	[191]

Примечание. В таблице приняты такие обозначения: ЭХП — электрохимическая полировка; АО — анодное оксидирование; ХП — химическая полировка; ВТО — высокотемпературный отжиг в высоком вакууме.

обычно проводят серию операций с использованием абразивов с последовательно уменьшающейся величиной зерна. Вначале полировку производят наждачной бумагой 0000, увлажненной четыреххлористым углеродом, а затем сатином или сукном, увлажненными раствором следующих составов: 100 г $K_3[Fe(CN)_6]$, 75 г Al_2O_3 , 3 г NaOH на 1 л воды либо 50 г Cr_2O_3 , 100 г Al_2O_3 на 1 л воды.

После механической обработки на станке, шлифовки или механической полировки поверхность ниобия приобретает новую нарушенную структуру, и нарушения тем основательнее, чем тяжелее условия обработки и ниже предел упругости металла [51]. Эта нарушенная поверхностная зона металла известна под названием слоя Бейльби. Согласно данным работ [45, 404] у ниобия деформированный слой распространяется на глубину до 60 мкм. Кроме того, при механической обработке происходит загрязнение поверхностного слоя вдавленными при обработке частичками абразива. Поэтому после механической обработки обязательна химическая и электрохимическая полировка.

Максимальная добротность резонатора, изготовленного из массивного чистого ниобия методом токарной обработки с последующей электрохимической доводкой и использованием высокотемпературного высоковакуумного отжига, получена в работе [302] и составляет $1 \cdot 10^{11}$ на частоте 8,6 ГГц, при этом $B_k = 110$ мТл. В табл. 10 приведены значения добротности Q_0 и критических высокочастотных полей, полученные при исследовании ниобиевых резонаторов. Необходимо отметить, что полученные значения B_k приближаются к термодинамическому значению, равному для ниобия 194 мТл при $T=0$.

Одним из основных недостатков изготовления сверхпроводящих структур из массивного ниобия с помощью токарной обра-

ботки является их высокая стоимость из-за большого количества отходов материала при вытачивании полых изделий. Более экономичным является, например, химическое осаждение ниобия из паровой фазы путем пропускания хлора над раскаленным ниобием с последующим восстановлением осажденного ниобия в водородной атмосфере [99]. Однако добротность изготовленных таким образом резонаторов пока не превышает $2 \cdot 10^8$. Более высокие результаты можно получить, если ниобий нанести на заготовку электрохимическим способом, используя в качестве электролита расплав фторидов лития, натрия, калия и фторниобата калия в инертной атмосфере при температуре 1000—1100 К и плотности тока 27—50 мА/см². На резонаторах, полученных с помощью метода гальванопластики (нанесение рабочего материала на внешнюю поверхность заготовки, которую затем стравливают), была получена добротность $2 \cdot 10^{10}$ при $T = 1,2$ К на частоте 11,2 ГГц [319]. Если осажденный металл не дает нужную конструкционную жесткость, то на него наносят пористый вольфрам, что обеспечивает не только необходимую жесткость, но и хороший теплоотвод.

Испарение ниобия, имеющего высокую температуру плавления (2700 К), требует электронно-лучевого нагрева. Из-за высоких геттерных свойств его металл напыляют в очень высоком вакууме (10^{-7} — 10^{-8} Па), в противном случае поглощенные атомы внедрения остаточных газов могут значительно увеличить R_c . Резонатор с ниобиевым покрытием, напыленным в вакууме 10^{-5} Па, показал при температуре 1,6 К на частоте 3 ГГц добротность $4 \cdot 10^8$, поверхностное сопротивление при этом составило $2 \cdot 10^{-7}$ Ом [204].

Одним из перспективных путей получения сверхпроводящих покрытий является осаждение пленок в квазизамкнутом объеме [78, 79, 81]. Использование замкнутых экранов, охватывающих рабочий объем, при высокоскоростном испарении ниобия позволяет получить давление остаточных газов в замкнутом объеме на 2—3 порядка ниже, чем в окружающем пространстве. Подробно влияние условий осаждения ниобиевых пленок, полученных в сверхвысоком вакууме электронно-лучевым испарением, на их свойства изучено в работе [59].

Анализ вакуумных методов получения тонкопленочных структур показывает, что в этих методах все более широко используются процессы ионного распыления с постепенным понижением рабочего давления, увеличением скорости осаждения и снижением напряжения на разрядном промежутке распылительных систем [19]. Метод ионного распыления материалов имеет ряд достоинств: возможность получения соединений; высокую адгезию пленок; сохранение исходного многокомпонентного состава; однородность по толщине; высокий коэффициент использования материала. Для многослойных структур наиболее перспективными следует считать магнетронные распылительные системы, поскольку в них удачно сочетаются увеличение скорости распыления с одновременным снижением давления рабочего газа, уменьшением ра-

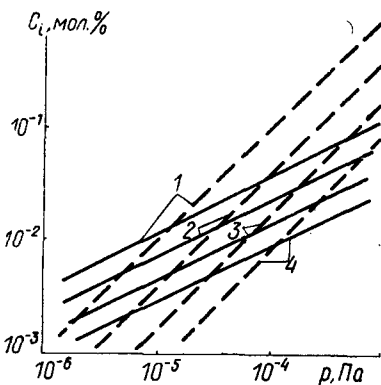


Рис. 5.9. Зависимость равновесной концентрации кислорода (---) и азота (—) в ниобии от парциального давления газов и температуры отжига: 1 — 2000; 2 — 2100; 3 — 2200; 4 — 2300 К.

среды, технологии обработки, условий хранения и т. д. Согласно бинарным диаграммам состояния [154, 163, 169] в твердом ниобии может раствориться не более 2 вес. % N_2 (при 2670 К), 1,6 вес. % O_2 (при 2185 К); 1 вес. % С (при 2605 К) и некоторое количество водорода [16], причем с ростом температуры растворимость водорода в твердом ниобии уменьшается, азота и кислорода увеличивается.

Известно, что в процессе длительного отжига образцов ниобия определенному сочетанию давления остаточных газов, температуры и времени выдержки соответствует вполне определенная концентрация отдельных газов. Зависимости равновесной концентрации примесей азота и кислорода от температуры и парциального давления остаточных газов в камере после отжига показаны на рис. 5.9. Если водород, учитывая его большую проникающую способность, хорошо удаляется длительным прогревом в высоком вакууме, то азот и кислород, растворимость которых повышается с температурой, удаляется высокотемпературным отжигом при $T=2500$ К в вакууме 10^{-7} — 10^{-9} Па [298] (рис. 5.10). Углерод удаляется из ниобия только в виде его летучих соединений с кислородом, водородом и фтором. Соединение CH_4 удаляется при температуре 670 К (хотя менее эффективно, чем выжиганием кислородом). Однако при повышении температуры отжига происходит накопление углерода в поверхностных слоях ниобия и оседание его на границах зерен в виде гранул. Это ухудшает однородность поверхностного слоя ниобия, увеличивает R_c (снижает B_K). Оказывается [130], что удаление углерода и ниобия прекращается, если концентрация кислорода при этом составляет менее 0,005 %. Поэтому углерод желательно удалять в две стадии: сначала отжиг в среде с избыточным давлением кислорода, а затем

бочего напряжения, локализацией плазмы вблизи мишени.

3.3 Методы обработки рабочих поверхностей

Для получения ВЧ и СВЧ структур с минимальным остаточным сопротивлением необходимо использовать материал высокой чистоты, который содержит минимальное количество примесей как замещения (тантала, молибдена, вольфрама), так и внедрения (O_2 , С, H_2). Если содержание первых не изменяется с момента очистки металла, то содержание вторых (а ниобий является хорошим геттером, поглощающим газы из атмосферы при хранении) сильно зависит от состава окружающей

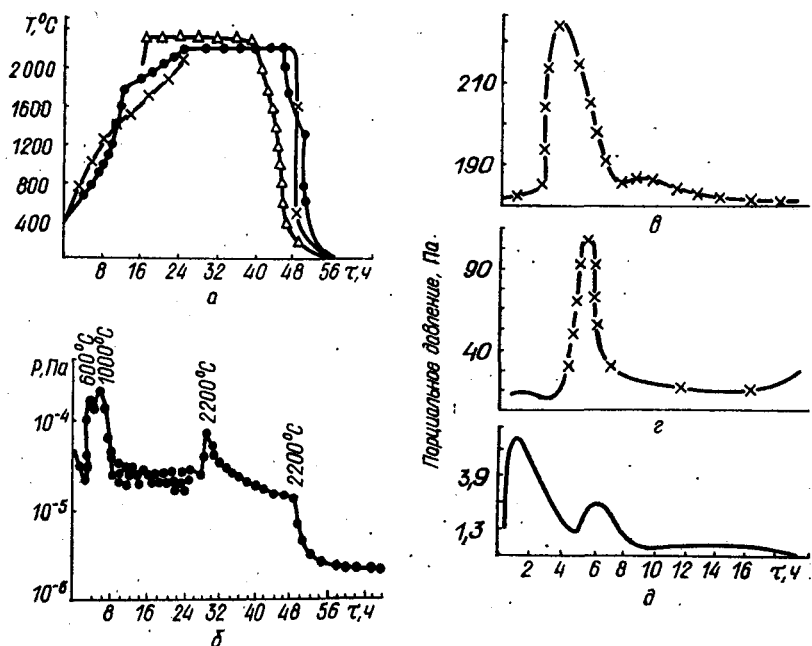


Рис. 5.10. Температурный режим (а), давление остаточных газов (б) и парциальные давления водорода (в), $\text{N}_2 + \text{CO}$ (г) и CH_4 (д) в отжиговой камере.

отжиг в сверхвысоком вакууме. Если же проводить высокотемпературный отжиг с предварительным анодным оксидированием [44], то с увеличением толщины окисной пленки содержание углерода в поверхностном слое снижается:

Толщина оксидной пленки, нм	Содержание углерода после отжига при 2470 К
0	0,030
45	0,027
90	0,018
135	0,012
200	0,08
220	0,006
До отжига	0,05

Таким образом, высокотемпературный отжиг при 2270—2470 К необходим только для изделий, изготовленных из ниобия не очень высокой чистоты с $\gamma_p = 15 \div 250$. С повышением чистоты ниобия ($\gamma_p \geq 300$) температуру отжига можно снизить до 1570—2070 К и, начиная с $\gamma_p = 600$ и выше, ограничиться кратковременным отжигом при 1270—1470 К. Необходимо помнить, что при высокотемпературном отжиге в высоком вакууме происходит заметное испарение ниобия. Кроме того, в результате термического травления появляются ступени на границах зерен (для различных ориентаций скорость такого травления различна), которые можно

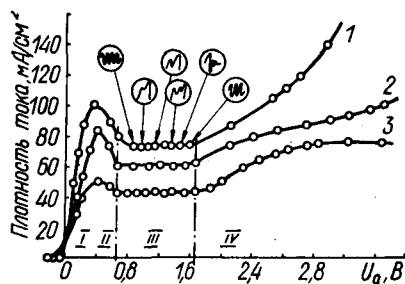


Рис. 5.11. Поляризационные кривые при анодном растворении ниобия и форма импульсов, соответствующая различным потенциалам анода в области существования периодических явлений АВ:

1 — ниобий электронно-лучевой плавки; 2 — монокристаллический [111]; 3 — текстурированный; I — активное растворение металла; II — пассивация электрода; III — электрохимическое полирование; IV — выделение кислорода.

удалить только электрохимической полировкой или оксиполировкой, сняв слой толщиной 50—60 мкм. Все это необходимо учитывать при конструировании сверхпроводящих элементов.

Исключительно важной стадией высокотемпературного высоковакуумного отжига является охлаждение ниобия до комнатных температур. Неверный режим охлаждения может привести к появлению неоднородности в поверхностном слое за счет окисления ниобия кислородом остаточной атмосферы отжиговой камеры.

Во многих работах [227, 240, 278, 301, 404] для обработки рабочей поверхности сверхпроводя-

щего ниобия использовано химическое полирование. Чаше всего для этой цели используются растворы следующего состава: 60 % HNO_3 (60 %-ной), 40 % HF (40 %-ной); 50 % HNO_3 (60 %-ной), 50 % HF (40 %-ной); 1 ч. 100 %-ной HNO_3 , 1 ч. 48 %-ной HF , 21 ч. 85 %-ной H_3PO_4 . Функция фосфорной кислоты заключается в замедлении реакции, так как скорость растворения ниобия в первых двух растворах очень велика. Тщательно обезжиренные детали погружаются в один из трех указанных растворов и выдерживаются там в течение 5—20 мин. Использование первых двух растворов требует интенсивного охлаждения, так как реакция идет с большим выделением тепла и может вызвать закипание жидкости. После окончания полировки детали промываются проточной водой, дистиллированной и этиловым спиртом (дважды), а затем сушатся в вакуумной камере. Хотя химическая полировка всегда дает прекрасную отделку поверхности, тем не менее очень большая скорость и неравномерность съема металла по всей поверхности затрудняет соблюдение точных размеров детали. К тому же химическое растворение обнажает и даже увеличивает дефекты на поверхности (пористость, трещины, острые кромки и выступы на границах зерен), приводит к появлению более отчетливого ее рельефа [51].

Преимущество электрохимической полировки — в ее способности растворять дефектные слои металла любой толщины, сохраняя или даже улучшая микрогеометрию поверхности [35]. Металлический предмет погружается в раствор определенного состава и устанавливается такое значение напряжения, при котором матовая поверхность становится полированной, блестящей. Оптимальные условия процесса устанавливаются путем анализа поляризационных кривых зависимости плотности анодного тока от потен-

циала электрода (рис. 5.11 [45]). Область III имеет характерные периодические осцилляции тока, связанные с образованием и растворением оксидной пленки на металле с приблизительно равными скоростями этих процессов. Ниобий легко пассивируется в водных растворах, поэтому он очень трудно анодно растворяется и, следовательно, полируется. Только растворы, содержащие HF, растворяют защитный оксидный слой. Известны следующие составы электролитов и режимы их работы [226, 260, 281]: 85 ч. 95—97 %-ной H_2SO_4 , 10 ч. 40 %-ной HF, $V_b=9\div 15$ В, $D_{cp}=100$ А/см², $T=298\div 308$ К, катод платиновый; 175 мл/л 60 %-ной HNO_3 , 175 мл/л 40 %-ной HF, 650 мл/л H_2O , $V_b=12\div 20$ В, $D_{cp}=200\div 350$ А/см², $T<323$ К, катод платиновый; 4 ч. 96 %-ной H_2SO_4 , 1 ч. 48 %-ной HF, потенциал полировки 1,56 В, $T=293\pm\pm 0,5$ К, катод платиновый.

На основании анализа анодных поляризационных кривых определяется точка истинной полировки ниобия с точностью $\pm 0,1$ В. Периодический процесс создания и частичного разрушения оксидной пленки повторяется многократно до достижения максимального эффекта полирования. Установлено наилучшее соотношение активного и пассивного периодов как 1,5 : 5. Во время пассивного периода рекомендуется перемешивание. После электрохимического полирования можно получить 12—13 класс чистоты поверхности, однако из-за повышенной чувствительности полирующего раствора к примесям качество полированной поверхности ниобия, содержащего трудноудаляемые примеси вольфрама, молибдена, железа и особенно тантала, может быть значительно хуже, поскольку скорость растворения тантала, например, в HF гораздо выше скорости растворения ниобия. Любое изменение параметров, например концентрации компонентов раствора или температуры, влечет за собой ухудшение качества поверхности. Контроль можно осуществлять по виду осцилляций — они не должны отличаться от эталонных. Каждому пакету осцилляций соответствует строго определенный съем металла по толщине, и путем подсчета количества пакетов определяют толщину растворенного металла. Метод дает хорошее качество полированной поверхности, однако скорость съема металла при этом очень мала. Кроме того, в пассивный период требуется интенсивное перемешивание, что усложняет и без того громоздкое оборудование, особенно при полировании деталей сложной конфигурации. Этих недостатков лишен метод электрохимического полирования на переменном токе [139] (скорость полирования при отличном качестве поверхности увеличивается в пять раз). Роль перемешивания в этом случае выполняет импульс обратной полярности, причем изменение соотношения амплитуд катодной и анодной составляющих поляризующего тока эквивалентно вариации скорости вращения одного из электродов.

Известен еще один метод обработки ниобиевой поверхности [227, 260, 301, 404] — оксиполирование, заключающееся в многократном проведении двух последовательных процессов: анодиро-

вания с образованием пленки Nb_2O_5 толщиной 100—200 нм и растворения этой пленки в 48 %-ной HF. Как правило, такая обработка производится после химической или электролитической полировки в качестве конечной операции. Оксиполировка (более десяти раз) дает хорошее качество поверхности, однако при этом не исключена возможность травления металла.

После получения качественной ниобиевой поверхности очень важно сохранить ее высокие электрофизические характеристики в течение длительного времени эксплуатации изделия. Одним из методов защиты поверхности от различных загрязнений является анодное оксидирование, при котором на поверхности ниобия образуется защитная пленка окисла Nb_2O_5 . При оксидировании используется электролит, не агрессивный по отношению к образующему окислу: разбавленный раствор H_2SO_4 или NH_4OH . Оптимальным признан смешанный режим формирования окисной пленки [143, 170], при котором изделие выдерживают в электролите сначала при постоянной плотности тока до достижения определенного, наперед заданного напряжения V , а затем при установившемся напряжении до тех пор, пока ток станет минимальным. При этом получают однородные по толщине, плотные, гладкие пленки с хорошими защитными и диэлектрическими свойствами. Толщина окисной пленки определяется электролитическим соотношением $d = 22,5 V + 3 \cdot 10^{-2}$ мкм. В процессе формирования пленка приобретает в зависимости от толщины последовательно золотисто-желтую, голубую, зеленую, розовую и фиолетовую окраски.

Защитные покрытия из нитрида ниобия (NbN), являющегося к тому же сверхпроводником с $T_K = 15 \div 16$ К, наносятся на поверхность методом реактивной диффузии [174]. В результате выдержки ниобиевой поверхности в атмосфере газообразного азота при давлении $6 \cdot 10^{-4}$ Па и температуре 670 К в течение 25 мин образовывался слой нитрида ниобия толщиной около 0,01 мкм. Можно также наносить нитрид ниобия на ниобиевую поверхность методом имплантации ионов азота как при комнатной [360], так и при гелиевой температурах [259]. Дополнительный кратковременный отжиг при температуре 1170 К в течение 10 мин позволяет получить сверхпроводящее соединение NbN с $T_K = 12,9$ К, т. е. без примеси Nb_3N на ниобиевой поверхности. Наиболее совершенные (с точки зрения высоких T_K) покрытия из NbN получались методом реактивного распыления в присутствии газообразного азота [147, 215, 320]. Очень важным моментом при этом оказывается выбор парциального давления азота и аргона в камере. Интересно отметить, что большим успехом является получение монокристаллов NbN (а также NbC) методом бестигельной зонной высокочастотной плавки [288].

Проволочные образцы NbN легко получают нагревом ниобиевой проволоки до 1470—1870 К в атмосфере азота или NH_4 [179, 258, 363]. Температура T_K образующегося при этом NbN при повышении давления азота от 10^5 до 10^6 Па (при 1770 К, 22 ч) увеличивается с 13,3 до 16,2 К; ΔT_K уменьшается с 1,6 до

0,2 К [203]. При более высоких давлениях изменения T_K образующегося соединения незначительны. При высоких давлениях ($1 \cdot 10^6$ Па) продолжительность диффузионного процесса (0,5—100 ч) мало влияет на T_K проволочных образцов NbN [258]. При малых давлениях азота ($2 \cdot 10^4$ Па) T_K образцов сначала увеличивается (при 1620 К, 20 ч), а затем при дальнейшем увеличении выдержки остается постоянной [363]. Влияние температуры диффузионного отжига в газовой среде на T_K проволочных образцов NbN показано на рис. 5.12 [266].

Использование ниобия в качестве материала для сверхпроводящих элементов в разнообразных устройствах измерительной техники многократного использования предъявляет высокие требования к стабильности его физических свойств, электросопротивления, пиннинга магнитного потока. Такая стабильность в значительной степени зависит от фазового состава материала. Необходимо, чтобы при неоднократном охлаждении от комнатной до рабочей температуры ниобий оставался однофазным материалом. Тогда в металле не возникают ни термические упругие напряжения, обусловленные неравенством коэффициентов теплового расширения различных компонентов гетерофазного материала, ни упругие напряжения, обусловленные отличием удельных объемов этих компонент. В этом смысле весьма вредное влияние на различные физические свойства ниобия может оказывать водород.

Воздействие водорода на сверхпроводящие свойства и электросопротивление ниобия рассмотрено в работе [268]. Показано, что образцы из фольги, тщательно обезгаженные в очень высоком вакууме, но не покрытые защитным слоем, за короткое время пребывания на воздухе растворяли около 1,2 ат. % водорода без всякого преднамеренного стимулирования. Барьер, образованный на поверхности, может значительно замедлять и препятствовать проникновению водорода в ниобий. В отсутствие такого барьера водород будет растворяться в металле до равновесного содержания, определенного равновесным пределом растворимости при данной температуре. Однако в работе [268] показано, что малое количество водорода (около 0,68 ат. %) может поглощаться ниобием даже после образования тонкого барьера.

Металлический ниобий способен поглощать водород вплоть до соединений стехиометрического соотношения Nb—H. В соответствии с фазовой диаграммой NbH [165] (рис. 5.13) водород поглощается при комнатной температуре до 0,04—0,07 % как раство-

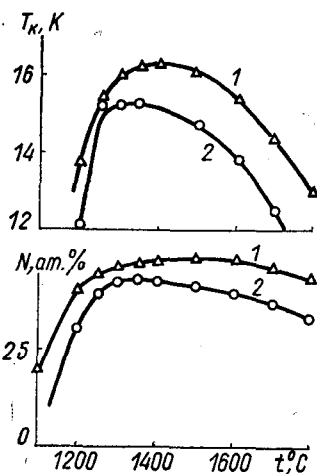


Рис. 5.12. Влияние температуры диффузии на T_K и содержание азота в покрытиях NbN_x при высоком (1) и низком (2) давлении азота.

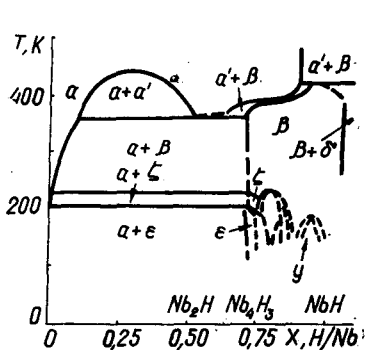


Рис. 5.13. Фазовая диаграмма системы Nb — H.

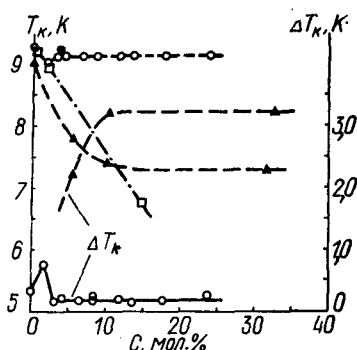


Рис. 5.14. Зависимость T_k от концентрации водорода [268].

примое вещество в ОЦК решетке ниобия (α -фаза твердого раствора) [206]. Выше этой концентрации гидрид ниобия (β -фаза) осаждается посредством превращения [178]. Этот предел растворимости, однако, сильно уменьшается при понижении температуры: при $T=100$ К он равен $5 \cdot 10^{-6}$ ат. %; α -фаза становится фазой чистого ниобия и стабильно сосуществует с фазами ξ или ϵ гидроида, которые соответствуют соединению Nb_4H_3 . Наконец, при комнатной температуре предел растворимости водорода в ниобии (α -фаза) равен 5—6 ат. %. Интересно отметить, что такие примеси внедрения в ниобии, как N_2 , O_2 , для водорода являются как

бы ловушками, сильно уменьшающими коэффициент диффузии H_2 , образуя комплексные соединения $H-N$ и $H-O$ [186, 342]. Гидриды ниобия $NbH_{0,88}$ и $Nb_{0,99}$ не являются сверхпроводниками выше 1,94 К [370]. Бо-

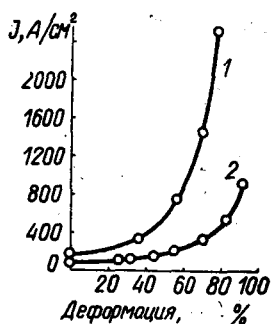
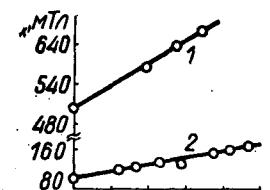


Рис. 5.15. Зависимость критического магнитного поля и плотности тока от степени деформации ниобия (1) и ванадия (2).

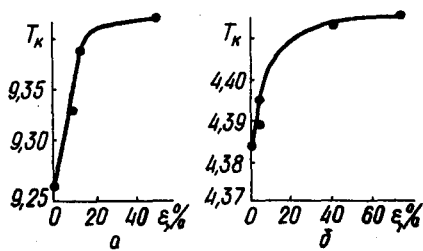


Рис. 5.16. Зависимость T_k от степени деформации ниобия (а) и тантала (б).

лее того, в работе [70] показано, что никаких признаков сверхпроводимости не наблюдалось в гидриде ниобия, охлажденном до 0,1 К.

Данные о влиянии водорода (малых концентраций в области твердого раствора) на температуру сверхпроводящего перехода T_K весьма противоречивы. В одних работах показано, что детектируемое изменение T_K отсутствует вплоть до 24 ат. %, в других обнаружено монотонное уменьшение T_K с повышением концентрации водорода (рис. 5.14) [268]. В работе [211] эти противоречия приписываются различным формам исследованных образцов, чистоте и методам получения материалов. Растворимость H_2 в ниобии при температуре 1270 К очень мала и удаление его не представляет трудностей в процессе высоковакуумного обезгаживания (даже при сравнительно низких температурах).

Необходимо обратить внимание, что процесс поглощения водорода ниобием может происходить и при электрохимической полировке материала (концентрации водорода могут достигать 4 ат. %) [268], несмотря на то что при электрохимической полировке ниобий выступает в роли анода и положительный ион водорода идет к катоду.

В рассматриваемой проблеме необходимо выделить три аспекта. Во-первых, многократное термоциклирование ниобия, содержащего водород, между 300 и 4,2 К должно приводить к нестабильности его электрических и магнитных свойств в сверхпроводящем состоянии. Во-вторых, нормальные выделения гидрида ниобия в сверхпроводящей матрице должны приводить к дополнительному пиннингу вихрей в ниобии. В-третьих, появление выделений гидрида в ниобии при гелиевых температурах должно привести к понижению его хрупкой прочности и возможности поломов деталей из ниобия, находящихся в напряженном состоянии. Таким образом, вопрос, присутствует ли водород в ниобии, использованном при изготовлении сверхпроводящих структур, и каково его количество, может оказаться в ряде случаев решающим. Деформация ниобиевых образцов (предварительно отожженных при 1370 К в вакууме $3 \cdot 10^{-3}$ Па, а затем прокатанных при комнатной температуре до определенной толщины (с максимальной относительной деформацией 90 %)) привела к линейному возрастанию критического магнитного поля H_{K1} с ростом степени деформации (рис. 5.15). При этом зависимость критической плотности тока нелинейна [142]. По данным [257], деформация (90 %) ниобия при комнатной температуре увеличивает H_{K2} на 150 % (после отжига H_{K2} восстанавливалось). Это говорит о том, что величины H_K и J_K можно значительно повысить деформацией без изменения при этом значения T_K . В то же время в работе [41] показано, что с ростом степени деформации слегка увеличивается и T_K ниобия, тантала (рис. 5.16) и ванадия. Однако при этом увеличивается и ширина сверхпроводящего перехода: $\Delta T_K = 0,07 \div 0,28$ К для ванадия, $\Delta T_K = 0,01 \div 0,04$ К для ниобия и $\Delta T_K = 0,008 \div 0,024$ К для тантала.

4.1. Физические предпосылки получения интерметаллических соединений с высокими T_K

Физические параметры сплавов и соединений на основе ниобия определяются особенностями их кристаллографической структуры, закономерности образования которой обусловлены диаграммами состояния. Среди двойных соединений ниобия много сверхпроводников, критическая температура которых значительно превышает таковую самого ниобия. Уникальные свойства интерметаллидов объясняются особенностями их атомного и электронного строения.

Особенностью строения структуры A-15 (соединение A_3B) является то, что атомы A (обычно это ванадий или ниобий) образуют три перпендикулярные цепочки, параллельные осям куба [001], [010], [100] (рис. 5.17). Именно непрерывность и упорядоченность квазиодномерных цепочек атомов A обуславливает одномерность электронного спектра, в результате чего наблюдается высокая плотность состояний электронов на поверхности Ферми, что в свою очередь способствует высокой критической температуре [34]. На рис. 5.18 представлены диаграммы состояний двойных систем ниобия. Наиболее изученным и структурно устойчивым во всем диапазоне температур (от температуры образования до комнатной) является соединение Nb_3Sn . Ниобий с оловом образует три соединения: Nb_3Sn с решеткой типа A-15, Nb_6Sn_5

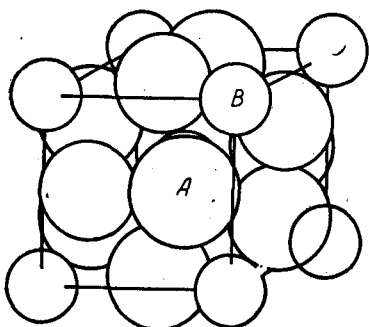


Рис. 5.17. Расположение атомов в соединении A-15.

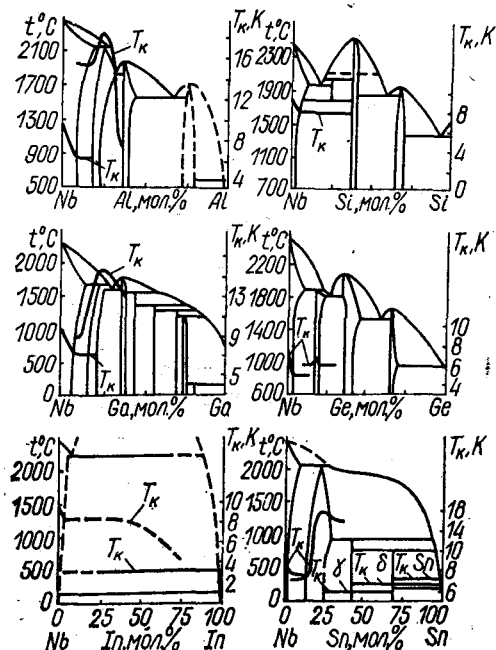


Рис. 5.18. Диаграммы состояний двойных систем ниобия с алюминием, галлием, индием, кремнием, германием и оловом.

с ромбической решеткой и NbSn_2 со структурой типа CuMg_2 . Все перечисленные соединения являются сверхпроводниками: максимальная температура сверхпроводящего перехода 18,3—18,5 К наблюдается для фазы Nb_3Sn стехиометрического состава (23 ат. % Sn); для Nb_6Sn_5 и NbSn_2 она соответственно равна 2,6 и 2,2 К. Значение T_K соединения Nb_3Sn зависит от химического и фазового составов сплавов, степени их гомогенности и равновесности, условий приготовления и обработки. Температура T_K гомогенной β -фазы (Nb_3Sn) практически линейно растет с повышением концентрации олова. При стехиометрическом составе T_K неупорядоченной β -фазы равна 17,8 К, после отжига при 1220—1270 К она повышается до 17,98 К вследствие упорядочения структуры [356]. Максимальные T_K β -фазы 18,1—18,5 К достигают после длительной термообработки при 1070—1270 К сплавов, содержащих около 30 ат. % Sn [96, 99, 100, 281].

Появление соединения Nb_3Ge с $T_K \approx 23$ К сделало актуальным вопрос о стабильности фазы А-15 таких высокотемпературных интерметаллидов Nb_3X , у которых в роли компоненты X выступают олово, алюминий, галлий, германий и кремний. Было замечено, что с уменьшением размера атома X температура перехода увеличивается, но ухудшается стабильность соединения А-15 — происходит систематическое отклонение фазы от идеально упорядоченной структуры Nb_3X стехиометрического состава.

Критическая температура Nb_3Sn наименьшая из рассматриваемой серии и равна 18,3—18,5 К (за исключением Nb_3Si). Известны различные методики приготовления стехиометрического состава Nb_3Sn . В каждом случае были получены значения T_K , максимальные или близкие к указанным. Так, в работе [389] исследовалось разупорядочение в образцах Nb_3Sn ($T_K = 18,1$ К), полученных различными методами — диффузионным и химическим (осаждением из насыщенных паров). Был получен полностью упорядоченный Nb_3Sn . Преднамеренное разупорядочение, внесенное с помощью облучения нейтронами, полностью устранялось отжигом, и значение T_K , которое уменьшалось после облучения, возвращалось к исходной величине. Отсюда можно сделать вывод, что размер атома олова вполне пригоден для приготовления стехиометрически упорядоченной фазы А-15 интерметаллида Nb_3Sn .

Для Nb_3Al $T_K = 18,9 \div 19$ К. Это соединение также можно приготовить различными методами. Например, сплавляя ниобий и алюминий в соотношении 3:1, была получена стехиометрическая или очень близкая к стехиометрии фаза А-15 с $T_K = 17,5$ К. Последующий отжиг при 970 К повышает T_K до 19 К. В работе [203] показано, что низкотемпературный отжиг повышает T_K соединения Nb_3Al , увеличивая их упорядочение. Однако в отличие от Nb_3Sn совершенного порядка достичь нельзя даже при очень длительном отжиге.

Галлий подтверждает замеченную закономерность: с уменьшением размера атома X увеличивается T_K (20,7 К) и ухудшается стабильность соединения. Так, сплавляя ниобий и галлий в

соотношении 3:1 и медленно охлаждая, была получена двухфазная смесь нестехиометрической фазы A-15 и Nb_5Ga_3 ($T_K=14,5\text{ K}$). Повторяя предыдущее сплавление, но уже с закалкой в жидком галлии, получали неомогенную двухфазную смесь, в которой уже преобладала фаза A-15, по параметрам решетки имеющая состав, более близкий к стехиометрическому. Последующий (после закалки) отжиг при низкой (1020 K) температуре дает максимальное значение T_K , а при высокой (близкой к плавлению) превращает его в двухфазную смесь, аналогичную полученной без дополнительных процедур. Отсюда можно сделать вывод, что закалочная фаза является нестабильной, последующий низкотемпературный отжиг уменьшает разупорядочение и увеличивает T_K Nb_3Ga .

Следующий по величине малости атома германий и фаза A-15 соединения Nb_3Ge дают самую высокую T_K (23 K). В отличие от предыдущих соединений эту фазу уже нельзя получить сплавлением. Реализовать ее можно другими методами: распылением, химическим осаждением из насыщенных паров, восстановлением хлоридов в водороде либо испарением электронной пушкой. Медленное охлаждение, как и обычная закалка из расплава, давало обогащенные ниобием фазы A-15 с низкими T_K (6 K). Очень быстрая закалка дает многофазную неомогенную смесь, в которой фаза A-15 близка к стехиометрии и $T_K=17\text{ K}$. Однако данные о параметрах решетки и ширине сверхпроводящего перехода показывают, что основная масса материала A-15 остается нестехиометрической. Условия же формирования Nb_3Ge при распылении, химическом осаждении либо испарении таковы, что образование и рост фазы происходят при температурах, намного ниже предплавильных, которые вызывают разупорядочение стехиометрического материала. Фаза A-15 соединения Nb_3Ge (с высокой T_K) является стабилизированной [388].

Можно предположить, что если бы можно было получить упорядоченную стехиометрическую фазу Nb_3Si , то, вероятнее всего, она бы имела наиболее высокую T_K (25 K). Проблема стабилизации сейчас настолько важна, что нельзя в случае кремния получить фазу A-15 сплавлением. Существует ли стабилизирующий механизм, который бы способствовал образованию необходимой фазы Nb—Si, пока еще неясно.

Таким образом, основным препятствием для получения максимально возможных критических температур (для данной серии соединений Nb_3X) является все возрастающая (по мере уменьшения размера атома X) структурная нестабильность фазы A-15, которая в свою очередь проявляется в возрастающей трудности (с уменьшением атома X) реализации идеально упорядоченной стехиометрической фазы A-15. Тем не менее в работе [185] высказана такая точка зрения, что нестабильность не может быть основным барьером для получения высокотемпературных сверхпроводников и если нестабильность могла бы быть устранена без серьезного нарушения электронной структуры материала, то такой идеальный кристалл по-прежнему имел бы высокую T_K .

4.2. Методы получения сверхпроводящих покрытий

Покрытия из интерметаллических соединений в виде тонких пленок толщиной в несколько глубин проникновения широко используются из-за их очень низкой теплопроводности. Нанести такие покрытия можно многими методами. Выделим следующие: а) методы реактивной диффузии (осаждение из газовой фазы или из насыщенных паров легкоплавкой компоненты; лужение при контакте с жидкой фазой легкоплавкой компоненты или электролитическое нанесение ее на подложку; твердотельная диффузия); б) совместная конденсация в вакууме или в нейтральной среде (ионно-плазменное распыление, катодное распыление, электронно-лучевое напыление); в) электролитические методы. Самым распространенным является метод реактивной диффузии [92]. Он заключается в том, что слой Nb_3Sn , например, образуется на поверхности ниобия в процессе реактивной диффузии при выдерживании ниобия в жидком олове или парах олова при высокой температуре в вакууме. Следует отметить его большую простоту по сравнению с другими методами получения Nb_3Sn . Толщина слоев может достигать 100—200 мкм при длительной выдержке (50 ч) и высокой температуре (1320—1470 К).

Полезно [261] электрохимическое оксидирование поверхности ниобия перед помещением изделий в ванну с расплавленным оловом при термодиффузионном методе получения Nb_3Sn . Слой оксида предотвращает контакт олова с поверхностью ниобия. При 870 К окисел разлагается, кислород растворяется в объеме ниобия, а оловянная пленка взаимодействует с металлическим ниобием, в результате чего получается плотный, бездефектный слой Nb_3Sn . На образцах без предварительного анодирования обнаруживались дефекты в виде неоднородного слоя Nb_3Sn и непокрытых мест.

В работе [280], воспользовавшись методом, разработанным в [366], получали покрытия из Nb_3Sn , выдерживая ниобиевый резонатор в насыщенной оловом атмосфере. Время реакции составляло от 2 до 6 ч, температура — 1320, 1770 и 2120 К. В результате с увеличением температуры реакции средний диаметр зерен увеличивался от 1 до 85 мкм, а толщина слоя — от 3 до 25 мкм. Несмотря на то что ни с помощью сканирующего электронного микроскопа, ни рентгеновской проверкой покрытия из Nb_3Sn не определено существование низкотемпературных фаз (Nb_6Sn_5 , NbSn_2), а обнаружен лишь однородный слой столбчатых кристаллов Nb_3Sn , анализ радиочастотных измерений дал основание авторам утверждать, что 0,1 % исследованной поверхности была покрыта этими низкотемпературными фазами размером более 3 нм, которые находились на границах зерен. Известен также метод твердотельной диффузии [137], который в основном используется для получения сверхпроводящих многожильных кабелей.

Процесс получения Nb_3Sn из газовой фазы протекает по реакции восстановления хлоридов ниобия и олова водородом при

температуре подложки около 1270 К [134]. Стехиометрия и скорость осаждения Nb_3Sn зависят от соотношения компонентов в газовом потоке. Содержание ниобия в пленке возрастает с увеличением температуры подложки. Изменение содержания ниобия от 75,1 до 82,3 ат. %, вызванное изменением состава газовой смеси, снижает T_K от 18,3 до 7 К.

Одной из разновидностей метода осаждения компонент из газовой фазы является плазмохимический метод [153], позволяющий обеспечить тождество состава (по металлу) исходной смеси и конечного продукта. Сущность метода заключается в следующем: водород и исходные компоненты в виде их летучих хлоридов подаются в плазму безэлектродного высокочастотного разряда в аргоне. Металлический продукт реакции кристаллизуется в области факела разряда на горячей подложке.

Применение методов совместной конденсации в вакууме или в нейтральной среде (термическое или электронно-лучевое испарение в вакууме, катодное распыление, ионно-плазменное, магнетронное напыление и т. д.) затруднено для получения равномерных по толщине покрытий двухкомпонентных соединений на подложках сложной формы. Технологический процесс, позволяющий успешно получать сверхпроводящие покрытия сложного состава с максимально возможными для данных фаз критическими температурами перехода, описан в работах [78, 79].

Очень перспективен метод электролитического совместного осаждения ниобия и олова из водных растворов. Так как активность компонентов сплава Nb_3Sn различна, возникают трудности при совместном их осаждении для получения стехиометрического соединения, однако использование полилигандных систем для связывания более положительного металла в комплекс помогает преодолеть эту трудность. При этом можно достичь выделения сплавов с очень точной стехиометрией [118]. В работе [29] совместным осаждением ниобия и олова из расплава получены порошки Nb_3Sn различной крупности, а также покрытия Nb_3Sn толщиной от нескольких до сотен микрометров на различных материалах (молибдене, стали, никеле, графите, инваре). Состав осадков в основном Nb_3Sn ($T_K = 17,5 \div 18,5$ К) может быть с избытком ниобия или олова в зависимости от режима электролиза. Принципиальная возможность совместного электроосаждения свинца и ниобия на переменном токе установлена в работе [167]. Влияние переменного тока в этом случае способствует образованию полилигандных систем. Метод отличается простотой технологического оборудования и возможностью использования чистых электролитов. Этот метод обеспечивает равномерные покрытия на подложках сложной конфигурации и исключительную чистоту (по примесям) покрытий.

В работе [129] предложен электролитический диффузионный метод получения сверхпроводящих покрытий из Nb_3Sn на подложках из различных металлов и сплавов (меди, стали, латуни, молибдена), имеющих разнообразную геометрическую конфигура-

цию. Процесс нанесения покрытий из Nb_3Sn начинается электролитическим осаждением ниобия из расплавленных солей (толщина покрытия достигала 50—200 мкм). Затем наносился слой олова (напылением или электролитически). Состав применяемого электролита следующий: 54 г/л SnSO_4 , 100 г/л H_2SO_4 , 20 г/л фенола, 3 г/л клея столярного, $D_k=2$ А/дм². Образцы после нанесения покрытий из ниобия и олова подвергались отжигу в двойных эвакуированных ампулах с титановым геттером, проложенным между ампулами. Температура отжига зависит от температуры плавления материала подложки. Однако, как уже указывалось выше, она не должна быть ниже 1200 К.

Аналогичным по существу является следующий метод [256]. В качестве подложки использовалась тонкая ниобиевая фольга толщиной 0,1 мм, которая для удаления загрязненных поверхностных слоев электрополировалась, а затем отжигалась в течение 10 мин в безмасляном вакууме 10^{-5} Па при температуре 2270 К. Наконец, после быстрого охлаждения до комнатной температуры на нее напылялась пленка олова толщиной 10—100 нм. Для образования слоя Nb_3Sn фольга с пленкой олова отжигалась. Напыление слоев олова с последующим отжигом повторялось около 20 раз до получения слоя Nb_3Sn толщиной 4—7 мкм. В результате лучшие образцы Nb_3Sn с $T_k=18,2$ К имели высокую степень стехиометрии и достаточно низкое поверхностное сопротивление.

Одним из методов определения фазового состава полученного покрытия из Nb_3Sn является цветное анодирование, при котором однородная по цвету поверхность Nb_3Sn превращается при наличии инородных фаз в многоцветную, причем каждая фаза окрашена в свой определенный цвет, что способствует их идентификации. Для цветного анодирования применяются следующие электролиты: 25 % NH_4OH — при анодировании до 75 В выделяются красная фаза Nb_3Sn и голубая ниобия [261]; 30 мл молочной кислоты (85 %-ной), 90 мл этилового спирта, 15 мл глицерина, 7,5 мл фосфорной кислоты (85 %-ной), 3 г лимонной кислоты, 52 мл дистиллированной воды [73] — при анодировании до 30 В получаем следующее окрашивание фаз: светло-голубой цвет ниобия, желтый олова, темно-голубой Nb_3Sn , фиолетовый Nb_6Sn_5 , коричневый NbSn_2 .

4.3. Методы изготовления и обработки сверхпроводящих структур и элементов

Технология изготовления резонаторов и других элементов из Nb_3Sn очень разнообразна, поскольку может использовать все описанные в предыдущем разделе способы получения Nb_3Sn . В случае использования подложек из металла, отличающегося от осаждаемого металла, к материалу подложки должны быть предъявлены следующие основные требования [134]: а) для облегчения роста пленки необходимо, чтобы структура материала подложки была

типа А-15 (фаза β -W), но так как таких металлов нет, то желательно использовать такие кубические металлы, как золото, платина, иридий, родий; б) коэффициент теплового расширения материала подложки должен быть близким к коэффициенту теплового расширения Nb_3Sn (в противном случае может произойти изменение T_K из-за возникшей деформации при термоциклировании); в) материал подложки должен обладать высокой теплопроводностью и хорошей адгезией к пленке; г) для отжига покрытия температура плавления материала подложки должна быть выше, чем температура плавления пленки. В качестве подложки для нанесения Nb_3Sn использовались также медь, железо и молибден [153].

Покрытие из Nb_3Sn получается недостаточно гладким. Несмотря на то что у Nb_3Sn довольно высокое значение микротвердости и он является очень хрупким материалом, его можно обработать до высокого класса чистоты. Для этого применяются такие виды механической обработки, как пескоструйка, шлифование абразивными инструментами, шкурками, полирование алмазными и эльборовыми пастами. Однако, как и в случае ниобия, механическая обработка может привести к деформации и структурным изменениям в приповерхностном слое сверхпроводящего покрытия. Поэтому деформированный слой необходимо удалить с помощью химических методов. Как и ниобий, интерметаллическое соединение Nb_3Sn подвергается электрохимическому полированию, оксидированию и, следовательно, оксиполированию. Используя эти методы, можно получить зеркальную поверхность. Необходимо отметить, что по сравнению с ниобием влияние шероховатости на ВЧ свойства покрытий из Nb_3Sn будет меньшим, поскольку глубина проникновения для Nb_3Sn в шесть раз больше, чем для ниобия, и, следовательно, класс чистоты обработки поверхности Nb_3Sn может быть ниже. Для удаления избыточного олова и одновременного повышения качества поверхности Nb_3Sn можно использовать следующие методы [50]: 1) травление (30 %-ная HCl : 50 %-ная $\text{HNO}_3 = 1:1$) при 293 К в течение 10 мин; 2) отжиг в вакууме 10^{-3} Па; 3) механическая полировка и электролитическое травление ($\text{HNO}_3 : \text{HF} : \text{H}_2\text{O} = 4:1:2$) при напряжении 10 В в течение 0,3—1 мин. При химическом травлении поверхность остается грубой, сильно шероховатой, зерна не выравниваются, дефекты поверхности резко усиливаются. Электролитическое травление обеспечивает некоторое выравнивание поверхности. Полное удаление избыточного олова и богатых оловом фаз достигается при вакуумном отжиге.

При оксиполировке Nb_3Sn с целью улучшения его поверхностных свойств [260, 261, 264, 279] сначала проводится анодирование поверхности при напряжении от 20 до 100 В и плотности тока 1—10 А/см². Полученный окисел затем удаляется в концентрированной HF. Кроме выравнивания микрорельефа, после многократного повторения этой процедуры, происходит эффективная очистка поверхностного слоя от олова, ниобия, SnO . В одном и том же растворе [208] (4 части HNO_3 , 1 часть HF, 2 части H_2O) можно

проводить как травление (в отсутствие напряжения), так и электрохимическую полировку (при напряжении на ванне 10 В). Следует, однако, указать на возможность некоторого обогащения водородом в процессе химической обработки Nb_3Sn . В работе [335] исследовалось влияние водорода на сверхпроводящие свойства ниобий-оловянных слоев со структурой А-15. Обогащение водородом производилось электрохимическим способом. Были обнаружены увеличение электросопротивления соединения Nb_3Sn с ростом содержания водорода и изменение температурной зависимости ρ . Оказалось, что с увеличением ρ величина T_K соединения резко падает: так, для наводороженного слоя $\text{Nb}_{3+z}\text{Sn}_{1-z}\text{H}_x$ за первоначальным возрастанием T_K на 0,2 К вплоть до $\rho \approx 25$ мкОм·см и $x=0,03$ следует резкое падение T_K до температур ниже 1,1 К при $\rho \approx 80$ мкОм·см и $x=1$. Обнаружено также, что атомы водорода распределены в тонком поверхностном слое (0,27 мкм) с большим градиентом концентрации.

В ряде случаев при изготовлении сверхпроводящих элементов из Nb_3Sn очень существенной может оказаться деформация изделия. При исследовании влияния механических напряжений на кривую перехода слоя Nb_3Sn , нанесенного диффузионным методом на ниобиевую проволоку, в сверхпроводящее состояние оказалось [366], что механические напряжения оказывают сильное влияние на сверхпроводящие свойства такой ниобиевой проволоки со слоем из Nb_3Sn на поверхности (рис. 5.19). Кривая сверхпроводящего перехода для деформированных образцов расположена приблизительно при тех же температурах, что и для недеформированных. Тем не менее сама кривая перехода с увеличением деформации становится более пологой. При возобновлении тепловой обработки при более низких температурах (ниже температуры диффузии) кривая перемещается в обратном направлении.

Уменьшение ширины сверхпроводящего перехода ΔT_K в Nb_3Ge при слабом механическом воздействии обнаружено в работе [414]. В результате такого воздействия верхняя граница области перехода незначительно смещалась в сторону повышения температуры, а нижняя — в сторону высоких температур более чем на 10 К. В результате величина ΔT_K существенно уменьшалась. Рентгенографическое исследование показало, что слабое механическое воздействие приводит к упорядочению кристаллической структуры и к некоторому изменению параметра решетки, более сильное воздействие — к увеличению T_K . Возможно, что механическая обработка слабым сотрясанием может быть полезной для улучшения характеристик нестабильных сверхпроводящих материалов.

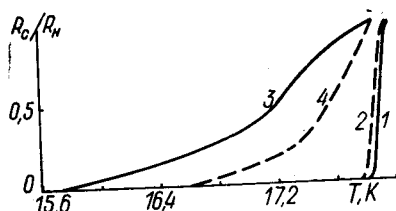


Рис. 5.19. Влияние металлических напряжений на кривую сверхпроводящего перехода слоя Nb_3Sn на ниобиевой проволоке диаметром 0,5 мм:

1, 2 — недеформированные образцы; 3, 4 — деформированные образцы; 3 — свитые в спираль диаметром 3 мм; 4 — диаметром 5 мм.

При растяжении с ростом нагрузки (до 120 Н) T_K проволоки диаметром 0,5 мм, покрытой Nb_3Sn , постепенно уменьшается (максимально на 0,4 К), а ширина перехода слегка увеличивается [330]. После снятия нагрузки достигается точное значение исходной T_K образца. Резкое, не полностью обратимое при разгрузке понижение T_K (почти на 2 К) и увеличение ширины перехода наблюдаются во время скручивания проволоочного образца. Зависимость понижения T_K от растяжения и скручивания почти параболическая. Критический ток покрытий Nb_3Sn резко уменьшается при увеличении механических напряжений (изгиба, удлинения, скручивания) [330, 366].

4.4. Высокочастотные свойства интерметаллических сверхпроводящих покрытий

При переменных полях (электрическом или магнитном) нормально проводящие электроны уже не полностью экранируются сверхпроводящими куперовскими парами электронов — появляется сопротивление, увеличивающееся с частотой. Тем не менее даже в сантиметровом диапазоне оно на несколько порядков меньше, чем у меди. Характерной особенностью поведения сверхпроводящего перехода в СВЧ диапазоне является то, что в противоположность переходу при $\omega=0$ он происходит не скачком и существенно зависит от частоты ω (рис. 5.20). На высоких частотах поверхностное сопротивление будет отличным от нуля даже при $T=0$. Дальнейшее увеличение частоты до $\omega \gg 2\Delta(0)/\hbar$ (Δ — полуширина энергетической щели перехода, $2\Delta(0) = 3,52 k_B T_K$) приводит к

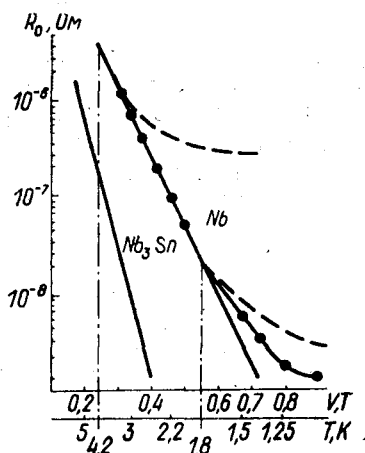
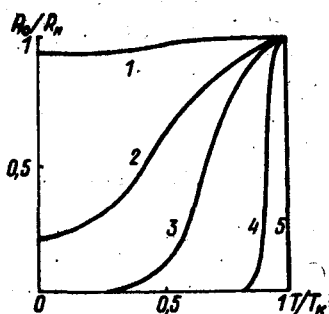


Рис. 5.20. Зависимость поверхностного сопротивления сверхпроводника от температуры для различных частот:

1 — $\omega \gg \omega_c$; 2 — $\omega > \omega_c$; 3 — $\omega < \omega_c$; 4 — $\omega \ll \omega_c$; 5 — постоянный ток.

Рис. 5.21. Экспериментальная зависимость остаточного поверхностного сопротивления ниобия от температуры:

штриховые кривые — данные 1971 г. (верхняя) и 1973 г., $\circ$ — 1977 г.; сплошные — расчетные величины R_{BQJ} для ниобия и Nb_3Sn .

Материал	T_K, K	$R_{теор}, \text{ Ом } (f=9,5 \text{ ГГц})$		$B_K, \text{ мТ}$
		при 1,5 К	при 4,2 К	
Pb	7,2	$7 \cdot 10^{-8}$	—	—
Nb	9,2	$2,5 \cdot 10^{-8}$	$2,0 \cdot 10^{-5}$	190
Nb ₃ Sn	18,2	$1,5 \cdot 10^{-12}$	$2,5 \cdot 10^{-7}$	535

существенному увеличению поверхностного сопротивления, которое при этом стремится к сопротивлению чистого металла в нормальном состоянии. Наличие остаточного поверхностного сопротивления R_0 сверхпроводника объясняется различными механизмами электромагнитных потерь. Однако однозначного и полного объяснения причин появления R_0 до сих пор нет. Наиболее детально изучено поверхностное сопротивление в работах [251, 255, 345]. Экспериментально установлено, что у наименее грязных и наиболее гладких поверхностей величина остаточного сопротивления меньше. Остаточные потери могут быть также связаны с магнитным потоком, захваченным при переходе материала в сверхпроводящее состояние [344].

Технология подготовки поверхности высокочастотных резонаторов из ниобия в настоящее время достигла той стадии, когда добиться значительного улучшения уже невозможно. Следовательно, использование других сверхпроводников в качестве материала для рабочих поверхностей в ВЧ резонаторах стало необходимо, так как эти материалы должны иметь определенные преимущества перед ниобием: более низкое поверхностное сопротивление $R(B_K^{ВЧ})$ при 4,2 К, высокое значение $B_K^{ВЧ}$ при той же температуре и более удобную границу раздела металл—окисел, которая, возможно, сможет улучшить характеристики электронной эмиссии и поверхностные дефекты. Так, покрытие стенок резонатора слоем Nb₃Sn позволяет успешно использовать его при температуре 4,2 К [260]. Значение $B_K^{ВЧ}$ зависит от толщины и теплопроводности стенок и может достигать 150 мТ при 4,2 К. Плотность теплового потока в этом случае составляет 0,2 В·А/см². Таким образом, резонаторы с покрытием из Nb₃Sn при 4,2 К могут работать в таких же полях, что и ниобиевые резонаторы при 1,5 К. Значение добротности при 4,2 К составляет $2,7 \cdot 10^9$ (для покрытия из Nb₃Sn), что в семьдесят раз выше, чем для ниобиевых резонаторов при той же температуре. Критические плотности магнитного потока, равные 89 мТ при 4,2 К и 106 мТ при 1,5 К, полученные при использовании Nb₃Sn-резонаторов, свидетельствуют о значительных преимуществах их технического применения при температуре 4,2 К. Явные преимущества использования Nb₃Sn видны из табл. 11, в которой приведены рассчитанные по теории

Метод изготовления	Тип волны	f , ГГц	Q_0		R_c , Ом		$B_k^{ВЧ}$, мТ	Литература
			1,5 К	4,2 К	1,5 К	4,2 К		
Реактивная диффузия Nb_3Sn с нанесением олова из насыщенных паров при $T = 1320$ К, $t = 2$ ч	TE_{011}	9,5	$6,0 \cdot 10^9$ $5 \cdot 10^9$	$1,6 \cdot 10^9$ $2,7 \cdot 10^9$	$1,3 \cdot 10^{-7}$ $1,6 \cdot 10^{-7}$	$4,9 \cdot 10^{-7}$ $2,9 \cdot 10^{-7}$	101 83	[260]
То же	TE_{011}	9,5	$7,4 \cdot 10^9$	—	$1,0 \cdot 10^{-7}$		20	[262]
Реактивная диффузия с предварительным нанесением олова (Nb_3Sn)	TE_{011}	9,5	$1,5 \cdot 10^9$	$1,3 \cdot 10^9$			60	[285]
Электрохимическая полировка (Mo_3Re)	TE_{011}	11,3	$9,6 \cdot 10^9$ (1,4 К)		$5,7 \cdot 10^{-7}$ (1,4 К)		18	[172]
$Nb_{0,4}Ti_{0,6}$	TE_{011}	3,9	$2,9 \cdot 10^9$					[239]
$Nb_{0,3}Ta_{0,7}$	TE_{011}	8,6	$1,65 \cdot 10^8$ (1,4 К)		$1,2 \cdot 10^{-6}$ (1,4 К)		$6,1(1,3 \div 1,8 \text{ К})$	[299]
18-кратная оксиполировка, анодирование (ниобий высокой частоты)	TE_{011}	9,5	$3,0 \cdot 10^{10}$	$3,85 \cdot 10^7$	$2,6 \cdot 10^{-8}$	$2,0 \cdot 10^{-5}$	159	[369]

БКШ поверхностные сопротивления $R_{теор}$ и термодинамические значения критической магнитной индукции B_k для ниобия и Nb_3Sn [261]. Что же касается значений остаточного поверхностного сопротивления, то все результаты для поверхностей из Nb_3Sn , известные к началу 80-х годов [183, 252, 262, 279, 280, 286, 343], с остаточным поверхностным сопротивлением $R_0 > 10^{-7}$ Ом и максимальными ВЧ значениями $B_k^{ВЧ} = 100$ мТ систематически ниже результатов, известных для ниобия: $R_0 \geq 10^{-9}$ Ом и $B_k^{ВЧ} \leq 160$ мТ [343]. Эти (в общем посредственные) результаты для Nb_3Sn были получены различными технологиями изготовления и обработки поверхности во многих лабораториях. На рис. 5.21 представлены экспериментальные зависимости R_c от T , полученные для покрытий из ниобия при $f = 3,7$ ГГц. В табл. 12 представлены наилучшие результаты, полученные с использованием различных методов изготовления и обработки сверхпроводящих покрытий из Nb_3Sn . Здесь же для сравнения приведены аналогичные данные для ниобия, а также для покрытий из $Nb-Ti$, Mo_3Re и $Nb-Ta$.

**ПРИМЕНЕНИЕ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ
РЕЗОНАНСНЫХ СИСТЕМ
В НАУКЕ И ТЕХНИКЕ**

Возможности совершенствования таких параметров, как чувствительность, точность, КПД приборов и устройств, работающих при обычных температурах, в значительной степени исчерпаны. В этой связи такое явление, как сверхпроводимость, открывает новые возможности и перспективы. Достаточно ясно, что уменьшение поверхностного сопротивления дает возможность улучшить КПД. Однако не всегда очевидно, что уменьшение потерь в самом измерительном устройстве приводит к увеличению чувствительности и точности. Для иллюстрации этого приведем два примера.

Шумовая температура пассивного четырехполосника определяется соотношением [122]

$$T_{\text{ш}} = T_0 \left(\frac{1}{k_p} - 1 \right), \quad (6.1)$$

где T_0 — его физическая температура; k_p — коэффициент передачи по мощности. Из соотношения (6.1) следует, что шумовая температура увеличивается примерно на 7 К на каждую 0,1 дБ потерь при $T_0 = 300$ К, на 2 К при $T_0 = 77$ К и на 0,1 К при температуре жидкого гелия. Шумовая температура определяет уровень шумов, который создает само измерительное устройство, в данном случае четырехполосник. Этот уровень и ограничивает реальную чувствительность или разрешающую способность.

Таким образом, реальный путь улучшения параметров приборов и устройств связан с необходимостью понижения температуры и уменьшения потерь в четырехполоснике, что и происходит при понижении температуры и при переходе в сверхпроводящее состояние.

Потери определяют и достижимую точность измерения. Хорошо известно, что наиболее точно измеряемой в настоящее время физической величиной является частота или время, которые могут измеряться с относительной погрешностью 10^{-11} — 10^{-13} , погрешность измерения всех остальных физических величин гораздо больше (10^{-6} — 10^{-8}) [94]. Это объясняется тем, что частоту измеряют при помощи высокочастотных и высокоточных резонансных систем, которыми являются атомы и молекулы в молекулярных генераторах или кварцевые резонаторы в кварцевых генера-

торах. Потери энергии в таких системах чрезвычайно малы, а их добротность достигает 10^6 — 10^9 . Добротность же систем, используемых для измерения других физических величин, значительно ниже, с чем связана гораздо большая погрешность их измерения.

Таким образом, пути повышения чувствительности и точности измерений в первую очередь связаны с уменьшением потерь в измерительной системе. И если речь идет об устройствах, работающих на переменном токе, то это практически всегда связано с необходимостью уменьшения поверхностного сопротивления металла, из которого выполнены элементы таких устройств.

Особенно наглядным примером того, каким образом потери влияют на точность измерений, может служить применение в измерительных устройствах высокодобротных резонансных систем. Сама резонансная система может служить хорошим измерительным прибором, так как с ее помощью можно измерять не только частоту и время, но и те физические величины, которые могут быть однозначно сопоставлены с частотой (например, длина, магнитная и диэлектрическая проницаемость и др.), т. е. эти величины могут быть измерены с такой же относительной погрешностью, как и частота.

Если сопоставлять значения какой-либо физической величины F с резонансной частотой резонатора f_0 , то между относительными погрешностями будет существовать связь

$$\frac{\Delta F}{F} = k \frac{\Delta f_0}{f_0},$$

где k — коэффициент (обычно порядка единицы), зависящий от конструкции резонансной системы. Поскольку в зависимости от метода измерения f_0 характерные погрешности Δf_0 составляют 10^{-3} — 10^{-2} полосы пропускания резонатора [99], то можно записать

$$\frac{\Delta f_0}{f_0} \approx \frac{10^{-3} \div 10^{-2}}{Q}.$$

В настоящее время добротность СПР достигает 10^{11} [99, 174, 345, 380], поэтому $\Delta f_0/f_0$ в этом случае может быть порядка 10^{-14} . При обычных температурах эта величина равна 10^{-6} — 10^{-8} .

Добротность резонатора Q определяется соотношением (4.16), поэтому

$$\left. \frac{\Delta f_0}{f_0} \right|_{R_c} \approx \frac{(10^{-3} \div 10^{-2}) R_c}{G}. \quad (6.2)$$

Из этого выражения следует, что относительная погрешность измерения частоты f_0 и величин, с ней связанных, определяется поверхностным сопротивлением материала резонатора и его конструкцией. Полученные закономерности носят общий характер и являются отправными точками при создании высокочувствительных и высокоточных приборов и устройств.

В предыдущих главах рассматривались различные особенности поведения поверхностного сопротивления металлов при низких температурах. В данной главе кратко изложим те практические результаты, которые получены с помощью сверхпроводников с низким поверхностным сопротивлением. Речь будет идти в основном о различных применениях высокодобротных сверхпроводящих резонансных систем (СПР).

Основной проблемой, которая стоит перед разработчиками полосовых и режекторных фильтров, является получение необходимой полосы пропускания (полосы режекции) при заданной крутизне скатов амплитудно-частотной характеристики. При этом, конечно, всегда стоит вопрос о получении максимального коэффициента передачи по мощности в полосе пропускания фильтра или о получении максимальной режекции для режекторных фильтров. Если резонансный фильтр используется в качестве резонансной системы в высокостабильном генераторе, то основным является получение максимальной крутизны частотно-фазовой характеристики $\partial\varphi/\partial f = \tau$ ($\tau = \frac{Q}{\omega}$ — время задержки). Если речь идет об использовании СПР в ускорительной технике, то возникают вопросы получения минимальных потерь при высоких уровнях полей в замедляющей структуре.

Из полученных в настоящее время экспериментальных данных следует, что добротность СПР в диапазоне 10—100 МГц может достигать значений 10^5 — 10^8 , в диапазоне 100—500 МГц — 10^6 — 10^7 , при более высоких частотах и использовании в качестве резонатора отрезков длинных линий — 10^7 — 10^8 , а для объемных резонаторов ее значения могут превышать 10^{10} [94, 141, 380, 382]. Видно, что во всех указанных диапазонах СПР обеспечивают добротности, на 3—5 порядков большие, чем при комнатных температурах. Это означает, что и параметры устройств, в которых используются резонансные системы, могут быть улучшены примерно во столько же раз.

Остановимся на вопросе эталонности СПР. Он приобретает особую важность, так как практически во всех случаях высокая добротность требует и высокой эталонности. Это объясняется тем, что эталонные качества измерительной системы должны обеспечивать погрешности, не больше тех, которые связаны с наличием потерь.

Существуют два основных дестабилизирующих фактора, которые способствуют изменению значений резонансной частоты в процессе эксплуатации. Первый из них связан с отсутствием термодинамического равновесия (вследствие дислокаций, механических напряжений, неоднородности химического состава и др.) в отдельных элементах системы и между самими элементами. Релаксация таких неравновесных состояний приводит к изменению размеров и, следовательно, резонансной частоты. Этот фактор в значительной степени устраним путем подбора соответствующих материалов и соответствующей конструкции. Второй фактор за-

ключается в дестабилизирующем действии температурной неустойчивости, обуславливающей изменение размеров, а также величины поверхностного реактанса и, следовательно, резонансной частоты. Если речь идет о полосовых фильтрах, замедляющих структурах или связанных резонаторах, то на точность изготовления отдельных резонаторов или элементов накладывается еще одно дополнительное требование, и точность тем выше, чем больше добротность отдельных элементов. Оптимальная количественная связь между погрешностями, связанными с неточностью поддержания размеров системы L , и наличием температурного коэффициента расширения β или влиянием на резонансную частоту температурной зависимости поверхностного реактанса записывается следующим образом:

$$\left. \frac{\Delta f_0}{f_0} \right|_L \sim \left. \frac{\Delta f_0}{f_0} \right|_\beta \sim \left. \frac{\Delta f_0}{f_0} \right|_X \sim \left. \frac{\Delta f_0}{f_0} \right|_{R_c}. \quad (6.3)$$

Поэтому всегда необходимо знать связь между приращениями указанных параметров, а также их абсолютными величинами. Изменение рабочей температуры резонатора приводит к изменению его резонансной частоты за счет изменения линейных размеров СПР:

$$\frac{\Delta f_0}{f_0} = -\beta(t_{\text{пр}}) \Delta t_{\text{пр}}, \quad (6.4)$$

где $\beta(t_{\text{пр}})$ — температурный коэффициент линейного расширения.

Вычисленные и измеренные значения β при различных температурах приведены в работе [114]. При комнатных температурах все существующие материалы характеризуются достаточно большими значениями β , что приводит к большому температурному коэффициенту частоты (ТКЧ). Даже для кварца и ситалла ТКЧ достаточно велик:

$$\left. \frac{1}{f_0} \frac{\Delta f_0}{\Delta T} \right|_{T=300\text{K}} \simeq 10^{-7} \div 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}.$$

При гелиевых температурах эта величина на 3—4 порядка меньше. Глубина проникновения и, следовательно, поверхностный реактанс определяются количеством сверхпроводящих электронов. Как видно из рис. 2.4, концентрации таких электронов, вычисленные с помощью двухжидкостной модели Гортера — Казимира и на основании микроскопической теории, практически совпадают [99]. Это означает, что для расчетов влияния изменения поверхностного реактанса на параметры СПР можно пользоваться моделью Гортера — Казимира [61]. Поскольку

$$\left. \frac{\Delta f_0}{f_0} \right|_X = -\frac{1}{2G} \frac{\partial X}{\partial t_{\text{пр}}} \Delta t_{\text{пр}}, \quad (6.5)$$

для сверхпроводников I рода получаем

$$\left. \frac{\Delta f_0}{f_0} \right|_{X_{\Pi}} = -\frac{2\omega\mu_0\lambda_{\Pi}(0)}{3G} \frac{t_{\text{пр}}}{(1-t_{\text{пр}}^4)^{4/3}} \Delta t_{\text{пр}}, \quad (6.6)$$

а для сверхпроводников II рода

$$\left. \frac{\Delta f_0}{f_0} \right|_{X_L} = - \frac{\omega \mu_0 \lambda_L(0)}{G} \frac{t_{\text{пр}}^3}{(1 - t_{\text{пр}}^4)^{3/2}} \Delta f_{\text{пр}}. \quad (6.7)$$

Условия (6.3) с учетом соотношений (6.2), (6.4) и (6.5) можно переписать следующим образом:

$$\beta(t_{\text{пр}}) \Delta t_{\text{пр}} \sim \frac{1}{2G} \frac{\partial X_c}{\partial t_{\text{пр}}} \Delta t_{\text{пр}} \sim \frac{(10^{-3} \div 10^{-2}) R_c}{G}.$$

Данные, характеризующие вклад в нестабильность частоты поверхностного реактанса для свинцовых и ниобиевых резонаторов, а также суммарный эффект температурной нестабильности [61] приведены в табл. 13. Видно, что по стабильности частоты ниобиевый резонатор обеспечивает значения параметров, всего лишь в два раза лучшие, чем резонатор, выполненный нанесением свинца на медную основу.

Из соотношений (6.6) и (6.7) видно, что минимальное влияние температурной зависимости поверхностного реактанса на эталонность СПР может быть достигнуто при минимальных значениях приведенных температур. При этом как для пиппардовских, так и для лондоновских сверхпроводников такая зависимость оказывается практически одинаковой. Очевидно, что для получения максимальной эталонности, зависящей от этого параметра, наиболее рационально использовать сверхпроводники с максимальным значением T_K .

Для достижения минимального влияния теплового расширения на эталонность СПР в качестве основы наиболее выгодно выбирать диэлектрики с высокими значениями характеристической температуры Дебая [99]. Интересен вопрос, какие минимальные значения относительной нестабильности резонансной частоты могут

Таблица 13

СПР	$-\frac{1}{\Delta T} \left(\frac{\Delta f_0}{f_0} \right)_{\Sigma} \cdot 10^6, \text{ K}^{-1}$									
	4,2 К	3,9 К	3,6 К	3,3 К	3 К	2,7 К	2,4 К	2,1 К	1,8 К	1,5 К
Pb _x	130,9	99,7	75,5	56,5	41,5	29,8	20,7	13,8	8,62	4,97
Nb _x	56,6	41,4	32,7	24,5	18,2	13,2	9,24	6,17	3,88	2,24
Pb _Σ	342	269	209	159	118	86	60,2	40,2	25,3	14,6
(Cu+Pb) _Σ	136	104	79	59,4	44	31,9	22,6	15,2	9,75	5,9
Nb _Σ	61,9	48,9	38	29	21,6	15,7	11	7,33	4,6	2,66

Примечание. Значения, приведенные для (Cu+Pb)_Σ, соответствуют резонатору, выполненному электролитическим нанесением свинца на медную основу. Вычисления проведены для колебаний H₀₁₁, когда высота резонатора равна его диаметру (G=780 Ом), на частоте 10 ГГц.

быть достигнуты в СПР. Расчеты показывают, что при использовании сверхпроводящего покрытия из Nb_3Sn на сапфировой основе величина $\Delta f_0/f_0$ может достигать значений 10^{-18} при температуре 1,6 К и ее нестабильности 10^{-6} К [23, 204]. Важно также так выбрать оптимальные значения абсолютной нестабильности приведенной температуры, чтобы требования, налагаемые на этот параметр, не были слишком жесткими. Это условие нетрудно получить, пользуясь соотношениями (6.3), (6.6), (6.7), а также (2.52) и (2.53). Для пиппардовских сверхпроводников

$$\Delta t_{\text{пр}} |_{X_{\Pi}} \sim (10^{-3} \div 10^{-2}) \frac{n_0 e^2 \lambda_{\Pi}^3(0)}{2 m_0 v_{\Phi}} \frac{(1 - t_{\text{пр}}^4)^{4/3}}{t_{\text{пр}}^3} F_{\Pi}(t_{\text{пр}}),$$

а для лондоновских

$$\Delta t_{\text{пр}} |_{X_{\text{Л}}} = (10^{-3} \div 10^{-2}) \frac{n_0 e^2 \lambda_{\text{Л}}^3(0)}{2 m_0 v_{\Phi}} \frac{(1 - t_{\text{пр}}^4)}{t_{\text{пр}}^3} F_{\text{Л}}(t_{\text{пр}}).$$

Условие выбора оптимального значения абсолютной нестабильности температуры по коэффициенту линейного расширения получаем, используя соотношения (6.3) и (6.4):

$$\Delta t_{\text{пр}} |_{\beta} \sim (10^{-3} \div 10^{-2}) \frac{R_c(t_{\text{пр}})}{\beta(t_{\text{пр}})}.$$

1. ПРИМЕНЕНИЕ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ РЕЗОНАТОРОВ В РАДИОЭЛЕКТРОНИКЕ И ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКЕ

Наиболее разнообразно применение СПР в радиоэлектронике и измерительной технике. Эффективно такие резонаторы используются в системах стабилизации частоты. Высокостабильные генераторы с хорошими спектральными характеристиками применяются в различных областях науки и техники, причем в ряде случаев дальнейшее совершенствование самых различных систем (измерительных, связных, радиолокационных, навигационных и др.) зависит от параметров генератора. С другой стороны, высокостабильный генератор является как раз тем устройством, при помощи которого (активным или пассивным методом) измеряется резонансная частота в случае использования резонансной системы для сопоставления какой-либо физической величины с частотой. Результаты, полученные в настоящее время, свидетельствуют о том, что относительная нестабильность частоты и спектральные характеристики сигналов генераторов, использующих СПР, могут быть лучше, чем кварцевых и молекулярных генераторов, а мощность на много порядков превосходит мощность последних. Спектральные характеристики сигнала прецизионного генератора, возмущенного внутренним шумом, определяются формулой

$$\delta_{\tau} = \frac{1}{Q_{\text{н}}} \left(\frac{k_{\text{Б}} T}{2 \tau P} \right),$$

где δ_τ — приведенное значение среднеквадратичного отклонения частоты от среднего значения; τ — время усреднения; P — выходная мощность генератора. Для рубидиевого и водородного стандартов при $\tau = 1$ с $\delta_\tau \sim 10^{-14}$ [214], в случае использования сверхпроводящего резонатора с добротностью 10^{10} при температуре 1 К и выходной мощностью 10^{-2} Вт эта величина составляет 10^{-21} [58].

СПР могут использоваться практически во всех существующих системах стабилизации частоты. В настоящее время они широко применяются в системах параметрической стабилизации, когда СПР является резонансной системой (или ее частью) автогенератора, а также в системах автоматической подстройки (АПЧ), когда резонатор служит пассивным эталоном частоты, по которому подстраивается другой генератор. Специфика и особенности работы таких систем с применением СПР подробно рассмотрены в работе [99]. Мы приведем лишь их характеристики (табл. 14). Приведенные экспериментальные данные свидетельствуют о том, что уже сейчас относительная нестабильность частоты генераторов с использованием СПР может быть лучше, чем у кварцевых и молекулярных, а мощность, которую можно получить в диапазоне СВЧ, на много порядков больше. По спектральным характеристикам генераторы с СПР вообще не имеют аналогов среди обычных СВЧ генераторов. Пока, пожалуй, единственным существенным недостатком таких генераторов является плохая воспроизводимость частоты. Однако есть надежда, что и этот вопрос будет решен при использовании СПР на сапфировой основе.

Интересной является возможность использования СПР в качестве накопителей СВЧ энергии и для создания генераторов мощных СВЧ импульсов малой длительности. Так, в настоящее время плотность энергии, накапливаемой в таких резонаторах, может составлять величину $1,6 \cdot 10^4$ Дж/м³ [322]. Это означает, что при объеме резонатора 1 дм³ могут быть получены СВЧ импульсы мощностью 10 МВт при длительности 100 нс [421]. Коэффициент усиления мощности, который показывает, во сколько раз мощность полученных импульсов превышает мощность генератора накачки, полученный с использованием СПР, составляет в настоящее время 40 дБ [10, 198, 200]. Расчет показывает, что его величина может быть доведена до значений 70 дБ [13, 198].

В настоящее время основная проблема — быстрый вывод энергии, накопленной в СПР. Для этих целей используют различные разрядники [10, 197—200] или механические устройства [274, 321, 322, 421]. Возможны случаи, когда используется их сочетание [176].

При испытании экспериментального образца накопителя с СПР объемом 150 см³, в котором использовалось плазменное ключевое устройство, был получен коэффициент усиления мощности, равный 10. Время нарастания полученного импульса после включения разрядника составило 10 нс, а время спада — 100 нс [197].

Таблица 14

Генератор	f_0 , ГГц	Выходная мощность, мВт	Q_H	Рабочая температура резонатора, К	Относительная нестабильность частоты	Примечание	Литература
На лампе безлучевой волны	9,2 7,5	1 10—20	$3 \cdot 10^7$ ($1,5 \div 3$) $\cdot 10^6$	2 4,2	10^{-9} за 1 ч $3,5 \cdot 10^{-10}$ за 1 с 10^{-8} за 1 ч	Уровень фазовых шумов —96 и —60 дБ/Гц на расстояниях 300 и 40 Гц от несущей	[157] [70]
	2,911	1	$3,3 \cdot 10^7$	$2,1 \pm 3 \cdot 10^{-5}$	$2,7 \cdot 10^{-10}$ за 6 мин $4,5 \cdot 10^{-11}$ за 1 мин	Имеется механическая перестройка частоты ± 10 МГц	[334]
	2,911	1000	$4 \cdot 10^7$	$1,9 \pm 3 \cdot 10^{-4}$	$3,4 \cdot 10^{-10}$ за 1 мин		[334]
Отражательный клистрон в схеме затыгивания частоты	10	20—40	$2 \cdot 10^6$	4,2	10^{-10} за 1 ч	Уровень частотных шумов —115 дБ/Гц на расстоянии 500 Гц от несущей	[32]
	10	20—40	10^7	4,2	10^{-9} за 1 ч	Уровень частотных шумов —(80—90); —(120—125); —(140—150) дБ/Гц на расстояниях 30; 180 и 1000 Гц от несущей	[62]
	2,88	10	$2,5 \cdot 10^8$	$1,9 \pm 5 \cdot 10^{-3}$	$5,1 \cdot 10^{-12}$ за 10—30 с при дрейфе $7 \cdot 10^{-11}$ за 30 мин	СПР на основе из монокристаллического сапфира с нитридным покрытием	[119]

Генератор	f , Гц	Выходная мощность, мВт	Q_H	Рабочая температура резонатора, К	Относительная нестабильность частоты	Примечание	Литература
Туннельный диод в схеме затыгивания частоты	9,6	10^{-4}	$5 \cdot 10^6$	4,2	$3 \cdot 10^{-9}$ за 1 ч	Трехрезонаторная схема с СПР на основе из монокристаллического сапфира То же	[124]
	2,9	0,1	$2 \cdot 10^8$	$1,7 \pm 5 \cdot 10^{-3}$	$3,4 \cdot 10^{-12}$ за 10 с $1,3 \cdot 10^{-11}$ за 100 с $2 \cdot 10^{-10}$ за 1 ч		[12]
	2,9	0,1	$2 \cdot 10^8$	$1,7 \pm 1 \cdot 10^{-4}$	$(6,3 \pm 0,6) \cdot 10^{-13}$ за 1—10 с $3 \cdot 10^{-12}$ за 100 с $(1-3) \cdot 10^{-11}$ за 30 мин $1,8 \cdot 10^{-11}$ за 10 с		[113]
	8,66	80	$5 \cdot 10^8$	1,3	$1,8 \cdot 10^{-11}$ за 10 с		[272]
Генератор Ганна в схеме затыгивания частоты	9,2	—	$2 \cdot 10^7$	4,2	10^{-10} за 1000 с 10^{-11} за 1—10 с	Уровень частотных шумов —55 дБ/Гц на расстоянии 10 Гц от несущей Уровень фазовых шумов —(80—90) дБ/Гц на расстоянии 100 Гц от несущей	[24]
	9,4	60	10^7	4,2	$5 \cdot 10^{-10}$ за 1 ч		[103, 311]
Система АПЧ с использованием усилителя СВЧ с переносом усиления на промежуточную частоту	9,4	60	$2 \cdot 10^8$	2 ± 10^{-3}	10^{-12} за 1 ч	Диапазон перестройки частоты 100 МГц. Дискретность перестройки 0,1 Гц	[103, 311]
	8,6	25	10^{10}	$1,3 \pm 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-13}$ за 1 сут $6 \cdot 10^{-16}$ за 100 с		[381]

Генератор	f_0 , ГГц	Выходная мощность, мВт	Q_H	Рабочая температура резонатора, К	Относительная нестабильность частоты	Примечание	Литература
Система АПЧ с дискриминатором Паунда	8,6 10	25 10	$1,2 \cdot 10^{10}$ 10^9	$1,1 \pm 10^{-5}$ $1,3 \pm 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-14}$ за 1 сут 10^{-13} за 1 с	Уровень фазовых шумов —80÷—100 дБ/Гц на расстоянии 15—1500 Гц от несущей	[408] [275]
Отражательный клистрон в схеме затягивания частоты с дополнительной системой фазовой АПЧ	10	20—40	$5 \cdot 10^6$ (для схемы затягивания) 10^7 (для системы АПЧ)	4,2	10^{-10} за 1 ч	Уровень фазовых шумов —105 дБ/Гц на расстоянии 30 Гц от несущей Уровень фазовых шумов —135 дБ/Гц на расстоянии 1000 Гц от несущей	[22]

Коэффициент усиления 10^4 был достигнут в другом накопителе, ключевое устройство которого состояло из Т-образного волноводного сочленения, на одном из плеч которого помещалась разрядная сапфировая трубка, заполненная газообразным гелием [198, 199]. В работе [176] сообщается о получении импульсов мощностью 150 кВт при длительности 2 мкс на частоте 8,2 ГГц. Переключатель состоял из Т-образного сочленения, заполненного газообразным гелием, самоиндуктируемый разряд в котором возникал при достижении максимальной величины электрического поля на входе ключевого устройства [176]. Коэффициент усиления мощности $3 \cdot 10^4$ при длительности генерируемого импульса 15 нс был получен также при помощи электронно-лучевого переключателя, время нарастания фронта импульса составило при этом 1 нс [200].

Перспективно применение СПР для создания полосовых и режекторных фильтров. Большие потери в обычных резонансных системах не позволяют создать полосовые фильтры с большой кру-

тизной скатов амплитудно-частотной характеристики при удовлетворительном коэффициенте передачи. Наиболее простым фильтром является одиночный контур, включенный по проходной схеме. Полоса пропускания и амплитудно-частотная характеристика такого фильтра полностью определяются его нагруженной добротностью (см. соотношение (4.19)), а коэффициент передачи тем больше, чем выше его собственная добротность. В широком диапазоне частот такие фильтры могут перестраиваться механическим способом [99, 121, 141, 181, 238, 422], а в узком применим также метод фотоэлектрической перестройки [182, 380, 383, 384]. В основу механического метода положены известные принципы изменения индуктивности и емкости в контурах с сосредоточенными параметрами или размеров в объемных резонаторах. При фотоэлектрическом способе перестройки в емкостной зазор резонатора помещается облучаемый светом диэлектрик, диэлектрическая проницаемость которого зависит от мощности облучения.

Применение одиночных сверхпроводящих фильтров для улучшения параметров связной КВ аппаратуры дает существенные результаты. Включение такого фильтра в качестве преселектора между антенной и входом связного КВ приемника при полосе пропускания 1 кГц обеспечивает подавление помех взаимной модуляции на 40 дБ и выигрыш в мощности на 25 дБ в радиолинии с частотной модуляцией [181]. Кроме того, наличие такого преселектора освобождает приемную систему от целого ряда побочных паразитных каналов приема, расположенных вблизи частоты настройки. Диапазон перестройки описанного преселектора составляет 6,3—21 МГц. Полоса пропускания регулируется в пределах 60 Гц — 50 кГц, что соответствует изменению нагруженной добротности от $6 \cdot 10^5$ до 350. Механизм замедления в приводе управления конденсатором обеспечивал возможность достаточно точной и стабильной настройки частоты. Так, при полосе пропускания 600 Гц на частоте 6,4 МГц отклонение от номинального значения составило 3 % за 45 мин. Двухконтурный преселектор был составлен из последовательно включенных двух одинаковых преселекторов. При критической связи измеренное ослабление составило 40 дБ на расстоянии 15 кГц от частоты настройки, равной 18 МГц при полосе пропускания 3 кГц.

Для улучшения параметров УКВ связных систем может быть использован УКВ резонансный контур, описанный в работе [100]. Применение для перестройки частоты ступенчато-нерегулярных двухпроводных линий и комбинированного бесконтактного способа перестройки позволяет перестраивать резонансную частоту в диапазоне 100—470 МГц, при этом величина собственной добротности в диапазоне перестройки составляет $(1-3) \cdot 10^5$.

Одиночные фильтры могут использоваться в узкополосных системах. Однако существует ряд задач, например в радиолокации, где необходимы полосовые фильтры с достаточно широкой полосой пропускания и крутыми скатами амплитудно-частотной характеристики вне полосы пропускания. Для этих целей исполь-

зуются полосовые фильтры, состоящие из связанных резонаторов, настроенных на различные частоты. В таких системах заданная характеристика обеспечивается подбором частот настройки отдельных резонаторов и величин связей между ними [26, 218, 219, 323—327, 380]. Объемные резонаторы в этом случае использованы быть не могут, так как при большом их количестве фильтр становится сложным и громоздким [380, 382]. Добротность одиночных полосковых резонаторов при температуре 4,2 К достигала $(1-5) \cdot 10^5$ [218, 219]. Основными ограничениями являются наличие потерь в диэлектрической подложке, а также потери на излучение. Как указывается в работе [218], тангенс угла диэлектрических потерь для кварцевой подложки при гелиевых температурах составляет 10^{-4} , а для сапфировой — 10^{-5} — 10^{-7} . Это позволяет изготовить полосковые резонаторы с добротностями $(3-4) \cdot 10^4$ на свинцовых пленках и 10^5 — 10^6 на ниобиевых. В этой же работе сообщается об исследовании 10-звенного чебышевского фильтра, в котором использовались полосковые резонаторы с добротностью 10^5 . На частоте 10 ГГц при полосе пропускания 50 МГц его переходное затухание составило 0,2 дБ.

В работе [26] сообщается о создании полосового фильтра с использованием ниобиевых пленок на поликоровой основе. Полоса пропускания двухзвенного фильтра, помещенного в ниобиевый экран, составляет 0,5 % значения частоты настройки, затухание в полосе пропускания — 1 дБ, а коэффициент прямоугольности по уровню ослабления 30 дБ был равен 5. Полоса пропускания четырехзвенного фильтра составила 2 % частоты настройки при коэффициенте прямоугольности, равном двум, и затухании в полосе пропускания 1,5 дБ. Необходимо отметить большие трудности создания полосовых фильтров на полосковых резонаторах, которые связаны с очень высокими требованиями, накладываемыми на точность изготовления самих пленок и расстояния между ними.

Известны разработки узкополосных сверхпроводящих режекторных фильтров на основе сверхпроводящих резонансных систем. Такие фильтры применяются в радиосистемах различного назначения в тех случаях, когда необходимо избавиться от сильного мешающего сигнала вблизи частоты настройки. В работе [338] исследован режекторный КВ фильтр, предназначенный для снижения помех в системах связи. Фильтр выполнен по планарной технологии с использованием ниобиевых пленок, напыленных на сапфировую основу фотолитографическим способом. Максимальная величина режекции при 4,2 К составила 17 дБ на 50-омном входе при добротности контура $2 \cdot 10^3$. Ширина полосы режекции на уровне 3 дБ равна 3 кГц при частоте настройки 6 МГц. Фильтр предназначен для работы в диапазоне частот 2—30 МГц и допускает на частоте настройки подачу на его вход мощности 4 мВт.

СПР могут быть использованы для регистрации малых механических перемещений (10^{-13} см и меньше) [220, 237, 345], в качестве датчиков в акселерометрах, сейсмометрах, гравиметрах и других устройствах [69, 138, 202]. В работе [201] сообщается, что

на основе СПР, изготовленного путем нанесения ниобия на сапфировую основу, был разработан акселерометр, способный обнаруживать колебания конца стержня гравитационной антенны с амплитудой менее 10^{-15} см. С помощью СПР удалось реализовать и относительно простые устройства для регистрации малых механических колебаний, амплитуда которых не превышает $1 \cdot 10^{-16}$ см [23]. При этом использовался ниобиевый СПР с емкостным зазором.

Применение объемных СПР позволяет проводить прецизионные измерения электрофизических параметров диэлектриков и полупроводников в диапазоне 0,1—2,2 ГГц [21, 242, 267, 315—318]. Показано, что при $\text{tg } \delta \approx 10^{-8} \div 10^{-7}$ может быть достигнута погрешность измерения 5 % [318]. Как правило, измерение $\text{tg } \delta$ сводится к регистрации изменения добротности СПР, обусловленного потерями в образце. Этим методом были измерены диэлектрические потери жидкого гелия. Оказалось, что $\text{tg } \delta$ при $T=4,2$ К на частоте 90 МГц не превышает 10^{-10} [23]. Аналогичными методами с использованием объемных или спиральных СПР с собственной добротностью 10^7 — 10^9 были изучены потери в твердых диэлектриках [315—318]. Для кремния на частоте 98 МГц $\text{tg } \delta \approx 1,5 \cdot 10^{-4}$. Для тефлона на частоте 118 МГц $\text{tg } \delta = 1,2 \cdot 10^{-6}$ [23], а на частоте 6,5 ГГц он оказался равным $2,4 \cdot 10^{-6}$ [267].

Высокая чувствительность подобных методов с использованием СПР позволяет определять наличие дефектов плотности порядка одного дефекта на 10^{10} атомов и изучать тонкие эффекты, возникающие в полупроводниках под действием светового излучения [241, 265]. Эти методы дали возможность получить интересные экспериментальные данные о влиянии светового излучения на свойства полупроводников при низких температурах [241]. Были измерены время релаксации и время жизни свободных носителей, расположение уровня Ферми, плотность, глубина и заполнение ловушек, поперечное сечение захвата для таких полупроводниковых материалов, как кремний, CdS, GaAs, CdTe.

Исследование полупроводниковых материалов при низких температурах показало, что их диэлектрическая проницаемость изменяется под действием ядерного излучения [177]. Это связано с появлением в полупроводнике дополнительных носителей тока, возникающих вследствие ионизации атомов. Обнаруженная зависимость позволяет создать чувствительные детекторы и дозиметры ядерного излучения. Измерения интенсивности ядерного излучения на частоте 380 МГц были проведены с помощью СПР, в котором кристалл CdS облучался радиоактивным источником C^{44} с интенсивностью излучения 10 и 1 мкКи [177]. При малых дозах была получена линейная зависимость между сдвигом резонансной частоты СПР и временем облучения, которая соответствовала скорости изменения частоты около 4 кГц/мин. При облучении образца источником с интенсивностью 10^2 мкКи скорость изменения, начиная со 100 Гц/мин, монотонно уменьшалась, изменяясь почти на порядок через 60 мин. Подобное устройство может быть ис-

пользовано в качестве дозиметра, чувствительного к малым потокам ядерного излучения.

Совмещение высокочувствительного датчика перемещений, выполненного на основе СПР, со сверхпроводящим подвесом дает возможность создать высокочувствительные гравиметры, гальванометры, измерители СВЧ мощности и т. д. [5, 69, 94, 95, 97, 98, 109]. Расчетные значения чувствительности гравиметра при этом составляют 10^{-11} g (ускорение силы тяжести $g=9,806$ м/с²), а дрейф нуль-пункта может достигать значений 10^{-9} g за 1 г. [95, 99, 354]. Такие значения параметров нельзя получить при обычных температурах [90, 99].

При создании измерителей СВЧ мощности измеряется давление электромагнитного поля на одну из подвижных стенок резонатора, а поскольку величины полей в резонаторе увеличиваются примерно в Q раз, применение СПР для этих целей дает существенный выигрыш [98]. В сверхпроводящем гальванометре сила, развиваемая магнитным полем сверхпроводящей катушки, сравнивается с силой тяжести или силой, развиваемой другой сверхпроводящей катушкой [97], датчиком перемещения служит СПР. Чувствительность при этом может составлять 10^{-9} — 10^{-10} А при динамическом диапазоне 10^6 — 10^7 .

Сверхпроводящий гравиметр в несколько измененном варианте можно использовать для создания эталона тока. Действительно, если при помощи высокочувствительного датчика перемещения, которым служит резонатор, регулируя ток в сверхпроводящем соленоиде, поддерживать в неизменном положении взвешенную сверхпроводящую массу, то ток соленоида будет однозначно связан с силой тяжести [96]. Поскольку ускорение силы тяжести в данной точке известно с относительной погрешностью 10^{-7} — 10^{-8} , то и относительная погрешность поддержания тока может быть такого же порядка. Преимуществом такого стабилизатора тока является то, что при его помощи можно изменять значение стабилизируемого тока в широких пределах с высокой точностью. Динамический диапазон стабилизатора может составлять 7—8 порядков [96]. Рассмотренный стабилизатор может быть использован и для создания абсолютного эталона тока [386].

На основе измерительной системы сверхпроводящий электромагнитный подвес — СПР построен измеритель вариаций гелиевых температур, обеспечивающий чувствительность 10^{-6} К [4]. Метод измерения основан на использовании температурной зависимости подъемной силы, развиваемой сверхпроводящим электромагнитным подвесом.

СПР могут быть использованы и для создания поляризационных гироскопов [87, 271, 380, 382]. В основу работы таких гироскопов положен принцип сохранения в пространстве плоскости поляризации электромагнитных волн при распространении их в изотропных средах. Высокодобротные резонаторы в поляризационных гироскопах позволяют в Q раз уменьшить расстояние между анализатором и поляризатором. Схема построения такого гиро-



Рис. 6.1. Сверхпроводящие СВЧ резонаторы (рабочая частота 10 ГГц, тип колебаний H_{011} , рабочая температура 4,2—1,65 К, добротность резонатора, изготовленного методом электролитического нанесения свинца, $2 \cdot 10^7$ — $2 \cdot 10^9$, ниобиевого резонатора $2 \cdot 10^7$ — $1,5 \cdot 10^8$).

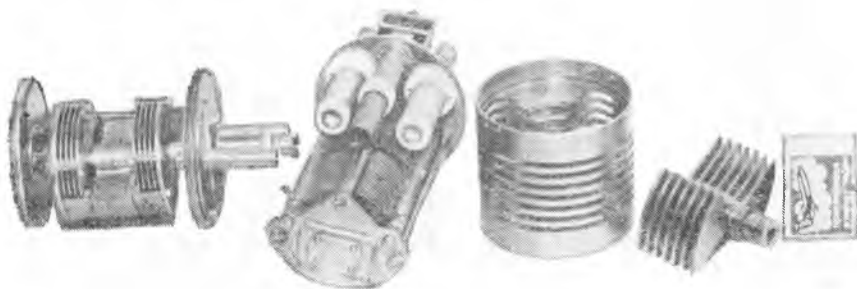


Рис. 6.2. Сверхпроводящие резонансные системы КВ и УКВ диапазонов и элементы конденсатора переменной емкости (добротность КВ системы $(1,5$ — $2) \cdot 10^5$, коэффициент перекрытия по частоте 4; добротность УКВ системы $(1$ — $3) \cdot 10^5$, диапазон перестройки 100—470 МГц).

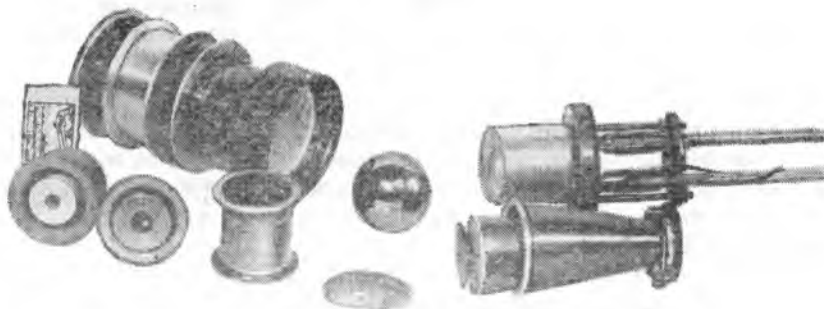
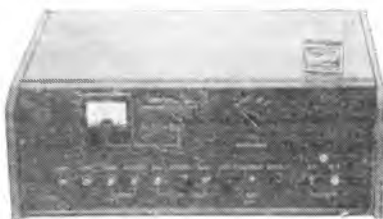


Рис. 6.3. Сверхпроводящие подвесы с резонансным датчиком перемещений (жесткость подвесов 0,1—20 Н/м, добротность объемного резонатора датчика перемещений 10^7 , разрешающая способность датчика перемещений $3 \cdot 10^{-11}$ м).

Рис. 6.4. Блок измерителя сверхвысоких добротностей (устройство обеспечивает измерение добротности сверхпроводящих резонансных систем в диапазоне 10^7 — 10^{10} с погрешностью 2 %).



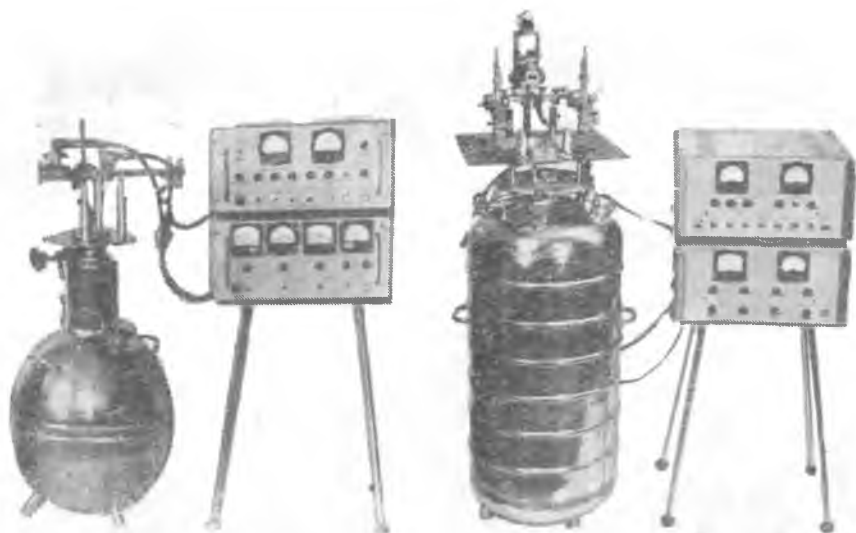


Рис. 6.5. Высокостабильный СВЧ генератор со сверхпроводящим резонатором (рабочая частота 10 ГГц, относительная нестабильность частоты за 1 ч 10^{-9} , диапазон механической перестройки частоты 100—150 МГц, дискретность электрической перестройки частоты 0,1—1 Гц, выходная мощность 50 мВт, время непрерывной работы после единоразовой заливки гелия 100 ч).

Рис. 6.6. Высокостабильный генератор с улучшенными спектральными характеристиками (рабочая частота 10 ГГц, относительная нестабильность частоты 10^{-10} за 1 ч, отношение сигнал/шум при отстройке от частоты несущей на 30 Гц — 105 дБ/Гц, а при отстройке от частоты несущей на 1 кГц — 135 дБ/Гц).

скопа описана в работе [271]. Можно построить гироскоп, который будет одновременно давать информацию об углах поворота вокруг трех осей [397]. Чувствительность гироскопа тем выше, чем выше добротность используемого в нем сферического резонатора. На рис. 6.1—6.13 представлены некоторые устройства с применением СПР.

2. ПРИМЕНЕНИЕ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ РЕЗОНАТОРОВ И ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СТРУКТУР В УСКОРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКЕ

Исследование возможности использования сверхпроводящих резонаторов в ускорительной технике было начато в середине 60-х годов [232, 372, 375, 403, 418]. Уже тогда было ясно, что в СПР при очень незначительных потерях энергии могут быть достигнуты значительно большие поля, чем в обычных резонаторах. Эксперименты на одиночных свинцовых резонаторах показали, что при их помощи могут быть получены градиенты энергии ускоренных электронов 5,3 МэВ/м [375]. В связи с этим в Стэнфордском центре линейных ускорителей рассматривалась возможность перевода стэнфордского 2-мильного ускорителя на работу со сверх-

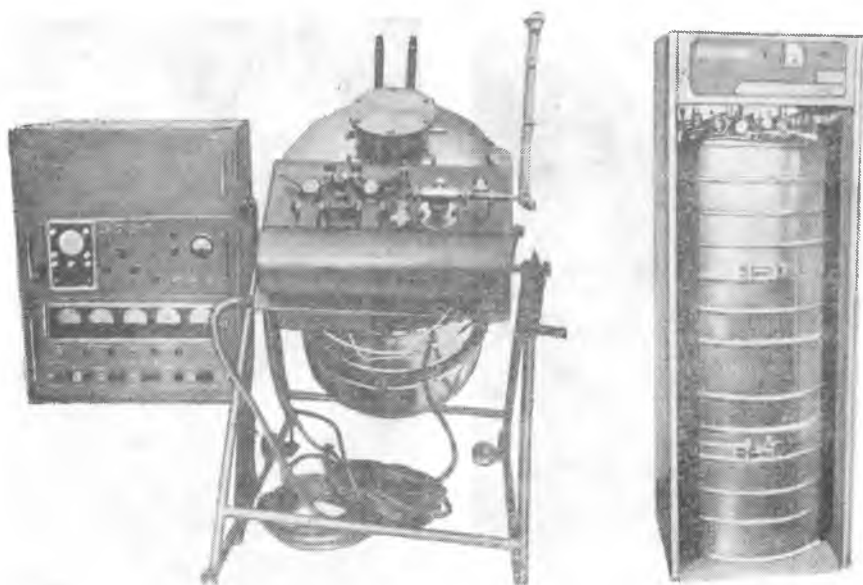


Рис. 6.7. Генератор с резонаторами, охлаждаемыми до температуры жидкого азота (рабочая частота 22 ГГц, относительная нестабильность частоты 10^{-7} за 1 ч, время непрерывной работы при единоразовой заливке азота 500 ч).

Рис. 6.8. Система автоматической настройки частоты сверхпроводящего КВ фильтра с системой криогенного обеспечения (время настройки на заданную частоту при погрешности 0,1 составляет 20 с, коэффициент перекрытия по частоте 4, добротность фильтра $(1,5-2) \cdot 10^5$, время непрерывной работы при единоразовой заливке гелия 2 мес.).

проводящими резонаторами [371]. Впоследствии выяснилось, что низкие значения критических полей свинца (около 80 мТ) позволяют получить устойчивые градиенты энергии не более 4,26 МэВ/м [403]. Поэтому, начиная с 1967 г., все большее внимание уделялось созданию сверхпроводящих волноводов и резонаторов из ниобия [290, 337, 399]. Предполагалось, что применение ниобиевых сверхпроводящих структур в линейных ускорителях позволит увеличить предельное значение градиента энергии при стабильной работе ускорителя до значений 13,2 МэВ/м [403]. В настоящее время большая часть исследований проводится именно на ниобиевых резонаторах в частотном диапазоне 100 МГц—10 ГГц.

Разработкой сверхпроводящих ускорителей и сверхпроводящих ускорительных структур (СУС), а также исследованием свойств различных сверхпроводящих материалов на СВЧ при высоких уровнях высокочастотных полей занимаются многие исследовательские лаборатории. У нас в стране эти работы ведутся в Объединенном институте ядерных исследований АН СССР в Дубне, в Физико-техническом институте АН УССР и в Научно-исследовательском институте ядерной физики при Томском политехническом институте. Вопросами технологии изготовления СУС и экспери-



Рис. 6.9. Высокостабильный генератор КВ диапазона с автоматической настройкой частоты (относительная погрешность настройки на заданную частоту 10^{-5} , относительная нестабильность частоты после перестройки 10^{-6} за 1 ч, коэффициент перекрытия по частоте 4).

Рис. 6.10. Макет сверхпроводящего гравиметра (жесткость сверхпроводящего подвеса 1 Н/м, чувствительность датчика перемещений $3 \cdot 10^{-11}$ м, чувствительность 10^{-9} , динамический диапазон измеряемых значений ускорений 10^7).

ментальным исследованием влияния способа обработки внутренней поверхности системы на ее добротность занимаются Union Carbide Corp. (США) и Siemens (ФРГ). В частности, исследовательские лаборатории фирмы Siemens в Эрлангене совместно с Институтом экспериментальной ядерной физики в Карлсруэ разработали СПР из ниобия с большой добротностью, допускающие сильные высокочастотные поля на рабочей поверхности. Основное направление этих работ — создание высокочастотных сепараторов частиц и протонных линейных ускорителей [47, 135]. Фирма Siemens разработала специальную технологию обработки ниобиевых поверхностей (электрополировку и анодирование), которая позволила изготовить резонаторы для моды TE_{011} с добротностью $1 \cdot 10^{10}$ и максимальным высокочастотным полем на рабочей поверхности 159 мТ (для ниобия при $T=0$ $B_K=194$ мТ) [263]. Кроме того, в числе других фирма Siemens занимается вопросами технологии изготовления и исследованием СУС с покрытиями из Nb_3Sn . В СУС, содержащих большое число резонаторов, достигнутые градиенты ускоряющих полей пока гораздо ниже, чем в одиночных резонаторах. Это связано с наличием автоэлектронной эмиссии с термомагнитным пробоем и несовершенствами рабочей поверхности (неровностями, шероховатостями, острыми кромками, межкристаллическими границами, дислокациями и др.), плохой теплопроводностью сверхпроводников, а также сопротивлением

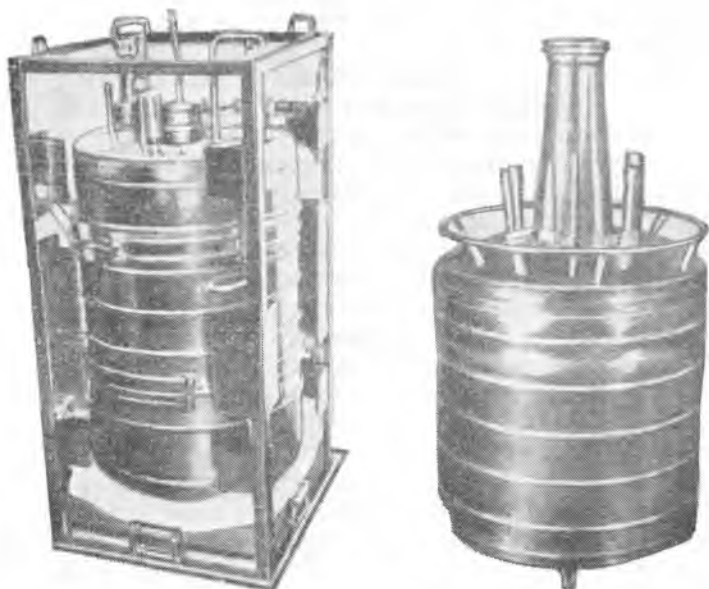


Рис. 6.11. Виброустойчивый гелиевый криостат с азотным охлаждением (объем гелиевой емкости 120 л, объем азотной емкости 15 л, диаметр горловины 100 мм, время непрерывной работы при единоразовой заливке гелия 40 сут, высота 1200 мм, диаметр 600 мм).

Рис. 6.12. Азотно-гелиевый криостат (объем гелиевой емкости 90 л, объем азотной емкости 20 л, диаметр горловины 100 мм, время непрерывной работы при единоразовой заливке гелия 120 сут, высота 1000 мм, диаметр 600 мм).

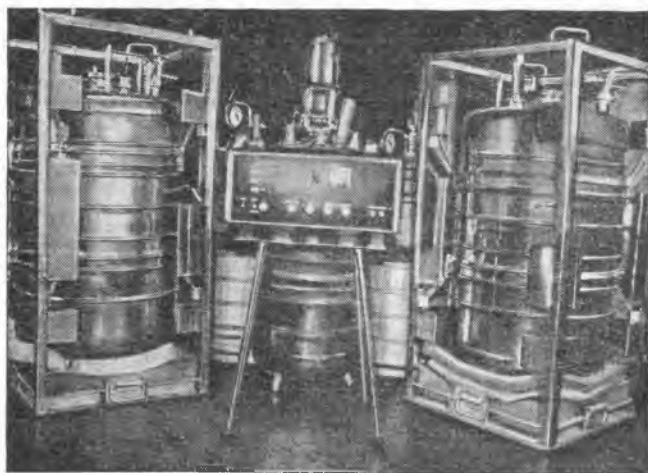


Рис. 6.13. Автономная криоэлектронная система с комплектом криогенного оборудования (время непрерывной работы с возможностью дозаправки хладагентов до 10 мес.).

Капицы [262, 263, 289]. Надежная технология, дающая возможность получить в больших СУС расчетные значения полей, пока не разработана.

Преимуществами, которыми обладает ускоритель с использованием СУС, являются большой КПД, возможность работы в квазинепрерывном и даже в непрерывном режимах, повышенный средний ток ускоренных частиц и их малый энергетический разброс. Расчетное значение энергетического разброса составляет 10^{-4} . Однако для получения всех этих преимуществ запитка действующей СУС должна производиться от СВЧ генератора с высокой стабильностью частоты и амплитуды. На стабильность температуры самой СУС очень жесткие требования не накладываются — эта величина может составлять около 0,2 К, однако жесткие требования накладываются на изменение внешнего давления, что приводит к необходимости стабилизации температуры с точностью 0,02 К при температурах 2 К. Невыполнение этих требований приводит к недопустимым по величине уходам резонансной частоты за счет изменения поверхностного реактанса и размеров самой системы [120]. Размеры СУС могут меняться также за счет пондеромоторного действия на стенки резонатора полей больших амплитуд. Этот эффект особенно опасен для СУС, которые с конструктивной точки зрения не могут обладать достаточной жесткостью (например, спиральная СУС).

Среди вопросов, касающихся разработки и дальнейшего совершенствования СУС, существенное место занимает проблема повышения рабочей температуры ускоряющей структуры. К сожалению, ниобиевые СУС эффективны только при рабочих температурах ниже 2 К, что требует больших затрат на криогенное оборудование. Увеличить рабочую температуру можно, если использовать сверхпроводящие сплавы и соединения с высокими T_c [46, 47, 120, 183, 262]. В настоящее время разработкой технологии СПР и СУС на основе сплавов занимаются фирма Siemens и Институт экспериментальной ядерной физики в Карлсруэ, где уже изготовлена сверхпроводящая структура на основе Nb_3Sn из трех секций, ускоряющее поле которой равно 2,7 МВ/м, а добротность 10^9 при 4,2 К [183].

В работе [293] обсуждены различные аспекты технологии изготовления сверхпроводящих поверхностей на основе Nb_3Sn и ниобия. Указано, что современные технологические методы позволяют получать поверхностные сопротивления 10^{-9} Ом для ниобия и 10^{-7} Ом для Nb_3Sn в достаточно сложных ускоряющих структурах. На простых моделях уже достигнут уровень критической индукции магнитного поля, что дает возможность иметь пиковую напряженность электрического поля 70 МВ/м ($f \sim 10$ ГГц). Однако все попытки достичь этого уровня на полномасштабных моделях закончились неудачно.

В Научно-исследовательском институте ядерной физики при Томском политехническом институте разрабатывается технология нанесения сплава Nb_3Sn на рабочую поверхность резонаторов.

Таблица 15

Характеристика	Ускоритель		
	обычный	сверхпроводящий идеальный	сверхпроводящий реальный
Среднее ускоряющее поле	$7 \text{ МВ} \cdot \text{м}^{-1}$	$20 \text{ МВ} \cdot \text{м}^{-1}$	$4 \text{ МВ} \cdot \text{м}^{-1}$
Максимальное электрическое поле	$25 \text{ МВ} \cdot \text{м}^{-1}$	$70 \text{ МВ} \cdot \text{м}^{-1}$ (предельная величина)	$15 \text{ МВ} \cdot \text{м}^{-1}$
Максимальное магнитное поле	—	110 мТ	20 мТ
Потери ВЧ мощности	$1 \text{ МВт} \cdot \text{м}^{-1}$ (пиковые)	$10 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-1}$	$2 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-1}$
Высокочастотное поверхностное сопротивление	$\sim 10^{-2} \text{ Ом}$	10^{-8} Ом	$\sim 5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}$
Высокочастотный КПД	$\leq 6 \%$	100 %	100 %
Длительность ВЧ импульса	$\leq 2 \text{ мкс}$	—	—

Перспективными оказались осаждение из насыщенных паров и электрохимическое осаждение из растворов [46]. Предварительные исследования на образцах показали, что поверхности из Nb_3Sn менее подвергнуты эмиссионной нагрузке, чем ниобиевые поверхности. Существует точка зрения, что применение интерметаллидов даст возможность не только повысить рабочую температуру, но и снизить эмиссионные явления в структуре. Как показали исследования, можно значительно повысить градиент электрических полей, если СУС изготовить из монокристаллического ниобия [46]. В этом случае сравнительно малый выигрыш в работе выхода электронов вызывает резкое снижение эмиссионных токов. Сверхпроводящие резонаторы и волноводы из монокристаллических сплавов [46] сочетают все преимущества, которые дает использование и монокристаллов, и сверхпроводящих сплавов, так как и монокристаллы, и сплавы обеспечивают снижение эмиссионных эффектов. В табл. 15 приведены характеристики ускорителей [293]. Как видно из таблицы, потери в стенках ускоряющих систем из нормальных металлов исчисляются мегаваттами. Высокочастотный КПД сверхпроводящих линейных ускорителей может достигать 100 %.

Конечно, получение в СУС градиентов ускоряющих полей, больших чем в существующих ускорителях, очень заманчиво и имеет несомненные перспективы. Но даже в том случае, если не удастся добиться существенного повышения градиентов и они будут сравнимы с градиентами в существующих ускорителях, применение сверхпроводимости в ускорительной технике дает ряд преимуществ, связанных с существенным улучшением КПД и параметров ускоренного пучка.

В Харьковском физико-техническом институте АН УССР была сконструирована установка для ускорения электронов в сверхпро-

водящих СВЧ структурах, выполненных из свинца [17]. При добротности свинцового резонатора $3,8 \cdot 10^7$ ($f_0 = 2,79$ ГГц, $T = 4,2$ К) на колебаниях E_{010} и выходной мощности от клистрона 40 Вт получено ускоряющее поле 9,5 МВ/м.

Спиральные структуры из меди, покрытые свинцом, были изготовлены в Калифорнийском технологическом институте [223, 224]. Используемый в качестве ускоряющей структуры линейного ускорителя тяжелых частиц спиральный резонатор с фазовой скоростью 0,045 на частоте 130 МГц позволил достичь величины ускоряющего поля 1,46 МВ/м при мощности, вводимой в резонатор, 1,5 Вт [224]. На резонаторе с расщепляющейся петлей значение ускоряющего поля достигало 2,7 МВ/м [225]. СПР, возбуждаемый на частоте 238 МГц, был изготовлен из меди со свинцовым покрытием толщиной 8 мкм, нанесенным электролитически и подвергнутым химической полировке [223]. В эксперименте использовался пучок ионов кислорода, ускоренных до энергии 36 МэВ.

Группой ученых университета Осака (Япония) исследован свинцовый СПР, используемый в сверхпроводящем ускорителе электронного микроскопа [394]. При использовании одиночного резонатора ($f_0 = 3,8$ ГГц, собственная добротность $1 \cdot 10^7$ при 2,3 К, тип колебаний TM_{010} , входная мощность 0,5 Вт) максимальное приращение энергии электронов составило 20 кэВ. Этой же группой разработан сверхпроводящий ускоритель электронов для использования в электронном микроскопе [395]. Пятисекционный свинцовый резонатор ускорителя (его добротность $5 \cdot 10^7$) работал в режиме стоячей волны на частоте 4 ГГц. При энергии инжекции электронов 50 кэВ и максимальном аксиальном поле 2 МВ/м энергия увеличивалась на 50 кэВ (вводимая мощность 0,5 Вт).

Созданием СУС в США занимались в лаборатории физики высоких энергий Стэнфордского университета и в Стэнфордском центре линейных ускорителей [174, 209, 331, 415, 419]. Здесь впервые была испытана ускоряющая структура, содержащая 19 ячеек, с собственной добротностью $2,5 \cdot 10^8$ при $T = 2$ К. При помощи этой структуры энергия электронного пучка составила 6 МэВ [415]. Это позволило начать работу по проектированию сверхпроводящего линейного ускорителя электронов на 2 ГэВ [385]. Предполагаемая длина ускоряющей структуры 150 м, рабочая частота 1,3 ГГц, рабочая температура 1,85 К. Одновременно в Стэнфордском центре линейных ускорителей реконструировался двухмильный ускоритель с заменой структуры на сверхпроводящую. В результате энергия пучка должна увеличиться в пять раз и достичь 100 ГэВ. Предполагалось также увеличить длительность импульса [331].

В лаборатории физики высоких энергий Стэнфордского университета было испытано несколько ниобиевых СУС длиной 6 м ($f_0 = 1300$ МГц), которые являются основными секциями Стэнфордского сверхпроводящего ускорителя [407]. В этих СУС градиенты энергии достигали 3,8 МэВ/м, а собственные добротности —

Устройство	Разра- ботчик	Место изго- товле- ния СУС	С какого года ра- ботает	Рабо- чая час- тота, МГц	Рабо- чая темпе- ратура, К	Напря- же- ность ускоря- ющего поля, МВ/м	Примечание
Рециклотрон (электронный линейный ус- коритель с рециркуляци- ей)	HEPL	HEPL	1973	1300	1,8	2—3	HEPL, лаборатория физики высоких энергий Стен- фордского уни- верситета (США)
Микротрон (MUSL-2)	Илли- нойский универ- ситет	HEPL	1975	1300	1,8	2,3	CERN, Европей- ский центр ядерных иссле- дований (Жене- ва, Швейцария)
ВЧ сепаратор	CERN	KFK	1978	2900	1,8	1,2 (откло- няющее поле)	KFK, Центр ядер- ных исследова- ний (Карлсруэ, ФРГ)
Прототип про- тонного ли- нейного уско- рителя	KFK	KFK	1978	90/ 720	1,8	1—2	CEN, Центр ядерных иссле- дований (Сакле, Франция) ANL, Аргоннская национальная лаборатория (США)
Группирователь тяжелых ионов	CEN	KFK	1979	108	4,2	2,3	Иллинойский уни- верситет (США)
Ускоритель тя- желых ионов (ATLAS)	ANL	ANL	В про- цессе разра- ботки с 1979 г.	97	1,8	3—4	Университет в Вуппертале (ФРГ)
Прототип линей- ного ускоре- теля электро- нов	Универ- ситет в Вуп- пертале	Вуп- пер- таль	То же	8000	1,8	3,6	

$6,9 \cdot 10^9$. Измерения проводились при градиенте энергии 3,0 МэВ/м и температуре 1,9 К. Ускорение пучка электронов достигнуто при токе до 500 мкА.

В Стэнфордском и Иллинойском университетах разработаны проекты микротронов с использованиями СУС на 200 и 600 МэВ [361, 387, 416]. Предполагается, что в ускорителе на 200 МэВ непрерывно будет ускоряться средний ток 100 мкА, и высокочастотная система будет работать на частоте 1,2 ГГц. Если индукция постоянного магнитного поля микротрона около 800 мТ, то прирост энергии за один оборот ускоряемых частиц составит около

10 МэВ. Исследования, проведенные в Калифорнийском технологическом институте (США), показали, что пиковые поверхностные поля, достигаемые в сверхпроводящих ниобиевых спиральных резонаторах (30 МВ/м для электрического и 108 мТ для магнитного полей), дают возможность получить на ниобиевых спиральных резонаторах ускоряющие поля выше 4 МВ/м [224].

СУС можно использовать и для ускорения протонов и ионов. Наиболее известен проект ускорителя, разработанный в Институте экспериментальной ядерной физики (Карлсруэ, ФРГ). Планируется создание ускорителя, который позволит ускорять ионы до энергий 1 ГэВ на первом этапе и 7 ГэВ на втором. Предполагаемая длина ускорителя 1,3 км, а средний ток протонов 100 мкА. В настоящее время разрабатывается спиральная ускоряющая система длиной 1 м для ускорения тяжелых ионов, работающая на частоте 108,48 МГц. У поверхности спирали амплитуда ускоряющего поля равна 16 МВ/м, что соответствует эффективному ускоряющему полю 2,3 МВ/м. Аналогичные исследования на отдельных сверхпроводящих спиральных системах примерно того же диапазона проводят в Аргоннской национальной лаборатории (США) [47].

Одна из важных областей использования СУС — сепарация частиц. Высокочастотные сепараторы разрабатывают в Стэнфордском университете, в Объединенном институте ядерных исследований АН СССР и в Европейском центре ядерных исследований [47]. Так, в Европейском центре ядерных исследований такой сепаратор разрабатывают в связи с сооружением протонного синхротрона на 150—300 ГэВ. Наиболее известен проект сверхпроводящего высокочастотного сепаратора, разрабатываемый в Карлсруэ. Он предназначен для сепарации вторичных частиц, получаемых при помощи пучка протонов с энергией 200—300 ГэВ [47]. В табл. 16 приведены характеристики действующих и сооружаемых ускорителей со сверхпроводящими магнитами и резонаторами [212].

Приложение 1

РАЗЛОЖЕНИЕ ВЕЛИЧИН R И X

ПО ПАРАМЕТРУ $\alpha = \frac{3}{2} l^2 / \delta_{\text{кл}}^2$

ПРИ АНОМАЛЬНОМ СКИН-ЭФФЕКТЕ

Для зеркального отражения ($p=1$)

$$\begin{aligned} \frac{R_s}{\omega \mu_0 l} &\approx 0,61237 \alpha^{-1/2} - 0,0817 \alpha^{1/2} + 0,1667 \alpha - 0,1563 \alpha^{3/2} + 0,2698 \alpha^{5/2} - \\ &- 0,5040 \alpha^3 + 0,4729 \alpha^{7/2} [-0,843 \alpha^{9/2} + 1,6 \alpha^5 + \dots] \approx 0,38491 (\pi \alpha)^{-1/3} + \\ &+ 0,56590 (\pi \alpha)^{-2/3} + (\pi \alpha)^{-1} \{0,3033 \log(\pi \alpha) + 0,0852\} - 0,1148 (\pi \alpha)^{-4/3} + \\ &+ 0,0992 (\pi \alpha)^{-5/3} + 0,1287 (\pi \alpha)^{-2} + 0,0524 (\pi \alpha)^{-7/3} + \dots, \\ \frac{X_s}{\omega \mu_0 l} &\approx 0,61237 \alpha^{-1/2} + 0,0817 \alpha^{1/2} - 0,1563 \alpha^{3/2} + 0,2901 \alpha^3 - 0,2698 \alpha^{5/2} + \\ &+ 0,4729 \alpha^{7/2} [-0,892 \alpha^4 + 0,843 \alpha^{9/2} + \dots] \approx 0,66667 (\pi \alpha)^{-1/3} + 0,32672 (\pi \alpha)^{-2/3} + \\ &+ 0,2070 (\pi \alpha)^{-1} + 0,0663 (\pi \alpha)^{-4/3} - 0,1717 (\pi \alpha)^{-5/3} + (\pi \alpha)^{-2} \{-0,1885 \times \\ &\times \log(\pi \alpha) + 0,0788\} + 0,0906 (\pi \alpha)^{-7/3} + \dots \end{aligned}$$

Для диффузного отражения электронов от поверхности ($p=0$)

$$\begin{aligned} \frac{R_d}{\omega \mu_0 l} &\approx 0,61237 \alpha^{-1/2} + 0,0530 \alpha^{1/2} - 0,0534 \alpha + 0,0332 \alpha^{3/2} + \dots \\ \dots &\approx 0,433025 (\pi \alpha)^{-1/3} + 0,2661 (\pi \alpha)^{-2/3} + 0,2020 (\pi \alpha)^{-2/3} \log(\pi \alpha) + \\ &+ 0,1242 (\pi \alpha)^{-1} + 0,2151 (\pi \alpha)^{-1} \log(\pi \alpha) + 0,0631 (\pi \alpha)^{-1} \log^2(\pi \alpha) + \dots, \\ \frac{X_d}{\omega \mu_0 l} &\approx 0,61237 \alpha^{-1/2} + 0,1875 - 0,0530 \alpha^{1/2} + 0,0332 \alpha^{3/2} - 0,0454 \alpha^2 + \dots \\ \dots &\approx 0,75000 (\pi \alpha)^{-1/3} + 0,3374 (\pi \alpha)^{-2/3} + 0,1166 (\pi \alpha)^{-2/3} \log(\pi \alpha) + \\ &+ 0,1468 (\pi \alpha)^{-1} + 0,0860 (\pi \alpha)^{-1} \log(\pi \alpha). \end{aligned}$$

Приложение 2

СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ $R/R_{\text{кл}}$ И $X/X_{\text{кл}}$

С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ РЕЛАКСАЦИИ

Для $p=1$ [357]

$$\begin{aligned} \frac{R_s}{R_{\text{кл}}} &= \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{2\alpha}{3}} \frac{\omega \tau \operatorname{Re} I - \operatorname{Im} I}{(1 + \omega^2 \tau^2) \sqrt{-\omega \tau + \sqrt{1 + (\omega \tau)^2}}} \\ \frac{X_s}{X_{\text{кл}}} &= \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{2\alpha}{3}} \frac{\operatorname{Re} I + \omega \tau \operatorname{Im} I}{(1 + \omega^2 \tau^2) \sqrt{\omega \tau + \sqrt{1 + (\omega \tau)^2}}} \end{aligned}$$

$$I = \int_0^{\infty} \frac{dt}{t^2 + \frac{i\alpha}{(1+i\omega\tau)^2} k(t)}$$

$$k(t) = 2t^{-3} \{ (1+t^2) \arctg t - t \}.$$

Для $p=0$ [228]

$$Z_A = \frac{i\omega\mu_0 l \pi}{(1+i\omega\tau)} \int_0^{\infty} \ln \left(1 + \frac{i\alpha k(t)}{(1+i\omega\tau)^2 t^2} \right) dt.$$

Приложение 3

СООТНОШЕНИЕ ДЛЯ ПРИВЕДЕННОГО ЯДРА $\bar{\Omega} = \frac{\bar{\Omega}(k, \omega)}{\bar{\Omega}(0, 0)}$
В МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Полное приведенное ядро $\bar{\Omega}$ можно представить в виде $\bar{\Omega} = \bar{\Omega}_A + \bar{\Omega}_P + \bar{\Omega}_C$ [244], где

$$\bar{\Omega}_A(k, \omega) = a \sum_{\substack{m=(2n+1)a \\ n \geq 0}} \left\{ \frac{1-m(m+i\bar{\omega}) + \sqrt{m^2+1} \sqrt{(m+i\bar{\omega})^2+1}}{\sqrt{m^2+1} \sqrt{(m+i\bar{\omega})^2+1}} \times \right. \\ \left. \times I \left(\hbar k, \frac{\sqrt{m^2+1} + \sqrt{(m+i\bar{\omega})^2+1} + \frac{\hbar v_F}{\Delta(t_{np}) l}}{\hbar v_F k / \Delta(t_{np})} \right) + \text{к. с.} \right\};$$

$$\bar{\Omega}_P(k, \omega) = \frac{1}{4} \int_1^{1+\bar{\omega}} d\tilde{\omega} \left[\text{th} \left(\frac{\Delta(t_{np})}{2k_B T} \tilde{\omega} \right) - \text{th} \left(\frac{\Delta(t_{np})}{2k_B T} (\tilde{\omega} - \bar{\omega}) \right) \right] \times \\ \times \left\{ \frac{1 + \tilde{\omega}(\tilde{\omega} - \bar{\omega}) + i \sqrt{1 - (\tilde{\omega} - \bar{\omega})^2} \sqrt{\tilde{\omega}^2 - 1}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 - 1} \sqrt{1 - (\tilde{\omega} - \bar{\omega})^2}} \times \right. \\ \left. \times I \left(\hbar k, \frac{\sqrt{1 - (\tilde{\omega} - \bar{\omega})^2} + i \sqrt{\tilde{\omega}^2 - 1} + \hbar v_{\Phi} / \Delta l}{\hbar k v_{\Phi} / \Delta(t_{np})} \right) + \text{к. с.} \right\};$$

$$\bar{\Omega}_C(k, \omega) = \frac{i}{2} \int_0^1 d\tilde{\omega} \left[\text{th} \left(\frac{\Delta(t_{np})}{2k_B T \tilde{\omega}} \right) - \text{th} \left(\frac{\Delta(t_{np})}{2k_B T} \left(\frac{1}{\tilde{\omega}} + \bar{\omega} \right) \right) \right] \times \\ \times \left\{ \frac{1 + \tilde{\omega}\bar{\omega} + \tilde{\omega}^2 + \sqrt{1 - \tilde{\omega}^2} \sqrt{(1 + \tilde{\omega}\bar{\omega})^2 - \tilde{\omega}^2}}{\sqrt{1 - \tilde{\omega}^2} \sqrt{(1 + \tilde{\omega}\bar{\omega})^2 - \tilde{\omega}^2}} \times \right. \\ \left. \times I \left(\hbar k, \frac{-i \left(\frac{1}{\tilde{\omega}} \sqrt{(1 + \tilde{\omega}\bar{\omega})^2 - \tilde{\omega}^2} - \frac{1}{\tilde{\omega}} \sqrt{1 - \tilde{\omega}^2} \right) + \hbar v_{\Phi} / \Delta(t_{np}) t}{\hbar v_{\Phi} k / \Delta(t_{np})} \right) + \right.$$

$$+ \frac{1 + \bar{\omega}\tilde{\omega} + \tilde{\omega}^2 - \sqrt{1 - \tilde{\omega}^2} \sqrt{(1 + \bar{\omega}\tilde{\omega})^2 - \tilde{\omega}^2}}{\sqrt{1 - \tilde{\omega}^2} \sqrt{(1 + \bar{\omega}\tilde{\omega})^2 - \tilde{\omega}^2}} \times$$

$$\times \operatorname{Re} I \left(\frac{\hbar k, -i \left(\frac{1}{\tilde{\omega}} \sqrt{(1 + \bar{\omega}\tilde{\omega})^2 - \tilde{\omega}^2} + \hbar v_{\Phi} / \Delta l + \frac{1}{\tilde{\omega}} \sqrt{1 - \tilde{\omega}^2} \right)}{\hbar v_{\Phi} k / \Delta(t_{np})} \right).$$

Здесь $\bar{\omega} = \hbar \omega / \Delta(T)$, $a = \pi k_B T / \Delta(T)$,

$$I(\hbar k, b) = \frac{3}{2} \frac{1}{|\hbar v_{\Phi} k / \Delta(t_{np})|} \left\{ -b + (b^2 + 1) \operatorname{arctg} \frac{1}{b} \right\}.$$

Приложение 4

ПРОГРАММА ФОРТРАН ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО СЧЕТА ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА ПО ТЕОРИИ БКШ

DIMENSION OM (3), IUM (3), AG (8), TE (8), AK (25),
 * IMS (8), EL (9), G (6), AL (25), AK2 (25), CG (5), B (5),
 * SHR (25), SHI (25), DHR (25), ID (6), DQ (6), DHI (25),
 * XQ (300), SWI (300), SWR (300), FREI (600),
 * XU (300), YU (300), ZU (300), UU (300), VU (300),
 * CU (300), XV (80), FV (80), RI (80), RR (80), BV (80),
 * VI (80), VR (80), CV (80), FS (150), BS (50), SI (150),
 * SR (150), S1 (150), S2 (150), FUR (300), BUR (300),
 * FUI (300), BUI (300), ZF (4)
 COMMON AK, AK2, PI, PK, ZF, B, CG, Q1,
 * O, OH, IK, I4, CL, CLL, ID, IQ, XQ, DQ, SWI,
 * SWR, FREI, IU, XU, DU, YU, ZU, UU, VU,
 * CU, FUR, BUR, FUI, BUI, IM, DD, XV,
 * FV, RI, RR, BV, VI, VR, CV, MS, GP, FS, SI,
 * SR, S1, S2, BS, SHR, SHI, DHR, DHI
 READ 70, LE READ 71, (EL (1), I=1, LE) READ 70, IM
 READ 72 (G (1), I=1,6) READ 73 (ID (1), I=1,6), READ 70, IK
 READ 74, (AL (1), I=1, IK) READ 70, IO READ 75, (IUM (1), I=1, IO)
 READ 76, (OM (1), I=1, IO) READ 70, IT READ 77, (IMS (1), I=1, IT)
 READ 76, (OM (1), I=1, IO) READ 70, IT READ 77, (IMS (1), I=1, IT)
 70 FORMAT (12) 71 FORMAT (E 6.4) 72 FORMAT (6E 4.2)
 73 FORMAT (6I2) 74 FORMAT (E 5.3) 75 FORMAT (13)
 76 FORMAT (E 7.5) 77 FORMAT (13) 78 FORMAT (E 6.4)
 79 FORMAT (E 4.2) 80 FORMAT (E 5.3) 81 FORMAT (2X, I2, 2X, 9E 10.
 3, 2X, I2//)
 PRINT 81, LE, EL, IM PRINT 84, G, ID, IK, (AL (1), I=1, IK)
 84 FORMAT (2X, 6E9.2, 2X, 6I2, 2X, I2, 2X, E9.2//)
 82 FORMAT (2X, I2, 2X, I4, 2X, E11.4//)
 PRINT 82, IO, (IUM (1), I=1, IO), (OM (1), I=1, IO)
 PRINT 834, IT, (IMS (1), I=1, IT), (AG (1), I=1, IT)
 834 FORMAT (4X, I4, 2X, I4, 2X, E11.4//)

```

PRINT 86, (TE (I), I=1, IT), FAC 86 FORMAT (2X, E9, 2, 2X, E10.3//)
PI=3.1415927 PK=1, OE - 19 ZF(1)=0.2 ZF(2)=3./35.
ZF(3)=1./21. ZF(4)=1./33. I4=4*IK
DO 2K=1,5 B1=K+3 B2=2*K+1 B (K)=(B2+2.)/B1
2 CG(K)=1./B2*(B2-1.)) 60 FORMAT (1H, 5E15.8)
XQ(1)=0. XQ(2)=G(1) IQ=2 DO40 N=1,5 LL=ID(N) - 1
D=ID(N)*2. ID(N)=LL XA=G(N) XZ=G(N+1)
DELT=(XZ-XA)/D DE=DELT*2. DQ(N)=DELT/3. DO39
K=1, LL XA=XA+DE XE=XA-DELT IQ=IQ+1
XQ(IQ)=XE IQ=IQ+1 39XQ(IQ)=XA XE=XZ-DELT
IQ=IQ+1 XQ(IQ)=XE IQ=IQ+1 40 XQ(IQ)=XZ
LL=ID(6)-1 D=ID(6)*2 ID(6)=LL XA=G(1)
XZ=1./G(6) DELT=(XZ-XA)/D DE=DELT*2. DQ(6)=DELT/3. IQ=
=IQ+1
XQ(IQ)=1./XA DO41 K=1, LL XA=XA+DE
XE=XA-DELT IQ=IQ+1 XQ(IQ)=1./XE IQ=IQ+1
41 XQ(IQ)=1./XA XE=XZ-DELT IQ=IQ+1
XQ(IQ)=1./XE IQ=IQ+1 XQ(IQ)=1./XZ D=IM*4
DD=PI/D DO21 N=1, IO O=OM(N) OH=O/2.
DO48 K=1, IM D=(4*(IM-K)+2) D=D*DD
48 XV(K)=1.+OH+OH*COS(D) IU=IUM(N) D=IU*4
DU=PI/D DO 50 K=1, IU D=(4*(IU-K)+2) D=D*DU
50 XU(K)=0.5*(1.+COS(D)) CALL FUNKT CL=0.
DO 10 L=1, LE CLL=EL(L) - CL CL=EL(L) CALL FELKT
DO 22 K=1, IT GP=-AG(K) / TE(K)*FAC MS=IMS(K)
CALL FSUM CALL ISUM CALL INTPOL CALL INSCH
Q1=SQRT (SWR(1)*SWR(1)+SWI(1)*SWI(1)) ON=O*AG(K)
ENP=1./SQRT(Q1)CLL=CL*AG(K)/2. PRINT 60, TE(K), AG(K),
ON, CLL, ENP DO 23 I=1, IK AK(I)=AL(I)=*ENP*AG(K)
23 AK2(I)=AK(I) AK(I) CALL HAUPT PRINT 60, (AL(I),
SHR(I), SHI(I), DHR(I), DHI(I), I=1, IK) PRINT 61
61 FFORMAT (//) 22 CONTINUE 10 CONTINUE 21 CONTINUE
STOP END

```

SUBROUTINE ISUM

```

DIMENSION AK (25), CG (5), B (5), THI (300), THR (300), SAI (300),
* SAR (300), FUR (300), BUR (300), FUI (300),
* BUI (300), XU (300), YU (300), ZU (300), UU (300),
* VU (300), CU (300), ID (6), DQ (6), XQ (300), AK2 (25),
* XV (80), FV (80), RI (80), RR (80), BV (80), VI (80),
* VR (80), CV (80), FS (150), BS (150), SI (150), SR (150),
* S1 (150), S2 (150)
COMMON AK, AK2, PI, PK, Z2, Z4, Z6, Z8, B, CG,
* Q1, O, OH, IK, I4, CL, CLL, ID, IQ, XQ, DQ, SAI,
* SAR, THI, THR, IU, XU, DU, YU, ZU, UU, VU, CU,
* FUR, BUR, FUI, BUI, IM, DD, XV, FV, RI, RR,
* BV, VI, VR, CV, MS, GP, FS, SI, SR, S1, S2, BS
DO 20 I=1, IQ SAI(I)=0. 20 SAR(I)=0.
DO 30 M=1, MS F=FS(M) D=BS(M) WU=SI(M) WO=SR(M)
CALL FTHET (F, WU, WO, D) DO 21 I=1, IQ SAR(I)=SAR(I)+SI(M)*

```

THR(1) 21 SAI(I)=SAI(I)+S2(M) THI(1) 30 CONTINUE
DO 221=1, IQ 22 SAR(I)=(SAR(I)+SAI(I))*QP RETURN
END

SUBROUTINE FTHET (F, WI, WR, AW)

DIMENSION AK (25), CG (5), B(5), FREI (600), THI (300),
* THR (300), ZF (4), ID (6), DQ (6), XQ (300), AK2 (25),
* S (4), C (4), XU (300), YU (300), ZU (300), UU (300),
* VU (300), CU (300), XV (80), FREV (560), FS (150),
* BS (150), SI (150), SR (150), S1 (150), S2 (150), FUR (300),
* BUR (300), FUI (300), BUI (300)
COMMON AK, AK2, PI, PK, ZF, B, CG, Q1, O, OH,
* IK, I4, CL, CLL, ID, IQ, XQ, DQ, FREI, THI, THR, IU,
* XU, DU, YU, ZU, UU, VU, CU, FUR, BUR, FUI, BUI,
* IM, DD, XV, FREV, MS, GP, FS, SI, SR, S1, S2, BS
SS=SIN(F) C1=cos(F) FF=F+F DO 9 L=1,4
F=F+FF S(L)=sin(F)*ZF(L) 9C(L)=cos(F)*ZF(L)
DO 20 I=1, IQ Q=XQ(I) QU=Q / AW QQ=QU*QU
IF (QU-0.2) 10, 10, 11 10F=QQ*C(4) FF=QQ*S(4)
DO 8L=1,3 K=4-L F=QQ*(C(K)-F) 8FF=QQ*(S(K)-FF)
THR(I)=(C1-F) / AW THI(I)=-(SS-FF) / AW GO TO 20
11 QQ=1./QQ FQ=0.75/(Q*Q) VI=WI/Q VR=WR/Q
AM=QQ-1 FF=0. IF (AM) 12, 13, 14 FF=PI
GO TO 14 13 AM=PK 14 AT=ATAN(VR / AM)+FF
AM=QQ+1 AL=0.5*ALOG((AM+VI) / (AM-VI))
RR=(AM-VI*VI / 2.)*Q RI=VR*WI / 2.
THR(I)=FQ*(-WR+RR*AT+RI*AL) THI(I)=FQ*
(-WI+RI AT-RR AL) 20 CONTINUE RETURN END

SUBROUTINE FTHIT (F, WI, AW)

DIMENSION AK (25), CG (5), B (5), FREI (1206),
* ZF (4), ID (6), XQ (300), AK2 (25), C (4), XU (300),
* YU (300), ZU (300), UU (300), VU (300), CU (300),
* XV (80), FREV (560), FUR (300), BUR (300), FUI (300),
* BUI (300), FS (150), SI (150), THR (300), SWR (300)
COMMON AK, AK2, PI, PK, ZF, B, CG, Q1, O, DH,
* IK, I4, CL, CLL, ID, IQ, XQ, FREI, IU, XU, DU,
* YU, ZU, UU, VU, CU, FUR, BUR, FUI, BUI,
* IM, DD, XV, FREV, MS, GP, FS, SI, THR, SWR
CI=cos(F) FF=F+F DO9L=1,4 F=F+FF
9 C(L)=cos(F)*ZF(L) DO 20 I=1, IQ Q=XQ(I)
QU=Q / AW QQ=QU*QU IF (QU-0.2) 10, 10, 11
10F=QQ*S(4) DO8L=1,3 K=4-L 8 F=QQ*(C(K)-F)
THR(I)=(CI-F) / AW GO TO 20 11 QQ=1./QQ
FQ=0.75 / (Q*Q) VI=WI / Q VR=CL / Q AM=QQ-1.
FF=0. IF(AM) 12, 13, 14 12FF=PI GO TO 14 13 AM=PK
14 AT=ATAN(VR / AM)+FF AM=QQ+1 AL=0.5 ALOG((AM+VI) /
(AM-VI)) RR=(AM-VI*VI / 2.)*Q
RI=VR*WI / 2. THR(I)=FQ*(-CL+RR*AT+RI*AL)
20 CONTINUE RETURN END
SUBROUTINE HAUPT

DIMENSION AK (25), CG (5), B (5), SHR (25), SHI (25),
 * DHR (25), DHI (25), ID (6), DQ (6), XQ (300), AK2 (25),
 * XU (300), YU (300), ZU (300), UU (300), VU (300), CU (300),
 * XV (80), FV (80), RI (80), RR (80), BV (80), VI (80),
 * VR (80), CV (80), FS (150), SI (150), SR (150), S1 (150),
 * S2 (150), BS (50), SE (100), SA (100), SH (100),
 * GS (100), FREI (800), FUR (300), BUR (300),
 * FUI (300), BUI (300).

COMMON AK, AK2, PI, PK, Z2, Z4, Z6, Z8, B, CG,
 * Q1, O, OH, IK, I4, CL, CLL, ID, IQ, XQ, DQ, FREI,
 * SE, SA, SH, GS, IU, XU, DU, YU, ZU, UU, VU, CU,
 * FUR, BUR, FUI, BUI, IM, DD,
 * XV, FV, RI, RR, BV, VI, VR, CV, MS, GP, FS,
 * SI, SR, S1, S2, BS, SHR, SHI, DNR, DHI
 M=1 I=2 CALL INTQ (II, M) DQ 20 I=1, 14
 20 SH(I)=XQ(2)*GS(I) DO 40 J=1, 6
 IX (J-6) 11, 10, 10 10 M=2 CALL INTQ (II, M)
 DO 19 I=1, 14, 19 SH(I)=SH(I)+XQ(2)*GS(I)
 11 DO 21 I=1, 14 SE(I)=0. 21 SA(I)=0.5*GS(I)
 LL=ID(J) DO 39 K=1, LL CALL INTQ (II, M) DO 22
 I=1, 14 22 SE(I)=SE(I)+GS(I) CALL INTQ (II, M)
 DO 23 I=1, 14 23 SA(I)=SA(I)+GS(I) 39 CONTINUE
 CALL INTQ (II, M) DO 24 I=1, 14 24 SE(I)=SE(I)+GS(I)
 CALL INTQ (II, M) DO 25 I=1, 14
 25 SH(I)=SH(I)+DQ(J)*(4.*SE(I)+(2.*SA(I)+CS(I)))
 40 CONTINUE
 DO 26 I=1, IK A=2./PI*AK(I) SHR(I)=A*SH(I)
 K=IK+I SHI(I)=-A*SH(K) K=K+IK DR=SH(K)+2.*
 XQ(2) K=K+IK DI=SH(K)
 A=2./A/(DR*DR+DI*DI) DHR(I)=A*DR 26
 DHI(I)=-A*DI RETURN END

SUBROUTINE INTQ (L, M)

DIMENSION AK (25), CG (5), B (5), SWI (300), SWR (300),
 * G1 (100), FREI (500), AK2 (25), XU (300), YU (300), UU (300),
 * VU (300), CU (300), ID (6), DQ (6), XQ (300), XV (80), FV (80),
 * RI (80), RV (80), BV (80), VI (80), VR (80), CV (80), FS (150),
 * BS (150), SI (150), SR (150), S1 (150), S2 (150), FUR (300),
 * BUR (300), FUI (300), BUI (300), ZU (300)
 COMMON AK, AK2, PI, PK, Z2, Z4, Z6, Z8, B, CG, Q1, O, OH, IK,
 * I4, CL, CLL, ID, IQ, XQ, DQ, SWI, SWR, FREI, G1, IU,
 * XU, DU, YU, ZU, UU, VU, CU, FUR, BUR, FUI, BUI, IM, DD, XV,
 * FV, RI, RV, BV, VI, VR, CV, MS, GP, FS, SI, SR, S1, S2, BS
 GR=SWR(L)/Q1 GI=SWI(L)/Q1 X2=XQ(L)*XQ(L)
 GO TO (10, 11), M 10 G I2=GI*GI DO 20 I=1, IK
 XA=X2*AK2(I) RR=XA+GR RN=RR*RR+GI2 G1 (I)=RR/RN
 K=IK+I G1(K)=GI/RN
 RN=1.+GR/XA QI=GI/RR RN=RN*SQRT(1.+QI*QI)
 K=K+IK G1(K)=ALOG (RN) K=K+K
 20 G1(K)=ATAN(QI) GO TO 9 11 Q2=1./X2 GI=Q2*GI

```

G12=GI*GI GR=Q2*GR DO 21 I=1, IK RR=AK2(I)+GR
RN=RR*RR+G12 G1(I)=RR / RN K=IK+I G1(K)=GI / RN
RN=1. +GR / AK2 (I) QI=GI / RR RN=RN*SQRT (1.+QI*QI)
K=K+IK G1 (K)=X2*ALOG(RN) K=K+IK 21 G1(K)=X2*ATAN(QI)9L=
=L+1 RETURN END

```

SUBROUTINE FELKT

```

DIMENSION AK (25), AK2 (25), CG (5), B (5),
* FREI (1200), ID (6), IQ (6), XQ (300), XU (300), YU (300),
* ZU (300), UU (300), VU (300), CU (300), XV (80), FV (80),
* RI (80), RR (80), BV (80), VI (80), VR (80), CV (80),
* FS (150), BS (150), SI (150), SR (150), S1 (150),
* S2 (150), FUR (300), BUR (300), FUI (300), BUI (300)
COMMON AK, AK2, PI, PK, Z2, Z4, Z6, Z8, B,
* CG, Q1, O, OH, IK, I4, CL, CLL, ID, IQ, XQ, DQ,
* FREI, IU, XU, DU, YU, ZU, UU, VU, CU, FUR, BUR,
* FUI, BUI, IM, DD, XV, FV, RI, RR, BV, VI, VR, CV,
* MS, GP, PS, SI, SR, S1, S2, BS DO 10 I=1, IM
RR(I)=RR(I)+CLL FV(I)=ATAN(RI(I) / RR(I))
10 BV(I)=SORT(RR(I)*RR(I)+RI(I)*RI(I))*0.5
CLL=CL*CL DO 20 I=1, IU FUR(I)=ATAN(YU(I) / CL)
FUI(I)=ATAN(ZU(I) / CL) BUR(I)=0.5*SQRT(YU(I)*
YU(I)+CLL) 20 BUI(I)=0.5*SQRT(ZU(I)*ZU(I)+CLL)
RETURN END

```

SUBROUTINE FUNKT

```

DIMENSION AK (25), CG (5), B (5), FREI (1200), ID (6), DQ (6),
XQ (300), AK2 (25), XU (300), YU (300), ZU (300), UU (300), VU (300),
* CU (300), XV (80), FV (80), RI (80), RR (80), BV (80), VI (80), VR (80),
* CV (80), FS (150), BS (150), SI (150), SR (150), S1 (150), S2 (150),
* FUR (300), BUR (300), FUI (300), BUI (300)
COMMON AK, AK2, PI, PK, Z2, Z4, Z6, Z8, B, CG, Q1, O, OH,
* IK, I4, CL, CLL, ID, IQ, XQ, DQ, FREL IU, XU, DU, YU,
* ZU, UU, VU, CU, FUR,
* BUR, FUI, BUI, IM, DD, XV, FV,
* RI, RR, BV, VI, VR, CV, MS, GP, FS, SI, SR, S1, S2, BS
DO 20 I=1, IU U=XU(I) UP=U+1. UM=1.-U
US=UP*UM WU=SQRT(US) UO=U*O WO=SQRT(US+UO*(2.+UO))
UP=U*SQRT(U*UP) UZ=UO / US IF(UZ-.015) 9, 9, 8
9 UZ=UZ*(2.+UO)/2. UM=(1.-B(5)*UZ)*UZ DO 7 L=1, 4
K=5-L 7 UM=(1.-UM*B(K))*UZ WZ=UZ*(1.-0.5)*UZ*
(1.-UM)*WU GO TG 6 8 WZ=WO-WU 6 YU(I)=WZ/U
ZU(I)=(WO+WU) / U UZ=UP*WO WO=WU*WO
US=U*U+1.+UO UU(I)=(US+WO) / UZ 20 VU(I)=
=(US-WO) / UZ DO 21 I=1, IM U=XV(I) UM=U-1. UP=U+1.
RI(I)=SQRT(UM*UP) US=-UM+O UZ=UP-O RR(I)=SQRT
(US*UZ) VI(I)=SQRT(UM*US) 21 VR(I)=(1.+U*(U-G))/SQRT
(UP*UZ) RETURN END

```

SUBROUTINE FSUM

```

DIMENSION AK (25), CG (5), Z (5), FREI (1200), ID (6), DQ (6),
* XQ (300), AK2 (25), XU (300), YU (300), ZU (300), UU (300),

```

```

* VU (300), CU (300), XV (80), FV (80), RI (80), RR (80), BV (80),
* VI (80), VR (80), CV (80), FS (150), BS (150), SI (150), SR (150),
* S1 (150), S2 (150), FUR (300),
* BUR (300), FUI (300), BUI (300)
COMMON AK, AK2, PI, PK, Z2, Z4, Z6, Z8, Z, CG, Q1, O, OH, IK,
* I4, CL, CLL, ID, IQ, XQ, DQ, FREI, IU, XU, DU, YU, ZU, UU,
* VU, CU, FUR, BUR, FUI, BUI, IM, DD, XV, FV, RI, RR, BV, VI, VR, CV,
* MS, GP, FS, SI, SR, S1, S2, BSOU=GP*OCO=-OU/2.
IF (GO-0.2) 10, 10, 9 10 GU=GO*GO T1=GO*(1.+CG(1)*
GU*(1.+CG(2)*GU*(1.+CG(3)*GU*(1.+CG(4)*GU*(1.+CG(5)*
GU)))))*4.*EXP(-GO) GO TO 7 9 T1=(1.-EXR(OU)) 2.
7 DO 20 I=1, IU U=GP/XU(I) IF ((ABS(U)).GT. 113.66) GO
TO 1 GU=EXP(U) GO=EXP(U+OU) GO TO 20 1 GU=0.0
GO=0.020 CU(I)=GU/((1.+GU)*(1.+GO))* T1 DO
21 I=1, IM U=GP*XV(I) GU=EXP(U) GO=EXP(U-OU)
21 CV(I)=GO/((1.+GU)*(1.+GO))*T1
GP=-PI/GP GO=O*2. OU=O*O DO 22 I=1, MS
B=2*(MS-1)+1 B=B*GP GS=GO*B U=B*B+1.
GU=U-OU B=0. IF(GU) 11, 12, 13, I1B=PI GO TO 13
12GU=PK 13F=0.5*(ATAN(GS/GU)+B)S=SIN(F)
C=COS(F) F=(GU*GU+GS*GS)**0.25 B=SQRT(U)
UI=F*S UR=B+F*C+CL FS(I)=ATAN(UI/UR)F=F*B
BS(I)=SQRT(UI*UI+UR*UR)*0.5 SI(I)=UI SR(I)=UR
U=2.-U GS=GS/2. S1(I)=((U*C+F)-S*GS)/F 22 S2(I)=
=(U*S+C*GS)/F RETURN END
SUBROUTINE INSCH
DIMENSION AK (25), CG (5), B (5), SWI (300), SAR (300),
* FS (150), SI (150), TH (300), SWR (300), THR (300), THI (300),
* XU (300), YU (300), ZU (300), UU (300), VU (300), CU (300),
* ID (6), DQ (6), XQ (300), AK2 (25), XV (80), XV (80), RI (80),
* RR (80), BV (80), VI (80), VR (80), CV (80), FUR (300), BUR (300),
* FUI (300), BUI (300)
COMMON AK, AK2, PI, PK, Z2, Z4, Z6, Z8, B, CG, Q1, O,
* OH, IK, I4, CL, CLL, ID, IQ, XQ, DQ, SWI, SAR, THI, THR,
* IU, XU, DU, YU, ZU, UU, VU, CU, FUR, BUR, FUI, BUI, IM,
* DD, XV, FV, RI, RR, BV, VI, VR, CV, MS, GP, FS, SI, TH, SWR,
DO 20 I=1, IQ SWI(I)=0.20 SWR(I)=0. DO 30 M=1, IU
F=-FUR(M) D=BUR(M) WU=-YU(M) CALL FTHET (F, WU, CL, D)
F=FUR(M) D=BUI(M) WU=-ZU(M) CALL FTHIT (F, WU, D)
DO 21 I=1, IQ SWI(I)=SWI(I)+CU(M)*(THR(I)*
UU(M)+TH(I)*VU(M) 21 SWR(I)=SWR(I)+CU(M)*
THI(I)*UU(M) 30 CONTINUE DO 22 I=1, IQ
SWI(I)=SWI(I)*DU 22 SAR(I)=SAR(I)+SWR(I)*
DU RETURN END
SUBROUTINE INTPOL
DIMENSION AK(25), CG(5), B(5), SWR(300), SAI(300), SAR((300),
* THI(300), THR(300), XU(300), YU(300), ZU(300), UU(300), VU(300),
* CU(300), ID(6), DQ(6), XQ(300), AK2(25), XV(80), FV(80), RI(80),
* RR(80), BV(80), VI(80), VR(80), CV(80), FS(150), SI(150), SR(150),

```

```

* S1(150), FUR(300), BUR(300), FUI(300), BUI(300)
COMMON AK, AK2, PI, PK, Z2, Z4, Z6, Z8, B, CG, Q1, O, OH, IK,
* I4, CL, CLL, ID, IQ, XQ, DQ, SAI, SWR, THI, THR, IU, XU,
* DU, YU, ZU, UU, VU, CU, FUR, BUR, FUI, BUI, IM, DD, XV, FV, RI,
* RR, BV, VI, VR, CV, MS, GP, FS, SI, SR, S1, SAR
DO 20 I=1, IQ SAI(I)=0. 20 SAR(I)=0. DO 30 M=1, IM
F=FV(M) D=BV(M) WU=RI(M) WO=RR(M) CALL FTHET
(F, WU, WO, D) DO 21 I=1, IQ SAR(I)=SAR(I) + VR(M)
THR(I) + CV(M) 21 SAI(I)=SAI(I) + VI(M)*THI(I)*CV(M)
30 CONTINUE DO 22 I=1, IQ 22 SWR(I)=SWR(I) + (SAR(I)-SAI(I))*
DD RETURN END

```

Применяемые в программе исходные данные имеют следующие значения:

$$EL(I) = \frac{\hbar \omega \Phi}{l \Delta(t_{\text{пр}})}, \quad AL(I) = \gamma(0, \infty) = \frac{\delta_L(0, \infty)}{\xi_F(0, \infty)}, \quad OM(I) = \frac{\hbar \omega}{\Delta(t_{\text{пр}})},$$

$$AG(I) = \frac{\Delta(T)}{\Delta(0)}, \quad TE(I) = T/T_K,$$

IMS(I) — количество членов в сумме Ω_A (см. приложение 3); IUM(I) — количество точек разбиения интервала $0-1$ по $\tilde{\omega}$ в интервале для Ω_C (в зависимости от значения $\tilde{\omega} = \frac{\hbar \omega}{\Delta(t_{\text{пр}})}$). Вводятся величины: IM — число внутренних точек разбиения интервала от 1 до $1 + \tilde{\omega}$ в интеграле для Ω_P , $FAK = \frac{\Delta(0)}{k_B T_K}$. Интегрирование по передачам импульсов производилось после замены переменной в (2.64), (2.65) на $X\Omega(I) = \frac{v_\Phi \hbar k}{2\Delta(t_{\text{пр}})}$ по правилу Симсона.

Численное интегрирование проводилось с постоянным распределением опорных интервалов. Распределение опорных интервалов задается G(I) с ID(I) опорными точками. Выходные данные в программе соответствуют следующим величинам:

$$TE = T/T_K; \quad AG = \Delta(T)/\Delta(0); \quad ON = \frac{\hbar \omega}{\Delta(0)}; \quad CLL = \frac{\xi_F(0, \infty)}{l};$$

$$ENP = \frac{|\delta_{k,l}(t_{\text{пр}}, l, \omega)|}{\lambda_L(0, \infty)}; \quad AL = \gamma(0, \infty); \quad SHR = \frac{\delta_{13}(t_{\text{пр}}, l, \omega)}{|\delta_{k,l}(t_{\text{пр}}, l, \omega)|};$$

$$SHI = \frac{R_{c,z}(t_{\text{пр}}, l, \omega)}{\omega \mu_0 |\delta_{k,l}(t_{\text{пр}}, l, \omega)|}; \quad DHR = \frac{\delta_{1d}(t_{\text{пр}}, l, \omega)}{|\delta_{k,l}(t_{\text{пр}}, l, \omega)|};$$

$$DHI = \frac{R_{c,d}(t_{\text{пр}}, l, \omega)}{\omega \mu_0 |\delta_{k,l}(t_{\text{пр}}, l, \omega)|},$$

где $\delta_{k,l}(t_{\text{пр}}, l, \omega) = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \Omega(0, \omega)}}$. Величина $\delta_{k,l}$ представляет комплексную глубину проникновения при условии локальной связи тока и поля. Метки в программе выделены полужирным шрифтом.

Приложение 5

ЗНАЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ $R/\omega \mu_0 \lambda(0)$ ДЛЯ ДИФфуЗНОГО И ЗЕРКАЛЬНОГО ОТРАЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ОТ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ПАРАМЕТРОВ

$\gamma(0, \infty)$	Зеркальное			Диффузное		
	0	0,5	1	0	0,5	1

$$t_{np} = 0,2, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,9999, \hbar\omega/\Delta(0) = 9,999 \cdot 10^{-3}$$

0,8	$1,13 \cdot 10^{-4}$	$5,87 \cdot 10^{-5}$	$4,88 \cdot 10^{-5}$	$9,02 \cdot 10^{-5}$	$5,22 \cdot 10^{-5}$	$4,54 \cdot 10^{-5}$
0,7	$1,06 \cdot 10^{-4}$	$5,74 \cdot 10^{-5}$	$4,83 \cdot 10^{-5}$	$8,57 \cdot 10^{-5}$	$5,11 \cdot 10^{-5}$	$4,49 \cdot 10^{-5}$
0,6	$9,82 \cdot 10^{-5}$	$5,57 \cdot 10^{-5}$	$4,76 \cdot 10^{-5}$	$8,08 \cdot 10^{-5}$	$4,98 \cdot 10^{-5}$	$4,42 \cdot 10^{-5}$
0,5	$8,95 \cdot 10^{-5}$	$5,37 \cdot 10^{-5}$	$4,67 \cdot 10^{-5}$	$7,56 \cdot 10^{-5}$	$4,83 \cdot 10^{-5}$	$4,34 \cdot 10^{-5}$
0,4	$7,98 \cdot 10^{-5}$	$5,11 \cdot 10^{-5}$	$4,55 \cdot 10^{-5}$	$6,99 \cdot 10^{-5}$	$4,66 \cdot 10^{-5}$	$4,25 \cdot 10^{-5}$
0,3	$6,90 \cdot 10^{-5}$	$4,77 \cdot 10^{-5}$	$4,36 \cdot 10^{-5}$	$6,36 \cdot 10^{-5}$	$4,44 \cdot 10^{-5}$	$4,12 \cdot 10^{-5}$
0,2	$5,66 \cdot 10^{-5}$	$4,3 \cdot 10^{-5}$	$4,09 \cdot 10^{-5}$	$5,64 \cdot 10^{-5}$	$4,18 \cdot 10^{-5}$	$3,96 \cdot 10^{-5}$
0,1	$4,23 \cdot 10^{-5}$	$3,65 \cdot 10^{-5}$	$3,63 \cdot 10^{-5}$	$4,82 \cdot 10^{-5}$	$3,87 \cdot 10^{-5}$	$3,75 \cdot 10^{-5}$
0,06	$3,61 \cdot 10^{-5}$	$3,33 \cdot 10^{-5}$	$3,37 \cdot 10^{-5}$	$4,46 \cdot 10^{-5}$	$3,75 \cdot 10^{-5}$	$3,68 \cdot 10^{-5}$
0,01	$3,25 \cdot 10^{-5}$	$3,26 \cdot 10^{-5}$	$3,33 \cdot 10^{-5}$	$4,38 \cdot 10^{-5}$	$4,08 \cdot 10^{-5}$	$4,07 \cdot 10^{-5}$

$$t_{np} = 0,3, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,9971, \hbar\omega/\Delta(0) = 9,971 \cdot 10^{-3}$$

0,8	$1,65 \cdot 10^{-3}$	$8,33 \cdot 10^{-4}$	$6,94 \cdot 10^{-4}$	$1,31 \cdot 10^{-3}$	$7,41 \cdot 10^{-4}$	$6,46 \cdot 10^{-4}$
0,7	$1,55 \cdot 10^{-3}$	$8,14 \cdot 10^{-4}$	$6,87 \cdot 10^{-4}$	$1,24 \cdot 10^{-3}$	$7,25 \cdot 10^{-4}$	$6,38 \cdot 10^{-4}$
0,6	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$7,91 \cdot 10^{-4}$	$6,78 \cdot 10^{-4}$	$1,17 \cdot 10^{-3}$	$7,08 \cdot 10^{-4}$	$6,29 \cdot 10^{-4}$
0,5	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$7,62 \cdot 10^{-4}$	$6,65 \cdot 10^{-4}$	$1,09 \cdot 10^{-3}$	$6,87 \cdot 10^{-4}$	$6,18 \cdot 10^{-4}$
0,4	$1,16 \cdot 10^{-3}$	$7,26 \cdot 10^{-4}$	$6,47 \cdot 10^{-4}$	$1,01 \cdot 10^{-3}$	$6,62 \cdot 10^{-4}$	$6,04 \cdot 10^{-4}$
0,3	$9,98 \cdot 10^{-4}$	$6,78 \cdot 10^{-4}$	$6,21 \cdot 10^{-4}$	$9,17 \cdot 10^{-4}$	$6,32 \cdot 10^{-4}$	$5,87 \cdot 10^{-4}$
0,2	$8,17 \cdot 10^{-4}$	$6,12 \cdot 10^{-4}$	$5,82 \cdot 10^{-4}$	$8,13 \cdot 10^{-4}$	$5,95 \cdot 10^{-4}$	$5,63 \cdot 10^{-4}$
0,1	$6,08 \cdot 10^{-4}$	$5,2 \cdot 10^{-4}$	$5,17 \cdot 10^{-4}$	$6,92 \cdot 10^{-4}$	$5,5 \cdot 10^{-4}$	$5,34 \cdot 10^{-4}$
0,06	$5,18 \cdot 10^{-4}$	$4,74 \cdot 10^{-4}$	$4,81 \cdot 10^{-4}$	$6,39 \cdot 10^{-4}$	$5,33 \cdot 10^{-4}$	$5,23 \cdot 10^{-4}$
0,01	$4,62 \cdot 10^{-4}$	$4,63 \cdot 10^{-4}$	$4,73 \cdot 10^{-4}$	$6,24 \cdot 10^{-4}$	$5,8 \cdot 10^{-4}$	$5,79 \cdot 10^{-4}$

$$t_{np} = 0,6, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,9070, \hbar\omega/\Delta(0) = 5,442 \cdot 10^{-2}$$

0,8	$6,01 \cdot 10^{-2}$	$4,86 \cdot 10^{-2}$	$4,15 \cdot 10^{-2}$	$5,32 \cdot 10^{-2}$	$4,35 \cdot 10^{-2}$	$3,85 \cdot 10^{-2}$
0,7	$5,83 \cdot 10^{-2}$	$4,77 \cdot 10^{-2}$	$4,11 \cdot 10^{-2}$	$5,18 \cdot 10^{-2}$	$4,27 \cdot 10^{-2}$	$3,81 \cdot 10^{-2}$
0,6	$5,6 \cdot 10^{-2}$	$4,65 \cdot 10^{-2}$	$4,05 \cdot 10^{-2}$	$5,01 \cdot 10^{-2}$	$4,17 \cdot 10^{-2}$	$3,75 \cdot 10^{-2}$
0,5	$5,33 \cdot 10^{-2}$	$4,50 \cdot 10^{-2}$	$3,98 \cdot 10^{-2}$	$4,81 \cdot 10^{-2}$	$4,06 \cdot 10^{-2}$	$3,69 \cdot 10^{-2}$
0,4	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$4,31 \cdot 10^{-2}$	$3,88 \cdot 10^{-2}$	$4,58 \cdot 10^{-2}$	$3,92 \cdot 10^{-2}$	$3,6 \cdot 10^{-2}$
0,3	$4,53 \cdot 10^{-2}$	$4,05 \cdot 10^{-2}$	$3,73 \cdot 10^{-2}$	$4,30 \cdot 10^{-2}$	$3,75 \cdot 10^{-2}$	$3,50 \cdot 10^{-2}$
0,2	$3,95 \cdot 10^{-2}$	$3,67 \cdot 10^{-2}$	$3,5 \cdot 10^{-2}$	$3,95 \cdot 10^{-2}$	$3,53 \cdot 10^{-2}$	$3,35 \cdot 10^{-2}$
0,1	$3,18 \cdot 10^{-2}$	$3,12 \cdot 10^{-2}$	$3,09 \cdot 10^{-2}$	$3,52 \cdot 10^{-2}$	$3,24 \cdot 10^{-2}$	$3,15 \cdot 10^{-2}$
0,06	$2,81 \cdot 10^{-2}$	$2,82 \cdot 10^{-2}$	$2,85 \cdot 10^{-2}$	$3,33 \cdot 10^{-2}$	$3,12 \cdot 10^{-2}$	$3,07 \cdot 10^{-2}$
0,01	$2,6 \cdot 10^{-2}$	$2,65 \cdot 10^{-2}$	$2,71 \cdot 10^{-2}$	$3,4 \cdot 10^{-2}$	$3,32 \cdot 10^{-2}$	$3,31 \cdot 10^{-2}$

$\gamma (0, \infty)$	Зеркальное			Диффузное		
	0	0,5	1	0	0,5	1

$$t_{np} = 0,7, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,8288, \hbar\omega/\Delta(0) = 4,973 \cdot 10^{-2}$$

0,8	$1,07 \cdot 10^{-1}$	$9,03 \cdot 10^{-2}$	$7,64 \cdot 10^{-2}$	$9,62 \cdot 10^{-2}$	$8,06 \cdot 10^{-2}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$
0,7	$1,04 \cdot 10^{-1}$	$8,86 \cdot 10^{-2}$	$7,56 \cdot 10^{-2}$	$9,38 \cdot 10^{-2}$	$7,9 \cdot 10^{-2}$	$6,98 \cdot 10^{-2}$
0,6	$1,01 \cdot 10^{-1}$	$8,65 \cdot 10^{-2}$	$7,46 \cdot 10^{-2}$	$9,1 \cdot 10^{-2}$	$7,72 \cdot 10^{-2}$	$6,88 \cdot 10^{-2}$
0,5	$9,6 \cdot 10^{-2}$	$8,37 \cdot 10^{-2}$	$7,33 \cdot 10^{-2}$	$8,7 \cdot 10^{-2}$	$7,5 \cdot 10^{-2}$	$6,75 \cdot 10^{-2}$
0,4	$9,01 \cdot 10^{-2}$	$8,01 \cdot 10^{-2}$	$7,14 \cdot 10^{-2}$	$8,35 \cdot 10^{-2}$	$7,23 \cdot 10^{-2}$	$6,59 \cdot 10^{-2}$
0,3	$8,26 \cdot 10^{-2}$	$7,51 \cdot 10^{-2}$	$6,86 \cdot 10^{-2}$	$7,85 \cdot 10^{-2}$	$6,89 \cdot 10^{-2}$	$6,37 \cdot 10^{-2}$
0,2	$7,22 \cdot 10^{-2}$	$6,8 \cdot 10^{-2}$	$6,41 \cdot 10^{-2}$	$7,21 \cdot 10^{-2}$	$6,46 \cdot 10^{-2}$	$6,08 \cdot 10^{-2}$
0,1	$5,8 \cdot 10^{-2}$	$5,72 \cdot 10^{-2}$	$5,63 \cdot 10^{-2}$	$6,38 \cdot 10^{-2}$	$5,81 \cdot 10^{-2}$	$5,67 \cdot 10^{-2}$
0,06	$5,09 \cdot 10^{-2}$	$5,12 \cdot 10^{-2}$	$5,15 \cdot 10^{-2}$	$5,99 \cdot 10^{-2}$	$5,62 \cdot 10^{-2}$	$5,48 \cdot 10^{-2}$
0,01	$4,55 \cdot 10^{-2}$	$4,6 \cdot 10^{-2}$	$4,72 \cdot 10^{-2}$	$5,96 \cdot 10^{-2}$	$5,81 \cdot 10^{-2}$	$5,77 \cdot 10^{-2}$

$$t_{np} = 0,4, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,9850, \hbar\omega/\Delta(0) = 9,850 \cdot 10^{-3}$$

0,8	$6,44 \cdot 10^{-3}$	$3,16 \cdot 10^{-3}$	$2,62 \cdot 10^{-3}$	$5,08 \cdot 10^{-3}$	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$2,43 \cdot 10^{-3}$
0,7	$6,01 \cdot 10^{-3}$	$5,09 \cdot 10^{-3}$	$2,59 \cdot 10^{-3}$	$4,81 \cdot 10^{-3}$	$2,74 \cdot 10^{-3}$	$2,41 \cdot 10^{-3}$
0,6	$5,55 \cdot 10^{-3}$	$3,00 \cdot 10^{-3}$	$2,56 \cdot 10^{-3}$	$4,53 \cdot 10^{-3}$	$2,68 \cdot 10^{-3}$	$2,37 \cdot 10^{-3}$
0,5	$5,05 \cdot 10^{-3}$	$2,89 \cdot 10^{-3}$	$2,51 \cdot 10^{-3}$	$4,22 \cdot 10^{-3}$	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$2,33 \cdot 10^{-3}$
0,4	$4,49 \cdot 10^{-3}$	$2,75 \cdot 10^{-3}$	$2,44 \cdot 10^{-3}$	$3,89 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$
0,3	$3,86 \cdot 10^{-3}$	$2,57 \cdot 10^{-3}$	$2,34 \cdot 10^{-3}$	$3,52 \cdot 10^{-3}$	$2,39 \cdot 10^{-3}$	$2,21 \cdot 10^{-3}$
0,2	$3,15 \cdot 10^{-3}$	$2,32 \cdot 10^{-3}$	$2,19 \cdot 10^{-3}$	$3,11 \cdot 10^{-3}$	$2,24 \cdot 10^{-3}$	$2,12 \cdot 10^{-3}$
0,1	$2,33 \cdot 10^{-3}$	$1,96 \cdot 10^{-3}$	$1,95 \cdot 10^{-3}$	$2,63 \cdot 10^{-3}$	$2,07 \cdot 10^{-3}$	$2,00 \cdot 10^{-3}$
0,06	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$1,78 \cdot 10^{-3}$	$1,80 \cdot 10^{-3}$	$2,42 \cdot 10^{-3}$	$2,00 \cdot 10^{-3}$	$1,96 \cdot 10^{-3}$
0,01	$1,72 \cdot 10^{-3}$	$1,72 \cdot 10^{-3}$	$1,76 \cdot 10^{-3}$	$2,34 \cdot 10^{-3}$	$2,16 \cdot 10^{-3}$	$2,15 \cdot 10^{-3}$

$$t_{np} = 0,5, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,9850, \hbar\omega/\Delta(0) = 9,850 \cdot 10^{-3}$$

0,8	$1,56 \cdot 10^{-2}$	$7,49 \cdot 10^{-3}$	$6,15 \cdot 10^{-3}$	$1,23 \cdot 10^{-2}$	$6,62 \cdot 10^{-3}$	$5,70 \cdot 10^{-3}$
0,7	$1,46 \cdot 10^{-2}$	$7,33 \cdot 10^{-3}$	$6,08 \cdot 10^{-3}$	$1,16 \cdot 10^{-2}$	$6,48 \cdot 10^{-3}$	$5,63 \cdot 10^{-3}$
0,6	$1,35 \cdot 10^{-2}$	$7,12 \cdot 10^{-3}$	$6,00 \cdot 10^{-3}$	$1,09 \cdot 10^{-2}$	$6,31 \cdot 10^{-3}$	$5,54 \cdot 10^{-3}$
0,5	$1,22 \cdot 10^{-2}$	$6,86 \cdot 10^{-3}$	$5,88 \cdot 10^{-3}$	$1,02 \cdot 10^{-2}$	$6,12 \cdot 10^{-3}$	$5,44 \cdot 10^{-3}$
0,4	$1,09 \cdot 10^{-2}$	$6,53 \cdot 10^{-3}$	$5,72 \cdot 10^{-3}$	$9,36 \cdot 10^{-3}$	$5,89 \cdot 10^{-3}$	$5,31 \cdot 10^{-3}$
0,3	$9,94 \cdot 10^{-3}$	$6,09 \cdot 10^{-3}$	$5,49 \cdot 10^{-3}$	$8,45 \cdot 10^{-3}$	$5,66 \cdot 10^{-3}$	$5,14 \cdot 10^{-3}$
0,2	$7,59 \cdot 10^{-3}$	$5,48 \cdot 10^{-3}$	$5,13 \cdot 10^{-3}$	$7,42 \cdot 10^{-3}$	$5,25 \cdot 10^{-3}$	$4,92 \cdot 10^{-3}$
0,1	$5,99 \cdot 10^{-3}$	$4,61 \cdot 10^{-3}$	$4,53 \cdot 10^{-3}$	$6,21 \cdot 10^{-3}$	$4,81 \cdot 10^{-3}$	$4,63 \cdot 10^{-3}$
0,06	$4,68 \cdot 10^{-3}$	$4,15 \cdot 10^{-3}$	$4,18 \cdot 10^{-3}$	$5,67 \cdot 10^{-3}$	$4,63 \cdot 10^{-3}$	$4,51 \cdot 10^{-3}$
0,01	$3,94 \cdot 10^{-3}$	$3,93 \cdot 10^{-3}$	$4,01 \cdot 10^{-3}$	$5,36 \cdot 10^{-3}$	$4,03 \cdot 10^{-3}$	$4,09 \cdot 10^{-3}$

$$t_{np} = 0,6, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,9070, \hbar\omega/\Delta(0) = 9,07 \cdot 10^{-3}$$

0,8	$3,12 \cdot 10^{-2}$	$1,47 \cdot 10^{-2}$	$1,19 \cdot 10^{-2}$	$2,46 \cdot 10^{-2}$	$1,29 \cdot 10^{-2}$	$1,09 \cdot 10^{-2}$
0,7	$2,92 \cdot 10^{-2}$	$1,44 \cdot 10^{-2}$	$1,17 \cdot 10^{-2}$	$2,33 \cdot 10^{-2}$	$1,26 \cdot 10^{-2}$	$1,08 \cdot 10^{-2}$
0,6	$2,69 \cdot 10^{-2}$	$1,40 \cdot 10^{-2}$	$1,16 \cdot 10^{-2}$	$2,18 \cdot 10^{-2}$	$1,23 \cdot 10^{-2}$	$1,06 \cdot 10^{-2}$
0,5	$2,45 \cdot 10^{-2}$	$1,35 \cdot 10^{-2}$	$1,13 \cdot 10^{-2}$	$2,03 \cdot 10^{-2}$	$1,19 \cdot 10^{-2}$	$1,04 \cdot 10^{-2}$

$\gamma(0, \infty)$	Зеркальное			Диффузное		
	0	0,5	1	0	0,5	1
0,4	$2,17 \cdot 10^{-2}$	$1,28 \cdot 10^{-2}$	$1,10 \cdot 10^{-2}$	$1,86 \cdot 10^{-2}$	$1,14 \cdot 10^{-2}$	$1,02 \cdot 10^{-2}$
0,3	$1,87 \cdot 10^{-2}$	$1,19 \cdot 10^{-2}$	$1,06 \cdot 10^{-2}$	$1,67 \cdot 10^{-2}$	$1,08 \cdot 10^{-2}$	$9,82 \cdot 10^{-3}$
0,2	$1,51 \cdot 10^{-2}$	$1,07 \cdot 10^{-2}$	$9,86 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^{-2}$	$1,01 \cdot 10^{-2}$	$9,36 \cdot 10^{-3}$
0,1	$1,09 \cdot 10^{-2}$	$8,88 \cdot 10^{-3}$	$8,64 \cdot 10^{-3}$	$1,20 \cdot 10^{-2}$	$9,15 \cdot 10^{-3}$	$8,74 \cdot 10^{-3}$
0,06	$9,00 \cdot 10^{-3}$	$7,93 \cdot 10^{-3}$	$7,91 \cdot 10^{-3}$	$1,09 \cdot 10^{-2}$	$8,74 \cdot 10^{-3}$	$8,46 \cdot 10^{-3}$
0,01	$7,29 \cdot 10^{-3}$	$7,24 \cdot 10^{-3}$	$7,37 \cdot 10^{-3}$	$9,97 \cdot 10^{-3}$	$9,09 \cdot 10^{-3}$	$9,02 \cdot 10^{-3}$

$$t_{np} = 0,7, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,8288, \hbar\omega/\Delta(0) = 8,288 \cdot 10^{-3}$$

0,8	$5,79 \cdot 10^{-2}$	$2,72 \cdot 10^{-2}$	$2,14 \cdot 10^{-2}$	$4,60 \cdot 10^{-2}$	$2,37 \cdot 10^{-2}$	$1,97 \cdot 10^{-2}$
0,7	$5,42 \cdot 10^{-2}$	$2,66 \cdot 10^{-2}$	$2,12 \cdot 10^{-2}$	$4,35 \cdot 10^{-2}$	$2,31 \cdot 10^{-2}$	$1,94 \cdot 10^{-2}$
0,6	$5,02 \cdot 10^{-2}$	$2,59 \cdot 10^{-2}$	$2,09 \cdot 10^{-2}$	$4,08 \cdot 10^{-2}$	$2,25 \cdot 10^{-2}$	$1,91 \cdot 10^{-2}$
0,5	$4,57 \cdot 10^{-2}$	$2,49 \cdot 10^{-2}$	$2,05 \cdot 10^{-2}$	$3,78 \cdot 10^{-2}$	$2,17 \cdot 10^{-2}$	$1,87 \cdot 10^{-2}$
0,4	$4,07 \cdot 10^{-2}$	$2,36 \cdot 10^{-2}$	$1,99 \cdot 10^{-2}$	$3,46 \cdot 10^{-2}$	$2,08 \cdot 10^{-2}$	$1,81 \cdot 10^{-2}$
0,3	$3,49 \cdot 10^{-2}$	$2,20 \cdot 10^{-2}$	$1,90 \cdot 10^{-2}$	$3,09 \cdot 10^{-2}$	$1,96 \cdot 10^{-2}$	$1,75 \cdot 10^{-2}$
0,2	$2,81 \cdot 10^{-2}$	$1,96 \cdot 10^{-2}$	$1,77 \cdot 10^{-2}$	$2,67 \cdot 10^{-2}$	$1,81 \cdot 10^{-2}$	$1,65 \cdot 10^{-2}$
0,1	$2,00 \cdot 10^{-2}$	$1,60 \cdot 10^{-2}$	$1,53 \cdot 10^{-2}$	$2,17 \cdot 10^{-2}$	$1,62 \cdot 10^{-2}$	$1,53 \cdot 10^{-2}$
0,06	$1,63 \cdot 10^{-2}$	$1,41 \cdot 10^{-2}$	$1,39 \cdot 10^{-2}$	$1,94 \cdot 10^{-2}$	$1,53 \cdot 10^{-2}$	$1,47 \cdot 10^{-2}$
0,01	$1,24 \cdot 10^{-2}$	$1,22 \cdot 10^{-2}$	$1,24 \cdot 10^{-2}$	$1,70 \cdot 10^{-2}$	$1,54 \cdot 10^{-2}$	$1,52 \cdot 10^{-2}$

$$t_{np} = 0,8, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,7110, \hbar\omega/\Delta(0) = 7,110 \cdot 10^{-3}$$

0,8	$1,1 \cdot 10^{-1}$	$5,30 \cdot 10^{-2}$	$4,04 \cdot 10^{-2}$	$8,9 \cdot 10^{-2}$	$4,55 \cdot 10^{-2}$	$3,67 \cdot 10^{-2}$
0,7	$1,03 \cdot 10^{-1}$	$5,18 \cdot 10^{-2}$	$3,99 \cdot 10^{-2}$	$8,42 \cdot 10^{-2}$	$4,43 \cdot 10^{-2}$	$3,61 \cdot 10^{-2}$
0,6	$9,6 \cdot 10^{-2}$	$5,03 \cdot 10^{-2}$	$3,93 \cdot 10^{-2}$	$7,89 \cdot 10^{-2}$	$4,3 \cdot 10^{-2}$	$3,55 \cdot 10^{-2}$
0,5	$8,7 \cdot 10^{-2}$	$4,83 \cdot 10^{-2}$	$3,85 \cdot 10^{-2}$	$7,31 \cdot 10^{-2}$	$4,14 \cdot 10^{-2}$	$3,46 \cdot 10^{-2}$
0,4	$7,84 \cdot 10^{-2}$	$4,58 \cdot 10^{-2}$	$3,74 \cdot 10^{-2}$	$6,66 \cdot 10^{-2}$	$3,94 \cdot 10^{-2}$	$3,36 \cdot 10^{-2}$
0,3	$6,75 \cdot 10^{-2}$	$4,24 \cdot 10^{-2}$	$3,57 \cdot 10^{-2}$	$5,93 \cdot 10^{-2}$	$3,70 \cdot 10^{-2}$	$3,22 \cdot 10^{-2}$
0,2	$5,44 \cdot 10^{-2}$	$3,75 \cdot 10^{-2}$	$3,30 \cdot 10^{-2}$	$5,07 \cdot 10^{-2}$	$3,39 \cdot 10^{-2}$	$3,09 \cdot 10^{-2}$
0,1	$3,82 \cdot 10^{-2}$	$3,01 \cdot 10^{-2}$	$2,81 \cdot 10^{-2}$	$4,04 \cdot 10^{-2}$	$2,96 \cdot 10^{-2}$	$2,74 \cdot 10^{-2}$
0,06	$3,05 \cdot 10^{-2}$	$2,59 \cdot 10^{-2}$	$2,51 \cdot 10^{-2}$	$3,54 \cdot 10^{-2}$	$2,75 \cdot 10^{-2}$	$2,60 \cdot 10^{-2}$
0,01	$2,12 \cdot 10^{-2}$	$2,08 \cdot 10^{-2}$	$2,10 \cdot 10^{-2}$	$2,94 \cdot 10^{-2}$	$2,62 \cdot 10^{-2}$	$2,57 \cdot 10^{-2}$

$$t_{np} = 0,9, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,5262, \hbar\omega/\Delta(0) = 5,263 \cdot 10^{-3}$$

0,8	$2,4 \cdot 10^{-1}$	$1,34 \cdot 10^{-1}$	$9,75 \cdot 10^{-2}$	$2,10 \cdot 10^{-1}$	$1,13 \cdot 10^{-1}$	$8,71 \cdot 10^{-2}$
0,7	$2,36 \cdot 10^{-1}$	$1,31 \cdot 10^{-1}$	$9,64 \cdot 10^{-2}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$1,1 \cdot 10^{-1}$	$8,56 \cdot 10^{-2}$
0,6	$2,22 \cdot 10^{-1}$	$1,27 \cdot 10^{-1}$	$9,48 \cdot 10^{-2}$	$1,88 \cdot 10^{-1}$	$1,06 \cdot 10^{-1}$	$8,38 \cdot 10^{-2}$
0,5	$2,08 \cdot 10^{-1}$	$1,22 \cdot 10^{-1}$	$9,27 \cdot 10^{-2}$	$1,75 \cdot 10^{-1}$	$1,01 \cdot 10^{-1}$	$8,15 \cdot 10^{-2}$
0,4	$1,89 \cdot 10^{-1}$	$1,15 \cdot 10^{-1}$	$8,98 \cdot 10^{-2}$	$1,59 \cdot 10^{-1}$	$9,59 \cdot 10^{-2}$	$7,85 \cdot 10^{-2}$
0,3	$1,61 \cdot 10^{-1}$	$1,06 \cdot 10^{-1}$	$8,53 \cdot 10^{-2}$	$1,42 \cdot 10^{-1}$	$8,96 \cdot 10^{-2}$	$7,46 \cdot 10^{-2}$
0,2	$1,21 \cdot 10^{-1}$	$9,3 \cdot 10^{-2}$	$7,81 \cdot 10^{-2}$	$1,20 \cdot 10^{-1}$	$8,01 \cdot 10^{-2}$	$6,92 \cdot 10^{-2}$
0,1	$9,13 \cdot 10^{-2}$	$7,24 \cdot 10^{-2}$	$6,50 \cdot 10^{-2}$	$9,30 \cdot 10^{-2}$	$6,75 \cdot 10^{-2}$	$6,26 \cdot 10^{-2}$
0,06	$7,13 \cdot 10^{-2}$	$6,03 \cdot 10^{-2}$	$5,63 \cdot 10^{-2}$	$7,94 \cdot 10^{-2}$	$6,04 \cdot 10^{-2}$	$5,61 \cdot 10^{-2}$
0,01	$4,29 \cdot 10^{-2}$	$4,17 \cdot 10^{-2}$	$4,16 \cdot 10^{-2}$	$5,98 \cdot 10^{-2}$	$5,25 \cdot 10^{-2}$	$5,16 \cdot 10^{-2}$

$\gamma(0, \infty)$	Зеркальное			Диффузное		
	0	0,5	1	0	0,5	1

$$t_{np} = 0,2, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,9999, \hbar\omega/\Delta(0) = 5,999 \cdot 10^{-2}$$

0,8	$1,88 \cdot 10^{-4}$	$1,57 \cdot 10^{-4}$	$1,36 \cdot 10^{-4}$	$1,66 \cdot 10^{-4}$	$1,41 \cdot 10^{-4}$	$1,27 \cdot 10^{-4}$
0,7	$1,82 \cdot 10^{-4}$	$1,54 \cdot 10^{-4}$	$1,34 \cdot 10^{-4}$	$1,62 \cdot 10^{-4}$	$1,39 \cdot 10^{-4}$	$1,25 \cdot 10^{-4}$
0,6	$1,76 \cdot 10^{-4}$	$1,50 \cdot 10^{-4}$	$1,33 \cdot 10^{-4}$	$1,57 \cdot 10^{-4}$	$1,36 \cdot 10^{-4}$	$1,23 \cdot 10^{-4}$
0,5	$1,67 \cdot 10^{-4}$	$1,45 \cdot 10^{-4}$	$1,30 \cdot 10^{-4}$	$1,51 \cdot 10^{-4}$	$1,32 \cdot 10^{-4}$	$1,21 \cdot 10^{-4}$
0,4	$1,56 \cdot 10^{-4}$	$1,39 \cdot 10^{-4}$	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,44 \cdot 10^{-4}$	$1,28 \cdot 10^{-4}$	$1,19 \cdot 10^{-4}$
0,3	$1,42 \cdot 10^{-4}$	$1,30 \cdot 10^{-4}$	$1,22 \cdot 10^{-4}$	$1,36 \cdot 10^{-4}$	$1,23 \cdot 10^{-4}$	$1,16 \cdot 10^{-4}$
0,2	$1,25 \cdot 10^{-4}$	$1,19 \cdot 10^{-4}$	$1,15 \cdot 10^{-4}$	$1,26 \cdot 10^{-4}$	$1,16 \cdot 10^{-4}$	$1,11 \cdot 10^{-4}$
0,1	$1,02 \cdot 10^{-4}$	$1,02 \cdot 10^{-4}$	$1,02 \cdot 10^{-4}$	$1,14 \cdot 10^{-4}$	$1,08 \cdot 10^{-4}$	$1,06 \cdot 10^{-4}$
0,06	$9,19 \cdot 10^{-5}$	$9,35 \cdot 10^{-5}$	$9,55 \cdot 10^{-5}$	$1,10 \cdot 10^{-4}$	$1,05 \cdot 10^{-4}$	$1,04 \cdot 10^{-4}$
0,01	$9,06 \cdot 10^{-5}$	$9,26 \cdot 10^{-5}$	$9,46 \cdot 10^{-5}$	$1,17 \cdot 10^{-4}$	$1,16 \cdot 10^{-4}$	$1,16 \cdot 10^{-4}$

$$t_{np} = 0,3, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,9971, \hbar\omega/\Delta(0) = 5,983 \cdot 10^{-2}$$

0,8	$3,05 \cdot 10^{-3}$	$2,47 \cdot 10^{-3}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$	$2,69 \cdot 10^{-3}$	$2,23 \cdot 10^{-3}$	$2,00 \cdot 10^{-3}$
0,7	$2,96 \cdot 10^{-3}$	$2,43 \cdot 10^{-3}$	$2,12 \cdot 10^{-3}$	$2,61 \cdot 10^{-3}$	$2,19 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-3}$
0,6	$2,84 \cdot 10^{-3}$	$2,37 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$2,53 \cdot 10^{-3}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$	$1,95 \cdot 10^{-3}$
0,5	$2,69 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$2,06 \cdot 10^{-3}$	$2,43 \cdot 10^{-3}$	$2,09 \cdot 10^{-3}$	$1,92 \cdot 10^{-3}$
0,4	$2,51 \cdot 10^{-3}$	$2,19 \cdot 10^{-3}$	$2,01 \cdot 10^{-3}$	$2,31 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$1,88 \cdot 10^{-3}$
0,3	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,06 \cdot 10^{-3}$	$1,93 \cdot 10^{-3}$	$2,18 \cdot 10^{-3}$	$1,94 \cdot 10^{-3}$	$1,83 \cdot 10^{-3}$
0,2	$2,00 \cdot 10^{-3}$	$1,88 \cdot 10^{-3}$	$1,82 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$1,83 \cdot 10^{-3}$	$1,76 \cdot 10^{-3}$
0,1	$1,63 \cdot 10^{-3}$	$1,61 \cdot 10^{-3}$	$1,62 \cdot 10^{-3}$	$1,82 \cdot 10^{-3}$	$1,71 \cdot 10^{-3}$	$1,68 \cdot 10^{-3}$
0,06	$1,46 \cdot 10^{-3}$	$1,48 \cdot 10^{-3}$	$1,51 \cdot 10^{-3}$	$1,75 \cdot 10^{-3}$	$1,67 \cdot 10^{-3}$	$1,65 \cdot 10^{-3}$
0,01	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,47 \cdot 10^{-3}$	$1,50 \cdot 10^{-3}$	$1,86 \cdot 10^{-3}$	$1,83 \cdot 10^{-3}$	$1,83 \cdot 10^{-3}$

$$t_{np} = 0,8, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,7110, \hbar\omega/\Delta(0) = 4,266 \cdot 10^{-2}$$

0,8	$1,87 \cdot 10^{-1}$	$1,72 \cdot 10^{-1}$	$1,45 \cdot 10^{-1}$	$1,73 \cdot 10^{-1}$	$1,53 \cdot 10^{-1}$	$1,33 \cdot 10^{-1}$
0,7	$1,83 \cdot 10^{-1}$	$1,69 \cdot 10^{-1}$	$1,44 \cdot 10^{-1}$	$1,69 \cdot 10^{-1}$	$1,50 \cdot 10^{-1}$	$1,32 \cdot 10^{-1}$
0,6	$1,78 \cdot 10^{-1}$	$1,65 \cdot 10^{-1}$	$1,42 \cdot 10^{-1}$	$1,65 \cdot 10^{-1}$	$1,47 \cdot 10^{-1}$	$1,30 \cdot 10^{-1}$
0,5	$1,72 \cdot 10^{-1}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$1,39 \cdot 10^{-1}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$1,42 \cdot 10^{-1}$	$1,27 \cdot 10^{-1}$
0,4	$1,63 \cdot 10^{-1}$	$1,53 \cdot 10^{-1}$	$1,35 \cdot 10^{-1}$	$1,53 \cdot 10^{-1}$	$1,37 \cdot 10^{-1}$	$1,24 \cdot 10^{-1}$
0,3	$1,51 \cdot 10^{-1}$	$1,43 \cdot 10^{-1}$	$1,30 \cdot 10^{-1}$	$1,45 \cdot 10^{-1}$	$1,30 \cdot 10^{-1}$	$1,19 \cdot 10^{-1}$
0,2	$1,33 \cdot 10^{-1}$	$1,30 \cdot 10^{-1}$	$1,21 \cdot 10^{-1}$	$1,33 \cdot 10^{-1}$	$1,21 \cdot 10^{-1}$	$1,13 \cdot 10^{-1}$
0,1	$1,06 \cdot 10^{-1}$	$1,08 \cdot 10^{-1}$	$1,05 \cdot 10^{-1}$	$1,17 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-1}$	$1,04 \cdot 10^{-1}$
0,06	$9,37 \cdot 10^{-2}$	$9,52 \cdot 10^{-2}$	$9,48 \cdot 10^{-2}$	$1,09 \cdot 10^{-1}$	$1,03 \cdot 10^{-1}$	$9,95 \cdot 10^{-2}$
0,01	$7,96 \cdot 10^{-2}$	$8,12 \cdot 10^{-2}$	$8,25 \cdot 10^{-2}$	$1,05 \cdot 10^{-1}$	$1,02 \cdot 10^{-1}$	$1,01 \cdot 10^{-1}$

$$t_{np} = 0,9, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,5263, \hbar\omega/\Delta(0) = 3,158 \cdot 10^{-2}$$

0,8	$3,58 \cdot 10^{-1}$	$3,95 \cdot 10^{-1}$	$3,41 \cdot 10^{-1}$	$3,47 \cdot 10^{-1}$	$3,54 \cdot 10^{-1}$	$3,11 \cdot 10^{-1}$
0,7	$3,55 \cdot 10^{-1}$	$3,88 \cdot 10^{-1}$	$3,37 \cdot 10^{-1}$	$3,44 \cdot 10^{-1}$	$3,47 \cdot 10^{-1}$	$3,07 \cdot 10^{-1}$
0,6	$3,51 \cdot 10^{-1}$	$3,79 \cdot 10^{-1}$	$3,33 \cdot 10^{-1}$	$3,40 \cdot 10^{-1}$	$3,39 \cdot 10^{-1}$	$3,02 \cdot 10^{-1}$
0,5	$3,44 \cdot 10^{-1}$	$3,68 \cdot 10^{-1}$	$3,26 \cdot 10^{-1}$	$3,33 \cdot 10^{-1}$	$3,29 \cdot 10^{-1}$	$2,99 \cdot 10^{-1}$

$\gamma(0, \infty)$	Зеркальное			Диффузное		
	0	0,5	1	0	0,5	1
0,4	$3,22 \cdot 10^{-1}$	$3,53 \cdot 10^{-1}$	$3,17 \cdot 10^{-1}$	$3,24 \cdot 10^{-1}$	$3,09 \cdot 10^{-1}$	$2,86 \cdot 10^{-1}$
0,3	$3,18 \cdot 10^{-1}$	$3,31 \cdot 10^{-1}$	$3,04 \cdot 10^{-1}$	$3,10 \cdot 10^{-1}$	$2,90 \cdot 10^{-1}$	$2,75 \cdot 10^{-1}$
0,2	$2,97 \cdot 10^{-1}$	$3,00 \cdot 10^{-1}$	$2,81 \cdot 10^{-1}$	$2,89 \cdot 10^{-1}$	$2,64 \cdot 10^{-1}$	$2,59 \cdot 10^{-1}$
0,1	$2,37 \cdot 10^{-1}$	$2,48 \cdot 10^{-1}$	$2,41 \cdot 10^{-1}$	$2,57 \cdot 10^{-1}$	$2,46 \cdot 10^{-1}$	$2,34 \cdot 10^{-1}$
0,06	$2,07 \cdot 10^{-1}$	$2,16 \cdot 10^{-1}$	$2,14 \cdot 10^{-1}$	$2,38 \cdot 10^{-1}$	$2,28 \cdot 10^{-1}$	$2,1 \cdot 10^{-1}$
0,01	$1,44 \cdot 10^{-1}$	$1,68 \cdot 10^{-1}$	$1,70 \cdot 10^{-1}$	$2,16 \cdot 10^{-1}$	$2,11 \cdot 10^{-1}$	

$$t_{np} = 0,4, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,9850, \hbar\omega/\Delta(0) = 5,91 \cdot 10^{-2}$$

0,8	$1,25 \cdot 10^{-2}$	$9,92 \cdot 10^{-3}$	$8,58 \cdot 10^{-3}$	$1,09 \cdot 10^{-2}$	$8,93 \cdot 10^{-3}$	$8,00 \cdot 10^{-3}$
0,7	$1,21 \cdot 10^{-2}$	$9,73 \cdot 10^{-3}$	$8,5 \cdot 10^{-3}$	$1,06 \cdot 10^{-2}$	$8,77 \cdot 10^{-3}$	$7,92 \cdot 10^{-3}$
0,6	$1,16 \cdot 10^{-2}$	$9,49 \cdot 10^{-3}$	$8,39 \cdot 10^{-3}$	$1,03 \cdot 10^{-2}$	$8,58 \cdot 10^{-3}$	$7,82 \cdot 10^{-3}$
0,5	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$9,19 \cdot 10^{-3}$	$8,24 \cdot 10^{-3}$	$9,86 \cdot 10^{-3}$	$8,35 \cdot 10^{-3}$	$7,69 \cdot 10^{-3}$
0,4	$1,02 \cdot 10^{-2}$	$8,8 \cdot 10^{-3}$	$8,04 \cdot 10^{-3}$	$9,38 \cdot 10^{-3}$	$8,08 \cdot 10^{-3}$	$7,53 \cdot 10^{-3}$
0,3	$9,27 \cdot 10^{-3}$	$8,27 \cdot 10^{-3}$	$7,74 \cdot 10^{-3}$	$8,82 \cdot 10^{-3}$	$7,75 \cdot 10^{-3}$	$7,32 \cdot 10^{-3}$
0,2	$8,68 \cdot 10^{-3}$	$7,54 \cdot 10^{-3}$	$7,27 \cdot 10^{-3}$	$8,14 \cdot 10^{-3}$	$7,34 \cdot 10^{-3}$	$7,05 \cdot 10^{-3}$
0,1	$5,56 \cdot 10^{-3}$	$6,47 \cdot 10^{-3}$	$6,49 \cdot 10^{-3}$	$7,34 \cdot 10^{-3}$	$6,83 \cdot 10^{-3}$	$6,69 \cdot 10^{-3}$
0,06	$5,87 \cdot 10^{-3}$	$5,92 \cdot 10^{-3}$	$6,04 \cdot 10^{-3}$	$7,01 \cdot 10^{-3}$	$6,64 \cdot 10^{-3}$	$6,57 \cdot 10^{-3}$
0,01	$5,7 \cdot 10^{-3}$	$5,82 \cdot 10^{-3}$	$5,95 \cdot 10^{-3}$	$7,4 \cdot 10^{-3}$	$7,26 \cdot 10^{-3}$	$7,27 \cdot 10^{-3}$

$$t_{np} = 0,5, \Delta(T)/\Delta(0) = 0,9569, \hbar\omega/\Delta(0) = 5,741$$

0,8	$3,06 \cdot 10^{-2}$	$2,43 \cdot 10^{-2}$	$2,09 \cdot 10^{-2}$	$2,69 \cdot 10^{-2}$	$2,18 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$
0,7	$2,94 \cdot 10^{-2}$	$2,39 \cdot 10^{-2}$	$2,07 \cdot 10^{-2}$	$2,61 \cdot 10^{-2}$	$2,14 \cdot 10^{-2}$	$1,93 \cdot 10^{-2}$
0,6	$2,84 \cdot 10^{-2}$	$2,33 \cdot 10^{-2}$	$2,04 \cdot 10^{-2}$	$2,53 \cdot 10^{-2}$	$2,10 \cdot 10^{-2}$	$1,90 \cdot 10^{-2}$
0,5	$2,69 \cdot 10^{-2}$	$2,25 \cdot 10^{-2}$	$2,01 \cdot 10^{-2}$	$2,42 \cdot 10^{-2}$	$2,04 \cdot 10^{-2}$	$1,87 \cdot 10^{-2}$
0,4	$2,51 \cdot 10^{-2}$	$2,16 \cdot 10^{-2}$	$1,96 \cdot 10^{-2}$	$2,31 \cdot 10^{-2}$	$1,97 \cdot 10^{-2}$	$1,83 \cdot 10^{-2}$
0,3	$2,24 \cdot 10^{-2}$	$2,03 \cdot 10^{-2}$	$1,89 \cdot 10^{-2}$	$2,16 \cdot 10^{-2}$	$1,89 \cdot 10^{-2}$	$1,78 \cdot 10^{-2}$
0,2	$1,99 \cdot 10^{-2}$	$1,84 \cdot 10^{-2}$	$1,77 \cdot 10^{-2}$	$1,99 \cdot 10^{-2}$	$1,79 \cdot 10^{-2}$	$1,71 \cdot 10^{-2}$
0,1	$1,02 \cdot 10^{-2}$	$1,58 \cdot 10^{-2}$	$1,57 \cdot 10^{-2}$	$1,79 \cdot 10^{-2}$	$1,65 \cdot 10^{-2}$	$1,62 \cdot 10^{-2}$
0,06	$1,43 \cdot 10^{-2}$	$1,44 \cdot 10^{-2}$	$1,46 \cdot 10^{-2}$	$1,70 \cdot 10^{-2}$	$1,66 \cdot 10^{-2}$	$1,58 \cdot 10^{-2}$
0,01	$1,36 \cdot 10^{-2}$	$1,39 \cdot 10^{-2}$	$1,42 \cdot 10^{-2}$	$1,77 \cdot 10^{-2}$	$1,73 \cdot 10^{-2}$	$1,73 \cdot 10^{-2}$

Приложение 6

СООТНОШЕНИЕ ДЛЯ РАЗНОСТИ ВНЕШНИХ ИНДУКТИВНОСТЕЙ ИМПЕДАНСНОЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ВИДЕ ВЫЕМОК И СООТВЕТСТВУЮЩЕЙ СРЕДНЕЙ ПЛОСКОСТИ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Из результатов работы [158] можно найти

$$\frac{\Delta L}{\mu_0} = \int_0^\infty \left\{ 1 - \left[\frac{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi y}{d} + \sin^2 \gamma}{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi y}{d} + \sin^2 \beta} \right] \right\}^{1/2} dy - h \left(1 - \frac{a}{d} \right),$$

где $\sin \beta = \operatorname{sn}(h' | m_1)$, $\sin^2 \gamma = 1 - \frac{\cos^2 \beta}{1 - m_1 \sin^2 \beta} = 1 - \frac{1}{1 + m \operatorname{tg}^2 \beta}$,

h' и m_1 являются решением системы уравнений (3.16). С помощью несложных преобразований интеграл можно свести к виду, удобному для машинного счета,

$$\begin{aligned} \frac{\Delta L}{\mu_0} = & \frac{d}{\pi} \left\{ \ln(\sqrt{2} + 1) - \int_0^1 \left[\frac{x^2 + \sin^2 \gamma}{(x^2 + \sin^2 \beta)(1 + x^2)} \right]^{1/2} dx \right\} + \\ & + \frac{d}{2\pi} (\sin^2 \beta - \sin^2 \gamma) \int_0^1 \frac{dx}{(1 + x \sin^2 \beta)^{1/2} [(1 + x \sin^2 \beta)^{1/2} + (1 + x \sin^2 \gamma)^{1/2}] \sqrt{1 + x}} - \\ & - h \left(1 - \frac{a}{d} \right). \end{aligned}$$

Приложение 7

СООТНОШЕНИЕ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОГО ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА В СЛУЧАЕ ВЫЕМОК, ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МАГНИТНОМУ ПОЛЮ

Для определения поверхностного импеданса $Z_{\text{эф}}$ в случае выемок, параллельных магнитному полю, применим общее соотношение (3.20), где интегрирование ведется по объему сверхпроводника V , лежащему под симметрично расположенной полосой шириной d ($-d/2, d/2$) и единичным размером вдоль оси y (см. рис. 3.2):

$$Z_{\text{эф}} = \frac{1}{d |H_0|^2} \left[\int_V j^* E dV + i \omega \mu_0 \int_V |H|^2 dV \right]. \quad (1)$$

Обозначим $\zeta = \int_V j^* E dV = 1/\sigma \int_V |j|^2 dV$, где $\sigma = \sigma_1 + i\sigma_2$ ($j = \sigma E$). Из уравнения Максвелла $\operatorname{rot} H = j$ и $H = Hk$, где k — орт по оси y , следует

$$\xi = 1/\sigma \int_V (\nabla H \nabla H^*) dV.$$

Из формулы Грина

$$\int_V \nabla u \nabla w dV = \int_S w \frac{\partial u}{\partial n} dS - \int_V w \nabla^2 u dV \quad (2)$$

с $u = H^*$, $w = H$ и $u = H^*$, $w = H$ следует, что

$$\zeta = \frac{1}{2} \int_{S'} \left(H^* \frac{\partial H}{\partial n} + H \frac{\partial H^*}{\partial n} \right) dS - \frac{1}{2} \int_V (H^* \Delta H + H \Delta H^*) dV,$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали вне S' , ограничивающий данный объем. Объемный интеграл с помощью (3.19) сведется к $-c \int_V |H|^2 dV$, где $\frac{1}{\delta_K^2} = c + ib$.

В поверхностном интеграле интегрирование по боковым поверхностям вследствие симметрии и периодичности шероховатости дает нуль. При $z = \infty$ вследствие $H|_{z=\infty} = 0$ поверхностный интеграл также дает нулевой вклад. Следовательно, остается интегрирование только по внешней поверхности ΔS , где $H = H_0 = \text{const}$.

С учетом этого поверхностный интеграл можно переписать как $\text{Re} \left[H_0^* \times \int_{\Delta S} \frac{\partial H}{\partial n} dS \right]$. Из формулы Грина (2) можно получить

$$\int_{\Delta S} \frac{\partial H}{\partial n} dS = \int_V \Delta H dV = \frac{1}{\delta_K^2} \int_V H dV.$$

Полагая H_0 действительным и подставляя найденные выражения в (1), получаем

$$Z_{\text{эф}} = \frac{2}{d|H_0|^2} \left\{ \frac{1}{\sigma} \text{Re} \left[H_0 \frac{1}{\delta_K^2} \int_{\Delta S_1} H dS - c \int_{\Delta S_1} |H|^2 dS \right] + i\omega\mu_0 \int_{\Delta S_1} |H|^2 dS \right\}. \quad (3)$$

В этом соотношении интегрирование проведено по y , ΔS_1 — площадь поперечного сечения сверхпроводника $d/2$ в плоскости xz (рис. 3.2). Выделяя реальную часть (3) и составляющие мнимой части, обусловленные запасением энергии в магнитном поле и кинетической энергией носителей заряда, получаем соотношения (3.21).

Приложение 8

СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ДОБРОТНОСТЕЙ УЕДИНЕННЫХ МОД НЕКОТОРЫХ ТИПОВ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ С АНИЗОТРОПНЫМИ ИМПЕДАНСНЫМИ СТЕНКАМИ

Для E и H типов прямоугольного резонатора

$$Q_{mnl}^E = \frac{\omega\mu_0 abh (p^2 + q^2)}{2h (R_{zn} q^2 a + R_{zr} p^2 b) + ab\epsilon_l (R_{xt} p^2 + R_{yt} q^2)};$$

$$Q_{mnl}^H = \frac{\omega\mu_0 abh (p^2 + q^2) (p^2 + q^2 + r^2)}{2abr^2 (R_{xt} q^2 + R_{yt} p^2) + (p^2 + q^2)^2 h (\epsilon_n a R_{xz} + \epsilon_m b R_{yz}) + hr^2 (\epsilon_n a p^2 R_{zn} + \epsilon_m b q^2 R_{zr});}$$

$$a, b, h — \text{размеры ребер резонатора; } \epsilon_i = \begin{cases} 1, & i = 0, \\ 2, & i \neq 0, \quad p = \frac{m}{a}, \quad q = \frac{n}{b}; \end{cases}$$

$r = l/h$, R_{xx} ; R_{yy} ; R_{xz} ; R_{yz} — сумма компонент тензоров на противоположных гранях по соответствующим осям: $R_{xx} = R_x^{(1)} + R_x^{(3)}$;

$$R_{yy} = R_y^{(2)} + R_y^{(4)}; \quad R_{xz} = R_x^{(5)} + R_x^{(6)}; \quad R_{yz} = R_y^{(5)} + R_y^{(6)},$$

где $R_x^{(i)}$ — компонента тензора на i -й (аналогично для y и z) грани, индексы 1—4 относятся к боковым, а 5, 6 — к торцевым граням. Первый индекс соответствует нижней грани со стороны a , ось x направлена по a , ось y по b , ось z по h .

Для цилиндрического и коаксиального резонаторов ($m \neq 1$)

$$Q_{mnl}^E = \frac{\omega \mu_0 a}{2} \frac{1}{R_z + \epsilon_l \frac{a}{2h} (R_1 + R_2)};$$

$$Q_{mnl}^H = \frac{\omega \mu_0 a}{2} \frac{(A_{mn} + C_l) (1 - B_{mn})}{R_\varphi A_{mn} + C_l \left[R_z B_{mn} + \frac{a}{h} (1 - B_{mn}) (R_1 + R_2) \right]};$$

$$Q_{TEM} = \frac{\omega \mu_0}{2} \frac{h \ln b/a}{\ln b/a (R_1 + R_2) + h \left(\frac{1}{a} R_{z1} + \frac{1}{b} R_{z2} \right)};$$

a — радиус резонатора (в случае коаксиального резонатора a — внешний, b — внутренний); h — длина резонатора; $A_{mn} = (\nu_{mn}/a)^2$; $B_{mn} = (m/\nu_{mn})^2$; $C_l = (\pi l/h)^2$; ν_{mn} — n -й корень производной функции Бесселя m -го порядка; R_1 и R_2 — главные значения тензора на торцах; R_z — компонента тензора по образующей R_{zz} (в случае коаксиального резонатора R_{z1} и R_{z2} относятся к внешней и внутренней поверхностям соответственно); R_φ — азимутальная компонента тензора $R_{\varphi\varphi}$. Предполагается, что компоненты тензора R_{zi} , $R_{\varphi\varphi}$ не зависят от расположения точки на цилиндрической поверхности.

1. *Абрикосов А. А.* Современное состояние проблемы сверхпроводимости.— Успехи физ. наук, 1965, 87, № 1, с. 125—142.
2. *Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е.* Методы квантовой теории поля в статистической физике.— М.: Физматгиз, 1962.—443 с.
3. *Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Халатников И. М.* Сверхпроводник в высокочастотном поле.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1958, 35, № 1, с. 265—275.
4. *Адамович П. Л., Трубицын А. В., Менде Ф. Ф.* Новый метод измерения температуры.— В кн.: 21-е Всесоюз. совещ. по физике низких температур. (Харьков, 23—26 сент. 1980 г.): Тез. докл. Харьков: ФТИНТ, 1980, ч. 4, с. 232—233.
5. *Адамович П. Л., Трубицын А. В., Менде Ф. Ф. и др.* Использование сверхпроводящих подвесов для создания чувствительных элементов гравиметров.— В кн.: Метрология в гравиметрии: 1-я Всесоюз. науч.-техн. конф. (Харьков, 18—20 нояб. 1980): Тез. докл. Харьков: Харьков. НИИ метрологии, 1980, с. 66—67.
6. *Абрикосов А. А.* Определение величины диэлектрической проницаемости и нормальной проводимости сверхпроводников.— Докл. АН СССР, 1952, 86, с. 43—46.
7. *Александров Б. Н., Дьяков И. Г.* Изменение электросопротивления чистых металлов с понижением температуры.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1962, 43, № 3, с. 852—859.
8. *Александров Б. Н., Рыбальченко Л. Ф., Дукин В. В.* Очистка меди зонной плавкой.— Изв. АН СССР. Сер. Металлы, 1970, № 4, с. 68—75.
9. *Андреев А. Ф.* Взаимодействие проводящих электронов с поверхностью металла.— Успехи физ. наук, 1971, 105, № 1, с. 113—124.
10. *Артеменко С. Н., Диденко А. Н., Каминский В. Л. и др.* Вывод СВЧ энергии из сверхпроводящего резонатора.— Журн. техн. физики, 1983, 53, № 9, с. 1885—1887.
11. *Балалыкин Н. И.* Вопросы создания и исследования рабочего слоя сверхпроводящих резонаторов в виде пленок сверхпроводников 2-го рода: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.— Харьков, 1980.—21 с.
12. *Балалыкин Н. И., Назаров В. И., Панов В. И.* Исследование высокостабильного генератора, стабилизированного сверхпроводящим резонатором на сапфире.— Вест. Моск. ун-та. Физика, астрономия, 1981, 22, № 6, с. 82—84.
13. *Бараев С. В., Коровин О. П.* Повышение эффективности накачки резонансного СВЧ накопителя.— Журн. техн. физики, 1980, 50, вып. 11, с. 2465—2467.
14. *Бардин Дж., Шриффер Дж.* Новое в изучении сверхпроводимости.— М.: Физматгиз, 1962.—171 с.
15. *Бартель И., Бертель К.-Х., Фишер К. и др.* Сверхпроводимость и электронная структура сверхчистого ниобия. I. Получение сверхчистого ниобия.— Физика металлов и металловедение, 1973, 35, № 5, с. 921—931.
16. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности.— М.: Наука, 1972.—424 с.
17. *Билляр Е. З., Злуницын Э. С., Зыков А. И. и др.* Установка для исследо-

- вания ускорения электронов в сверхпроводящих ускоряющих структурах.— Приборы и техника эксперимента, 1974, № 4, с. 15—17.
18. Бланк А. Я., Фальковский Л. А. Затухание магнитных поверхностных уровней в сверхпроводнике.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1971, 60, № 2, с. 797—805.
 19. Блинов И. Г., Данилин Б. С., Минайчев В. Е. Вакуумно-технические проблемы осаждения тонких пленок в производстве интегральных схем и пути их промышленной реализации.— Электрон. техника. Сер. Микроэлектрон., 1979, вып. 3, с. 51—57.
 20. Боголюбов Н. Н. О новом методе в теории сверхпроводимости.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1958, 34, № 1, с. 58—65.
 21. Бондаренко И. Н., Менде Ф. Ф. Исследование свойств диэлектриков и полупроводников с помощью охлаждаемых и сверхпроводящих резонаторов.— Харьков, 1979.—72 с.—Рукопись деп. в ВИНТИ, 19.03.80, № 1062-80 Деп.
 22. Бондаренко И. Н., Гнесь А. С., Менде Ф. Ф. Исследование спектральных характеристик сигналов СВЧ генераторов, стабилизированных сверхпроводящими резонаторами.— Электрон. техника. Сер. Электрон. СВЧ, 1982, вып. 1, с. 13—16.
 23. Брагинский В. Б., Митрофанов В. П., Панов В. И. Системы с малой диссипацией.— М.: Наука, 1981.—144 с.
 24. Буньков С. Н., Константинов В. И., Масалов В. Л. и др. Исследование генераторов СВЧ, стабилизированных сверхпроводящим резонатором.— В кн.: Метрология в радиоэлектронике: 5-я Всесоюз. науч.-техн. конф. (Москва, 22—24 сент. 1981 г.): Тез. докл. 1981. М.: ВНИИ физико-технических и радиотехнических измерений, 1981, с. 60—62.
 25. Бычков С. И., Буренин Н. И., Сыфоров Р. Т. Стабилизация частоты СВЧ генераторов.— М.: Сов. радио, 1962.—375 с.
 26. Вендик О. Г., Гайдуков М. М., Козырев А. Б. и др. Микрополосковый фильтр на основе сверхпроводниковых пленок.— Письма в журн. техн. физики, 1981, 7, № 12, с. 741—744.
 27. Галактионова Н. А. Водород в металлах. 2-е изд., перераб. и доп.— М.: Металлургия, 1967.—303 с.
 28. Гахов Ф. Д., Черский Ю. И. Уравнения типа свертки.— М.: Наука, 1978.—295 с.
 29. Гель Р. П., Барон В. В., Дроботенко Г. А. и др. Свойства порошков и покрытий из сплава системы Nb—Sn, полученных электролизом.— В кн.: Физико-химический анализ сверхпроводящих сплавов. М.: Наука, 1979, с. 135—138.
 30. Гинзбург В. Л., Ландау Л. Д. К теории сверхпроводимости.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1950, 20, № 12, с. 1064—1082.
 31. Гинзтон Э. Л. Измерения на сантиметровых волнах.— М.: Изд-во иностр. лит., 1960.—620 с.
 32. Голант М. Б., Каплун З. Ф., Дедик Ю. В. и др. Клистронный генератор трехсантиметрового диапазона, стабилизированный сверхпроводящим резонатором.— Приборы и техника эксперимента, 1969, № 3, с. 232—233.
 33. Гольдштейн Л. Д., Зернов Н. В. Электромагнитные поля и волны.— 2-е изд., перераб. и доп.— М.: Сов. радио, 1971.—662 с.
 34. Горьков Л. П. Роль линейных цепочек в формировании свойств сверхпроводников со структурой Al5.— Письма в журн. эксперим. и теорет. физики, 1973, 17, № 9, с. 525—529.
 35. Грилихес С. Я. Электрохимическое полирование: Теория и практика. Влияние на свойства металлов.— Л.: Машиностроение, 1976.—207 с.
 36. Двинских В. А. Измерение параметров усилителей с применением режима самовозбуждения.— М.: Сов. радио, 1965.—232 с.
 37. Двинских В. А., Науменко Ю. П. Измерение динамических параметров СВЧ резонаторов автогенераторным методом.— Саратов: Саратов. ун-т, 1975.—112 с.
 38. Двинских В. А., Науменко Ю. П. Измерение добротности СВЧ резонаторов методом фазовой модуляции в схеме с самовозбуждением.— Электрон. техника. Сер. Контрольно-измер. аппаратура, 1969, вып. 3, с. 31—38.

39. Двинских В. А., Науменко Ю. П. Автогенераторный метод измерения добротности СВЧ резонаторов.— В кн.: Некоторые вопросы измерений и статистической радиофизики. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1971, с. 15—22.
40. Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов.— М.: Мир, 1968.— 280 с.
41. Дехтяр И. Я., Нищенко М. М. Влияние пластической деформации V, Nb и Ta на температуру сверхпроводящего перехода и спектры электронно-позитронной аннигиляции.— Укр. физ. журн., 1977, 22, № 3, с. 405—407.
42. Диденко А. Н. Сверхпроводящие волноводы и резонаторы.— М.: Сов. радио, 1973.—255 с.
43. Диденко А. Н., Каминский В. Л., Ковалев М. Н. и др. Исследование сверхпроводящего ниобиевого резонатора трехсантиметрового диапазона после высокотемпературного отжига.— Тр. НИИ ядер. физики при Том. политех. ин-те, 1975, вып. 5, с. 19—23.
44. Диденко А. Н., Савицкий Е. М., Севрюкова Л. М., Мызенкова Л. Ф. Исследование монокристаллов ниобия ядерно-физическими методами.— Докл. АН СССР, 1977, 234, № 1, с. 65—68.
45. Диденко А. Н., Севрюкова Л. М. Электрическая неустойчивость при электрическом полировании сверхпроводящих ниобиевых резонаторов.— Электрон. техника. Сер. электрон. СВЧ, 1976, вып. 4, с. 99—104.
46. Диденко А. Н., Севрюкова Л. М. Перспективы использования сверхпроводящих СВЧ систем в ускорительной технике.— В кн.: Тр. 6-го Всесоюз. совещ. по ускорителям заряж. частиц (Дубна, 11—13 сент. 1978). Дубна: ОИЯИ, 1979, т. 2, с. 109—111.
47. Диденко А. Н., Севрюкова Л. М., Ятис А. А. Сверхпроводящие ускоряющие СВЧ структуры.— М.: Энергоиздат, 1981.—208 с.
48. Дукин В. В. Исследование влияния различных примесей на остаточное электросопротивление нормальных металлов: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.— Харьков, 1978.—23 с.
49. Елютин Ф. В., Ковалев Ф. В., Карцев В. Е. и др. Получение ниобия высокой чистоты с использованием электролиза и электронно-лучевой плавки.— Тр. НИИ ядер. физики при Том. политех. ин-те, 1979, вып. 9, с. 5—8.
50. Ефимов Ю. В., Михайлов Б. П., Энман В. К. и др. Влияние поверхностной обработки на структуру и сверхпроводящие свойства ниобий-оловянных покрытий.— В кн.: Физико-химический анализ сверхпроводящих сплавов. М.: Наука, 1979, с. 115—119.
51. Жаке П. Электролитическое и химическое полирование.— М.: Metallurgizdat, 1959.—139 с.
52. Захарова Г. В., Попов И. А., Жорова Л. П., Федин Б. В. Ниобий и его сплавы.— Л.: Metallurgizdat, 1961.—368 с.
53. Иваницкий К. П., Васильев Л. А. Измеритель высоких добротностей СВЧ резонаторов ИВД-2.— Электрон. техника. Сер. Электрон. СВЧ, 1972, вып. 9, с. 119—121.
54. Иваницкий К. П., Иткин А. И., Лукьянов А. Н., Васильев Л. А. А. с. 325565 (СССР). Способ измерения нагруженных добротностей.— Оpubл. в Б. И., 1972, № 3.
55. Иваницкий К. П., Каплун З. Ф., Кузнецов Ю. Н. К вопросу об измерении собственной добротности проходных резонаторов.— Электрон. техника. Сер. Электрон. СВЧ, 1968, вып. 2, с. 107—114.
56. Иваницкий К. П., Лукьянов А. И., Иткин Н. И. Устройство для измерения высоких добротностей СВЧ резонаторов с непосредственным отсчетом.— Там же, 1966, вып. 6, с. 71—80.
57. Иваницкий К. П., Лукьянов А. Н., Иткин Н. И. Устройство для измерения сверхвысоких добротностей СВЧ резонаторов динамическим методом с непосредственным отсчетом.— Там же, вып. 8, с. 125—131.
58. Иванов Н. И. О кратковременной нестабильности частоты генератора СВЧ, стабилизированного сверхпроводящим резонатором.— Там же, 1972, вып. 9, с. 130—131.
59. Ивановская Г. Ф. Получение пленок Nb и V в сверхвысоком вакууме и исследование их электрофизических свойств: Автореф. дис. ... канд. техн. наук.— М., 1971.—21 с.

60. Канер Э. А., Крохин А. А., Макаров Н. М., Ямпольский В. А. Поверхностный импеданс металла с шероховатой границей в параллельном магнитном поле.— Физика низких температур, 1981, 7, № 4, с. 451—463.
61. Каплун З. Ф. Ограничения стабильности собственной частоты сверхпроводящего резонатора.— Электрон. техника. Сер. электрон. СВЧ, 1974, вып. 8, с. 3—22.
62. Каплун З. Ф., Иваницкий К. П., Дедик Ю. В. Частотные флуктуации отражательного клистрона, стабилизированного сверхпроводящим резонатором.— Там же, 1972, вып. 1, с. 12—15.
63. Карасик В. Р., Нисельсон Л. А., Петрусевич И. В. и др. Влияние чистоты сверхпроводящего ниобия на форму кривой намагничивания.— Письма в журн. эксперим. и теорет. физики, 1968, 8, № 9, с. 479—481.
64. Карлинер М. М. Фазовый метод измерения добротности резонаторов на сверхвысоких частотах.— Изв. вузов. Радиофизика, 1958, 1, № 3, с. 95—103.
65. Карлинер М. М. Прямоотсчетный куметр на сверхвысоких частотах.— Приборы и техника эксперимента, 1961, № 5, с. 141—146.
66. Кац Л. И., Киреев Н. Н. А. с. 316035 (СССР). Способ измерения добротности СВЧ резонаторов.— Оpubл. в Б. И., 1971, № 29.
67. Кацнельсон М. И., Окулов В. И., Устинов В. В. Импеданс металлической пленки при аномальном скин-эффекте.— Физика низких температур, 1980, 6, № 9, с. 1155—1162.
68. Крейн М. Г. Интегральные уравнения на полупрямой с ядром, зависящим от разности аргументов.— Успехи мат. наук, 1958, 13, № 5, с. 3—120.
69. Кузнецов С. И., Самойленко Г. И. Перспективы использования сверхпроводимости в геофизике.— В кн.: Энергетика, электроника, связь: Материалы 3-й регион. науч.-практ. конф. «Молодые ученые и специалисты — народному хозяйству» (Томск, 1980). Томск: Томск. ун-т, 1980, с. 184—186.
70. Кудушкин А. В., Насонов В. С. Фазовые флуктуации сигнала генератора на ЛБВ со сверхпроводящим резонатором.— Приборы и техника эксперимента, 1969, № 6, с. 127—129.
71. Кулик И. О. Нелинейные высокочастотные свойства тонких сверхпроводящих пленок.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1969, 57, № 2, с. 600—616.
72. Куликов Е. И. Измерение добротности полых резонаторов с малым затуханием.— Измер. техника, 1959, № 6, с. 55—57.
73. Кунаков Я. Н., Точенова И. Н., Волков И. Г. Исследование соединений в системе Nb—Sn, полученных диффузионным путем.— В кн.: Физико-химия, металловедение и металлофизика сверхпроводников. М.: Наука, 1969, с. 50—53.
74. Лайнер В. И. Защитные покрытия металлов.— М.: Металлургия, 1974.— 559 с.
75. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред.— М.: Физматгиз, 1959.— 532 с.
76. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика.— М.: Наука, 1964.— 568 с.
77. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля.— М.: Наука, 1967.— 460 с.
78. Ласка В. Л., Кондатов А. В., Потсар Н. А. Электронно-лучевой метод создания сверхчистых пленочных элементов СВЧ устройств.— Изв. Ленингр. электротехн. ин-та, 1976, вып. 190, с. 70—73.
79. Ласка В. Л., Москаленко В. Ф., Стеценко А. Н. Электронно-лучевое испарение в квазизамкнутом объеме и его применение для получения сверхпроводящих покрытий сложного состава на основе ниобия.— Изв. Ленингр. электротехн. ин-та, 1982, вып. 303, с. 3—7.
80. Левич В. Г., Вдовин Ю. А., Мямлин В. А. Курс теоретической физики: В 2-х т.— М.: Наука, 1971.— Т. 2. 936 с.
81. Ледовской В. П., Ласка В. Л., Потсар Н. А. и др. Электронно-лучевое нанесение тугоплавких покрытий.— Изв. Ленингр. электротехн. ин-та, 1975, вып. 171, с. 5—7.

82. Леонтович М. А. О приближенных граничных условиях для электромагнитного поля на поверхности хорошо проводящих тел.— В кн.: Исследования по распространению радиоволн. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1948, с. 5—12.
83. Линтон Э. А. Сверхпроводимость.— 2-е изд., испр. и доп.— М.: Мир, 1971.— 264 с.
84. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика.— М.: Наука, 1979.— 528 с.
85. Макаров Н. М., Фукс И. М. Влияние шероховатой границы металла на магнитные поверхностные уровни.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1971, 60, № 2, с. 806—820.
86. Максимов Е. Г., Панкратов О. А. Водород в металлах.— Успехи физ. наук, 1975, 116, № 3, с. 85—412.
87. Малеев П. И. Новые типы гироскопов.— Л.: Судостроение, 1971.— 160 с.
88. Малков М. П. Справочник по физико-техническим основам криогеники.— М.: Энергия, 1973.— 392 с.
89. Маслова Л. А., Менде Ф. Ф., Спицын А. И. и др. Монокристаллические оловянные диски заданной ориентации, выращенные методом Бриджмена.— В кн.: II Всесоюз. конф. «Перспективы и методы выращивания монокристаллов» (Харьков, 8—10 сент. 1982 г.): Харьков: ВНИИ монокристаллов, 1982, с. 37—38.
90. Матюнин В. П. О возможности создания гравиметра со сверхмалым дрейфом нуля.— В кн.: Долговременная стабильность гравиметрических приборов. М.: Наука, 1979, с. 9—18.
91. Махлин Р. Е. Определение степени связи объемного резонансного двухполосника с линией передачи на СВЧ.— Изв. вузов. Радиоэлектрон., 1967, 10, № 6, с. 575—578.
92. Мацакова А. А., Лазарев Б. Г. Изучение особенностей диаграммы состояния системы ниобий-олово.— Физика металлов и металловедение, 1973, 36, № 1, с. 148—156.
93. Менде Ф. Ф. Поверхностный импеданс сверхпроводников и нормальных металлов.— Харьков, 1978.— 62 с.— Рукопись деп. в ВИНТИ, 26.12.78, № 3911-78 Деп.
94. Менде Ф. Ф. Охлаждаемые резонансные системы и их использование для повышения чувствительности и точности физических величин.— Харьков, 1978.— 48 с.— Рукопись деп. в ВИНТИ, 24.04.79, № 1503-79 Деп.
95. Менде Ф. Ф., Трубицын А. В. Перспективы использования сверхпроводимости в гравиметрии.— Физика конденсированного состояния, 1973, вып. 22, с. 72—79.
96. Менде Ф. Ф., Чаркин В. А. А. с. 572701 (СССР). Эталон тока.— Оpubл. в Б. И., 1977, № 34.
97. Менде Ф. Ф., Чаркин В. А. Гальванометр с большим динамическим диапазоном.— В кн.: 21-е Всесоюз. совещ. по физике низких температур (Харьков, 23—26 сент. 1980 г.): Тез. докл. Харьков: ФТИНТ, 1980, ч. 4, с. 234—235.
98. Менде Ф. Ф., Чаркин В. А. А. с. 873142 (СССР). Измеритель мощности сверхвысоких частот.— Оpubл. в Б. И., 1981, № 38.
99. Менде Ф. Ф., Бондаренко И. Н., Трубицын А. В. Сверхпроводящие и охлаждаемые резонансные системы.— Киев: Наук. думка, 1976.— 272 с.
100. Менде Ф. Ф., Руднев О. Е., Синенко В. Д. Сверхпроводящая широкодиапазонная колебательная система.— Приборы и техника эксперимента, 1982, № 2, с. 118—119.
101. Менде Ф. Ф., Дмитриев В. М., Христенко Е. В. и др. Измерение добротности сверхпроводящих резонаторов.— Там же, 1968, № 4, с. 134—137.
102. Менде Ф. Ф., Дмитриев В. М., Христенко Е. В. и др. Сверхпроводящие резонаторы и их использование в системах стабилизации частоты.— Физика конденсированного состояния, 1970, вып. 9, с. 3—71.
103. Менде Ф. Ф., Пренцлау Н. Н., Чаркин В. А., Баранов И. Т. А. с. 340056 (СССР). Устройство фазовой автоподстройки частоты.— Оpubл. в Б. И., 1972, № 17.

104. Менде Ф. Ф., Спицын А. И., Дубров Н. Н. Влияние анизотропии поверхностного импеданса на параметры волноводов и резонаторов.—Журн. техн. физики, 1980, 50, вып. 8, с. 1609—1615.
105. Менде Ф. Ф., Спицын А. И., Подлесный В. Н. К влиянию шероховатостей на поверхностный импеданс и эффективную глубину проникновения сверхпроводников.—Там же, 1981, 51, вып. 12, с. 2560—2564.
106. Менде Ф. Ф., Спицын А. И., Скугаревский А. В. Использование сверхпроводящих резонаторов для изучения анизотропии поверхностного сопротивления и глубины проникновения сверхпроводников.—В кн.: 21-е Всесоюз. совещ. по физике низких температур (Харьков, 23—26 сент. 1980 г.): Тез. докл. Харьков: ФТИНТ, 1980, ч. 4, с. 230—231.
107. Менде Ф. Ф., Спицын А. И., Скугаревский А. В. Некоторые особенности температурной зависимости поверхностного сопротивления монокристаллического олова.—В кн.: XXI Междунар. конф. стран-членов СЭВ по физике и технике низких температур (Варна, 11—14 окт. 1983 г.): Тез. докл. София: Болгарская Академия наук, 1983, с. 199—201.
108. Менде Ф. Ф., Спицын А. И., Терещенко Н. А. и др. Измерение абсолютной величины реактивного поверхностного сопротивления и глубины проникновения поля в сверхпроводящий свинец.—Журн. техн. физики, 1977, 47, вып. 9, с. 1916—1923.
109. Менде Ф. Ф., Трубицын А. В., Баранов И. Т. и др. Использование сверхпроводящих резонаторов в гравиметрии.—В кн.: Новейшие проблемы гравитации: Тез. докл. Всесоюз. симпоз. (Москва, 18—20 июня 1973 г.). М.: ВНИИ ФТРИ, 1973, с. 185—186.
110. Менде Ф. Ф., Трубицын А. В., Рыбалка Н. Ф. и др. Некоторые методы измерения добротности и резонансной частоты высокодобротных резонаторов.—Физика конденсированного состояния, 1973, вып. 22, с. 12—26.
111. Менде Ф. Ф., Тышляр В. И., Уваров И. И. и др. Метод измерения глубины проникновения поля в сверхпроводник.—Там же, вып. 29, с. 86—89.
112. Менде Ф. Ф., Уваров И. И., Тышляр В. И. и др. К расчету поверхностного сопротивления сверхпроводников.—Журн. техн. физики, 1976, 46, вып. 8, с. 1938—1943.
113. Минакова И. И., Назаров В. И., Панов В. И. Методика экспериментального исследования криогенного генератора СВЧ из монокристалла сапфира с кратковременной нестабильностью частоты $6 \cdot 10^{-13}$.—М., 1982.—28 с.—Рукопись деп. в ВИНТИ, 13.04.82, № 1805-82 Деп.
114. Новикова С. И. Тепловое расширение твердых тел.—М.: Наука, 1974.—292 с.
115. Окулов В. И., Устинов В. В. Граничное условие для функции распределения электронов проводимости, рассеивающихся на поверхности металла.—Журн. эксперим. и теорет. физики, 1974, 67, № 3, с. 1176—1189.
116. Окулов В. И., Устинов В. В. Влияние поверхностного рассеяния электронов проводимости на импеданс металла.—Физика металлов и металловедение, 1976, 41, № 2, с. 231—242.
117. Окулов В. И., Устинов В. В. Поверхностное рассеяние электронов проводимости и кинетические явления в металлах: Обзор.—Физика низких температур, 1979, 5, № 3, с. 213—252.
118. Орехова В. В., Андриященко Ф. К. Исследование кинетических закономерностей электронных реакций в поллигандных электролитах. Совместное восстановление катионов.—Электрохимия, 1978, 14, № 2, с. 240—245.
119. Панов В. И. Способ стабилизации частоты клистронных генераторов СВЧ.—Приборы и техника эксперимента, 1980, № 5, с. 124—126.
120. Панов В. И., Еленский В. Г. Высокодобротные электромагнитные резонаторы. Сверхпроводящие полые резонаторы.—Зарубеж. радиоэлектрон., 1982, № 4, с. 87—98.
121. Пашченко Е. Г., Пожаров А. М., Тихонов В. В. Криогенная электроника в морском радиооборудовании.—Л.: Судостроение, 1980.—223 с.
122. Перцов С. В., Щуцкой К. А. Входные цепи радиоприемников.—М.: Энергия, 1973.—256 с.

123. Петрусевич И. В., Козлов Ф. Н., Богданов В. П. и др. О получении ниобия восстановлением его пентахлорида водородом.— Изв. АН СССР. Сер. Металлы, 1972, № 6, с. 42—46.
124. Пудалов В. М., Туранов С. А., Хайкин М. С. Генератор на туннельном диоде, стабилизированный сверхпроводящим резонатором.— Приборы и техника эксперимента, 1975, № 5, с. 150—152.
125. Рамо С., Уиннери Дж. Поля и волны в современной радиотехнике.— М.; Л.: ОГИЗ, 1948.—631 с.
126. Руднев О. Е., Менде Ф. Ф., Спицын А. И. Устройство для измерения добротностей сверхпроводящих СВЧ резонаторов с цифровым отсчетом.— Электрон. техника. Сер. Электрон. СВЧ, 1979, вып. 4, с. 68—73.
127. Рытов С. М. Расчет скин-эффекта методом возмущений.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1940, 10, № 2, с. 180—189.
128. Савицкий Е. М., Барон В. В., Ефимов Ю. В. и др. Металловедение сверхпроводящих материалов.— М.: Наука, 1969.—265 с.
129. Савицкий Е. М., Барон В. В., Михайлов Б. П. Получение и исследование покрытий из Nb_3Sn на подложках из различных металлов и сплавов.— В кн.: Сверхпроводящие сплавы и соединения. М.: Наука, 1972, с. 55—59.
130. Савицкий Е. М., Бурханов Г. С. Металловедение тугоплавких металлов и сплавов.— М.: Наука, 1967.—272 с.
131. Савицкий Е. М., Ефимов Ю. В., Козлова Н. Д. и др. Сверхпроводящие материалы.— М.: Металлургия, 1976.—296 с.
132. Савицкий Е. М., Ефимов Ю. В., Кружляк Я. и др. Физико-химические основы получения сверхпроводящих материалов.— М.: Металлургия, 1981.—480 с.
133. Самарский А. А., Андреев В. Б. Разностные методы для эллиптических уравнений.— М.: Наука, 1976.—352 с.
134. Сверхпроводящее соединение ниобий—олово / Под ред. В. В. Шмидта.— М.: Металлургия, 1970.—295 с.
135. Сверхпроводящие машины и устройства / Под ред. Е. Ю. Клименко.— М.: Мир, 1977.—765 с.
136. Свишников А. Г., Тихонов А. И. Теория функций комплексной переменной.— М.: Наука, 1967.—304 с.
137. Свилов Г. С., Былый Д. И. Сверхпроводящие и криорезистивные обмоточные провода.— М.: Энергия, 1976.—168 с.
138. Севрюкова Л. М. Сверхпроводящие объемные резонаторы: (Обзор).— Радиоэлектрон. за рубежом, 1979, вып. 19, с. 3—24.
139. Севрюкова Л. М., Образцов С. В., Крючкова Г. Г. и др. Новые исследования в технологии обработки поверхностей сверхпроводящих СВЧ структур.— Вопр. атом. науки и техники. Сер. Линейн. ускорители, 1977, вып. 2/5, с. 42—44.
140. Семенов Н. А. Техническая электродинамика.— М.: Связь, 1973.—480 с.
141. Синенко В. Д., Менде Ф. Ф., Иванов А. И. и др. Сверхпроводящие перестраиваемые контуры и их использование в высокостабильных радиочастотных генераторах.— Радиотехника (Харьков), 1979, № 49, с. 32—40.
142. Сирота Н. Н., Овсейчук Э. А., Стрибук Е. К. Влияние степени деформации на сверхпроводящие свойства ниобия и ванадия.— Докл. АН СССР, 1966, 171, № 1, с. 88—90.
143. Скорчеллетти В. В. Теоретическая электрохимия.— 2-е изд., стереотип.— Л.: Госхимиздат, 1963.—608 с.
144. Смирнов В. И. Курс высшей математики.— М.: Наука, 1974.—Т. 2. 655 с.
145. Спицын А. И., Менде Ф. Ф., Скугаревский А. В. Индуктивность сверхпроводников при нелинейной связи поля и тока.— Радиотехника и электрон., 1982, 27, № 4, с. 770—775.
146. Спицын А. И., Менде Ф. Ф., Кочконьян Н. А. и др. К анализу влияния шероховатостей на глубину проникновения и поверхностный импеданс сверхпроводников.— В кн.: XXI Междунар. конф. стран—членов СЭВ по физике и технике низких температур. (Варна, 11—14 окт. 1983 г.): Тез. докл., с. 85—86. София: Болгарская Академия наук, 1983.
147. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовиц, И. Стиган.— М.: Наука, 1979.—831 с.

148. *Техника измерений на сантиметровых волнах* / Под ред. Г. А. Ремез : В 2-х т.— М. : Сов. радио, 1949.— Т. 1. 516 с.
149. *Тинкхам М.* Введение в сверхпроводимость.— М. : Атомиздат, 1980.—311 с.
150. *Фальковский Л. А.* Плотность и затухание поверхностных магнитных состояний.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1970, 58, № 5, с. 1830—1842.
151. *Фальковский Л. А.* Диффузное граничное условие для электронов проводимости.— Письма в журн. эксперим. и теорет. физики, 1970, 11, № 4, с. 222—226.
152. *Фальковский Л. А.* Скин-эффект на шероховатой поверхности.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1971, 60, № 2, с. 838—845.
153. *Физико-химия, металловедение и металлофизика сверхпроводников* / Под ред. Е. М. Савицкого, В. В. Барона.— М. : Наука, 1969.—159 с.
154. *Хансен М., Андерко К.* Структуры двойных сплавов : В 2-х т.— М. : Металлургиздат, 1962.— Т. 1—2.
155. *Хайкин М. С.* Поверхностное сопротивление сверхпроводящего кадмия.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1958, 34, № 6, с. 1389—1397.
156. *Хайкин М. С.* Осцилляторная зависимость поверхностного сопротивления металла от слабого магнитного поля.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1960, 39, № 1, с. 212—214.
157. *Хайкин М. С.* Генератор на лампе с бегущей волной, стабилизированный сверхпроводящим резонатором.— Приборы и техника эксперимента, 1961, № 3, с. 104—106.
158. *Хайкин М. С.* Магнитные поверхностные уровни.— Успехи физ. наук, 1968, 96, № 3, с. 409—440.
159. *Хайкин М. С., Эдельман В. С.* Измерение импульсов электронов проводимости висмута и наблюдение отражения их поверхностью.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1964, 47, № 3, с. 878—885.
160. *Чамберс Р.* Явление переноса. Поверхностные и размерные эффекты.— В кн.: Физика металлов. М. : Мир, 1972, т. 1, с. 196—281.
161. *Шальников А. И., Шарвин Ю. В.* Исследование глубины проникновения магнитного поля в массивный сверхпроводник.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1948, 12, № 3, с. 195—215.
162. *Шальников А. И., Шарвин Ю. В.* Исследование глубины проникновения магнитного поля в массивный сверхпроводник.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1948, 18, № 1, с. 102—103.
163. *Шанк Ф. А.* Структуры двойных сплавов.— 2-е изд., доп.— М. : Металлургия, 1973.—760 с.
164. *Шарвин Ю. В.* Исследование глубины проникновения магнитного поля в массивный сверхпроводник.— Журн. эксперим. и теорет. физики, 1952, 22, № 3, с. 367—375.
165. *Шобер Т., Венцль Х.* Системы Nb—H(D), Ta—H(D), V—H(D): структуры, диаграммы, морфология, методы приготовления.— В кн.: Водород в металлах. Т. 2. Прикладные аспекты. / Под ред. Г. Алефельда, И. Фелькля. М. : Мир, 1981, с. 17—90.
166. *Штейншлейгер В. Б.* Явления взаимодействия волн в электромагнитных резонаторах.— М. : Оборонгиз, 1955.—111 с.
167. *Шульцин Л. П.* Электрохимические процессы на переменном токе.— Л. : Наука, 1974.—70 с.
168. *Шукин А. Н.* Распространение радиоволн.— М. : Госрадиоиздат, 1940.—398 с.
169. *Эллиот Р. П.* Структуры двойных сплавов : (Справочник). В 2-х т.— М. : Металлургия, 1970.— Т. 1—2.
170. *Юнг Л.* Анодные оксидные пленки.— Л. : Энергия, 1967.—232 с.
171. *Ямпольский А. М., Ильин В. А.* Краткий справочник гальванотехника.— М. : Л. : Mashgiz, 1962.—244 с.
172. *Agüeman K., Puffer I. M., Yasaitis J. A., Rose R. M.* Superconducting $\text{Mo}_{0.75}\text{Re}_{0.25}$ cavities at X-band.— IEEE Trans. Magn., 1977, 13, N 1, p. 343—345.
173. *Al-Huseini F. A.* Surface effects on AC losses in superconducting niobium.— In: Proc. 6th Int. cryog. eng. conf. (Grenoble, 1976).— Guildford: IPC Sci and Technol. Press, 1976, p. 438—441.

174. Allen M. A., Farkas Z. D., Hogg H. A. et al. Superconducting niobium cavity measurements at SLAC.—IEEE Trans. Nucl. Sci., 1971, 18, N 3, p. 168—172.
175. Allison J., Benson F. A. Surface roughness and attenuation of precision-drawn, chemically polished, electropolished, electroplated and electroformed waveguides.—Proc. IEE, 1955, 102, N 1, p. 251—259.
176. Alvarez R. A., Bix D., Byrne D. et al. Generation of high-power microwave pulses using a spherical superconducting cavity and interference-type switch.—IEEE Trans. Magn., 1981, 17, N 1, p. 935—938.
177. Alworth C. W., Haden C. R. Nuclear radiation detection using a superconducting resonant cavity.—J. Appl. Phys., 1971, 42, N 1, p. 166—169.
178. Amano M., Sasaki Y. Dislocation structure in dehydrogenated niobium.—Phys. status solidi A, 1973, 19, N 2, p. 405—414.
179. Anderson D. E., Toth L. E., Rosner L. G. et al. Superconducting $H_c - I_c$ characteristics of nitrated Nb—Zr wire to 130 kOe.—Appl. Phys. Lett., 1965, 7, N 4, p. 90—92.
180. Anderson R. A., Ginsberg D. M. Penetration depth and flux creep in thin superconducting indium films.—Phys. Rev. B, 1972, 5, N 11, p. 4421—4434.
181. Arams F. R., Fradkin J., Kornfeld D. et al. Superconducting ultrahigh Q tunable RF preselector.—IEEE Trans. Electromagn. Compatib., 1967, 9, N 3, p. 110—123.
182. Arndt G. D., Hartwing W. H., Stone J. L. Photodilectric detector using a superconducting cavity.—J. Appl. Phys., 1968, 39, N 6, p. 2653—2656.
183. Arnolds G., Proch D. Measurement of a Nb_3Sn structure for linear accelerator application.—IEEE Trans. Magn., 1977, 13, N 1, p. 500—503.
184. Aschkin M., Gavaler J. R. The upper critical field of NbN film.—J. Appl. Phys., 1978, 49, N 4, p. 2449—2451.
185. Aschkin M., Gavaler J. R. Stability of Nb-based, high- H_c A15 compounds.—J. Low Temp. Phys., 1978, 31, N 1/2, p. 285—293.
186. Baker C., Birnbaum H. K. Anelastic studies of hydrogen diffusion in niobium.—Acta met., 1973, 21, N 7, p. 865—872.
187. Bardeen J., Cooper L. N., Schrieffer J. R. Theory of superconductivity.—Phys. Rev., 1957, 108, N 5, p. 1175—1204.
188. Bauer W., Citron A., Dammertz G. et al. Status of the CERN.—Karsruhe superconducting RF particle separator.—IEEE Trans. Nucl. Sci., 1975, 22, N 3, p. 1144—1147.
189. Beck A. C., Dawson R. W. Conductivity measurements at microwave frequencies.—Proc. IRE, 1950, 38, N 10, p. 1181—1189.
190. Becker R., Heller G., Sauter F. Über die Stromverteilung in einer supraleitenden Kugel.—Z. Phys., 1933, 85, N 11/12, S. 772—794.
191. Benaroya R., Clift B. E., Johnson K. W. et al. A high-performance Nb helical cavity.—IEEE Trans. Magn., 1975, 11, N 2, p. 413—416.
192. Bennett A. J. Anisotropic energy gap in superconducting white tin: semiempirical approach.—Phys. Rev., 1967, 153, N 2, p. 482—487.
193. Benson F. A. Attenuation and surface roughness of electroplated waveguides.—Proc. IEE, 1953, 100, N 63, p. 213—220.
194. Benson F. A. Waveguide attenuation and its correlation with surface roughness.—Ibid., pt 3, N 10, p. 85—90.
195. Benson F. A., Steven D. H. Rectangular-waveguide attenuation at millimeter wavelengths.—Ibid., 1963, 110, N 6, p. 1008—1014.
196. Biondi M. A., Garfunkel M. P. Millimeter wave absorption in superconducting aluminium. I. Temperature dependence of the energy gap.—Phys. Rev., 1959, 116, N 4, p. 853—861.
197. Bix D., Dick G. J., Little W. A. et al. Microwave power gain utilizing superconducting resonant energy storage.—Appl. Phys. Lett., 1978, 32, N 1, p. 68—70.
198. Bix D., Dick G. J., Little W. A. et al. Pulsed frequency modulation of superconducting resonators.—Ibid., 33, N 5, p. 466—468.
199. Bix D. L., Scalapino D. J. A cryogenic microwave switch.—IEEE Trans. Magn., 1979, 15, N 1, p. 33—35.

200. *Birx D. L., Scalapino D. J.* Microwave energy compression using a high-intensity electron beam switch.—*J. Appl. Phys.*, 1980, 51, N 7, p. 3629—3631.
201. *Blair D. G.* Superconducting accelerometer using niobium-on-sapphire RF resonator.—*Rev. Sci. Instrum.*, 1979, 50, N 3, p. 286—291.
202. *Blair D. G., Hamilton W. O.* Fabrication and properties of RF niobium-on-sapphire superconducting resonators.—*Ibid.*, N 3, p. 279—285.
203. *Blougher R. D., Hein R. E., Cox J. E. et al.* Atomic ordering and superconductivity in A15 compounds.—*J. Low Temp. Phys.*, 1969, 1, N 6, p. 539—561.
204. *Braginskii V. B., Panov V. I., Vasiliev S. I.* The properties of superconducting resonators on sapphire.—*IEEE Trans. Magn.*, 1981, 17, N 1, p. 955—957.
205. *Bruynseraede Y., Gorle D., Leroy D. et al.* Surface-resistance measurements in TE_{011} -mode cavities of superconducting indium, lead and an indium-lead alloy at low and high RF magnetic fields.—*Physica*, 1971, 54, N 1, p. 137—159.
206. *Buck O., Thompson D. O., Wert C. A.* The effect of hydrogen on the low-temperature internal friction of a niobium single crystal.—*J. Phys. and Chem. Solids*, 1971, 32, N 10, p. 2331—2334.
207. *Buckel W., Hasse J., Reichert V.* Superconducting surface resistance of amorphous and crystalline $Pb_{55}Bi_{45}$.—*Phys. Lett. A*, 1971, 37, N 5, p. 457—458.
208. *Bussiere J. E., Suenaga M.* Reduction of AC losses of Nb_3Sn by surface treatment.—*J. Appl. Phys.*, 1976, 47, N 2, p. 707—714.
209. *Chambers E. E.* Status and development of superconducting 2 GeV accelerator at HEPL.—*Nucl. Instrum. and Meth.*, 1970, 87, N 1, p. 73—76.
210. *Chambers R. S.* The anomalous skin effect.—*Proc. Roy. Soc. A*, 1952, 215, N 1123, p. 481—496.
211. *Chambers R. O., Pippard A. B.* The effect of method of preparation on the high-frequency surface resistance of metals.—*Inst. Metals Monogr.*, 1952, N 13, p. 281—292.
212. *Citron A.* Superconducting accelerators.—In: *Proc. 8th Int. cryog. eng. conf.* (Genova, 3—6 June, 1980). Guildford: IPC Sci. and Technol. press, 1980, p. 49—58.
213. *Cooper L. N.* Bound electron pairs in a degenerate fermi gas.—*Phys. Rev.*, 1956, 104, N 4, p. 1189—1190.
214. *Cutler L. S., Searle C. L.* Some aspects of the theory and measurement of frequency fluctuations in frequency standards.—*Proc. IEEE*, 1966, 54, N 2, p. 136—154.
215. *Danielsen M.* Ageing of the residual surface resistance of superconducting lead cavities.—*Appl. Phys. Lett.*, 1972, 21, N 8, p. 377—379.
216. *Danielsen M.* Superconducting lead cavities at 35 GHz.—*Proc. IEEE*, 1973, 61, N 1, p. 71—76.
217. *Daunt J. G., Miller A. R., Pippard A. B. et al.* Temperature dependence of penetration depth of a magnetic field in superconductors.—*Phys. Rev.*, 1948, 74, N 7, p. 842.
218. *Davidheuser R. A.* Superconducting microstrip filters.—In: *Future trends in superconductive electronics*. New York, 1978, p. 219—222 (AIP Conf. proc., N 44).
219. *Debeau J., Minet R.* Filtrés hyperfréquences supraconducteurs.—*Echo rech.*, 1973, N 72, p. 17—21.
220. *Degrift C., van.* A sensitive displacement transducer using an extremely reentrant 84 MHz cavity oscillator.—*Rev. Sci. Instrum.*, 1974, 45, N 9, p. 1171—1172.
221. *Desirant M., Shoenberg D.* Penetration of magnetic field into superconducting mercury.—*Nature*, 1947, 159, N 1032, p. 201—202.
222. *Dheer P. N.* The surface impedance of normal and superconducting indium at 3000 Mc/s.—*Proc. Roy. Soc. A*, 1961, 260, N 1302, p. 333—349.
223. *Dick G. J., Delagen J. R., Yen H. C.* A polishing procedure for high surface electric fields in superconducting lead resonators.—*IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1977, 24, N 3, p. 1130—1132.

224. *Dick G. J., Shepard K. W.* A spiral loaded low- β accelerating structure.— *Appl. Phys. Lett.*, 1974, 24, N 1, p. 40—42.
225. *Dick G. J., Sprouse G. D.* The split-loop resonator as a superconducting heavy ion accelerating element.— *IEEE Trans. Magn.*, 1977, 13, N 1, p. 512—515.
226. *Diepers H., Martens H.* Superconducting Niobium TE_{011} mode cavities with high critical magnetic field and high Q value.— *Phys. Lett. A*, 1972, 38, N 5, p. 337—338.
227. *Diepers H., Martens H., Schmidt O. et al.* Superconducting niobium cavities prepared by electropolishing and anodizing.— *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1973, 20, N 3, p. 68—70.
228. *Dingle R. B.* The anomalous skin effect and the reflectivity of metals.— *Physica*, 1953, 19, N 4, p. 311—347.
229. *Drangheid K. E., Sommerhalder R.* Observed sign reversal of a magnetic field penetrating a superconductor.— *Phys. Rev. Lett.*, 1962, 8, N 12, p. 467—469.
230. *Faber T. E., Pippard A. B.* The penetration depth and high-frequency resistance of superconducting aluminium.— *Proc. Roy. Soc. A*, 1955, 231, N 1186, p. 336—353.
231. *Fairbank W. M.* High frequency surface resistivity of tin in the normal and superconducting states.— *Phys. Rev.*, 1949, 76, N 8, p. 1106—1111.
232. *Fairbank W. M., Pierce J. M., Wilson P. B.* High power superconducting cavities for accelerators.— In: *Proc. 8th Int. conf. low temp. phys. (London, 1962)*. London: Butterworths, 1963, p. 324—325.
233. *Fawcett E.* The surface resistance of normal and superconducting tin at 36 kMc/s.— *Proc. Roy. Soc. A*, 1955, 232, N 1191, p. 519—537.
234. *Fiske M. D.* Temperature and magnetic field dependences of Josephson tunneling current.— *Revs Mod. Phys.*, 1964, 36, N 1, p. 221—222.
235. *Fröhlich H.* Theory of the superconducting state. I. The ground state at the absolute zero of temperature.— *Phys. Rev.*, 1950, 79, N 5, p. 845—856.
236. *Fuchs K.* The conductivity of thin metallic films according to the electron theory of metals.— *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 1938, 34, N 1, p. 100—108.
237. *Gallop J. C.* The impact of superconducting devices on precision metrology and fundamental constants.— *Metrologia*, 1982, 18, N 2, p. 67—92.
238. *Gikow E., Vig J. R.* Пат. 3818390 (CIIA). Superconductive tunable filter with narrow band and broad tuning range. Кл. 334-68.— *Onyбл.* 18.06.74
239. *Giordano S., Hahn H., Halama H. J. et al.* Investigation of microwave properties of superconducting $Nb_{0.4}Ti_{0.6}$.— *IEEE Trans. Magn.*, 1975, 11, N 2, p. 437—440.
240. *Griffiths D. J., Koch C. C., Charlesworth J. P.* The frequency dependence of ac losses in type II superconductors.— *Phil. Mag.*, 1976, 33, N 3, p. 505—528.
241. *Grissom D., Hartwig W. H.* Dielectric dissipation in NaCl and KCl below 4.2K.— *J. Appl. Phys.*, 1966, 37, N 13, p. 4784—4789.
242. *Haas R. W., Zimmermann P.* 22 GHz measurements of dielectric constants and loss tangents of castable dielectrics at room and cryogenic temperature.— *IEEE Trans. Microwave Theory and Techn.*, 1976, 24, N 11, p. 881—883.
243. *Hahn H., Halama H. J., Foster E. H.* Measurement of the surface resistance of superconducting lead at 2868 GHz.— *J. Appl. Phys.*, 1968, 39, N 6, p. 2606—2609.
244. *Halbritter J.* Zur Oberflächenimpedanz von Supraleitern. Diss. Karlsruhe. 1969.—72 S.
245. *Halbritter J.* Change of eigenstate in superconducting RP cavity due to nonlinear response.— *J. Appl. Phys.*, 1970, 41, N 11, p. 4581—4588.
246. *Halbritter J.* The dependence of surface resistance of superconductors on mean free path at low frequencies and low temperatures.— In: *Proc. 12th Int. conf. low temp. phys. (Kyoto, 1970)*. Tokyo: Acad. press of Japan, 1971, p. 377—378.
247. *Halbritter J.* Comparison between measured and calculated RF losses in the superconducting state.— *Z. Phys.*, 1970, 238, N 5, S. 466—476.

248. Halbritter J. Surface residual resistance of high-Q superconducting resonator.—J. Appl. Phys., 1971, 42, N 1, p. 82—94.
249. Halbritter J. On the penetration of the magnetic field into a superconductor.—Z. Phys., 1971, 243, N 3, S. 201—219.
250. Halbritter J. On surface resistance of superconductors.—Ibid., 1974, 266, N 3, S. 209—217.
251. Halbritter J. On RF residual losses and phonon generation.—IEEE Trans. Magn., 1975, 11, N 2, p. 427—430.
252. Halbritter J. On weak superconducting spots in Nb₃Sn—J. Phys. (France), 1978, 39, N 8, colloq. 6 / 1, p. 396—397.
253. Halbritter J. On electric surface impedance.—Z. Phys., 1978, 31, N 1, S. 19—37.
254. Hartmann L. E., Luttinger J. M. Exact solution of the integral equations for the anomalous skin effect and cyclotron resonance in metal.—Phys. Rev., 1966, 151, N 2, p. 430—433.
255. Hartwig W. H. Superconducting resonators and devices.—Proc. IEEE, 1973, 61, N 1, p. 58—70.
256. Hasse J., Hermann W. D., Orlich R. On the microwave absorption of superconducting Nb₃Sn.—Z. Phys., 1974, 271, N 3, S. 265—268.
257. Hauser J. J., Buehler E. Effect of the plastic deformation and annealing temperature on superconducting properties.—Phys. Rev., 1962, 125, N 1, p. 142—148.
258. Hechler K., Saur E. Präparation und Supraleitungseigenschaften von reinem sowie Zirkon- und titanhaltigem Niobnitrid.—Z. Phys., 1967, 205, N 4, S. 392—399.
259. Heim G., Stritzker B. Ion implantation a powerful technique for the production of metastable superconducting alloys.—Appl. Phys., 1975, 7, N 4, p. 239—248.
260. Hillenbrand B., Martens H. Superconducting Nb₃Sn cavities with high quality factors and high critical flux densities.—J. Appl. Phys., 1976, 47, N 9, p. 4151—4155.
261. Hillenbrand B., Martens H., Pfister H. et al. Superconducting Nb₃Sn cavities with high microwave qualities.—IEEE Trans. Magn., 1977, 13, N 1, p. 491—495.
262. Hillenbrand B., Martens H., Pfister H. et al. Superconducting Nb₃Sn-cavities.—Ibid., 1975, 11, N 2, p. 420—422.
263. Hillenbrand B., Martens H., Schnitzke K. On the preparation and a thermal breakdown mechanism of superconducting niobium X-band cavities with high magnetic flux densities.—In: Proc. 12th Int. conf. high energy accel. (Stanford, Calif. May 2—7, 1974). Springfield (Va), 1974, p. 143—146.
264. Hillenbrand B., Uzel Y., Schnitzke K. On the preparation of Nb₃Sn-layers on monocrystalline Nb-substrates.—Appl. Phys., 1980, 23, N 3, p. 237—240.
265. Hinds J. J., Hartwig W. H. Material-properties analyzers using superconducting resonators.—J. Appl. Phys., 1971, 42, N 1, p. 170—179.
266. Horn G., Saur E. Präparation und Supraleitungseigenschaften von Niobnitrid sowie Niobnitrid mit Titan-, Zirkon- und Tantalzusatz.—Z. Phys., 1968, 210, N 1, S. 70—79.
267. Isagawa S. A new method for measuring the low-temperature dielectric property of a low-loss material with a superconducting resonant cavity.—J. Appl. Phys., 1976, 15, N 11, p. 2059—2066.
268. Isagawa S. Hydrogen absorption and its effect on low-temperature electric properties of niobium.—J. Appl. Phys., 1980, 51, N 8, p. 4460—4470.
269. Isagawa S., Mizumachi Y. Surface resistance of superconducting lead at 6.5 GHz.—Cryogenics, 1982, 22, N 7, p. 344—347.
270. Jaggi R., Sommerhalder R. Messung der Eindringtiefe an supraleitenden Hohlkörpern.—Helv. phys. acta, 1960, 33, N 1, S. 1—20.
271. Yaung L., Bahr A. Proposal for a microwave rotation sensor.—Proc. IEEE, 1968, 56, N 11, p. 2076—2077.
272. Jimenez J. J., Benard J., Sudraud P. et al. Attainment of a low noise high-power and highly stable Gunn oscillator by coupling to a superconducting cavity.—Ibid., 1973, 61, N 1, p. 123—124.

273. *Judish J. P., Jones C. M., McGowan F. K. et al.* Measurements of the low-temperature RF surface resistance of lead at frequencies from 136 to 472 MHz.—*Phys. Rev. B—Solid State*, 1977, 15, N 9, p. 4412—4424.
274. *Kato Keizo, Kobayashi Osamu, Miyazaki Akira. et al.* Extraction of microwave pulses from a superconducting cavity.—*Какуюго кэнкю*, 1983, 49, № 1, p. 13—25.
275. *Kayyali A., Cham T. M., Nguyen T. V. et al.* Oscillateur microonde a diode Gunn de haute pureté spectrale stabilisé en fréquence par une cavite supraconductrice et electroniquement accordable.—*Rev. Phys. Appl.*, 1979, 14, N 10, p. 869—874.
276. *Keskar K. S., Yamashita T., Onodera Y.* Superconducting transition temperatures of RF sputtered NbN films.—*Jap. J. Appl. Phys.*, 1971, 10, N 3, p. 370—374.
277. *Khalatnikov I. M., Abrikosov A. A.* The modern theory of superconductivity.—*Adv. Phys.*, 1959, 8, N 29, p. 45—86.
278. *Kinter M. L., Weissman I., Stein W. W.* Chemical polish for niobium microwave structures.—*J. Appl. Phys.*, 1970, 41, N 2, p. 828—829.
279. *Kneisel P., Küpfer H., Schwartz W. et al.* On properties of superconducting Nb₃Sn used as coatings in RF cavities.—*IEEE Trans. Magn.*, 1977, 13, N 1, p. 496—499.
280. *Kneisel P., Küpfer H., Stoltz O. et al.* Properties of superconducting Nb₃Sn layers used in RF cavities.—*Advances in Cryog. Eng.*, 1978, v. 24, p. 442—448.
281. *Kneisel P., Stoltz O., Halbritter J.* Investigation of the surface resistance of a niobium-cavity at S-band.—*IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1971, 18, N 3, p. 158—161.
282. *Kneisel P., Stoltz O., Halbritter J.* On the variation of RF surface resistance with field strength in anodized niobium cavities.—In: *Proc. appl. supercond. conf., Annapolis (Md)*, 1972. New York: IEEE, Inc., 1972, p. 657—661.
283. *Kneisel P., Stoltz O., Halbritter J.* Investigations of a superconducting beam tube niobium cavity at S-band.—*IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1973, 20, N 3, p. 63—67.
284. *Kneisel P., Stoltz O., Halbritter J.* On surface preparation and measurement of niobium used in high-frequency cavities.—*J. Appl. Phys.*, 1974, 45, N 5, p. 2296—2301.
285. *Kneisel P., Stoltz O., Halbritter J.* On breakdown fields of a superconducting niobium cavity at S-band.—*Ibid.*, p. 2302—2304.
286. *Kneisel P., Stoltz O., Halbritter J.* Nb₃Sn for superconducting RF cavities.—*Adv. Cryog. Eng.* 1977, v. 22, p. 341—346.
287. *Kneisel P., Stoltz O., Halbritter J.* Measurements of superconducting Nb₃Sn cavities in the GHz range.—*IEEE Trans. Magn.*, 1979, 15, N 1, p. 21—24.
288. *Kumashiro Y., Sakuma E., Kimura Y. et al.* The preparation of NbN and NbC single crystals by an RF floating zone process.—*J. Less-Common Metals*, 1980, 75, N 2, p. 187—196.
289. *Kuntze M.* RF superconductivity.—In: *Proc. 12th Int. conf. high energy accel. (Stanford, Calif., May 2—7, 1974)*. Springfield (Va), 1974, p. 115—122.
290. *Lagomarsino V., Manuzio G., Parodi R. et al.* Measurements of niobium superconducting C-band cavities for linear accelerators applications.—*IEEE Trans. Magn.*, 1979, 15, N 1, p. 25—26.
291. *Langer J. S., Vosko S. M.* The shielding of fixed charge in a high density electron gas.—*J. Phys. and Chem. Solids*, 1959, 12, p. 196—205.
292. *Laurmann E., Shoenberg D.* Penetration of magnetic field into superconductors.—*Nature*, 1949, 160, N 4074, p. 747—748.
293. *Lengeler H.* RF superconductivity: expectations and achievements.—*Cryogenics*, 1978, 18, N 8, p. 465—471.
294. *Lerner D. S., Wheeler H. A.* Measurement of band-width of microwave resonator by phase shift of signal modulation.—*IEEE Trans. Microwave Theory and Techn.*, 1960, 8, N 3, p. 343—345.
295. *Lock J. M.* Penetration of magnetic fields into superconductors. III. Measurements on thin films of tin, lead and indium.—*Proc. Roy. Soc. A*, 1951, 208, N 1092, p. 391—408.

296. *London F.* Superfluids. Vol. 1. Macroscopic theory of superconductivity.—New York: Dover publ. Inc., 1950.—161 p.
297. *London H.* The high-frequency resistance of superconducting tin.—Proc. Roy. Soc. A, 1940, 176, N 964, p. 522—533.
298. *Loucks T. L.* Fermi surface and positron annihilation in Yttrium.—Phys. Rev., 1966, 144, N 2, p. 504—511.
299. *Lyneis C. M., Turneaure J. P.* Measurement of the microwave properties of superconducting Nb₃₀—Ta₇₀.—IEEE Trans. Magn., 1977, 13, N 1, p. 339—342.
300. *Marcus P. M.* Approximate calculations of the surface impedance of a metal in the anomalous region.—In: Low-temp. phys. proc. of the NBS semicentennial symp. on low-temp. phys. held at the NBS on March 27, 28 and 29, 1951. Washington: U. S. Government Printing Office, 1952, p. 265—272.
301. *Martens H., Diepers H., Hillenbrand B.* High critical magnetic flux densities in single piece TM₀₁₀—X-band cavities of niobium.—Phys. Lett., A, 1973, 44, N 3, p. 213—214.
302. *Martens H., Wholleben K.* Irradiation of superconducting niobium cavities with protons.—Ibid., 42, N 5, p. 393.
303. *Mason P. V., Gould R. W.* Slow-wave structures utilizing superconducting thin-film transmission lines.—J. Appl. Phys., 1969, 40, N 5, p. 2039—2051.
304. *Matisoo J.* Frequency dependence of the skin depth in superconducting tin.—Ibid., p. 2091—2097.
305. *Mattis D. C., Bardeen J.* Theory of the anomalous skin effect in normal and superconducting metals.—Phys. Rev., 1958, 111, N 2, p. 412—417.
306. *Maxwell E.* Conductivity of metallic surfaces at microwave frequencies.—J. Appl. Phys., 1947, 18, N 7, p. 629—638.
307. *Maxwell E.* Isotope effect in the superconductivity of mercury.—Phys. Rev., 1950, 78, N 4, p. 477.
308. *Maxwell E.* Superconducting resonant cavities.—In: Progress in cryogenics. London: Heywood Book, 1964, v. 4, p. 123—158.
309. *Maxwell E., Marcus P. M., Slater J. C.* Surface impedance of normal and superconductors at 24, 00 megacycles per second.—Phys. Rev., 1949, 76, N 9, p. 1332—1347.
310. *Meissner W., Ochsenfeld R.* Ein neuer Effekt bei Eintritt der Supraleitfähigkeit.—Naturwissenschaften B, 1933, 33, N 44, S. 787—788.
311. *Mende F. F., Bondarenko I. N., Gnes A. S.* Superconducting cavity stabilized oscillators.—In: Proc. of the XIVth Int. cong. refrig. (Moscow, Sept. 20—30, 1975). M.: Vneshtorgizdat, 1978, p. 212—214.
312. *Meservey R., Schwartz B. B.* Equilibrium properties: comparison of experimental results with predictions of the BCS theory.—In: Superconductivity. New York: Dekker Inc., 1969, v. 1, p. 117—191.
313. *Meservey R., Tedrow P. M.* Measurements of the kinetic inductance of superconducting linear structures.—J. Appl. Phys., 1969, 40, N 5, p. 2028—2034.
314. *Mey G. de.* Frequency shift in cavities with rough walls.—Appl. Phys., 1977, 12, N 1, p. 83—86.
315. *Meyer W.* Dielectric loss measurements below 15 Kelvin by using superconducting microwave resonators.—In: 7th Eur. microwave conf.: Microwave 77. Copenhagen. Sevenoaks, S. a. 1977, p. 550—555.
316. *Meyer W.* Measurement of dielectric properties with superconducting resonators: theory and practice.—In: IEEE MTT-S Int. microwave symp. dig., 1977. New York: IEEE, 1977, p. 124—128.
317. *Meyer W.* Dielectric measurements on polymeric materials by using superconducting microwave resonators.—IEEE Trans. Microwave Theory and Techn., 1977, 25, N 12, p. 1092—1099.
318. *Meyer W.* Helical resonators for measuring dielectric properties of materials.—Ibid. 1981, 29, N 3, p. 240—247.
319. *Meyerhoff R. W.* Fabrication of niobium RF cavities.—J. Appl. Phys., 1969, 40, N 5, p. 2011—2014.
320. *Miller P. B.* Surface impedance of superconductors.—Phys. Rev., 1960, 118, N 4, p. 928—934.

321. *Minami Kazuo*. Experiment on the extraction of microwave pulses from a superconducting cavity.—Jap. J. Appl. Phys., 1981, 20, N 6, p. L407—L410.
322. *Minami Kazuo., Kenja Hosoyama*. Proposal of a high-power microwave pulse source utilizing a superconducting cavity for energy storage.—Ibid., 1979, 18, N 1, p. 85—89.
323. *Minet R., Debeau J. H., Thepault E. L.* Пат. 3857114 (США). Superconductive microwave filter. Кл. 333-73 S, H 01 P 1/20, 3/08.—Опубли. 24.12.74.
324. *Minet R., Debeau J., Thepault E. L.* Пат. 2261656 (Франция). Filtre a micro-ondes supraconducteur. Кл. H 03 H 9/26, H 01 L 39/00.—Опубли. 17.10.75.
325. *Minet R., Debeau J., Thepault E. L.* Пат. 1426702 (Великобритания). Superconductive microwave filter. Кл. H1W, H 01 P 1/20.—Опубли. 03.03.76.
326. *Minet R., Debeau J., Thepault E. L.* Пат. 2220929 (Франция). Filtre hyperfrequence a supraconducteurs. Кл. H 03 H 9/26, H 01 I v 11/02.—Опубли. 11.06.76.
327. *Minet R., Debeau J., Thepault E. L.* Пат. 2408633 (ФРГ). Supraleitendes mikrowellenfilter. Кл. H 03 H 7/00, H 01 P 1/20.—Опубли. 03.11.77.
328. *Morgan S. P.* Effect of surface roughness on eddy current losses at microwave frequencies.—J. Appl. Phys., 1949, 20, N 4, p. 352—362.
329. *Mühlschlegel B.* Die Thermodynamischen Funktionen des Supraleitern.—Z. Phys., 1959, 155, N 3, p. 313—327.
330. *Müller C. B., Saur E. J.* Influence of mechanical constraints on critical currents of superconducting surface layers of Nb_3Sn on niobium and V_3Ga on vanadium in transverse magnetic fields.—Adv. Cryog. Eng. 1964, v. 9, p. 338—341.
331. *Neal R. B.* SLAC; status, recent progress and future plans.—Тр. VII Междунар. конф. по ускорителям заряжен. частиц высоких энергий. Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1970, т. 1, с. 73—94.
332. *Nee T. W., Prange R. E.* Quantum spectroscopy of the low field oscillations of the surface impedance.—Phys. Lett. A, 1967, 25, N 8, p. 582—585.
333. *Nguyen T. V.* Oscillateur utilisant une cavite supraconductrice. Application à la mesure des coefficients de surtension très élevés.—In: Tubes pour hyperfréquences: Travaux de 5^e Congr. int. (Paris, Sept. 14—18, 1964). New York—London, Acad. press, 1965, p. 136—138.
334. *Nguyen Tuong Viet.* Oscillateur a tres haute stabilite de fréquence utilisant une cavite supraconductrice.—Ann. Phys., 1967, 2, N 4, p. 225—240.
335. *Nölscher C., Müller P., Adrian H. et al.* Hydrogenated and irradiated $A15 Nb_3Sn$ layers.—Preparation, Rutherford scattering analysis, resistivity and superconductivity.—Z. Phys., 1981, 41, N 4, S. 291—299.
336. *Onuki Yoshichika, Suematsu Hiroyoshi, Tanuma Sei-ichi.* Surface bound states in superconducting lead.—Techn. Rept. ISSP, 1975, A, N 729, 11, p., ill.
337. *Padamsee H., Banner M., Kirchgessner J. et al.* Muffintin cavities at X-band for linear accelerator application.—IEEE Trans. Magn., 1979, 15, N 1, p. 602—605.
338. *Pang C. M., Falco C. M., Kampwirth R. T. et al.* Superconducting notch filter.—Adv. Cryog. Eng., 1980, 25, p. 244—250.
339. *Passow C.* Explanation of the low-temperature, high-frequency residual surface resistance of superconductors.—Phys. Rev. Lett., 1972, 28, N 7, p. 427—431.
340. *Peabody G. E., Meservey R.* Magnetic flux penetration into superconducting thin films.—Phys. Rev. B, 1972, 6, N 7, p. 2579—2595.
341. *Peter M.* Penetration of electromagnetic fields through superconducting films.—Ibid., 1958, 109, N 5, p. 1857—1858.
342. *Pfeiffer G., Wipf H.* The trapping of hydrogen on niobium by nitrogen interstitials.—J. Phys. F: Met. Phys., 1976, 6, N 2, p. 167—169.
343. *Pfister H.* Superconducting cavities.—Cryogenics, 1976, 16, N 1, p. 17—24.
344. *Pierce J. M.* Residual microwave surface resistance of superconducting lead.—J. Appl. Phys., 1973, 44, N 3, p. 1342—1347.
345. *Pierce J. M.* Superconducting microwave resonators.—In: Methods of experimental physics.—New York; London, Acad. press, 1974, 11, p. 541—594.

346. *Pierce J. M., Schwettman H. A., Fairbank W. M. et al.* RF losses in superconducting lead and niobium.—In: Proc. IXth Int. conf. on low-temp phys. (LT—IX), Columbus (Ohio), 1964. New York: Plenum press, 1965, pt. A, 396—399.
347. *Pippard A. B.* The surface impedance of superconductors and normal metals at high frequencies. I. Resistance of superconducting tin and mercury at 1200 Mc/sec.—Proc. Roy. Soc. A, 1947, 191, N 1026, p. 370—384.
348. *Pippard A. B.* The surface impedance of superconductors and normal metals at high frequencies. II. The anomalous skin effect in normal metals.—Ibid., p. 385—399.
349. *Pippard A. B.* The surface impedance of superconductors and normal metals at high frequencies. III. The relation between impedance and superconducting penetration depth.—Ibid., p. 399—415.
350. *Pippard A. B.* The surface impedance of superconductors and normal metals at high frequencies. IV. Impedance at 9400 Mc/sec. of single crystals of normal and superconducting tin.—Ibid., 1950, 203, N 1072, p. 98—118.
351. *Pippard A. B.* The surface impedance of superconductors and normal metals at high frequencies. V. Analysis of experimental results for superconducting tin.—Ibid., A, N 1073, p. 195—210.
352. *Pippard A. B.* The experimental and theoretical study of the relation between magnetic field and current in a superconductor.—Ibid., 1953, 216, N 1126, p. 547—568.
353. *Pippard A. B.* Metallic conduction at high frequencies and low temperatures.—Adv. Electron., 1954, 6, p. 1—45.
354. *Prothero W. A., Goodkind J. M.* A superconducting gravimeter.—Rev. Sci. Instrum., 1968, 39, N 9, p. 1257—1262.
355. *Quinn D. J., Irtner W. B.* Resistance in a superconductor.—J. Appl. Phys., 1962, 33, N 2, p. 748—749.
356. *Rassmann G., Müller P., Hufnagel G.* Superconducting transition temperatures of Nb₃Sn strip samples after short time heat treatment.—Phys. status solidi A, 1970, 2, N 2, p. K105—K107.
357. *Reuter G. E. H., Sondheimer E. H.* The theory of anomalous skin effect in metals.—Proc. Roy. Soc. A, 1948, 195, N 1042, p. 336—364.
358. *Reynolds C. A., Serin B., Wright W. H. et al.* Superconductivity of isotopes of mercury.—Phys. Rev., 1950, 78, N 4, p. 487.
359. *Richards P. L., Tinkham M.* Far-infrared energy gap measurements in bulk superconducting In, Sn, Hg, Ta, V, Pb and Nb.—Ibid., 1960, 119, N 2, p. 575—590.
360. *Roberts B. W.* Survey of superconductive materials and critical evaluation of selected properties.—J. Phys. and Chem. Ref. Data, 1976, 5, N 3, p. 581—821.
361. *Robinson C. S., Jamnik D., Hanson A. O.* Computer studies of orbits in high energy microtrons.—IEEE Trans. Nucl. Sci., 1967, 14, N 3, p. 624—629.
362. *Rodewald B., Appel J.* Size-effect in the dc electrical conductivity for nearly specular scattering of electrons at rough surfaces.—Surface Sci., 1975, 49, N 1, p. 21—27.
363. *Rögener H.* Zur Supraleitung des Niobnitrids.—Z. Phys., 1952, 132, N 4, S. 446—467.
364. *Salaün M.* Mesure a 9GHz coefficients de surtension eleves par la «methode du dephasage» dans le cas d'un oscillateur boucle sur une cavite supraconductrice.—C. r. Acad. Sci., 1969, 269, N 9, p. B347—B450.
365. *Sarachik M. P., Garwin R. L., Erlbach E.* Observation of the energy gap by low temperature penetration depth measurements in lead.—Phys. Rev. Lett., 1960, 4, N 1, p. 52—55.
366. *Saur E., Wurm J.* Präparation und Supraleitungseigenschaften von Niobdrahtproben mit Nb₃Sn-Uherzug.—Naturwissenschaften, 1962, 49, N 6, S. 127—128.
367. *Schawlow A. L.* Penetration of magnetic fields through superconducting films.—Phys. Rev., 1958, 109, N 5, p. 1856—1857.

368. *Schawlow A. L., Devlin G. E.* Effect of the energy gap on the penetration depth of superconductors.—*Ibid.*, 1959, 113, N 1, p. 120—126.
369. *Schnitzke K., Martens H., Hillenbrand B. et al.* TE_{011} X-band niobium cavity with critical magnetic flux density higher than B_{c1} .—*Phys. Lett. A*, 1973, 45, N 3, p. 241—242.
370. *Schröder E.* Über supraleitende Verbindungen des Niob.—*Z. Naturforsch. A*, 1957, 12, N 3, S. 247—256.
371. *Schwettman H. A., Wilson P. B., Churilov G. Y.* Measurements at high electric field strengths on superconducting accelerator cavities.—In: Fifth Int. conf. on high energy accelerators (Frascati, Sept. 9—16, 1965.). Roma: CNEN. Com. Naz., Lenergia Nucl., 1966, p. 690—692.
372. *Schwettman H. A., Wilson P. B., Pierce J. M. et al.* The application of superconductivity to electron linear accelerators.—*Adv. Cryog. Eng.*, 1965, 10, p. 88—97.
373. *Septier A.* Les résonateurs supraconducteurs et leurs applications.—*Onde électr.*, 1965, 45, N 460/461, p. 932—945.
374. *Septier A., Sataün M.* Résistance de surface de couches minces supraconductrices de plomb déposées par électrolyse.—*C. r. Acad. Sci. B*, 1969, 269, N 15, p. 685—688.
375. *Smith T. J.* Superconducting linear accelerators.—*Adv. Cryog. Eng.* 1968, vol. 13, p. 102—108.
376. *Sommerhalder R., Thomas H.* Zur Frage der Vorzeichenumkehr des Magnetfeldes beim Meissnereffekt. I. Spiegelnde Oberflächenstreuung.—*Helv. phys. acta*, 1961, 34, N 1, S. 29—35.
377. *Sommerhalder R., Thomas H.* Zur Frage der Vorzeichenumkehr des Magnetfeldes beim Meissnereffekt. II. Diffuse Oberflächenstreuung.—*Ibid.*, N 3, S. 265—271.
378. *Sondheimer E. H.* The theory of anomalous skin effect in anisotropic metals.—*Proc. Roy. Soc. A*, 1954, 224, N 1157, p. 260.
379. *Spiewak M.* Magnetic field dependence of the surface impedance of superconducting tin.—*Phys. Rev.*, 1959, 113, N 6, p. 1479—1494.
380. *Stein S. R.* Space applications of superconductivity: resonators for high stability oscillators and other applications.—*Cryogenics*, 1980, 22, N 7, p. 363—371.
381. *Stein S. R., Turneaure J. P.* Superconducting—cavity stabilized oscillators with improved frequency stability.—*Proc. IEEE*, 1975, 63, N 8, p. 1249—1250.
382. *Stein S. R., Turneaure J. P.* Superconducting resonators: high stability oscillators and applications to fundamental physics and metrology.—In: Future Trends in superconductive electronics. New York, 1978, p. 192—214 (AIP Conf. proc., N 44).
383. *Stone J. L., Hartwig W. H.* Performance of superconducting oscillators and filters.—*J. Appl. Phys.*, 1968, 39, N 6, p. 2665—2671.
384. *Stone J. L., Hartwig W. H., Baker G. L.* Automatic tuning of superconducting cavity using optical feedback.—*Ibid.*, 1969, 40, N 5, p. 2015—2020.
385. *Suelze L.* Status of the 2 GeV superconducting linear electron accelerator.—*IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1971, 18, N 3, p. 146—148.
386. *Sullivan D. B., Frederick N. V.* Can superconductivity contribute to the determination of the absolute ampere?—*IEEE Trans. Magn.*, 1977, 13, N 1, p. 396—399.
387. *Sutton D. C., Hanson A. O., Jamnik D. et al.* Design of a 600 MeV superconducting microtron.—*IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1969, 16, N 3, pt. 1, p. 985—991.
388. *Sweedler A. R., Cox D. E., Moehlecke S. et al.* Superconductivity and phase stability of Nb_3Ge .—*J. Low. Temp. Phys.*, 1976, 24, N 5/6, p. 645—661.
389. *Sweedler A. R., Schweitzer D. G.* Atomic ordering and superconductivity in high- T_c A15 compounds.—*Phys. Rev. Lett.*, 1974, 33, N 3, p. 168—172.
390. *Szeczki L.* Measurement of the dependence of frequency of the residual resistance of superconducting layers of lead.—В кн.: Тр. VII Междунар. конф. по ускорителям заряж. частиц высоких энергий (Шахкадзор, 27 авг.—2 сент. 1969 г.). Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1970, т. 2, с. 691—695.

391. *Szczeci L.* Frequenzabhängigkeit des Restwiderstandes von galvanisch aufgebracht Bleischichten in supraleitendem Zustand, gemessen bei *TEM*-Feldkonfiguration.— *Z. Phys.*, 1971 **24**, N 1, S. 36—44.
392. *Tai P. C. L., Beasley M. R., Tinkham M.* The anisotropy of static magnetic field penetration depth in superconducting tin.— In: *Low Temp. Phys.*—LT 13. New York; London, Plenum press, v. 3, 1974, p. 740—744.
393. *Tai P. C. L., Beasley M. R., Tinkham M.* Anisotropy of the penetration depth in superconducting tin.— *Phys. Rev. B—Solid State*, 1975, **11**, N 1, p. 411—419.
394. *Takaoka Ako, Ura Katsumi.* Experiments of superconducting microwave resonant cavity used for electron linac.— *Technol. Repts Osaka Univ.*, 1973, **23**, March, p. 223—233.
395. *Takaoka Ako, Ura Katsumi.* Acceleration of electrons by 5-cell superconducting linear accelerator.— *Jap. J. Appl. Phys.* 1977, **16**, N 9, p. 1719—1720.
396. *Tedrow P. M., Faraci G., Meservey R.* Measurement of the surface inductance and penetration depth of superconducting aluminium.— *Phys. Rev. B—Solid State*, 1971, **4**, N 1, p. 74—82.
397. *Thompson G. C.* Пат. 3220262 (США). Superconducting inertial apparatus. Кл. 73—505.— *Опыбл.* 30.11.65.
398. *Thorpe T. S.* RF conductivity in copper at 8 mm wavelength.— *Proc. IEE*, 1954, **101**, pt 3, N 70, p. 357—359.
399. *Tigner M.* RF superconductivity for accelerators is it a hollow promise.— *IEEE Trans. Magn.*, 1979, **15**, N 1, p. 15—20.
400. *Tischer F. J.* Excess surface resistance due to surface roughness at 35 GHz.— *IEEE Trans. Microwave Theory and Techn.*, 1974, **22**, N 5, p. 566—569.
401. *Tischer F. J., Jalali F.* Resonant cavities for the measurement of the surface resistance of conductors at millimeter wavelength.— *Rev. Sci. Instrum.*, 1975, **46**, N 1, p. 11—14.
402. *Turneaure J. P.* Microwave measurements of the surface impedance of superconducting tin and lead.— In: *Technical Rept HEPL 507*. Stanford: Stanford Univ. May 1967.—75 p.
403. *Turneaure J. P.* Microwave properties of superconductors.— *Adv. Cryog. Eng.* 1968, **13**, p. 109—115.
404. *Turneaure J. P.* The status of superconductivity for RF applications.— In: *Proc. appl. supercond. conf., Annapolis (Md)*, 1972. New York: IEEE, Inc., 1972, p. 621—630.
405. *Turneaure J. P., Viet Nguyen Tuong.* Superconducting Nb TM_{010} mode electron-beam welded cavities.— *Appl. Phys. Lett.*, 1970, **16**, N 9, p. 333—335.
406. *Turneaure J. P., Schwettman H. A.* The surface impedance of superconductors at microwave frequencies.— В кн.: *Тр. X Междунар. конф. по физике низких температур.* (Москва, 31 авг.—6 сент. 1966). М.: ВИНТИ, 1967, т. 2А, с. 248—250.
407. *Turneaure J. P., Schwettman H. A., Schwarz H. D. et al.* Performance of 6-m 1300-MHz superconducting niobium accelerator structures.— *Appl. Phys. Lett.*, 1974, **25**, N 4, p. 247—249.
408. *Turneaure J. P., Stein S. R.* An experimental limit on the time variation of the fine structure constant.— In: *Atom. masses and fundam. constants*. New York; London, Plenum press, 1976, vol. 5, p. 636—642.
409. *Turneaure J. P., Weissman I.* Microwave surface resistance of superconducting niobium.— *J. Appl. Phys.*, 1968, **39**, N 9, p. 4417—4427.
410. *Varmazis C., Luhman T. S., Joshi A. et al.* Effect of surface metallurgy on the penetration depth and RF breakdown field of superconducting niobium.— *IEEE Trans. Magn.*, 1975, **11**, N 2, p. 423—426.
411. *Varmazis C., Strongin M.* Inductive transition of niobium and tantalum in the 10-MHz range. I. Zero-field superconducting penetration depth.— *Phys. Rev.*, 1974, **10**, N 5, p. 1885—1895.
412. *Waldram J. R.* The surface impedance of superconductors.— *Adv. Phys.*, 1964, **13**, N 49, p. 1—88.
413. *Waldram J. R.* The surface impedance of superconductors.— *Revs Mod. Phys.*, 1964, **36**, N 1, p. 187—193.

414. *Watanabe Takumi, Obara Kozo, Ogushi Tetsuya et al.* Improvement in the width of superconducting transition ΔT_c of Nb_3Ge by small mechanical shock.— *Appl. Phys. Lett.*, 1981, **39**, N 1, p. 113—115.
415. *Weaver J. N., Smith T. I., Wilson P. B.* Accelerating structures for superconducting electron linacs.— *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1967, **14**, N 3, p. 345—349.
416. *Wiik B. H., Schwettman H. A., Wilson P. B.* A 200 MeV superconducting racetrack microtron.— In: Fifth Int. conf. on high-energy accelerators (Frascati, Sept. 9—16, 1965). Roma: CNEN. Com. Naz. Lenerglia Nucl., 1966, p. 686—690.
417. *Williams D. L.* The surface impedance of superconducting aluminium at 3 Gc/s.— *Proc. Phys. Soc.*, 1962, **79**, N 3, p. 594—598.
418. *Wilson P. B., Schwettman H. A.* Superconducting accelerators.— *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1965, **12**, N 3, p. 1045—1052.
419. *Wilson P. B., Schwettman H. A., Fairbank W. M.* Status of research of Stanford university on superconducting electron linacs.— В кн.: Тр. Междунаро. конф. по ускорителям (Дубна, 21—27 авг. 1963). М.: Атомиздат, 1964, с. 535—539.
420. *Wolf S. A., Singer I. L., Cukauskas E. J. et al.* Effects of deposition parameters on the properties of superconducting RF reactively sputtered NbN films.— *J. Vac. Sci. and Technol.*, 1980, **17**, N 1, p. 411—414.
421. *Yen H. C., Dick G. J., Mercereau J. E.* Frequency modulated superconducting resonators.— *IEEE Trans. Magn.*, 1977, **13**, N 1, p. 504—507.
422. *Zar J. L.* Пат. 3349351 (США). Cryogenic radio frequency resonant circuits comprising superconductive inductance and capacitance. Кл. 334-70.— Опубл. 24.10.67.
423. *Zohita Y.* Surface resistance of superconducting tin at 24 GHz.— *Phys. Lett. A*, 1970, **31**, N 1, p. 21—22.