

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ**

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ (ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)**

**В.В. Светозаров А.И. Руденко
В.И. Архипов Д.В. Храмченков**

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

(электричество и оптика)

**Для поступающих
в Московский государственный
инженерно-физический институт
(технический университет)**

**Издание 4-е,
исправленное и дополненное**

**Утверждено
редсоветом института
в качестве учебного пособия**

Москва 1995

Светозаров В.В., Руденко А.И., Архипов В.И., Храмченков Д.В.
Сборник задач по физике (электричество и оптика). В помощь поступающим в МИФИ. Учебное пособие. 4-е изд., испр. и доп.
М.: МИФИ, 1995. — 100 с.

В настоящем учебном пособии представлены задачи, по характеру и степени сложности соответствующие предлагаемым на вступительных экзаменах абитуриентам Московского инженерно-физического института. Большинство задач имеет подробные решения.

Данное пособие предназначено для самостоятельной подготовки к конкурсным экзаменам в вузы с повышенными требованиями по физике, а также для слушателей подготовительных отделений, подготовительных курсов и физматшкол.

Авторы выражают глубокую благодарность профессору И.Е.Иродову за многочисленные ценные замечания.

ISBN 5-7262-0198-1

© В.В.Светозаров, А.И.Руденко,
В.И.Архипов, Д.В.Храмченков,
1995 г.

С $\frac{1604010000 - 028}{1К9(03) - 95}$, без объявл.

© Московский государственный
инженерно-физический инсти-
тут (технический универси-
тет), 1995 г.

СОДЕРЖАНИЕ

	Задачи	Ответы и решения
1. Закон Кулона. Напряженность и потенциал электрического поля	3	32
2. Конденсаторы. Энергия электрического поля	7	44
3. Электрический ток. Закон Ома. Работа и мощность тока	10	50
4. Магнитное поле. Электромагнитная индукция	13	61
5. Колебания. Волны. Переменный ток	18	72
6. Оптика. Кванты	20	77
7. Задачи, предлагавшиеся на вступительных экзаменах	22	95
Приложения		99

ЗАДАЧИ

§ 1. ЗАКОН КУЛОНА. НАПРЯЖЕННОСТЬ И ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ



1. Система состоит из двух заряженных шариков, соединенных изолирующей нитью длиной $l=10$ см. Отношение масс шариков $m_1/m_2=1/2$, заряды их одинаковы по величине $|q|=10^{-7}$ Кл, но противоположны по знакам. Какую внешнюю силу F необходимо приложить к шарiku массой m_1 (рис.1), чтобы в процессе движения системы нить была натянута? Сила тяжести отсутствует.

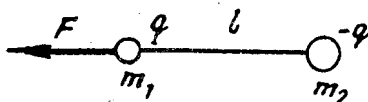


Рис. 1

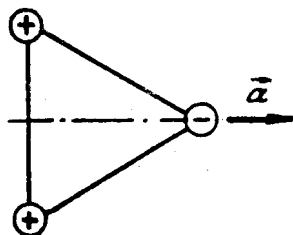


Рис. 2

2. Три одинаковых шарика, масса и заряд каждого из которых соответственно равны $m=10$ г, $|q|=10^{-7}$ Кл, соединены нитями, образующими равносторонний треугольник со стороной $l=10$ см. Знаки зарядов указаны на рис.2. К отрицательно заряженному шарiku приложили силу, под действием которой система стала перемещаться с ускорением $\vec{a}$, при этом натяжения всех нитей одинаковы. Найти это ускорение. Сила тяжести отсутствует.

3. Электрическое поле создано двумя одинаковыми точечными зарядами, находящимися на некотором расстоянии друг от друга. На таком же расстоянии от одного из них на прямой линии, проведенной через оба заряда, напряженность электрического поля $E = 0,25$ В/см. Определить напряженность электрического поля в точках пространства, находящихся на одинаковых расстояниях от обоих зарядов, равных расстоянию между этими зарядами.

4. Два разноименных точечных заряда, одинаковых по абсолютной величине, находятся на расстоянии $s = 20$ мм друг от друга. В точке пространства, отстоящей на расстоянии $r_1 = 10$ мм от одного и $r_2 = 30$ мм от другого зарядов, потенциал электрического поля равен $\varphi_0 = 0,075$ В. Определить напряженность E электрического поля в указанной точке пространства.

5. Электрическое поле создано положительным зарядом q , сообщенным проводящему шару радиусом R . Установить зависимости напряженности E и потенциала φ электрического поля от расстояния r до центра шара. Построить графики установленных зависимостей. Изменится ли результат, если тот же заряд сообщить проводящему шару с полостью внутри (рис. 3)? Ответ пояснить.

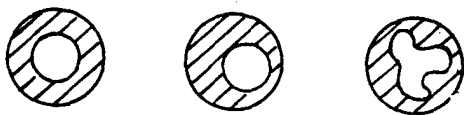


Рис. 3

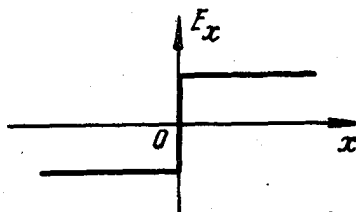


Рис. 4

6. На рис. 4 приведен график зависимости $E_x(x)$ — проекции напряженности электрического поля на ось x от координаты x на этой оси. Построить график зависимости потенциала $\varphi(x)$ от координаты x .

7. На рис. 5 приведен график зависимости потенциала $\varphi(x)$ от координаты x . Построить график зависимости от x проекции напряженности электрического поля $E_x(x)$. Воспользоваться решением предыдущей задачи.

8. В однородном горизонтальном электрическом поле напряженностью $E = 10^2$ В/см на невесомых нитях удерживается заряженный шарик массой $m = 1$ г и зарядом $q = 10^{-6}$ Кл

(рис. 6). Нижнюю нить пережигают. Определить максимальный угол, на который отклонится шарик после пережигания нити.

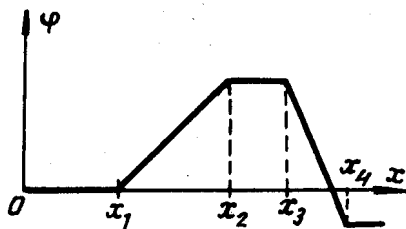


Рис. 5

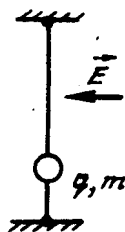


Рис. 6

9. В однородном электрическом поле напряженностью $E = 10^2$ В/см на невесомой нити удерживается шарик массой $m = 1$ г и зарядом $q = +10^{-5}$ Кл (рис. 7). Найти разность натяжения нити в положении равновесия шарика для двух случаев: 1) шарик проходит через положение равновесия, будучи предварительно отклонен на угол $\alpha = 60^\circ$ от положения равновесия; 2) шарик покоится в положении равновесия. Силовые линии электрического поля вертикальны.

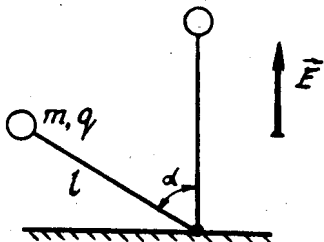


Рис. 7

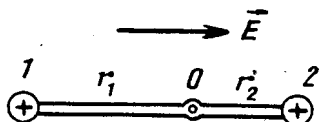


Рис. 8

10. Изолирующий стержень пренебрежимо малой массы может свободно поворачиваться вокруг вертикальной оси, проходящей через стержень и отстоящей от его концов на расстояниях $r_1 = 4$ см и $r_2 = 3$ см (рис. 8). На концах стержня укреплены два одинаковых шарика 1 и 2 массой $m = 10$ г каждый с одинаковыми зарядами $q = +10^{-6}$ Кл. Система находится в однородном электрическом поле напряженностью $E = 10^6$ В/м. В начальный момент времени система неподвижна, причем стержень почти параллелен вектору $\vec{E}$. Определить линейную скорость шарика 1 в тот момент, когда система будет проходить через положение устойчивого равновесия.

11. В однородное электрическое поле напряженностью $E = 100 \text{ В/см}$ поместили систему из двух одинаковых шариков, соединенных изолирующим невесомым стержнем длиной $l = 10 \text{ см}$. Шарик заряжен равными по величине и противоположными по знаку зарядами. Систему расположили перпендикулярно к полю (рис. 9) и предоставили самой себе. Что будет происходить с системой? Найти электрические заряды на шариках, если известно, что при прохождении системой положения устойчивого равновесия натяжение стержня равно нулю. Силой тяжести пренебречь.

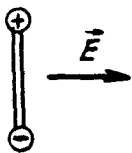


Рис. 9

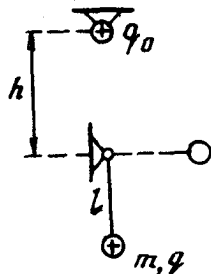


Рис. 10

12. Шарик массой $m = 0,1 \text{ г}$, несущий заряд $q = 10^{-8} \text{ Кл}$, подвешен в поле тяжести на нити длиной $l = 3 \text{ см}$. Над точкой подвеса на расстоянии $h = 4 \text{ см}$ от нее помещен заряд $q_0 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$ (рис. 10). Шарик с нитью отклоняют от положения равновесия на угол $\alpha = 90^\circ$ и отпускают. Найти скорость шарика при прохождении положения равновесия.

13. Два небольших заряженных шарика одинаковой массы $m = 0,1 \text{ г}$ подвешены в точке O на двух нерастяжимых нитях той же длины, что и связывающая их нить H (рис. 11). После пережигания ранее натянутой нити H шарики поднимаются на максимальную высоту, соответствующую горизонтальному положению нитей, к которым они прикреплены. Определить натяжение нитей в этом положении. Массами нитей (из изолирующего материала) пренебречь.

14. Электрон с зарядом $-e$ подлетает к неподвижному точечному отрицательному заряду $q = -10^{-5} \text{ Кл}$ (рис. 12). Находясь в точке A ($r_A = 20 \text{ см}$), электрон имеет скорость $v_A = 10^6 \text{ см/с}$. На какое минимальное расстояние r_B приблизится электрон к заряду q ? Какова будет кинетическая энергия электрона после того как он, двигаясь в обратном направлении, окажется в точке C на расстоянии $r_C = 50 \text{ см}$ от заряда q ?

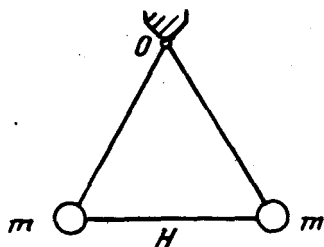


Рис. 11

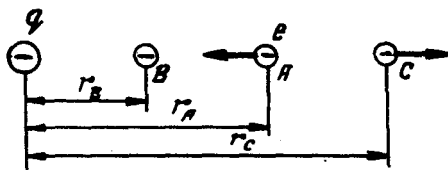


Рис. 12

15. Найти минимальную кинетическую энергию α -частиц, способных сблизиться с первоначально покоившимся ядром азота до расстояния $R = 5 \cdot 10^{-13}$ см. Ответ выразить в электрон-вольтах. Массовые числа атомов гелия и азота: $A_{\text{He}} = 4$, $A_{\text{N}} = 14$.

§ 2. КОНДЕНСАТОРЫ. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

16. Пластины плоского конденсатора несут заряды q разных знаков и одной величины (рис. 13). Изобразить силовые линии создаваемого пластинами поля. Построить графики зависимости напряженности $E_x(x)$ и потенциала $\varphi(x)$ этого поля от координат вдоль оси x , перпендикулярной пластинам, а также график зависимости $E_x(y)$ вдоль оси y , параллельной пластинам. Положение осей показано на рисунке.

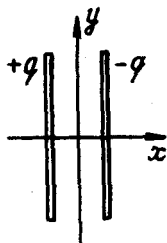


Рис. 13

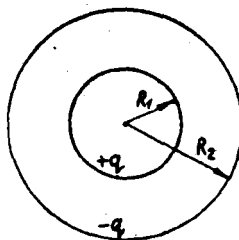


Рис. 14

17. Ускоренный в электронной пушке пучок электронов влетает в пространство между пластинами плоского конденсатора параллельно пластинам и отклоняется полем конденсатора на угол $\alpha = 2^\circ$. Длина пластин $l = 10$ см, расстояние между ними $d = 2$ см, напряжение между ними $U = 50$ В. Каким напряжением U_0 были ускорены электроны?

18. Две концентрические проводящие сферы радиусами R_1 и R_2 несут заряды $+q$ и $-q$ (рис. 14). Построить графики зависимости напряженности и потенциала электрического поля от расстояния до центра сфер и найти разность потенциалов сфер.

19. Воспользовавшись решением предыдущей задачи, определить емкость сферического конденсатора (см. рис. 14). Рассмотреть случаи, когда $R_2 \gg R_1$ и $R_2 \approx R_1$.

20. Определить емкость соединения конденсаторов, изображенного на рис. 15. Подключение производится в точках A и B соединения. Необходимые данные заимствовать из обозначений на том же рисунке.

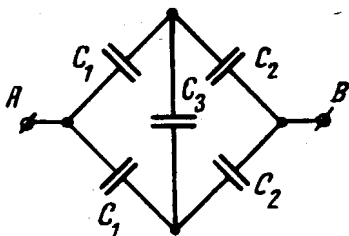


Рис. 15

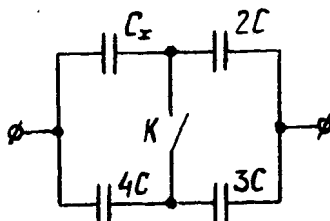


Рис. 16

21. В схеме, показанной на рис. 16, емкость соединения конденсаторов не изменяется при замыкании ключа K . Определить емкость C_x .

22. Найти разность потенциалов точек A и B в показанном на рис. 17 соединении конденсаторов.

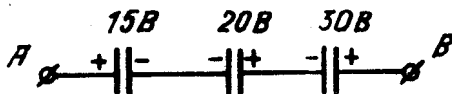


Рис. 17

23. Четыре одинаковых конденсатора емкостью $C = 5 \text{ мкФ}$ каждый подключены к источнику тока с э. д. с. $E = 2 \text{ В}$, как показано на рис. 18. Определить, насколько изменится заряд на конденсаторе C_2 после того, как конденсатор C_1 будет пробит (при пробое происходит замыкание обкладок).

24. Плоский конденсатор с площадью пластин $S = 10 \text{ см}^2$ и расстоянием между пластинами $d = 0,2 \text{ см}$ подключен к источ-

нику постоянного напряжения $U = 2$ В (рис. 19). В пространство между пластинами конденсатора вводят плоскую металлическую пластину толщиной $d_1 = 0,1$ см. Определить заряд, прошедший через соединительные провода при введении пластины.

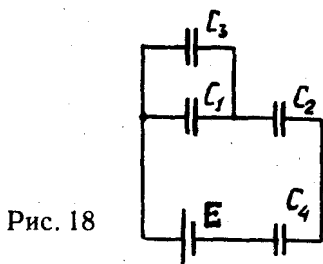


Рис. 18

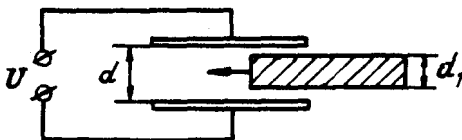


Рис. 19

25. Два одинаковых плоских конденсатора (емкость каждого $C = 0,01$ мкФ) соединили параллельно, зарядили до напряжения $U = 300$ В и отключили от источника. Затем пластины одного из конденсаторов раздвинули на расстояние, вдвое большее первоначального. Какой заряд протечет при этом по соединительным проводам?

26. Расстояние между пластинами заряженного плоского конденсатора увеличивают в n раз. Как при этом изменяется запасенная в конденсаторе энергия? Рассмотреть случаи:
а) конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения;
б) конденсатор отключен от источника.

27. Найти приращение энергии ΔW при раздвигании пластин одного из конденсаторов в системе, описанной в задаче 25.

28. Определить энергию заряженного плоского конденсатора с твердым диэлектриком по следующим данным: объем диэлектрика $V = 10^{-3}$ м³, относительная диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 5$, напряженность электрического поля в диэлектрике $E = 10^6$ В/м.

29. Тонкой сферической оболочке радиусом $R_1 = 5,0$ см и массой $m = 0,015$ г сообщают заряд до тех пор, пока при достижении потенциала $\varphi_1 = 10$ кВ оболочка не разлетается на мелкие осколки вследствие электростатического отталкивания ее частей. Найти скорость v осколков к моменту, когда они окажутся на сферической поверхности радиусом $R_2 = 12$ см.

§ 3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК.

ЗАКОН ОМА.

РАБОТА И МОЩНОСТЬ ТОКА



30. На спутнике, имеющем форму шара радиуса $R = 2$ м, установлена электронная пушка, испускающая в космос пучок электронов. Ток пучка $I = 1$ мА, ускоряющее напряжение $U = 25$ кВ. Через какое время после начала работы пушки спутник зарядится настолько, что испущенные электроны начнут возвращаться на него?

31. Сила тока, характеризующая поток заряженных частиц в луче электронно-лучевой трубки, $I = 400$ мкА, ускоряющее напряжение $U = 10$ кВ, отношение заряда электрона к его массе $e/m = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг. Найти силу давления электронного пучка на экран трубки, полагая, что электроны поглощаются экраном.

32. Плоский конденсатор с прямоугольными обкладками шириной $h = 10$ см, расстояние между которыми $d = 1$ мм, подключен к источнику постоянного напряжения $U = 200$ В (рис. 20). Из зазора между обкладками выдвигают с постоянной скоростью $v = 20$ см/с пластину из диэлектрика с проницаемостью $\epsilon = 6$. Толщина пластины равна зазору между обкладками. Найти ток, текущий по соединительным проводам.

33. На два последовательно соединенных плоских слюдяных конденсатора общей емкостью $C = 0,01$ мкФ подано постоянное напряжение $U = 100$ В. Определить силу тока утечки через конденсаторы, если известны удельное сопротивление слюды $\rho = 10^{11}$ Ом·м и ее диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 6$.

34. На рис. 21 показан простейший «делитель напряжения»:

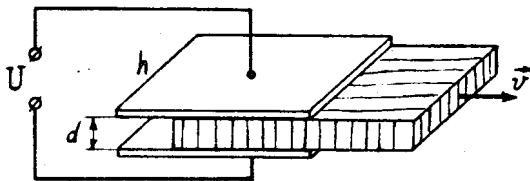


Рис. 20

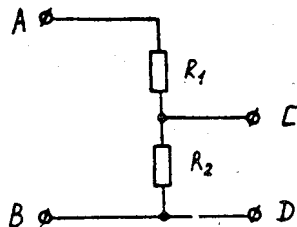


Рис. 21

к клеммам A и B прикладывают входное напряжение $U_{\text{вх}}$, а с клемм C и D снимают выходное напряжение $U_{\text{вых}}$. При каком соотношении между сопротивлениями R_1 и R_2 выходное напряжение будет в n раз меньше входного?

35. Сопротивление проводника измеряют по двум электрическим схемам (рис. 22), подавая в обоих случаях одинаковое напряжение на клеммы C и D . В первом случае (рис. 22, а) вольтметр V показал напряжение $U_1 = 190$ В, а амперметр A — силу тока $I_1 = 1,9$ А; во втором случае (рис. 22, б) показания тех же вольтметра и амперметра соответственно были $U_2 = 170$ В и $I_2 = 2$ А. Используя результаты измерений по обеим схемам, найти сопротивление R проводника.

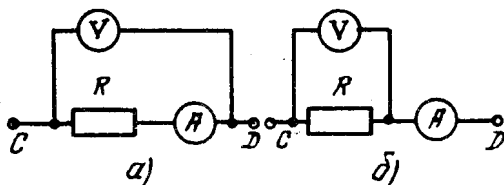


Рис. 22

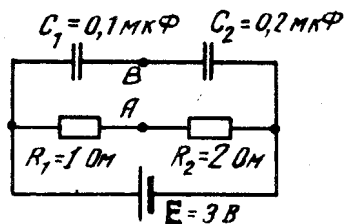


Рис. 23

36. В электрической цепи, изображенной на рис. 23, определить разность потенциалов между точками A и B . Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь. Необходимые данные заимствовать из рис. 23. До подключения источника тока конденсаторы не были заряжены.

37. Конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ, заряженный до напряжения $U = 160$ В, подключают через сопротивление R к батарее с э.д.с. $E = 200$ В. Какую работу совершит батарея при дозарядке конденсатора, при перезарядке конденсатора? Какое количество тепла выделится при этом в цепи?

38. Заряженный плоский конденсатор обладает энергией $W = 3,0$ мДж. Пространство между его обкладками заполнено диэлектрической пластиной с проницаемостью $\epsilon = 6$. Найти работу, которую следует совершить для удаления пластины из конденсатора. Рассмотреть случаи: а) пластины конденсатора изолированы; б) конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения. В последнем случае найти работу источника.

39. Цепь составлена из сопротивлений $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 50$ Ом, емкостей $C_1 = 20$ мкФ, $C_2 = 5$ мкФ и источника тока э.д.с. $E = 1,5$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом

(рис. 24). Определить напряжение U , которое установится на конденсаторе C_2 после замыкания ключа K .

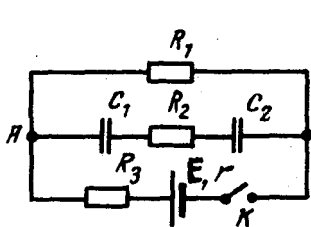


Рис. 24

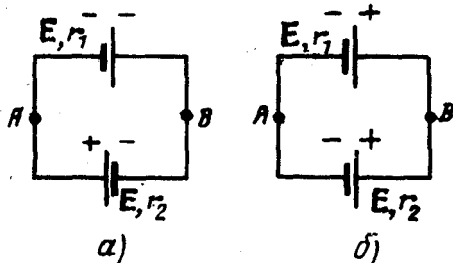


Рис. 25

40. Если к источнику тока подключить последовательно два различных вольтметра, их показания будут $U_1 = 6$ В и $U_2 = 3$ В. При подключении одного первого вольтметра его показание $U' = 8$ В. Найти э. д. с. E источника тока, пренебрегая сопротивлением соединительных проводов.

41. В электрических цепях, изображенных на рис. 25, а, б, определить разность потенциалов между точками A и B . Необходимые данные заимствовать из рисунка. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

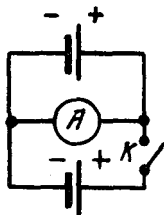


Рис. 26

42. В электрической цепи, изображенной на рис. 26, через амперметр A протекает ток $I_1 = 6$ А при замкнутом ключе K и ток $I_2 = 5$ А при разомкнутом. Определить напряжение U , под которым находятся контакты разомкнутого ключа. Э. д. с. каждой батареи $E = 3$ В, внутренние сопротивления одинаковы.

43. Электрическая цепь постоянного тока состоит из двух источников тока с э. д. с. $E_1 = 4$ В и $E_2 = 6$ В, включенных встречно. Внутренние сопротивления источников одинаковы и равны $r = 1$ Ом. Определить тепловую мощность, которая выделяется на сопротивлении $R = 2$ Ом, подключенном параллельно источникам тока.

44. В приведенном на рис. 21 делителе напряжения каждое из сопротивлений может рассеивать выделяющуюся в нем тепловую мощность, не превышающую номинального значения P_0 . Какую мощность может рассеивать все устройство?

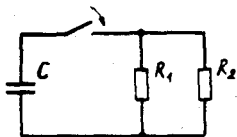


Рис. 27

45. Конденсатор емкостью $C = 200$ мкФ, заряженный до напряжения $U = 150$ В, подключают к соединенным параллельно сопротивлениям $R_1 = 50$ Ом и $R_2 = 25$ Ом (рис. 27). Какое количество тепла Q выделится в сопротивлении R_1 в результате разряда конденсатора?

46. В нагревателе, подключенном к аккумулятору с э.д.с. $E = 12$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом, выделяется тепловая мощность $P = 100$ Вт, при этом к.п.д. аккумулятора больше 50 %. Когда спираль нагревателя перегорела, к аккумулятору подключили оставшуюся целой $\alpha = 0,8$ часть спирали. Во сколько раз изменится при этом мощность в нагревателе и к.п.д. аккумулятора?

Указание. К.п.д. аккумулятора определяется в данном случае как отношение выделяющейся в нагревателе тепловой мощности к полной мощности э.д.с.

47. Электромобиль массой $m = 3200$ кг при скорости $v = 36$ км/ч продолжает разгоняться с ускорением $a = 0,5$ м/с², при этом двигатель потребляет ток $I = 150$ А от аккумуляторной батареи с напряжением $U = 120$ В. Определить к.п.д. двигателя.

48. Электромотор подключен к источнику постоянного тока, э.д.с. которого $E = 36$ В. Определить мощность, расходуемую на приведение в движение электромотора при протекании по его обмотке тока $I_0 = 10$ А, если известно, что при полном за тормаживании якоря в цепи протекает ток $I_0 = 20$ А.

49. В ванне для никелирования за время $t = 2$ ч на пластине площадью $S = 100$ см² образовалась пленка никеля толщиной $d = 20$ мкм. Валентность никеля $z = 2$. Плотность $\rho = 8,8$ г/см³. При какой силе тока проводится электролиз?

§ 4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

50. Проводящий стержень массой $m = 200$ г лежит на горизонтальных рельсах, расстояние между которыми $l = 0,2$ м (рис. 28). Вся система находится в вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл. При пропускании по стержню тока $I = 20$ А в направлении от точки А к точке С, он начинает двигаться поступательно с ускорением $a = 8$ м/с². Найти коэффициент трения между стержнем и рельсами, а также направление ускорения стержня.

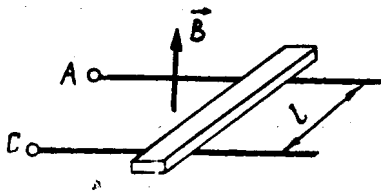


Рис. 28

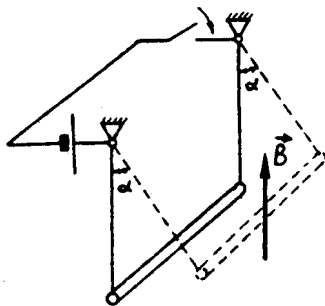


Рис. 29

51. Проводящий стержень подвешен горизонтально на двух легких проводниках в вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0,2$ Тл (рис. 29). Длина стержня $l = 0,1$ м, масса $m = 50$ г. К точкам закрепления подвеса подключают источник тока, при этом в цепи начинает протекать ток $I = 12$ А, который в дальнейшем поддерживается постоянным. Найти: а) максимальное отклонение проводов от вертикального положения; б) новое равновесное положение системы.

52. Проволочное кольцо радиуса $R = 1$ см, по которому течет ток $I = 2$ А, помещено в магнитное поле индукцией $B = 1$ Тл. Силовые линии поля перпендикулярны плоскости кольца. Определить силу, растягивающую или сжимающую кольцо.

53. Проводящая перемычка массой $m = 15$ г может скользить без трения по двум параллельным горизонтальным проводам, расположенным на расстоянии $l = 0,25$ м друг от друга в вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0,6$ Тл. К концам проводов подключают конденсатор емкостью $C = 2,5$ Ф, заряженный до напряжения $U = 5$ В. Какую скорость приобретает перемычка к моменту полного разряда конденсатора? Какое количество тепла выделится при этом в цепи?

54. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов $U = 200$ В, влетела в точке 1 (рис. 30) в область поперечного магнитного однородного поля с индукцией $B = 4 \cdot 10^{-3}$ Тл. Между точками 1 и 2 расстояние $l = 1$ м. Найти отношение заряда частицы к ее массе (q/m).

55. Проводящее кольцо находится в магнитном поле, индукция которого B направлена как показано на рис. 31. Указать направление индукционного тока в кольце, если: а) B растет; б) B убывает.

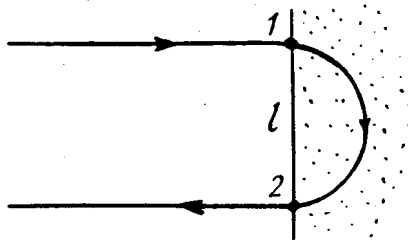


Рис. 30

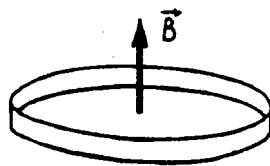


Рис. 31

56. Построить график зависимости индукционного тока в кольце (см. рис. 31) от времени, если индукция магнитного поля зависит от времени как показано на рис. 32. Радиус кольца $R=2$ см, сопротивление $r=0,1$ Ом. Самоиндукцией кольца пренебречь.

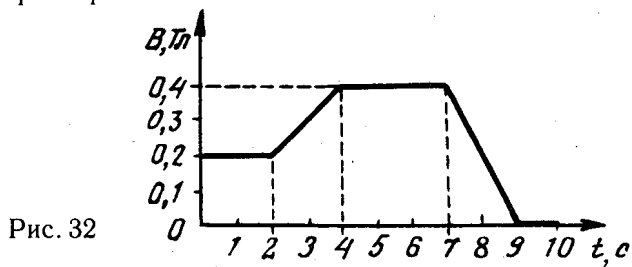


Рис. 32

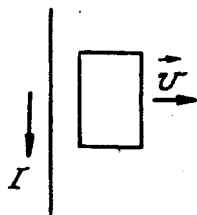


Рис. 33

57. Найти направление индукционного тока в прямоугольном контуре, удаляемом от прямого проводника с током I (рис. 33).

58. Два проволочных кольца 1 и 2 расположены в одной плоскости, как показано на рис. 34. Изобразить графически качественную зависимость токов от времени в этих кольцах: а) при замыкании ключа K ; б) при размыкании ключа K .

59. Квадратную рамку со стороной $a=2$ мм проносят с постоянной скоростью $v=10$ см/с через область шириной $l=1$ см, занятую магнитным полем с индукцией $B=1$ Тл (рис. 35). Сопротивление рамки $R=0,02$ Ом. Построить график зависимости от времени э. д. с. индукции, возникающей в рамке при ее движении. Какое количество тепла выделится в рамке?

60. Плоский замкнутый контур сопротивлением $R=5$ Ом, охватывающий площадь $s=20$ см², расположен в магнитном поле с индукцией $B=0,03$ Тл так, что плоскость контура параллельна линиям магнитной индукции. Контур поворачивают на 90° , так что плоскость контура располагается перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить заряд, прошедший по контуру при его повороте.

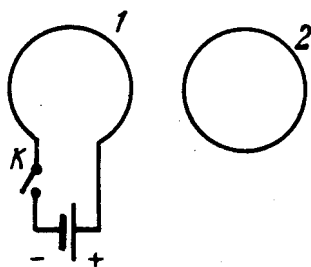


Рис. 34

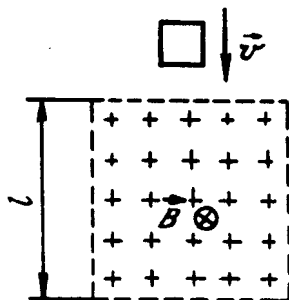


Рис. 35

61. Квадратная проволочная рамка $ACDE$ со стороной $l = 0,2$ м помещена в магнитное поле с индукцией $B = 0,7$ Тл, причем вектор $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости рамки (рис. 36). По рамке с постоянной скоростью $v = 0,6$ м/с скользит перемычка MN , сделанная из той же проволоки. Найти разность потенциалов точек C и D в момент, когда перемычка находится: а) посередине рамки; б) у правого края рамки.

62. Исходя из условия задачи 61 найти мощность, развиваемую силой F , приводящей перемычку в движение в момент, когда перемычка находится посередине рамки. Проволока, из которой выполнены рамка и перемычка, имеет сопротивление на единицу длины $\lambda = 0,01$ Ом/м.

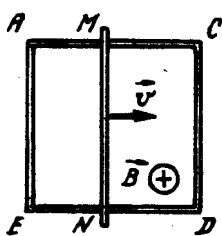


Рис. 36

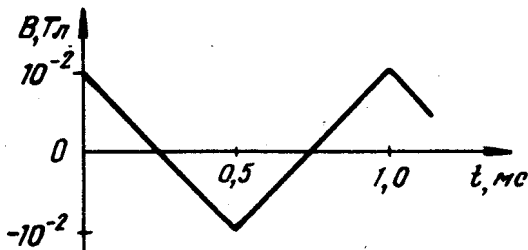


Рис. 37

63. Кольцо радиусом $R = 6$ см, изготовленное из медной проволоки диаметром $d = 0,5$ мм, помещено в однородное магнитное поле, силовые линии которого перпендикулярны к плоскости кольца. На рис. 37 показана зависимость индукции магнитного поля с амплитудой $B_0 = 0,01$ Тл и частотой $f = 10^3$ Гц от времени. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. Опре-

делить силу тока в кольце и построить график зависимости силы тока от времени. Как отразится на этой зависимости индуктивность кольца?

64. Определить тепловую мощность, которую надо отводить от кольца, описанного в задаче 63, для поддержания его температуры постоянной. Какое соотношение имеется в данном случае между амплитудным и действующим значениями силы тока? Индуктивностью кольца пренебречь.

65. Проводящий стержень OA вращается вокруг точки O в плоскости, перпендикулярной к вектору индукции магнитного поля $B = 1$ Тл с угловой скоростью $\omega = 300$ рад/с. Свободный конец стержня скользит по дуге окружности радиусом $R = 0,1$ м (рис. 38). Между точкой C дуги и точкой закрепления стержня включена батарея с э. д. с. E и внутренним сопротивлением r . Направление вращения стержня и направление магнитной индукции указаны на рисунке. Сопротивления стержня, дуги и контакта между ними пренебрежимо малы. Определить напряжение на зажимах батареи.

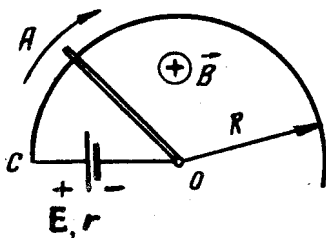


Рис. 38

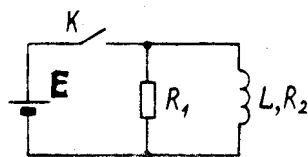


Рис. 39

66. Батарея с э. д. с. $E = 12$ В подключается к соединенным параллельно катушке индуктивности и сопротивлению $R_1 = 30$ Ом (рис. 39). Сопротивление провода обмотки катушки $R_2 = 15$ Ом, внутреннее сопротивление батареи пренебрежимо мало. Определить ток через батарею: а) сразу после замыкания ключа K ; б) после того, как во всех участках цепи установится постоянное значение тока.

67. Прямоугольная рамка со сторонами $l_1 = 10$ см и $l_2 = 20$ см наполовину находится в однородном магнитном поле, индукция которого увеличивается с постоянной скоростью $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 5$ Тл/с (рис. 40). Сопротивление единицы длины проводника $\lambda = 1$ Ом/м. Определить натяжение изолирующей нити A через $\tau = 0,3$ с после включения магнитного поля. Поле тяжести отсутствует.

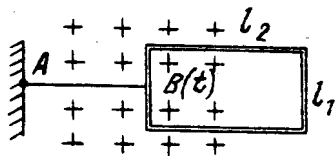


Рис. 40

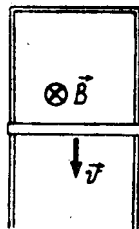


Рис. 41

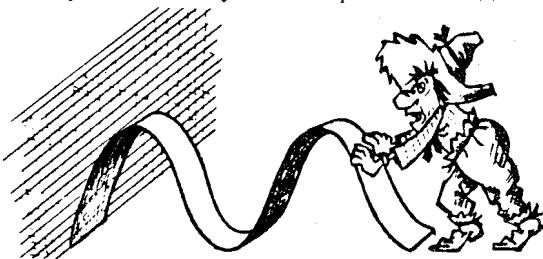
68. На гладких горизонтальных параллельных рельсах, расстояние между которыми $l = 1,5$ м, находится проводящий стержень массой $m = 50$ г. Рельсы соединены с конденсатором, емкость которого $C = 0,4$ Ф, и находятся в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы разогнать стержень до скорости $v = 5$ м/с.

69. По вертикальным короткозамкнутым рельсам скользит без трения контактирующая с ними перемычка, длина которой равна расстоянию между рельсами (рис. 41). Вся система находится в магнитном поле индукцией $B = 1$ Тл, перпендикулярном плоскости рельс. Плотность меди $\rho' = 8,9 \cdot 10^3$ кг/м³, удельное сопротивление $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м, сопротивление рельс пренебрежимо мало. Найти установившуюся скорость v падения перемычки.

§ 5. КОЛЕБАНИЯ.

ВОЛНЫ.

ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК



70. Маленький шарик массы $m = 0,1$ г, несущий заряд $q = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл, подвешен на невесомой изолирующей нити и совершает в поле тяжести колебания с периодом $T_0 = 0,6$ с. Каким будет период колебания T , если шарик поместить в электрическое поле, напряженность которого равна по модулю $E = 10^5$ В/м и направлена: а) вертикально вниз; б) вертикально вверх; в) горизонтально? Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².

71. Радиоприемник настроен на радиостанцию, работающую на длине волны $\lambda_1 = 25$ м. Во сколько раз нужно изменить емкость приемного колебательного контура радиоприемника, чтобы настроиться на длину волны $\lambda_2 = 31$ м?

72. Колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности и конденсатора с воздушным диэлектриком, имеет резонансную частоту $\nu = 41,405$ кГц. После того, как контур поместили под вакуумный колпак и откачали воздух, измерение резонансной частоты дает $\nu_0 = 41,418$ кГц. Определить диэлектрическую проницаемость воздуха.

73. Заряженный конденсатор замыкают проводником с пренебрежимо малым сопротивлением. Куда девается запасенная в конденсаторе энергия?

74. Металлический стержень массы $m = 80$ г подвешен на пружине жесткостью $k = 200$ Н/м и совершает колебания в

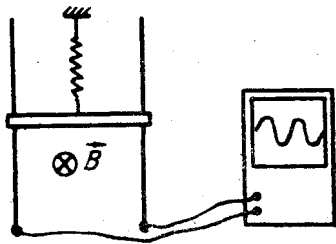


Рис. 42

вертикальной плоскости, скользя без трения по параллельным вертикальным проводам, расстояние между которыми $l = 0,2$ м (рис. 42). Вся система находится в магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл, перпендикулярной проводам и стержню. Подключенный к проводам осциллограф регистрирует переменное напряжение с амплитудой $U_0 = 20$ мВ. Найти амплитуду A колебаний стержня.

75. Обмотка ротора генератора переменного тока представляет собой прямоугольную рамку со сторонами $l_1 = 4$ см и $l_2 = 8$ см, состоящую из $N = 20$ витков медного провода диаметром $d = 0,5$ мм. Рамка вращается с частотой $n = 50$ Гц в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. Определить тепловую мощность, выделяющуюся в подключенном к генератору сопротивлении $R = 1$ Ом. Ось вращения рамки проходит через середины противоположных сторон рамки и перпендикулярна вектору $\vec{B}$.

76. Генератор переменного тока с действующим значением э.д.с. $E = 220$ В и внутренним сопротивлением $r = 10$ Ом подключен через трансформатор к нагрузочному сопротивлению $R = 1$ Ом. При каком коэффициенте трансформации в нагрузке будет выделяться наибольшая мощность? Найти это значение мощности. Потерями в трансформаторе пренебречь.

77. Амперметр A , измеряющий действующее значение протекающего через него тока, включен в цепь, изображенную на рис. 43. К концам цепи приложено синусоидальное напряжение. При замкнутом ключе K амперметр показывает силу тока $I_A = 1$ А. Определить показания амперметра I'_A при разомкнутом ключе.

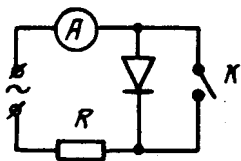
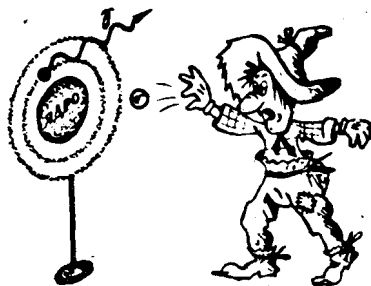
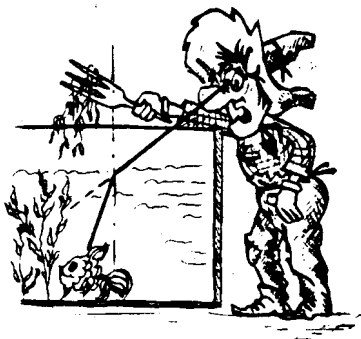


Рис. 43

§ 6. ОПТИКА. КВАНТЫ



78. На рис. 44 показано прохождение луча света через границу раздела двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 . Какой из показателей преломления больше?

79. Пять строго плоскопараллельных пластинок различной толщины и с различными показателями преломления сложены вместе и находятся в воде. На пластинки падает луч света под углом $\alpha = 23^\circ$. Считая, что свет проходит все пластинки, найти, под каким углом α' он выйдет из последней пластинки в воду.

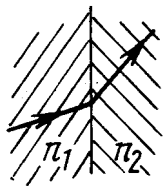


Рис. 44

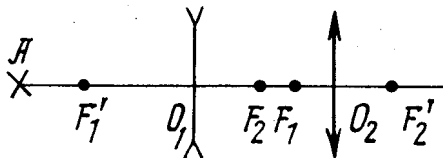


Рис. 45

80. Найти построением изображение точки A (рис. 45) в системе двух тонких линз (рассеивающей и собирающей). F_2 , F'_1 и F_2, F'_2 — фокусы первой и второй линз.

81. Линза с оптической осью OO' (рис. 46) дает изображение точки S в точке S' . Определить положение линзы и ее фокусов. Какая это линза: собирающая или рассеивающая?

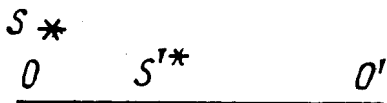


Рис. 46



Рис. 47

82. Линза дает изображение отрезка AB в виде параллельного ему отрезка $A'B'$ (рис. 47). Найти положение линзы, а также положение ее оптической оси и фокусов.

83. Расстояние от предмета до экрана $L = 105$ см. Тонкая линза, помещенная между ними, дает на экране увеличенное изображение предмета. Если линзу переместить на $l = 32$ см, то на экране будет уменьшенное изображение. Каково фокусное расстояние f линзы?

84. Между неподвижными предметом и экраном передвигают линзу. При двух положениях линзы на экране получают резкие изображения предмета размерами h_1 и h_2 . Найти размер предмета h .

85. Имеются собирающая линза с фокусным расстоянием $f = 10$ см и экран, расположенный в ее фокальной плоскости. По другую сторону линзы в ее фокусе находится точечный источник света, который удаляется от линзы с постоянным ускорением $a_0 = 4$ м/с². Через какой промежуток времени после начала движения радиус светлого пятна на экране уменьшится в $n = 6$ раз?

86. Две одинаковые линзы с фокусным расстоянием $f = 16$ см и массой $m = 200$ г соединены пружиной жесткостью $k = 15$ Н/м и могут свободно перемещаться по горизонтальному стержню. В начальный момент линзы покоятся, а пружина не деформирована и имеет длину $l_0 = 25$ см (рис. 48). Какую скорость v_0 нужно сообщить одной из линз, чтобы в момент наибольшей деформации пружины изображение одной линзы в другой стало мнимым?

Рис. 48

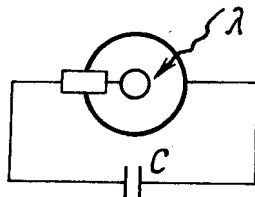
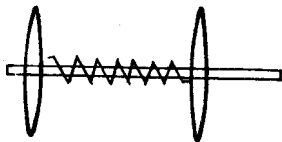


Рис. 49

87. В сферическом сосуде, из которого откачан воздух, помещены два электрода из цинка. К ним подсоединен конденсатор емкостью $C = 3,5 \text{ мкФ}$, как показано на рис. 49. Один из электродов освещается светом с длиной волны $\lambda = 0,25 \text{ мкм}$. Какой заряд будет находиться на конденсаторе при длительном освещении? Работа выхода электрона для цинка $A = 3,74 \text{ эВ}$.

88. Протон ($m_p = 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ г}$), летевший со скоростью $v_0 = 7,50 \cdot 10^6 \text{ см/с}$, сталкивается с покоящимся невозбужденным атомом водорода. После столкновения протон летит со скоростью $v_1 = 1,50 \cdot 10^6 \text{ см/с}$ в том же направлении, а атом переходит в состояние с более высокой энергией. Какова длина волны излучения, которое может испустить атом, переходя в невозбужденное состояние?

89. Электрон в атоме водорода движется по круговой орбите радиусом $r = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ м}$ (модель атома водорода по Н. Бору). Какую энергию ΔW должен поглотить атом, чтобы радиус орбиты электрона увеличился в $n = 4$ раза?



§ 7. ЗАДАЧИ, ПРЕДЛАГАВШИЕСЯ НА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНАХ

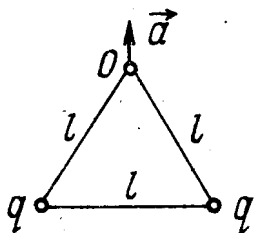


Рис. 50

90. Два одинаковых заряженных шарика, масса и заряд каждого из которых равны $m = 10 \text{ г}$ и $q = 5 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$, соединены двумя изолирующими нитями длины $l = 10 \text{ см}$ и $2l$. Систему удерживают за середину длинной нити (рис. 50), а затем точку подвеса O поднимают с ускорением $\vec{a} = -\vec{q}$, где $\vec{q}$ — ускорение свободного падения. Определить натяжение T нити, соединяющей шарики, во время их подъема.

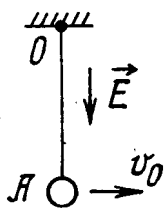


Рис. 51

91. В вертикальном однородном электрическом поле с напряженностью $E = 10 \text{ кВ/м}$ находится заряженный шарик A , подвешенный на тонкой изолирующей нити длиной $l = 1 \text{ м}$ к точке O (рис. 51). Заряд шарика $q = 10^{-6} \text{ Кл}$, масса $m = 10 \text{ г}$. Шарiku сообщили начальную скорость $v_0 = 1 \text{ м/с}$ в направлении, перпендикулярном вектору $\vec{E}$. Найти натяжение T нити в момент достижения шариком крайнего положения. Силой тяжести пренебречь.

92. Два одинаковых заряженных шарика соединены нитью длиной $l = 5 \text{ см}$ и с помощью двух нитей такой же длины прикреплены к точке подвеса, причем точка подвеса и шарики лежат в вершинах равностороннего треугольника. После того как нить, соединяющую шарики, перерезали, они начали двигаться с ускорением $a = 40 \text{ м/с}^2$. Определить скорость шариков в момент, когда они окажутся на одном уровне с точкой подвеса.

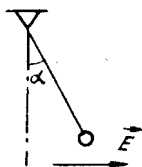


Рис. 52

93. Заряженный шарик массой $m = 1,5 \text{ г}$, прикрепленный к невесомой изолирующей нити, находится в однородном горизонтальном электрическом поле, при этом нить отклонена от вертикали на угол $\alpha = 30^\circ$ (рис. 52). Затем направление электрического поля мгновенно изменяется на противоположное. Найти силу натяжения нити в момент максимального отклонения нити от вертикали после переключения поля.

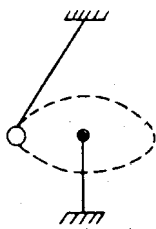


Рис. 53

94. Шарик массой $m = 2 \text{ г}$, имеющий заряд $q = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$, подвешен на нити и движется по окружности радиуса $R = 3 \text{ см}$ с угловой скоростью $\omega_1 = 2 \text{ рад/с}$ (рис. 53). В центр окружности поместили шарик с таким же зарядом. Какой должна стать угловая скорость вращения шарика ω_2 , чтобы радиус окружности изменился?

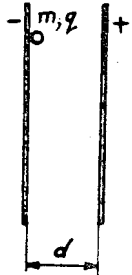


Рис. 54

95. Пластины конденсатора, заряженного до напряжения $U = 10 \text{ кВ}$, расположены вертикально. Расстояние между пластинами $d = 6 \text{ см}$. Небольшой шарик массы $m = 10 \text{ мг}$, несущий электрический заряд $q = -0,4 \text{ мкКл}$, отпускают с нулевой начальной скоростью вблизи отрицательно заряженной пластины (рис. 54). Найти работу A , которую совершит над шариком сила тяжести за время его движения к положительно заряженной пластине.

96. Шар с массой $m = 1$ кг и зарядом $q = 2 \cdot 10^{-4}$ Кл подвешен на изолирующей нити в однородном электрическом поле с напряженностью $E = 3 \cdot 10^4$ В/м, причем вектор $\vec{E}$ перпендикулярен к силе тяжести и направлен влево. Шарик отвели вправо так, что нить отклонилась на угол $\alpha = 30^\circ$ от вертикали и отпустили. Найти натяжение F нити при прохождении вертикального положения.

97. К источнику тока подключены катушка индуктивностью $L = 0,80$ Гн и резистор $R = 25$ Ом (рис. 55). Сразу после замыкания ключа K в резисторе выделяется тепловая мощность $P = 100$ Вт. Сопротивление обмотки катушки пренебрежимо мало. Какое количество тепла Q выделится в резисторе к моменту прекращения тока в цепи?

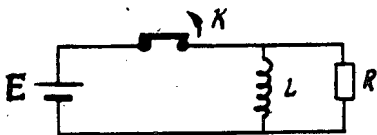


Рис. 55

98. Источник тока подключают к цепи, содержащей конденсатор и сопротивления $R_1 = 1$ Ом и $R_2 = 3$ Ом (рис. 56). Сразу после замыкания ключа K подключенный к источнику вольтметр показывает напряжение $U_1 = 6$ В, а после того как конденсатор зарядится, — напряжение $U_2 = 9,6$ В. Найти показания вольтметра при разомкнутом ключе. Током через вольтметр пренебречь.

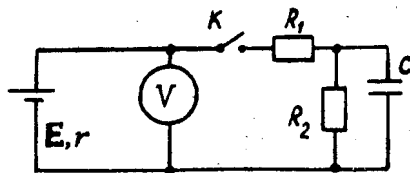


Рис. 56

99. Электролампа с вольфрамовой спиралью в момент включения потребляет мощность $P = 500$ Вт. Какую мощность она будет потреблять после нагревания ее спирали от комнатной температуры до $t = 2500^\circ\text{C}$, если температурный коэффициент сопротивления вольфрама $\alpha = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$?

100. Электродвигатель с сопротивлением обмотки $R = 2$ Ом подключен к генератору с э.д.с. $E = 240$ В и внутренним сопротивлением $r = 4$ Ом. При работе электродвигателя по его обмотке протекает ток $I = 10$ А. Найти к.п.д. η электродвигателя.

101. Пучок протонов, ускоренных разностью потенциалов $U = 20$ кВ, падает на заземленную металлическую пластинку нормально к ее поверхности. Полагая, что все протоны поглощаются пластинкой, определить силу, с которой пучок действует на пластинку, если ток в пучке равен $I = 80$ мА. Отношение электрического заряда протона к его массе $(e/m) = 10^3$ Кл/кг. Силой тяжести пренебречь.

102. Из электронной пушки, ускоряющее напряжение в которой $U = 600$ В, вылетает электрон и попадает в магнитное поле с индукцией $B = 1,2$ Тл. Линии магнитной индукции составляют угол $\alpha = 30^\circ$ с направлением скорости электрона. Найти ускорение a электрона в магнитном поле. Удельный заряд электрона $e/m = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

103. Пучок протонов попадает в область пространства, где создано однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. Направление поля перпендикулярно падающему пучку. В этом поле протоны движутся по дуге окружности радиусом $r = 0,2$ м и падают на заземленную мишень. Ток в пучке $I = 0,1$ мА. Найти тепловую мощность P , выделяемую в мишени. Удельный заряд протона (отношение заряда к массе протона) $e/m = 10^8$ Кл/кг.

104. Протон, отношение заряда к массе которого $e/m = 1 \cdot 10^8$ Кл/кг, движется без начальной скорости из точки O (рис. 57) в области пространства, где созданы однородные взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля с $E = 10$ кВ/м и $B = 0,02$ Тл. Найти ускорение протона в вершине траектории — точке A , если $h = 0,5$ м.

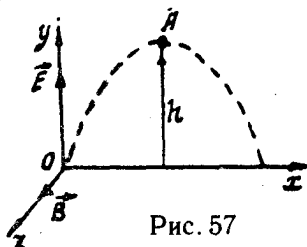


Рис. 57

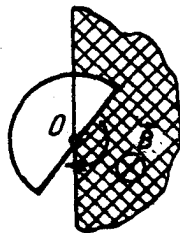


Рис. 58

105. Контур, ограничивающий полукруг радиусом $r = 0,1$ м, находится на границе однородного магнитного поля с индукцией $B = 0,1$ Тл (рис. 58). Контур вращают с постоянной угловой скоростью $\omega = 100$ рад/с вокруг оси O , перпендикулярной плоскости рисунка. Сопротивление контура $R = 0,314$ Ом. Найти количество тепла, выделяющееся в контуре за один оборот.

106. На горизонтальных проводящих стержнях лежит металлическая перемычка массой $m = 50$ г (рис. 59). Коэффициент

трения между стержнями и перемычкой $k=0,15$. Стержни замкнуты на сопротивление $R=5$ Ом. Система находится в магнитном поле, индукция которого направлена вверх и меняется по закону $B=At$, где $A=5$ Тл/с. Определить момент времени τ , в который перемычка начнет двигаться по стержню. Геометрические размеры (см. рис. 59) $l=1$ м, $h=0,3$ м.

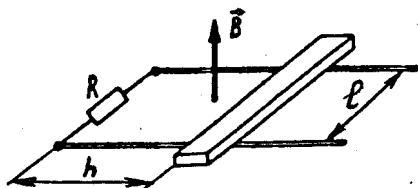


Рис. 59

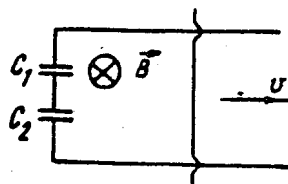


Рис. 60

107. По двум параллельным проводникам, отстоящим друг от друга на $l=0,5$ м, перемещают проводник-перемычку с постоянной скоростью $v=10$ м/с. Между левыми концами проводников (рис. 60) подключены последовательно два конденсатора, причем емкость конденсатора C_2 больше в $n=1,5$ раза емкости конденсатора C_1 . Вся система находится в однородном магнитном поле, направленном перпендикулярно к плоскости, в которой лежат проводники. Найти индукцию B поля, если на конденсаторе C_2 напряжение $U_2=0,5$ В. Сопротивление проводников пренебрежимо мало.

108. Переключина длиной $l=20$ см и массой $m=24$ г подвешена горизонтально на двух тонких невесомых проводах в

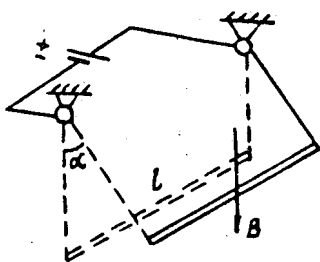


Рис. 61

вертикальном магнитном поле с индукцией $B=0,08$ Тл. К точкам закрепления проводов подключен источник тока (рис. 61) при этом в цепи поддерживается постоянный ток силой $I=2,5$ А. Длина проводов $h=0,12$ м. Провода отклоняют на угол $\alpha=30^\circ$ от вертикального положения и отпускают. Найти скорость переключины в момент, когда провода проходят через вертикальное положение. Индуктивностью пренебречь.

109. Плоский воздушный конденсатор емкостью $C_0 = 5 \cdot 10^{-9}$ Ф заряжен от батареи с э.д.с. $E = 2$ В. Какую работу A нужно совершить, чтобы, раздвигая обкладки, увеличить расстояние между ними в $n = 2$ раза (рис. 62а). Конденсатор после заряжения отключен от источника.

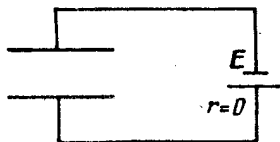


Рис. 62а

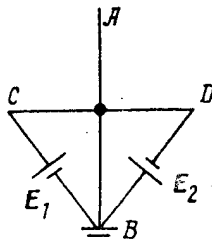


Рис. 62б

110. На заземленный в точке B высокоомный проводник AB положили такой же проводник так, что в их средних точках образовался надежный контакт. К точкам C и B , а также D и B подсоединили проводниками с малым сопротивлением источники э.д.с. $E_1 = 4$ В и $E_2 = 1$ В (рис. 62б). Определите потенциал точки A . Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

111. На рис. 63а показан плоский контур из тонких проводов, находящийся в однородном магнитном поле, которое направлено за плоскость рисунка (перемычка контура совпадает с диаметром кольца). Индукцию поля начали уменьшать. Укажите направление индукционных токов в этом контуре.

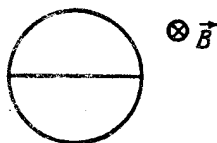


Рис. 63а

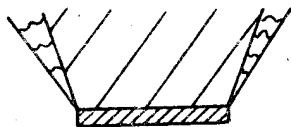


Рис. 63б

112. На рис. 63б показаны: область полной видимости в плоском зеркале некоторого прямого предмета (заштрихована прямыми линиями); области частичной видимости предмета

в зеркале (заштрихованы волнистыми линиями). Определите расположение предмета.

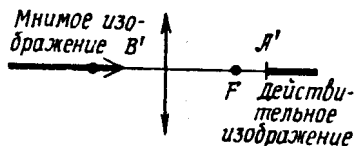


Рис. 64

113. На рис. 64 показано изображение $A'B'$ некоторого прямого непрерывного предмета AB в собирающей линзе. Изображение получилось состоящим из двух полубесконечных частей, одна из которых действительная, а другая — мнимая. Восстановите расположение предмета AB .

114. Параллельный световой пучок падает нормально на грань стеклянной бипризмы ($n=1,5$) с малым преломляющим углом $\alpha=10^{-2}$ рад (рис. 65).

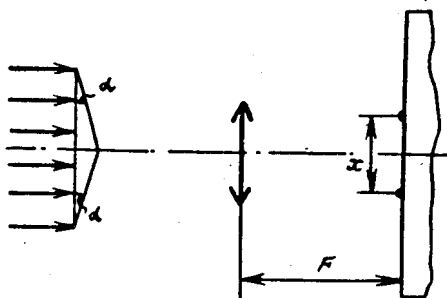


Рис. 65

За бипризмой расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $f=100$ см. Найти расстояние x между точками схождения лучей в фокальной плоскости линзы. Считать $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$.

115. Небольшому шарiku, который находится на поверхности горизонтально расположенной тонкой собирающей

линзы с оптической силой $\Phi=0,5$ дптр, сообщили вертикальную начальную скорость $v_0=10$ м/с. Сколько времени τ будет существовать действительное изображение шарика в этой линзе?

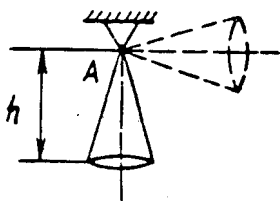


Рис. 66a

116. Маленькая линза с фокусным расстоянием $f=20$ см подвешена в точке A на нитях так, что расстояние от точки A до центра линзы равно $h=25$ см (рис. 66a). Подвес отклоняют до горизонтального положения, затем отпускают. С каким ускорением a' будет двигаться изображение точки A в линзе в момент, когда линза проходит нижнее положение?

117. Шарик массой $m=50$ г движется со скоростью $v_0=5$ м/с вдоль оптической оси собирающей линзы, установленной на подставке на гладком полу (рис. 666). После упругого удара шарик отскакивает от линзы. Масса линзы с подставкой $M=0,2$ кг, фокусное расстояние $f=10$ см. Сколько времени будет существовать мнимое изображение шарика? Силой тяжести пренебречь.

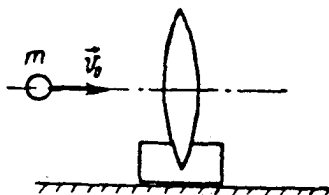


Рис. 666

118. Протон, летящий со скоростью $v_0=4,6 \cdot 10^4$ м/с, сталкивается с неподвижным свободным атомом гелия. После столкновения протон движется в обратном направлении со скоростью $v = \frac{1}{2} v_0$, а атом гелия переходит в возбужденное состояние. Найти длину волны света, излучаемого атомом гелия при возвращении в первоначальное состояние.

В 1994 году билеты вступительного устного экзамена по физике в МИФИ включали в себя один теоретический вопрос, представлявший собою цитату из программы вступительных экзаменов по физике в вузы, и три задачи, охватывающие разные разделы физики и требующие для своего решения как знания основ теории, так и умения применять их при решении задач. Время подготовки к ответу составляло 45 минут.

Ниже приведены три экзаменационных билета по физике, а в ответах — решения входящих в них задач.

Билет № 1

1. Магнитное взаимодействие токов. Магнитное поле. Индукция магнитного поля. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле. Закон Ампера.

2. Постройте ход луча до прохождения им рассеивающей линзы рис. 1.1.

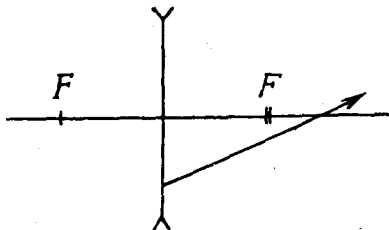


Рис. 1.1

3. Найдите отношение n приращения внутренней энергии ΔU одноатомного газа при изобарном нагревании и работы A , совершенной газом в этом процессе.

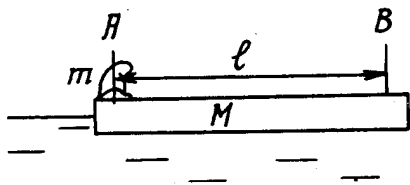


Рис. 1.2

4. Доска массой $M=500$ г плавает на воде (рис. 1.2). На одном конце доски в точке A сидит лягушка. С какой наименьшей скоростью она должна прыгнуть, чтобы попасть в точку B на доске, отстоящую на $l=26$ см от

точки A ? Масса лягушки $m=150$ г. Трением между доской и водой пренебречь.

Билет № 2

1. Линза. Фокусное расстояние линзы.

2. Какой процесс идеального газа изображен на рис. 2.1? Напишите закон, которым этот процесс описывается.

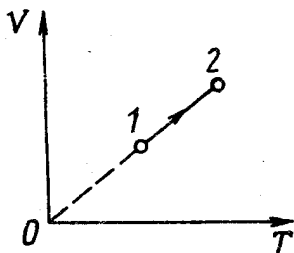


Рис. 2.1

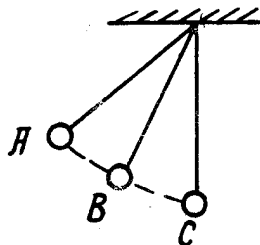


Рис. 2.2

3. Укажите направление ускорения математического маятника в трех показанных на рис. 2.2 точках. Точка A — точка максимального отклонения, точка C — положение равновесия.

4. Узкий пучок электронов с кинетической энергией $K=2,8$ кэВ входит в заряженный до напряжения $U=7,5$ В плоский конденсатор в направлении, перпендикулярном полю. Длина пластин конденсатора $l=32$ мм, расстояние между ними $d=5,5$ мм. Определить расстояние h , на которое сместится

пучок относительно линии своего первоначального направления на выходе из конденсатора (1 эВ – энергия, приобретаемая электроном при ускорении разностью потенциалов в 1 В). Заряд электрона $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Билет № 3

1. Импульс тела. Закон сохранения импульса.

2. Определите напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого двумя точечными зарядами $q_1 = q_2 = q$, в центре отрезка l , соединяющего эти заряды.

3. Тонкая линза с фокусным расстоянием $F = 40$ см вплотную прилегает к плоскому зеркалу (рис. 3.1). На оптической оси линзы, на высоте $d = 10$ см от нее, находится светящаяся точка S . Где находится изображение этой точки?

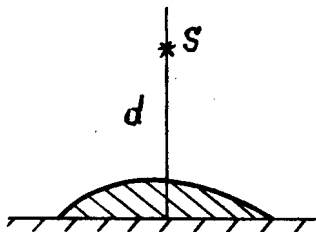
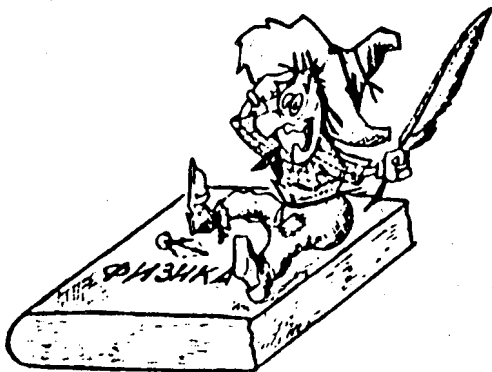


Рис. 3.1

4. Два связанных нитью невесомых поршня вставлены в открытую с обеих сторон горизонтальную трубку, имеющую сечение $S = 10$ см². Поршни могут перемещаться без трения. Давление и температура воздуха между поршнями и вне трубки одинаковы и равны $p_0 = 10^5$ Н/м² и $t_0 = 27$ °С. До какой температуры t_1 нужно нагреть воздух между поршнями, чтобы нерастяжимая нить, связывающая поршни, порвалась (нить выдерживает натяжение не более $F = 30$ Н)?



§ 1

1. На рис. 67 указаны силы, действующие на шарики: внешняя F (на шарик массой m_1); кулоновская сила $F_k = q^2/4\pi\epsilon_0 l^2$ и сила T со стороны натянутой нити; $\vec{a}$ — ускорение системы.

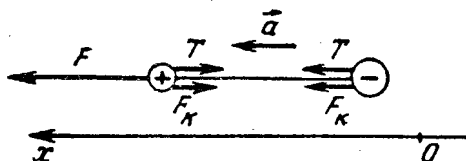


Рис. 67

Из уравнений движения шариков, записанных в проекции на ось Ox :

$$m_1 a = F - T - F_k, \quad m_2 a = T + F_k,$$

определяем T :

$$T = F / (1 + m_1/m_2) - F_k.$$

Из условия $T > 0$ находим

$$F > q^2(1 + m_1/m_2) / 4\pi\epsilon_0 l^2 = 14 \text{ мН}.$$

2. На заряженные шарики действуют кулоновские силы $F_k = q^2/4\pi\epsilon_0 l^2$ и силы натяжения нитей T . Кроме того, к отрицательно заряженному шарiku приложена сила $\vec{F}$, сообщающая системе ускорение $\vec{a}$ (рис. 68а).

Из уравнений движения для системы

$$3ma = F$$

и для отрицательно заряженного шарика

$$ma = F - 2T \cos \alpha - 2F_K \cos \alpha,$$

записанных в проекции на направление вектора ускорения (угол $\alpha = 30^\circ$ показан на рис. 68а, а также из уравнения движения положительно заряженного шарика в проекции на вертикальное направление

$$0 = F_K - T - T \sin \alpha - F_K \sin \alpha,$$

находим ускорение

$$a = (q^2 \cos \alpha) / 2\pi \epsilon_0 m l^2 (1 + \sin \alpha) = 1 \text{ м/с}^2.$$

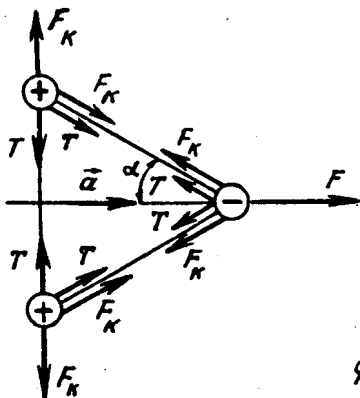


Рис. 68а

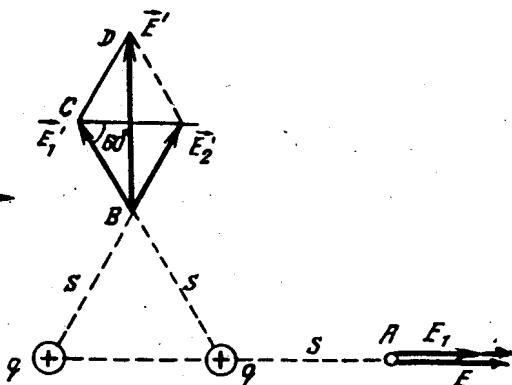


Рис. 68б

3. В точке А (рис. 68б), находящейся на прямой линии, проведенной через оба заряда, на расстоянии s от одного из них, равном расстоянию между зарядами, напряженность электрического поля E равна сумме напряженностей полей

$$E_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 s^2} \text{ и } E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (2s)^2}, \text{ создаваемых каждым зарядом в}$$

отдельности (учитываем, что векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ имеют одинаковые направления):

$$E = E_1 + E_2 = \frac{5}{4} E_1. \quad (1)$$

В точках пространства, находящихся на одинаковом удалении от обоих зарядов, равном расстоянию между ними, найдем напряженность $\vec{E}'$ электрического поля, произведя векторное сложение напряженностей $\vec{E}_1'$ и $\vec{E}_2'$ полей от каждого заряда. На рис. 686 указана одна такая точка B , расположенная в плоскости чертежа, и произведено графическое сложение векторов $\vec{E}_1'$ и $\vec{E}_2'$. Из равнобедренного треугольника BCD находим

$$E' = BD = 2BC \sin 60^\circ = E_1 \sqrt{3}. \quad (2)$$

Из соотношений (1) и (2) определяем напряженность

$$E' = \frac{4\sqrt{3}}{5} E \approx 0,35 \text{ В/см.}$$

4. Потенциал электрического поля φ_0 от двух зарядов $+q$ и $-q$ равен алгебраической сумме потенциалов $\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1}$ и $\varphi_2 = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r_2}$ полей, создаваемых каждым зарядом:

$$\varphi_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Из этого выражения находим

$$q = \frac{4\pi\epsilon_0 \varphi_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1}. \quad (1)$$

При заданных в условии конкретных значениях r_1 , r_2 , s точка наблюдения поля лежит на прямой, проходящей через заряды.

Приведем решение для произвольных значений r_1 , r_2 , s . Определяя напряженность электрического поля в точке C , отстоящей на расстояниях r_1 и r_2 от зарядов $\pm q$, произведем

графическое сложение векторов $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ напряженностей полей от каждого заряда (рис. 69). Используя теорему косинусов для заштрихованного треугольника, находим

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\theta, \quad (2)$$

где $E_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$ и $E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}$.

Определим $\cos\theta$ из треугольника ACB ; также используя теорему косинусов,

$$\cos\theta = \frac{r_1^2 + r_2^2 - s^2}{2r_1r_2}.$$

Произведя подстановку выражений E_1 , E_2 и $\cos\theta$ в соотношение (2), получаем

$$E^2 = \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{1}{r_1^4} + \frac{1}{r_2^4} - \frac{r_1^2 + r_2^2 - s^2}{r_1^3 r_2^3}\right). \quad (3)$$

Подставив в соотношение (3) выражение для заряда q согласно (1) и выполнив некоторые преобразования, для напряженности поля получим выражение:

$$E = \frac{\Phi_0}{r_1 r_2 (r_2 - r_1)} \sqrt{r_1 r_2 s^2 + (r_2 - r_1)^2 (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)}.$$

Произведя расчеты, найдем $E = 10$ В/м.

5. Весь заряд, сообщенный проводящему шару, будет находиться на его внешней поверхности независимо от того, имеется ли в нем полость или нет. Поэтому в полости и толще шара (кроме его наружной поверхности) напряженность электрического поля равна нулю, а потенциал одинаков (его значение определено ниже):

$$E'(r) = 0; \quad (1a)$$

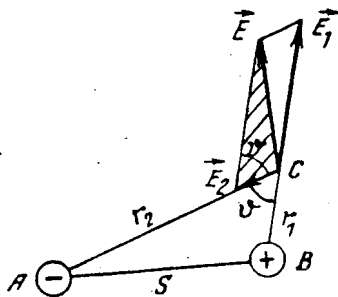


Рис. 69

$$\varphi'(r) = \text{const}, \quad 0 \leq r < R. \quad (16)$$

На поверхности проводящего шара сообщенный ему заряд q распределяется равномерно. Поэтому снаружи шара, включая его поверхность, электрическое поле такое же, как если бы оно создавалось тем же зарядом q , находящимся в центре шара:

$$E''(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}; \quad (2a)$$

$$\varphi''(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad r \geq R. \quad (26)$$

На поверхности шара ($r=R$) потенциал электрического поля принимает значение $\varphi''(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$. Таким же будет потенциал во всех точках внутри шара:

$$\varphi'(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}, \quad 0 \leq r \leq R. \quad (1b)$$

Графики зависимостей $E(r)$ и $\varphi(r)$ показаны на рис. 70.

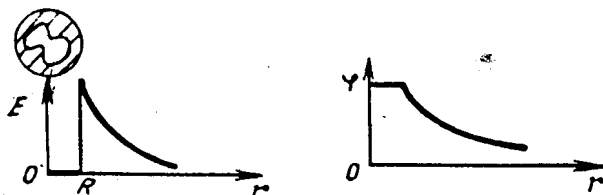


Рис. 70

6. Для нахождения связи между напряженностью и потенциалом электрического поля возьмем пробный заряд q_0 и переместим его из точки с координатой x_1 в точку с координатой x_2 на расстояние $\Delta x = x_2 - x_1$. Силы электрического поля совершат работу

$$A = F_x \Delta x = q_0 E_x \Delta x.$$

Эта же работа выражается через приращение потенциала

$$A = -q_0 \Delta \varphi = -q_0 (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Приравнявая выражения для работы, найдем

$$\Delta \varphi = -E_x \Delta x.$$

Таким образом, если $E_x > 0$, то приращения потенциала и координаты имеют разные знаки, и с ростом x потенциал убывает. Это соответствует тому факту, что напряженность поля направлена от точек с большим потенциалом к точкам с меньшим потенциалом. Если $E_x < 0$ (напряженность поля направлена противоположно направлению оси x), то с ростом x потенциал растет. Скорость изменения потенциала

$$\frac{\Delta \varphi}{\Delta x} = -E_x,$$

определяется величиной E_x : чем больше напряженность поля, тем быстрее меняется потенциал. Если же $E_x = 0$, то $\varphi = \text{const}$ — не зависит от x .

В условии задачи (см. рис. 4) при $x < 0$ имеем $E_x < 0$, причем $E_x = \text{const}$. Потенциал в этой области пространства с ростом x увеличивается, причем с постоянной скоростью, т.е. потенциал линейно зависит от x (рис. 71). При $x > 0$ имеем $E_x > 0$, и потенциал линейно убывает.

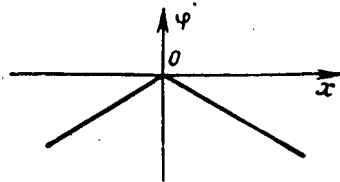


Рис. 71

Отметим, что физический смысл имеет лишь приращение потенциала, сами же значения потенциала могут быть изменены во всех точках на одну и ту же произвольную величину. Это позволяет выбирать начало отсчета потенциала там, где нам удобно. На рис. 67 начало отсчета потенциала ($\varphi = 0$) выбрано в точке $x = 0$. Не будет ошибкой, если у Вас график будет смещен вверх или вниз относительно приведенного на рис. 71.

7. Используем полученное в решении задачи 6 соотношение

$$E_x = -\frac{\Delta \varphi}{\Delta x}.$$

На участках, где $\varphi = \text{const}$, имеем $E_x = 0$. На участке $x_1 < x < x_2$ потенциал с ростом x увеличивается, причем с постоянной скоростью, поэтому $E_x < 0$, причем $E_x = \text{const}$. На участке $x_3 < x < x_4$ потенциал убывает, поэтому здесь $E_x > 0$. Более быстрое изменение потенциала на участке $x_3 < x < x_4$ соответствует большему значению величины $|E_x|$ по сравнению с участком $x_1 < x < x_2$. График зависимости $E_x(x)$ приведен на рис. 72а.

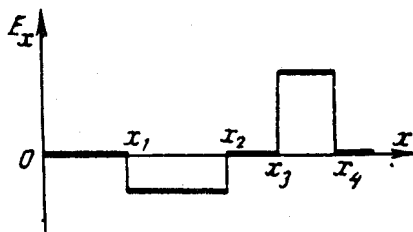


Рис. 72а

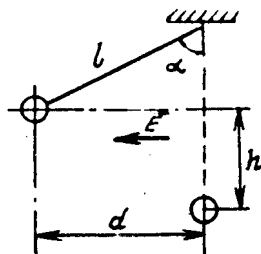


Рис. 72б

8. При отклонении шарика на максимальный угол α (рис. 72б) работа, совершенная силами электрического поля, равна приращению потенциальной энергии шарика в поле тяжести:

$$qEd = mgh,$$

где $d = l \sin \alpha$ — смещение шарика в направлении электрического поля, $h = l(1 - \cos \alpha)$ — высота подъема шарика, l — длина нити. Выполняя подстановки, находим

$$\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{qE}{mg}.$$

С учетом известных тригонометрических соотношений

$$\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}; \quad 1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

получим

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{qE}{mg} = 1; \quad \frac{\alpha}{2} = 45^\circ; \quad \alpha = 90^\circ.$$

9. При перемещении заряженного шарика из начального положения B в положение равновесия C (рис. 73) силы электрического поля совершают над зарядом q работу $A = q(\varphi_B - \varphi_C)$, где φ_B и φ_C — значения потенциала электрического поля в точках B и C соответственно.

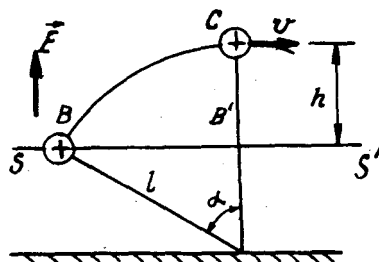


Рис. 73

Потенциалы φ_B и $\varphi_{B'}$ в точках B и B' одинаковы, поскольку эти точки расположены на эквипотенциальной поверхности SS' , проходящей через точку B (в однородном электрическом поле эквипотенциальными поверхностями являются плоскости, перпендикулярные к силовым линиям поля; SS' — линия пересечения одной такой поверхности с плоскостью рисунка). Поэтому

$$A = q(\varphi_{B'} - \varphi_C) = qEh = qEl(1 - \cos \alpha).$$

В результате совершения этой работы происходит прирост полной механической энергии шарика, причем возрастает как кинетическая энергия W_k , так и потенциальная W_n в поле сил тяжести:

$$A = \Delta W_k + \Delta W_n$$

или

$$qEl(1 - \cos \alpha) = \frac{mv^2}{2} + mgl(1 - \cos \alpha). \quad (1)$$

При прохождении заряженным шариком положения равновесия согласно второму закону Ньютона

$$\frac{mv^2}{l} = mg + T_1 - qE. \quad (2)$$

В случае, когда в положении равновесия шарик покоится,

$$mg + T_2 - qE = 0. \quad (3)$$

В соотношениях (2) и (3): T_1 и T_2 — натяжения нити при первом и втором условиях задачи; qE — сила, действующая на заряд в электрическом поле.

Решая уравнения (1), (2) и (3) совместно, находим

$$T_1 - T_2 = 4(qE - mg) \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ Н.}$$

10. Начальное положение равновесия неустойчиво. После выхода из него стержень пройдет через положение устойчивого равновесия, повернувшись при этом вокруг оси на угол π . К этому времени силы электрического поля $F_1 = F_2 = qE$ (рис. 74) совершат работу $A = 2qE(r_1 - r_2)$, в результате чего система приобретает кинетическую энергию $W = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$, где v_1 и v_2 — линейные скорости движения шариков 1 и 2 в момент прохождения системой положения устойчивого равновесия (рис. 75).

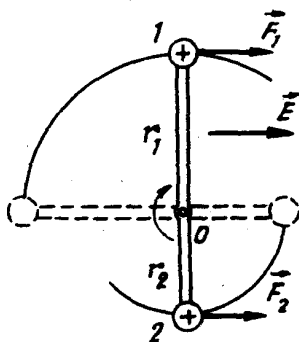


Рис. 74

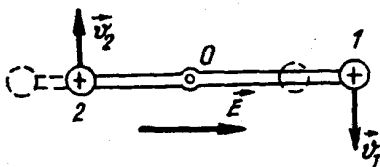


Рис. 75

На основании закона сохранения энергии

$$2qE(r_1 - r_2) = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}. \quad (1)$$

Находясь на стержне, шарики вращаются с одинаковой угловой скоростью, поэтому

$$\frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2}. \quad (2)$$

Из соотношений (1) и (2) находим

$$v_1 = 2r_1 \sqrt{\frac{qE}{m} \frac{r_1 - r_2}{r_1^2 + r_2^2}} = 1,6 \text{ м/с.}$$

11. Стержень будет совершать колебания около положения устойчивого равновесия АВ, совпадающего с направлением поля $\vec{E}$, вокруг оси, проходящей через среднюю точку стержня О (рис. 76).

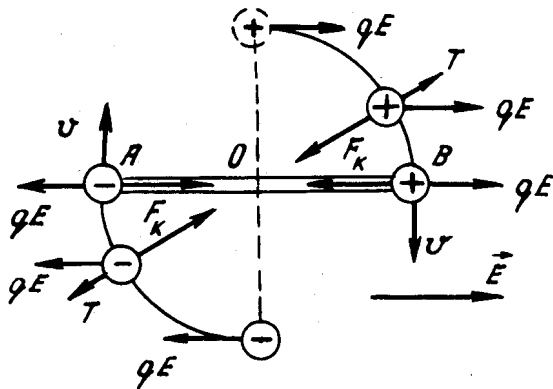


Рис. 76

При перемещении системы из начального положения в положение устойчивого равновесия силы электростатического поля, действуя на заряды на шариках, производят над каждым из них работу $qE(l/2)$. Упругая сила сжатого стержня T и кулоновская сила $F_k = q^2/4\pi\epsilon_0 l^2$ взаимодействия шариков друг с другом работы не производят. В положении равновесия каждый шарик движется, обладая кинетической энергией $mv^2/2$. На основании закона сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = qE(l/2). \quad (1)$$

Запишем уравнение движения каждого шарика для момента прохождения системой положения равновесия:

$$\frac{mv^2}{(l/2)} = q^2/4\pi\epsilon_0 l^2 - qE. \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) находим

$$q = 12\pi\epsilon_0 E l^2 = 33 \text{ нКл}.$$

12. При переходе шарика из отклоненного положения 1 в положение равновесия 2 (рис. 77) полная механическая энергия W шарика изменится в результате работы сил электрического поля, создаваемого неподвижным зарядом q_0 :

$$W_2 - W_1 = A = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1)$$

Здесь φ_1 и φ_2 — потенциалы поля в точках 1 и 2:

$$\varphi_1 = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r_1} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{h^2 + l^2}},$$

$$\varphi_2 = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r_2} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 (h + l)}.$$

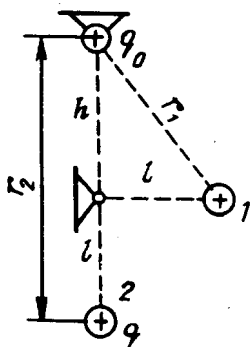


Рис. 77

Подставляя выражения для энергии шарика и потенциалов в соотношение (1), получаем

$$\frac{mv^2}{2} - mgl = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{h^2 + l^2}} - \frac{1}{h+l} \right).$$

Отсюда

$$v = \sqrt{2gl + \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 m} \left(\frac{1}{\sqrt{h^2 + l^2}} - \frac{1}{h+l} \right)} = 2 \text{ м/с}.$$

13. Во время движения заряженных шариков (после пережигания нити H) силы, действующие на них со стороны натянутых нитей, работы не совершают, так как эти силы перпендикулярны к траекториям их движения (дуги окружности радиусом l , где l — длина каждой нити). Поэтому полная энергия заряженных шариков в поле сил тяжести сохраняется.

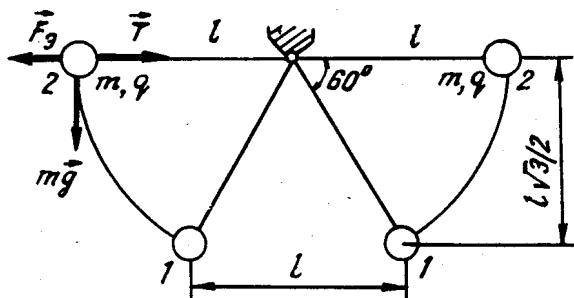


Рис. 78

Запишем закон сохранения энергии для двух положений шариков (рис. 78) сразу после пережигания нити H (1) и в положении (2), когда нити горизонтальны (в указанных положениях кинетическая энергия шариков равна нулю):

$$\frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 l} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 (2l)} + 2mgl \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (1)$$

В левой части соотношения (1) — энергия электростатического взаимодействия шариков в положении (1—1), в правой — энергия электростатического взаимодействия и потенциальная энергия в поле сил тяжести в положении (2—2).

В положении (2—2), когда скорости шариков равны нулю, сила $\vec{T}$, действующая, например, на левый шарик со стороны натянутой нити, уравнивается силой $\vec{F}_s$, электростатического отталкивания зарядов q и q' :

$$T - \frac{q q'}{4\pi \epsilon_0 (2l)^2} = 0. \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) находим:

$$T = mg \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,85 \text{ мН.}$$

14. Из закона сохранения энергии

$$\frac{q q'}{4\pi \epsilon_0 r_A} + \frac{m v_A^2}{2} = \frac{q q'}{4\pi \epsilon_0 r_B},$$

где $q' = -e$ — заряд электрона, m — его масса, находим

$$r_B = r_A / (1 + 2\pi \epsilon_0 m v_A^2 r_A / q q') = 0,32 \text{ см.}$$

Кинетическая энергия W_k электрона в точке С:

$$W_k = \frac{m v_A^2}{2} + \frac{q q'}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_C} \right) = 5 \cdot 10^{-23} \text{ Дж.}$$

15. Задача решается с помощью законов сохранения импульса и энергии. В начальном состоянии, когда α -частица находится на большом удалении от ядра азота, импульс системы равен импульсу налетающей частицы $m_\alpha v_\alpha$. В момент наибольшего сближения ядра и частицы они движутся с одинаковой скоростью v . Закон сохранения импульса запишется в виде

$$m_\alpha v_\alpha = (m_\alpha + m_N) v. \quad (1)$$

Начальная механическая энергия системы равна кинетической энергии α -частицы, а конечная — кинетической энергии движущихся со скоростью v ядра азота и α -частицы и энергии их электростатического взаимодействия:

$$\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} = \frac{(m_\alpha + m_N) v^2}{2} + \frac{q_\alpha q_N}{4\pi \epsilon_0 R}. \quad (2)$$

Подставляя сюда $q_\alpha = Z_\alpha e$, $q_N = Z_N e$, где $Z_\alpha = 2$, $Z_N = 7$ — атомные номера частиц, из соотношений (1) и (2) найдем

$$v_\alpha^2 = \frac{2 Z_\alpha Z_N e^2}{4\pi \epsilon_0 R} \cdot \frac{m_\alpha + m_N}{m_\alpha m_N}.$$

Энергия α -частицы

$$W_{\alpha} = \frac{m_{\alpha} v_{\alpha}^2}{2} = \frac{Z_{\alpha} Z_N e^2}{4\pi \epsilon_0 R} \cdot \frac{m_{\alpha} + m_N}{m_N}.$$

Введем массовые числа атомов гелия и азота $A_{\text{He}}=4$, $A_N=14$ и выразим через них массы частиц, учитывая, что α -частица является ядром атома гелия:

$$m_{\alpha} = m_{\text{He}} = A_{\text{He}} m_0; \quad m_N = A_N m_0,$$

где m_0 — атомная единица массы. В результате получим

$$W_{\alpha} = \frac{Z_{\alpha} Z_N e^2}{4\pi \epsilon_0 R} \cdot \frac{A_{\text{He}} + A_N}{A_N} = 8,3 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} = 5,2 \text{ МэВ}.$$

§ 2

16. Картина силовых линий и графики приведены на рис. 79.

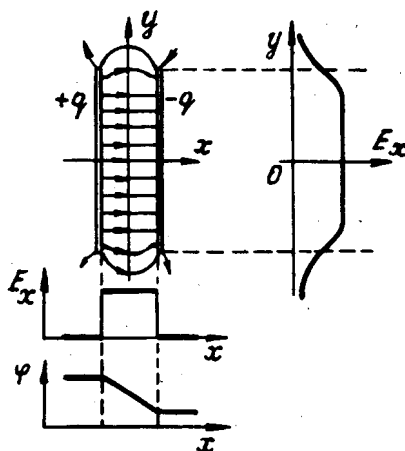


Рис. 79

Вдали от краев пластин поле в конденсаторе однородно и $E_x = \text{const}$ (не зависит ни от x , ни от y). На оси x напряженность поля внутри конденсатора направлена от положительно заряженной к отрицательно заряженной пластине, соответственно $E_x > 0$. При этом потенциал с ростом x равномерно убывает (см. решение задачи 6). Вне конденсатора поле практически отсутствует,

и на графиках $E_x = 0$; $\varphi = \text{const}$. Вблизи краев пластин поле неоднородно и убывает при выходе из конденсатора — это отражено на графике $E_x(y)$, который для удобства сопоставления с положением конденсатора повернут на 90° .

17. Внутри конденсатора имеется однородное электрическое поле, напряженностью $E = U/d$ и электроны движутся с постоянным ускорением

$$a = \frac{eE}{m} = eU/md,$$

направленным перпендикулярно пластинам (рис. 80). За время пролета конденсатора $t = l/v_0$ электрон приобретает вертикальную составляющую скорости $v_y = at = al/v_0$ и отклонится на угол α , определяемый уравнением:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{al/v_0}{v_0} = \frac{eUl}{mv_0^2 d}.$$

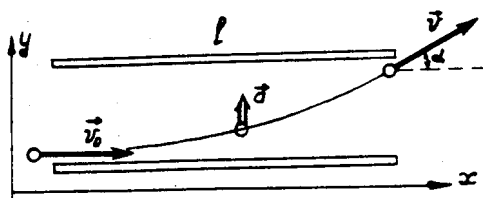


Рис. 80

Отсюда кинетическая энергия электрона при влете в конденсатор

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{eUl}{2d \operatorname{tg} \alpha}.$$

Эту энергию сообщают электрону при его ускорении силы электрического поля, совершающие работу eU_0 , поэтому

$$\frac{mv_0^2}{2} = eU_0,$$

и ускоряющее напряжение $U_0 = U \frac{1}{2d} \operatorname{ctg} \alpha = 7,2 \text{ кВ}$.

18. Внутри равномерно заряженной сферы напряженность создаваемого ей электрического поля равна нулю (попробуйте доказать это), а снаружи поле такое же, как если бы весь заряд сферы находился в ее центре. Поэтому внутри малой сферы напряженность поля равна нулю, а потенциал постоянен; между сферами поле определяется зарядом только малой сферы, причем

можно воспользоваться формулами для напряженности и потенциала поля точечного заряда:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2},$$

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}.$$

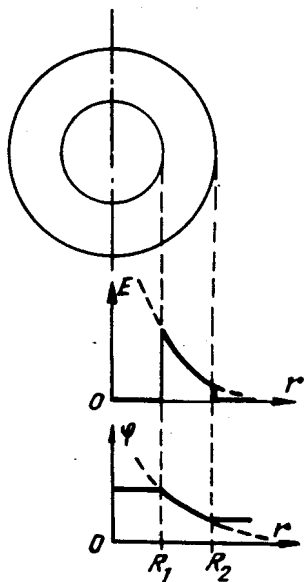


Рис. 81

Снаружи сфер, вследствие того что их суммарный заряд равен нулю, напряженности полей малой и большой сфер в сумме дают нуль, а потенциал постоянен. Соответствующие графики приведены на рис. 81.

Разность потенциалов сфер

$$\Delta\varphi = \varphi(R_1) - \varphi(R_2) = \frac{q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

19. По определению емкости

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi}.$$

Используя результат предыдущей задачи, находим

$$C = 4\pi \epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

При $R_2 \gg R_1$ получаем известное выражение для емкости уединенного проводящего шара или сферы:

$$C = 4\pi \epsilon_0 R_1.$$

Если $R_2 \approx R_1$, то $4\pi R_1 R_2 \approx 4\pi R_1^2 = S$ — площадь поверхности сферы, а $R_2 - R_1 = d$ — расстояние между сферами. Тогда выражение для емкости

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

совпадает с формулой для емкости плоского конденсатора. Попробуйте объяснить причины такого совпадения.

20. Ввиду одинаковости емкостей конденсаторов соответствующих пар $(C_1 C_1)$, $(C_2 C_2)$, а также симметричности их включения напряжения на каждом конденсаторе соответствующей пары (например, первой $C_1 C_1$) оказываются равными. Поэтому потенциалы в точках D и E (рис. 82, а) и, следовательно,

потенциалы обеих обкладок среднего конденсатора (C_3) одинаковы. Это означает, что средний конденсатор не заряжен, и емкость соединения не изменится, если конденсатор емкостью C_3 совсем удалить (рис. 82, б) или замкнуть его обкладки (рис. 82, в).

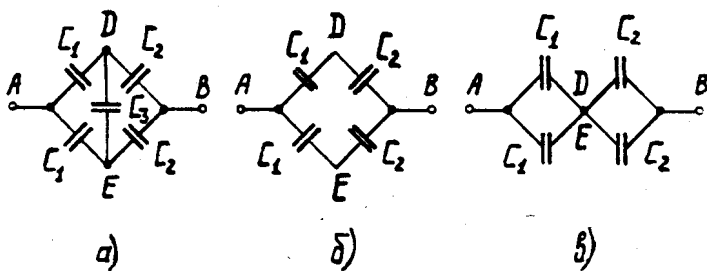


Рис. 82

В обоих случаях емкость нетрудно определить:

$$C = \frac{2C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

21. До замыкания ключа емкость системы была

$$C_1 = \frac{C_x 2C}{C_x + 2C} + \frac{4C 3C}{4C + 3C} = \frac{2C_x C}{C_x + 2C} + \frac{12C}{7}.$$

После замыкания ключа емкость системы стала

$$C_2 = \frac{(C_x + 4C)(2C + 3C)}{(C_x + 4C) + (2C + 3C)} = \frac{5C(C_x + 4C)}{C_x + 9C}.$$

Приравнявая $C_1 = C_2$, найдем

$$C_x = \frac{8}{3} C.$$

22. $\varphi_A - \varphi_B = -35$ В.

23. Заряд на конденсаторе увеличится на $\Delta q = 10^{-6}$ Кл.

24. До введения пластины емкость конденсатора $C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d}$.

После введения пластины электрическое поле в конденсаторе имеется лишь в зазорах между пластиной и обкладками конденсатора. Получившуюся систему можно рассматривать как два соединенных последовательно плоских конденсатора с зазорами между обкладками, равными x и $(d - d_1 - x)$, где x — расстоя-

ние от пластины до одной из обкладок исходного конденсатора (рис. 83). Емкости этих конденсаторов

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{x}; \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_1 - x}.$$

Емкость C соединения конденсаторов определяется соотношением

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d - d_1}{\epsilon_0 S},$$

откуда

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_1}.$$

Отметим, что C не зависит от x и определяется лишь суммарным размером $d - d_1$ зазоров между пластиной и обкладками конденсатора.

Заряд, прошедший по проводам,

$$\Delta q = UC - UC_0 = \epsilon_0 SU \left(\frac{1}{d - d_1} - \frac{1}{d} \right) = 8,8 \cdot 10^{-2} \text{ Кл.}$$

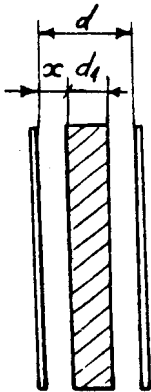
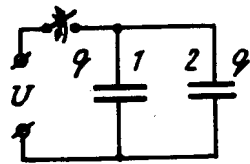
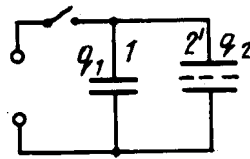


Рис. 83



а)



б)

Рис. 84

25. Поскольку конденсаторы отключены от источника, суммарный заряд на соединенных между собой обкладках конденсаторов сохраняется при раздвигании пластин (рис. 84):

$$2q = q_1 + q_2,$$

где $q = CU$ — заряд на каждом из конденсаторов 1, 2 одинаковой емкости C после отключения источника напряжения (рис. 84, а); $q_1 = CU'$, $q_2 = \left(\frac{C}{2}\right)U'$ — заряды на каждом из конденсаторов 1 и 2 после раздвигания пластин второго конденсатора, емкость которого уменьшается вдвое; U' — напряжение на обкладках конденсаторов после раздвигания пластин (рис. 84, б).

Подставив в исходное соотношение q, q_1 и q_2 , получим

$$2CU = CU' + (C/2)U',$$

откуда

$$U' = 4U/3.$$

По соединительным проводам во время раздвигания пластин протечет электрический заряд

$$\Delta q = q - q_2 = CU - (C/2)(4U/3) = CU/3 = 1 \text{ мкКл.}$$

26. При раздвигании пластин емкость конденсатора уменьшается в n раз. В случае а) сохраняется постоянным напряжение на конденсаторе и для анализа изменения энергии удобно воспользоваться формулой:

$$W = \frac{CU^2}{2}, \quad (1)$$

из которой следует, что энергия в n раз уменьшится.

В случае б) сохраняется заряд на обкладках. Теперь более удобна формула

$$W = \frac{q^2}{2C}, \quad (2)$$

из которой следует, что энергия в n раз увеличится. Можно решать задачу с использованием формулы (1), однако необходимо учесть, что напряжение на конденсаторе

$$U = \frac{q}{C}$$

возрастает в n раз.

27. Начальная энергия системы из двух соединенных параллельно конденсаторов емкостью C :

$$W = \frac{2CU^2}{2} = CU^2.$$

В конечном состоянии общий заряд конденсаторов остался прежним $2q = 2CU$, а общая емкость стала

$$C' = C + \frac{C}{2} = \frac{3}{2}C.$$

Конечная энергия

$$W' = \frac{(2q)^2}{2C'} = \frac{4}{3} C U^2$$

и приращение энергии

$$\Delta W = W' - W = \frac{1}{3} C U^2 = 0,3 \text{ мДж.}$$

$$28. \quad W = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V = 2,2 \cdot 10^{-2} \text{ Дж.}$$

29. Заряженная сфера обладает электростатической энергией

$$W = \frac{1}{2} C_1 \varphi_1^2 = \frac{1}{2} q \varphi_1,$$

где C_1 — емкость сферы в начальном состоянии;

$$q = C_1 \varphi_1 = 4\pi \epsilon_0 R_1 \varphi_1.$$

При разлете осколков их суммарный заряд остается прежним, а потенциал точек на сферической поверхности становится

$$\varphi_2 = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 R_2} = \varphi_1 \frac{R_1}{R_2}.$$

Записывая закон сохранения энергии

$$q \frac{\varphi_1}{2} = \frac{q \varphi_2}{2} + \frac{m v^2}{2}$$

и подставляя выражения для q и φ_2 , находим

$$v = \varphi_1 \sqrt{\frac{4\pi \epsilon_0 R_1 (R_2 - R_1)}{m R_2}} = 4,7 \text{ м/с.}$$

§ 3

30. Электроны не смогут преодолеть тормозящее электрическое поле заряженного шара, если их кинетическая энергия меньше (по модулю) работы, совершаемой силами поля при удалении электрона от поверхности шара в бесконечность:

$$\frac{m v^2}{2} < e |\varphi(R) - \varphi_\infty| = e \frac{q}{4\pi \epsilon_0 R}, \quad (1)$$

где q — заряд шара, выражаемый через время τ работы пушки:

$$q = I \tau. \quad (2)$$

С другой стороны, скорость электронов определяется ускоряющим напряжением:

$$\frac{m v^2}{2} = e U. \quad (3)$$

Из соотношений (1) — (3) находим

$$\tau = \frac{4\pi \varepsilon_0 R U}{I} = 5,6 \text{ мс.}$$

31. Сила давления равна импульсу, передаваемому электронами экрану в единицу времени:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = m v \frac{\Delta N}{\Delta t},$$

где $\frac{\Delta N}{\Delta t}$ — число электронов, падающих на экран в единицу времени. Это число определим через известную силу тока:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = e \frac{\Delta N}{\Delta t}; \quad \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{I}{e}.$$

Определяя затем скорость электронов из уравнения для энергии

$$\frac{m v^2}{2} = e U; \quad v = \sqrt{\frac{2 e U}{m}},$$

находим

$$F = I \sqrt{\frac{2 U}{e/m}} = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ Н.}$$

32. Заряд Δq , перенесенный по проводам за малый промежуток времени Δt , равен изменению заряда обкладок, вызванному изменением емкости конденсатора ΔC при выдвигании пластины: $\Delta q = U \Delta C$.

Для нахождения ΔC отметим, что нашу систему можно рассматривать как два соединенных параллельно конденсатора с длиной пластин x и $(l - x)$, где l — длина обкладок исходного конденсатора (рис. 85). Емкость такого конденсатора

$$\begin{aligned} C &= C_x + C_{l-x} = \frac{\varepsilon_0 h x}{d} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon h (l - x)}{d} = \\ &= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon h l}{d} - \frac{\varepsilon_0 h}{d} (\varepsilon - 1) x. \end{aligned}$$

Первое слагаемое постоянно, а второе за время Δt изменится в связи с тем, что x изменится на величину $v \Delta t$. Поэтому

$$\Delta C = - \frac{\varepsilon_0 h}{d} (\varepsilon - 1) v \Delta t$$

и ток в проводах

$$I = \left| \frac{\Delta q}{\Delta t} \right| = -\frac{\epsilon_0 h}{d} (\epsilon - 1) v U = 0,18 \text{ мкА.}$$

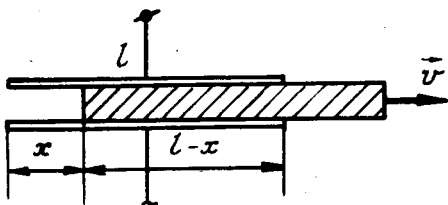


Рис. 85

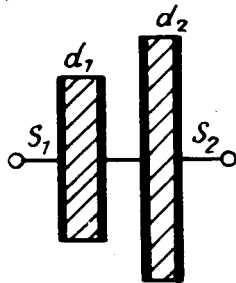


Рис. 86

33. Емкость C последовательного соединения конденсаторов и сопротивление R слюдяных слоев в них:

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \epsilon_0 \epsilon \frac{S_1 S_2}{S_1 d_2 + S_2 d_1}, \quad (1)$$

$$R = R_1 + R_2 = \varrho \frac{S_1 d_2 + S_2 d_1}{S_1 S_2}, \quad (2)$$

где C_1 , C_2 и R_1 , R_2 — емкости и сопротивления конденсаторов; остальные обозначения даны на рис. 86.

Перемножая равенства (1) и (2), получаем соотношение

$$RC = \epsilon_0 \epsilon \varrho,$$

из которого определяем сопротивление

$$R = \frac{\epsilon_0 \epsilon \varrho}{C},$$

а затем находим ток утечки

$$i = \frac{U}{R} = \frac{UC}{\epsilon_0 \epsilon \varrho} = 0,2 \text{ мкА.}$$

34. Запишем закон Ома для участков цепи AB и CD :

$$U_{\text{вх}} = I(R_1 + R_2),$$

$$U_{\text{вых}} = IR_2.$$

Отсюда

$$n = \frac{U_{\text{вх}}}{U_{\text{вых}}} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} = \frac{R_1}{R_2} + 1,$$

$$\frac{R_1}{R_2} = n - 1.$$

35. Закон Ома для первого включения дает

$$U_1 = I_1 (R + R_A),$$

где R_A — сопротивление амперметра. Условие того, что при втором включении напряжение на всей цепи осталось прежним:

$$U_1 = U_2 + I_2 R_A.$$

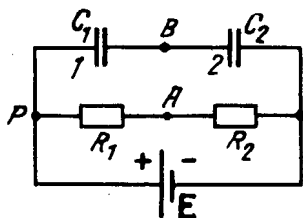


Рис. 87

Исключая из этих равенств R_A , находим

$$R = \frac{U_1}{I_1} - \frac{U_2 - U_1}{I_2} = 90 \text{ Ом.}$$

36. В цепи $E R_1 A R_2 E$ (рис. 87) течет ток, определяемый из закона Ома для замкнутой цепи,

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} \quad (1)$$

в направлении по часовой стрелке.

Потенциал φ_A электрического поля в точке A меньше потенциала φ_P в точке P на величину падения напряжения на сопротивлении

$$\varphi_A = \varphi_P - I R_1. \quad (2)$$

Обозначив U_1 и U_2 — напряжения на конденсаторах 1, 2, запишем очевидное соотношение

$$E = U_1 + U_2. \quad (3)$$

Поскольку конденсаторы образуют последовательное соединение, на их обкладках находятся одинаковые заряды; следовательно,

$$C_1 U_1 = C_2 U_2. \quad (4)$$

Из соотношений (3) и (4) определим напряжение на конденсаторе C_1 :

$$U_1 = E \frac{C_2}{C_1 + C_2}. \quad (5)$$

Потенциал φ_B электрического поля в точке B меньше потенциала φ_P в точке P на величину напряжения U_1 на конденсаторе C_1

$$\varphi_B = \varphi_P - U_1. \quad (6)$$

Вычитая равенство (6) из равенства (2), находим

$$\varphi_A - \varphi_B = U_1 - I R_1.$$

Подставляя в последнее соотношение выражения U_1 и I согласно равенствам (5) и (1), получаем

$$\varphi_A - \varphi_B = E \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = 1 \text{ В.}$$

37. При дозарядке батарея переместит на пластины «недостающий» заряд

$$\Delta q_1 = C E - C U$$

и совершит работу

$$A_1 = E \Delta q_1 = C E (E - U) = 0,08 \text{ Дж.}$$

При перезарядке, когда положительный полюс батареи подключают к отрицательно заряженной обкладке конденсатора, батарея сначала должна скомпенсировать имеющийся на обкладках заряд $C U$, затем сообщить им заряд $C E$, в результате через батарею в направлении действия э.д.с. протечет заряд

$$\Delta q_2 = C E + C U,$$

и батарея совершит работу

$$A_2 = E \Delta q_2 = C E (E + U) = 0,72 \text{ Дж.}$$

Работа источника идет на приращение энергии конденсатора и на выделение тепла

$$A = \Delta W + Q.$$

В обоих случаях

$$\Delta W = \frac{C E^2}{2} - \frac{C U^2}{2},$$

поэтому количество тепла, выделившееся в цепи при дозарядке конденсатора,

$$Q_1 = A_1 - \Delta W = \frac{C}{2} (E - U)^2 = 0,008 \text{ Дж}$$

и при перезарядке

$$Q_2 = A_2 - \Delta W = \frac{C}{2}(E + U)^2 = 0,648 \text{ Дж.}$$

Тепло выделяется как в самом источнике вследствие протекания тока через его внутреннее сопротивление, так и во внешней цепи.

38. При удалении пластины емкость конденсатора уменьшается в ε раз:

$$C' = \frac{C}{\varepsilon}.$$

В случае а) заряд на обкладках остается неизменным. Записав выражение для энергии конденсатора в виде

$$W = \frac{q^2}{2C}; \quad W' = \frac{q^2}{2C'} = \varepsilon \frac{q^2}{2C} = \varepsilon W,$$

найдем, что энергия конденсатора возросла в ε раз. Искомая работа

$$A = W' - W = W(\varepsilon - 1) = 15 \text{ мДж.}$$

В случае б) остается неизменным напряжение на обкладках, равное э.д.с. источника E . Энергия конденсатора при удалении пластины уменьшается в ε раз:

$$W = \frac{CE^2}{2}; \quad W' = \frac{C'E^2}{2} = \frac{CE^2}{2\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} W.$$

Заряды на обкладках уменьшаются, и через источник проходит заряд Δq в направлении против э.д.с. При этом источник совершает работу

$$A_{\text{ист}} = E \Delta q = (EC' - EC)E = E^2 C \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right).$$

Учитывая, что $E^2 C = 2W$, находим

$$A_{\text{ист}} = 2W \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) = -5 \text{ мДж.}$$

Работа внешней силы вместе с работой источника определяют приращение энергии конденсатора:

$$A + A_{\text{ист}} = W' - W.$$

Отсюда искомая работа внешней силы

$$A = W \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} = 2,5 \text{ мДж.}$$

39. По цепи $E R_1 R_3$ будет протекать ток

$$I = \frac{E}{R_1 + R_3 + r},$$

и на сопротивлении R_1 возникнет напряжение

$$U = I R_1 = \frac{E R_1}{R_1 + R_3 + r}.$$

Это напряжение распределится между конденсаторами C_1 и C_2 в соответствии с равенствами

$$C_1 U_1 = C_2 U_2, \quad U_1 + U_2 = U,$$

откуда

$$U_2 = \frac{E R_1}{R_1 + R_3 + r} \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2} = 0,2 \text{ В.}$$

40. Пусть I — ток в цепи при первом измерении, I' — при втором, R_1 , R_2 и r — сопротивления первого и второго вольтметров и внутреннее сопротивление источника тока. Из уравнений

$$\begin{aligned} U_1 &= I R_1, & U_2 &= I R_2, & U' &= I' R_1, \\ U_1 + U_2 &= E - I r, & U' &= E - I' r, \end{aligned}$$

Исключая I и I' , находим

$$U_1 + U_2 = E - U_1 \frac{r}{R_1}, \quad U' = E - U' \frac{r}{R_1}.$$

Отсюда, исключая r/R_1 , получаем

$$E = \frac{U_2 U'}{U_1 + U'} = 12 \text{ В.}$$

41. В первом случае $\varphi_B - \varphi_A = E \frac{r_2 - r_1}{r_1 + r_2}$ (при $r_1 = r_2$ разность потенциалов равна нулю). Во втором случае $\varphi_B - \varphi_A = E$.

Указание. Используя закон Ома для замкнутой цепи, найти ток в цепи, а затем напряжение на зажимах одного из источников тока по формуле $U = E \pm I r$, выбирая нужный знак в этой формуле в зависимости от направления тока.

42. При замкнутом ключе оба источника тока образуют параллельное соединение с общим сопротивлением $r/2$, поэтому через амперметр протекает ток

$$I = \frac{E}{R_A + \frac{r}{2}}, \quad (1)$$

где R_A — сопротивление амперметра; r — внутреннее сопротивление каждого источника тока.

При разомкнутом ключе через амперметр протекает ток

$$I_2 = \frac{E}{R_A + r}. \quad (2)$$

Из соотношений (1) и (2) определяем сопротивление амперметра

$$R_A = E \left(\frac{2}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right). \quad (3)$$

Обозначим через φ_B , φ_C и $\varphi_{C'}$ потенциалы в соответствующих точках электрической цепи (рис. 88) при разомкнутом ключе K и запишем следующие очевидные соотношения:

$$\varphi_{C'} - \varphi_B = E; \quad \varphi_C - \varphi_B = I_2 R_A.$$

Следовательно, напряжение на разомкнутом ключе

$$U = \varphi_{C'} - \varphi_C = E - I_2 R_A.$$

Подставляя в последнее выражение R_A из равенства (3) и производя преобразования, получаем

$$U = 2E \left(1 - \frac{I_2}{I_1} \right) = 1 \text{ В}.$$

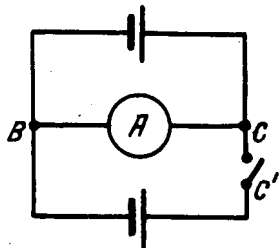


Рис. 88

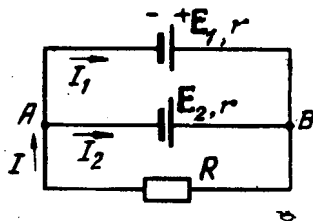


Рис. 89

43. На рис. 89 указаны направления токов I_1 , I_2 , I в соответствующих участках цепи, удовлетворяющих условию:

$$I = I_1 + I_2. \quad (1)$$

Разность потенциалов (одинаковая) на полюсах обоих источников тока $\varphi_B - \varphi_A$ меньше э.д.с. каждого из них на величину падения напряжения на их внутренних сопротивлениях:

$$\varphi_B - \varphi_A = E_1 - I_1 r; \quad (2)$$

$$\varphi_B - \varphi_A = E_2 - I_2 r. \quad (3)$$

Эта же разность потенциалов равна падению напряжения на сопротивлении R :

$$\varphi_B - \varphi_A = IR. \quad (4)$$

Исключая $\varphi_B - \varphi_A$ из соотношений (2), (3) и (4), получаем уравнения:

$$IR = E_1 - I_1 r; \quad (5)$$

$$IR = E_2 - I_2 r. \quad (6)$$

Из системы уравнений (1), (5) и (6) находим силу тока

$$I = \frac{E_1 + E_2}{2R + r}.$$

Тепловая мощность, выделяющаяся на сопротивлении R :

$$P = I^2 R = \left(\frac{E_1 + E_2}{2R + r} \right)^2 R = 8 \text{ Вт}.$$

44. Сопротивления R_1 и R_2 включены последовательно, поэтому протекающие в них токи одинаковы и из выражений для тепловой мощности

$$P_1 = I^2 R_1; \quad P_2 = I^2 R_2$$

следует, что в этом случае мощности пропорциональны сопротивлениям. Учитывая, что полная мощность, выделяющаяся во всем устройстве,

$$P = P_1 + P_2,$$

найдем

$$P_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} P; \quad P_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} P.$$

Из условий $P_1 \leq P_0$; $P_2 \leq P_0$ получим

$$P \leq \frac{R_1 + R_2}{R_1} P_0, \quad \text{если } R_1 > R_2;$$

$$P \leq \frac{R_1 + R_2}{R_2} P_0, \quad \text{если } R_1 < R_2.$$

45. Сопротивления R_1 и R_2 включены параллельно, поэтому на них одинаковые напряжения и из выражений для тепловой мощности

$$P_1 = U^2 / R_1; \quad P_2 = U^2 / R_2$$

следует, что количество тепла Q_1 и Q_2 , выделившееся в первом и втором сопротивлениях, обратно пропорционально сопротивлениям:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Количество тепла, выделившееся в обоих сопротивлениях,

$$Q = Q_1 + Q_2$$

равно запасенной в конденсаторе энергии

$$Q = \frac{1}{2} C U^2.$$

Из приведенных соотношений находим

$$Q_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} Q = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1}{2} C U^2 = 0,75 \text{ Дж};$$

$$Q_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} Q = 1,5 \text{ Дж}.$$

46. Из закона Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{E}{r + R}$$

и выражения для тепловой мощности

$$P = I^2 R$$

получаем уравнение для нахождения начального сопротивления спирали R :

$$R^2 - \left(\frac{E^2}{P} - 2r \right) R + r^2 = 0.$$

Это уравнение имеет два решения

$$R_{1,2} = \left(\frac{E^2}{2P} - r \right) \pm \sqrt{\left(\frac{E^2}{2P} - r \right)^2 - r^2};$$

$$R_1 = 1 \text{ Ом}, \quad R_2 = 0,04 \text{ Ом}.$$

Для выбора нужного значения R найдем к.п.д.:

$$\eta = \frac{I^2 R}{EI} = \frac{R}{r + R};$$

$$\eta_1 = \frac{R_1}{r + R_1} = 0,825; \quad \eta_2 = \frac{R_2}{r + R_2} = 0,17.$$

Условию задачи удовлетворяет только $R = R_1$. После укорочения спирали ее сопротивление

$$R' = \alpha R_1 = 0,8 \text{ Ом.}$$

Тепловая мощность

$$P' = \frac{E^2 R'}{(R' + r)^2} = 115 \text{ Вт}$$

увеличится в $P'/P = 1,15$ раз, а к.п.д.

$$\eta' = \frac{R'}{r + R'} = 0,8$$

уменьшится в $\eta/\eta' = 1,03$ раза.

47. Сила тяги двигателя

$$F = ma$$

и полезная мощность

$$P_{\text{пол}} = Fv = mav.$$

Потребляемая мощность

$$P_{\text{потр}} = IU,$$

и к.п.д.

$$\eta = \frac{P_{\text{пол}}}{P_{\text{потр}}} = \frac{mav}{IU} = 0,89.$$

48. Мощность, затрачиваемая источником э.д.с. и равная $E I$, частично расходуется на совершение механической работы и частично выделяется в виде тепла:

$$N = N_{\text{мех}} + N_{\text{тепл}}; \quad N_{\text{тепл}} = I^2 R,$$

где R — активное сопротивление цепи, складывающееся из сопротивления источника э.д.с., сопротивления обмотки электромотора и подводющих проводов.

Сопротивление R найдем из условия, что при заторможенном якоре в цепи протекает ток I_0

$$R = E/I_0.$$

Мощность, расходуемая на приведение в движение электромотора,

$$N_{\text{мех}} = N - N_{\text{тепл}} = EI - I^2 R = I(E - IR).$$

Подставив сюда выражение для R , окончательно получим

$$N_{\text{мех}} = EI \left(1 - \frac{I}{I_0} \right) = 180 \text{ Вт.}$$

$$49. I = \frac{q}{t} = \frac{S d q z F}{A t} = 0,81 \text{ А,}$$

где F — число Фарадея; A — массовое число никеля.

§ 4

50. На стержень действует сила тяжести $m\vec{g}$, нормальная реакция со стороны рельс $\vec{N}$, сила Ампера $\vec{F}_A$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (рис. 90), причем магнитная сила направлена влево (туда же направлено ускорение стержня); а ее модуль

$$F_A = B I l.$$

Из уравнений второго закона Ньютона

$$ma = F_A - F_{\text{тр}}, \quad 0 = N - mg$$

и закона сухого трения

$$F_{\text{тр}} = k N$$

находим коэффициент трения

$$k = \frac{B I l - ma}{mg} = 0,2.$$

Рис. 90

51. На стержень действуют (рис. 91): сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения проводов $\vec{T}$ и сила Ампера $\vec{F}_A$, направленная горизонтально и по модулю равная

$$F_A = B I l.$$

Силы Ампера, действующие на два провода подвеса, не учитываем, поскольку они взаимно компенсируются (проверьте это, определив направление сил).

При отклонении подвеса, длину которого обозначим l_1 , на максимальный угол α_1 сила F_A совершит работу

$$F_A b = B I l l_1 \sin \alpha_1,$$

Рис. 91

которая пойдет на увеличение потенциальной энергии стержня в поле сил тяжести:

$$B l l_1 \sin \alpha_1 = m g l_1 (1 - \cos \alpha_1).$$

Записывая

$$\sin \alpha_1 = 2 \sin \frac{\alpha_1}{2} \cos \frac{\alpha_1}{2}; \quad 1 - \cos \alpha_1 = 2 \sin^2 \frac{\alpha_1}{2},$$

найдем угол максимального отклонения:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2} = \frac{B l l}{m g} = 0,48; \quad \frac{\alpha_1}{2} = 26^\circ; \quad \alpha_1 = 52^\circ.$$

Угол отклонения α_0 , соответствующий равновесному положению, определяется из условия

$$m \vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_A = 0,$$

которое в проекции на направление, перпендикулярное проводам подвеса, дает

$$m g \sin \alpha_0 - F_A \cos \alpha_0 = 0.$$

Отсюда

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{F_A}{m g} = \frac{B t l}{m g} = 0,48; \quad \alpha_0 = 26^\circ.$$

52. На малый участок кольца, соответствующий дуге с углом раствора 2α (рис. 92), действуют две силы натяжения, одинаковые по модулю ($T_1 = T_2 = T$), и сила Ампера F_A , причем

$$F_A = B l l = 2 R \alpha B l,$$

где l — длина дуги. Условие равновесия выделенного участка кольца в проекции на направление силы $\vec{F}_A$ дает

$$F_A - 2 T \sin \alpha = 0.$$

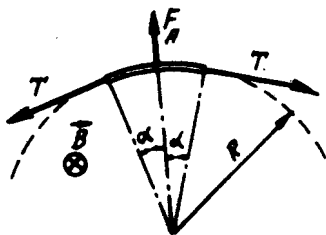


Рис. 92

Подставляя сюда F_A и учитывая, что для малых углов $\sin \alpha \approx \alpha$, получаем

$$T = B R I = 0,02 \text{ Н.}$$

53. При разряде конденсатора через переключку будет протекать ток I и на нее будет действовать горизонтальная сила

$$F_A = B l I,$$

которая за малый интервал времени Δt сообщит переключке импульс

$$\Delta p = F_A \Delta t = B l I \Delta t = B l \Delta q,$$

где Δq — заряд, прошедший через переключку. Суммируя все приращения импульса, получаем полный полученный переключкой импульс p . С другой стороны, суммируя прошедшие заряды, найдем полный прошедший через переключку заряд q , который равен начальному заряду конденсатора:

$$p = B l q.$$

Подставляя сюда $p = m v$, $q = C U$, найдем

$$v = \frac{B l C U}{m} = 12,5 \text{ м/с.}$$

Запасенная в конденсаторе энергия расходуется на сообщение кинетической энергии переключке и на выделение тепла Q в цепи:

$$\frac{C U^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + Q.$$

Отсюда

$$Q = \frac{C U^2}{2} - \frac{m v^2}{2} = 30 \text{ Дж.}$$

54. Кинетическая энергия частицы, ускоренной разностью потенциалов U ,

$$\frac{m v^2}{2} = q U. \quad (1)$$

Уравнение второго закона Ньютона для заряженной частицы в перпендикулярном магнитном поле имеет вид:

$$\frac{m v^2}{R} = q v B, \quad (2)$$

где $R = l/2$ — радиус окружности, по которой движется частица в магнитном поле. Из уравнения (2) найдем скорость:

$$v = \frac{q B l}{2 m}.$$

Подставляя в (1), получаем:

$$\frac{q}{m} = \frac{8U}{B^2 r^2} = 1 \cdot 10^8 \text{ Кл/кг.}$$

55. При возрастании B в кольце возникнет индукционный ток, который согласно правилу Ленца должен препятствовать причине, вызвавшей его появление, т. е. возрастанию B . Магнитное поле, созданное индукционным током, должно быть направлено противоположно вектору $\vec{B}$, а для этого в ближней на рис. 31 части кольца ток должен течь справа налево.

При убывании B ток в кольце будет препятствовать этому убыванию, создавая собственное поле, совпадающее по направлению с вектором $\vec{B}$. Для этого в ближней части кольца ток должен течь слева направо.

56. В кольце возникает э.д.с. индукции

$$E = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = S \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|,$$

где $S = \pi R^2$ — охватываемая кольцом площадь, и идет ток

$$I = \frac{E}{r} = \frac{\pi R^2}{r} \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|.$$

Скорость изменения магнитной индукции определяем по графику на рис. 32. На участке $2 \text{ с} \leq t \leq 4 \text{ с}$ имеем $\Delta B / \Delta t = 0,1 \text{ Тл/с}$; на участке $7 \text{ с} \leq t \leq 9 \text{ с}$ имеем $\Delta B / \Delta t = -0,2 \text{ Тл/с}$, на остальных участках $\Delta B / \Delta t = 0$. График зависимости тока от времени приведен на рис. 93. За положительное принято направление тока при возрастании B .

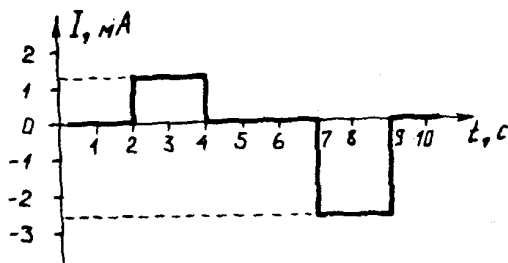


Рис. 93

57. При удалении контура от проводника с током магнитный поток, пронизывающий контур, будет уменьшаться. В контуре возникает индукционный ток, компенсирующий уменьшение потока. Это означает, что магнитное поле, создаваемое индукционным током, должно совпадать по направлению с магнитным

полем прямого проводника. Определяя направление поля прямого тока по правилу буравчика, найдем, что для создания соответствующего поля ток в контуре должен быть направлен против часовой стрелки.

58. Графики токов представлены на рис. 94. Положительным принято направление тока на рис. 34 против часовой стрелки.

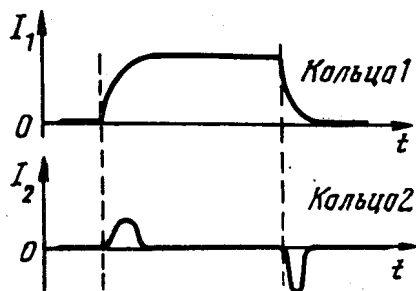


Рис. 94

При замыкании ключа ток I_1 в кольце 1 возрастает от нуля до некоторого постоянного значения, при этом возникает возрастающее магнитное поле. Магнитный поток через площадь кольца 2 увеличивается, и в нем появляется индукционный ток I_2 , магнитное поле которого компенсирует возрастание потока через площадь кольца 2. Через некоторое время после замыкания ключа ток в кольце 1 достигнет постоянного значения, создаваемый им магнитный поток через площадь кольца 2 перестанет изменяться, и индукционный ток в кольце 2 прекратится.

При размыкании ключа ток в кольце 1, а вместе с ним и магнитный поток через площадь кольца 2 уменьшатся до нуля, при этом в кольце 2 возникнет индукционный ток, компенсирующий уменьшение магнитного потока. Направление этого тока противоположно тому, которое было при замыкании ключа.

59. Э.д.с. индукции

$$|\mathcal{E}| = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \frac{\Delta (BS)}{\Delta t},$$

где S — площадь рамки, пронизываемая магнитным полем.

Поскольку индукция B постоянна, можно записать

$$\frac{\Delta (BS)}{\Delta t} = B \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

Найдем скорость изменения той части площади рамки, которая пронизывается магнитным полем, при вхождении рамки в поле

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{av \Delta t}{\Delta t} = av.$$

Следовательно,

$$|E| = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = B \frac{\Delta S}{\Delta t} = B a v = 2 \cdot 10^{-4} \text{ В.}$$

При движении рамки в области однородного магнитного поля

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = 0 \quad \text{и} \quad E' = 0.$$

Очевидно, что при выходе рамки из поля $E'' = -E$, так как в этом случае $\Delta S < 0$.

Полученные результаты изображены на рис. 95.

$$t_2 - t_1 = t_4 - t_3 = \frac{a}{v} = 0,02 \text{ с}; \quad t_3 - t_2 = \frac{l-a}{v} = 0,08 \text{ с};$$

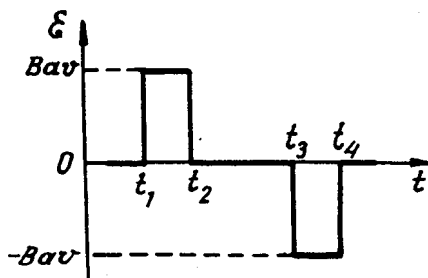


Рис. 95

Выделившееся в рамке количество тепла при входе в поле и при выходе из него:

$$Q = \frac{E^2}{R} (t_2 - t_1) + \frac{E^2}{R} (t_4 - t_3) = \frac{2 B a^3 v}{R} = 8 \cdot 10^{-8} \text{ Дж.}$$

60. Если за малый интервал времени Δt магнитный поток в контуре изменится на $\Delta \Phi$, то в контуре возникнет ток

$$I = \frac{E}{R} = \frac{1}{R} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t},$$

и за интервал времени Δt по контуру пройдет заряд

$$\Delta q = I \Delta t = \frac{1}{R} \Delta \Phi. \quad (1)$$

Таким образом, прошедший заряд определяется изменением магнитного потока. Чтобы найти заряд q , прошедший по контуру за все время изменения потока, нужно просуммировать заряды Δq , прошедшие за отдельные малые промежутки времени. Со-

ответствующая сумма в правой части равенства (1) даст полное приращение магнитного потока $\Delta \Phi = \Phi_{\text{кон}} - \Phi_{\text{нач}}$:

$$q = \frac{\Phi_{\text{кон}} - \Phi_{\text{нач}}}{R}.$$

В условиях задачи $\Phi_{\text{нач}} = 0$, $\Phi_{\text{кон}} = BS$, и заряд

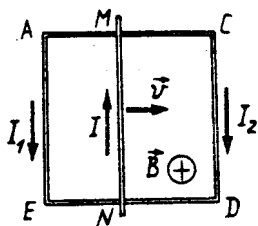
$$q = BS/R = 12 \text{ мкКл}.$$

61. При движении в магнитном поле в перемычке возникает э.д.с. электромагнитной индукции

$$E = Blv, \quad (1)$$

вызывающая появление тока I в перемычке и токов I_1 и I_2 в левой и правой частях рамки (рис. 96). Очевидно, что

$$I = I_1 + I_2. \quad (2)$$



Обозначим: r — сопротивление одной стороны рамки (такое же сопротивление имеет перемычка), R_1 и R_2 — сопротивления соответственно левой и правой частей рамки. Перемычка и подключенные к ней параллельно две части рамки образуют замкнутую цепь с общим сопротивлением

$$R = r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

Рис. 96

поэтому сила тока

$$I = \frac{E}{R} = E / \left(r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right). \quad (3)$$

Поскольку обе части рамки подключены к одним и тем же точкам M , N , напряжения на них одинаковы:

$$I_1 R_1 = I_2 R_2. \quad (4)$$

Из соотношений (2) и (4) находим

$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}; \quad I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Напряжение на участке CD

$$\varphi_C - \varphi_D = I_2 r = \frac{E r R_1}{R_1 r + R_2 r + R_1 R_2}.$$

Когда перемычка находится посередине рамки, имеем

$$R_1 = R_2 = 2r;$$

$$\varphi_C - \varphi_D = \frac{E}{4} = \frac{1}{4} B l v = 21 \text{ мВ.}$$

Когда перемычка находится у правого края рамки, имеем

$$R_1 = 3r; \quad R_2 = r;$$

$$\varphi_C - \varphi_D = \frac{3}{7} E = \frac{3}{7} B l v = 36 \text{ мВ.}$$

62. Первое решение. Со стороны магнитного поля на перемычку действует сила Ампера

$$F_A = B l I,$$

равная (при условии $v = \text{const}$) внешней силе F и противоположно ей направленная.

Мощность внешней силы F равна

$$P = F v = B l v. \quad (1)$$

С учетом соотношений (1) и (3) задачи 61 находим

$$P = \frac{(B l v)^2}{2r}.$$

Подставив сюда $r = \lambda l$, получим окончательно

$$P = B^2 v^2 l / (2 \lambda) = 1,76 \text{ Вт.}$$

Второе решение. Мощность внешней силы равна выделяющейся в цепи тепловой мощности, которая, в свою очередь, равна полной мощности, развиваемой э.д.с.

$$P = E I = B l v I,$$

и снова приходим к выражению (1).

63. При изменении магнитного поля возникающая в кольце э.д.с. электромагнитной индукции

$$E_{\text{инд}} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - S \frac{\Delta B}{\Delta t}, \quad (1)$$

где $S = \pi R^2$ — площадь кольца.

Из приведенного в условии задачи графика $B(t)$ видно, что магнитная индукция равномерно убывает от наибольшего (B_0) до наименьшего ($-B_0$) значения ($\Delta B = -2 B_0$) в течение первой половины периода ($\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2f}$) и возрастает ($\Delta B' = 2 B_0$) в течение второй половины периода изменения магнитной индукции.

Соответственно этому

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = - \frac{\Delta B'}{\Delta t} = 4 B_0 f. \quad (2)$$

Подставив выражение (2) в соотношение (1), получим

$$E_{\text{инд}} = 4 \pi R^2 B_0 f.$$

Если не учитывать индуктивности кольца, возникающий в нем индукционный ток

$$I = \frac{E_{\text{инд}}}{r} = \frac{\pi B_0 f R d^2}{2 q},$$

где $r = \frac{8 q R}{d^2}$ — сопротивление кольца.

Подставив числовые значения, найдем $I = 14 \text{ А}$.

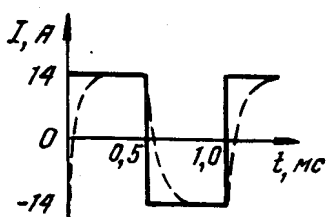


График зависимости индукционного тока от времени показан на рис. 97 сплошной линией. С учетом индуктивности кольца возможная зависимость $I(t)$ изображалась бы пунктирной линией, когда индукционный ток изменяет направление. За положительное принято значение тока при убывании B .

$$64. N = I^2 r = \frac{2 \pi f^2 B_0^2 R^3 d^2}{q} = 6,3 \text{ Вт};$$

Рис. 97

$$I_d = I.$$

65. Пусть за некоторый промежуток времени Δt стержень повернулся на угол $\Delta \varphi = \omega \Delta t$. При этом площадь контура, образованного стержнем, батареей и участком дуги AB , возрастает на величину

$$\Delta S = \frac{R^2 \Delta \varphi}{2} = \frac{1}{2} R^2 \omega \Delta t$$

и поток через этот контур увеличивается на

$$\Delta \Phi = B \Delta S = \frac{1}{2} B R^2 \omega \Delta t.$$

В контуре возникает э.д.с. электромагнитной индукции

$$|E_{\text{инд}}| = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{1}{2} B R^2 \omega$$

и в контуре течет электрический ток

$$I = \frac{E - |E_{\text{инд}}|}{r}.$$

Напряжение на зажимах батареи

$$U = \mathcal{E} - I r = |\mathcal{E}_{\text{инд}}| = \frac{1}{2} B R^2 \omega = 1,5 \text{ В.}$$

Оказалось, что напряжение на зажимах батареи не зависит от параметров самой батареи. Попробуйте объяснить такой результат.

66. Ток в катушке индуктивности не может мгновенно измениться (этому мешает э.д.с. самоиндукции), поэтому сразу после замыкания ключа тока в катушке еще нет, к батарее фактически оказывается подключенным только сопротивление R_1 , и ток через батарею

$$I_1 = \mathcal{E} / R_1 = 0,4 \text{ А.}$$

После того как установятся постоянные значения тока во всех участках цепи, э.д.с. самоиндукции обратится в нуль и никак не будет влиять на величины токов. К батарее подключены параллельно соединенные сопротивления R_1 и R_2 , и ток через батарею

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 R_2 / (R_1 + R_2)} = 1,2 \text{ А.}$$

67. Изменяющийся со временем магнитный поток

$$\Phi(t) = B(t) l_1 l_2 / 2$$

через площадь $l_1 l_2 / 2$ (на рис. 98 заштрихована) возбуждает в рамке э.д.с. индукции

$$|\mathcal{E}_{\text{инд}}| = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = (l_1 l_2 / 2) \frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

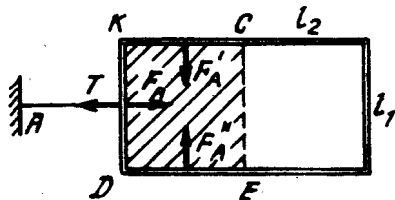


Рис. 98

По проводу рамки течет индукционный ток

$$I = \frac{|\mathcal{E}_{\text{инд}}|}{R} = l_1 l_2 \left(\frac{\Delta B}{\Delta t} \right) / 4 \lambda (l_1 + l_2),$$

где $R = 2 \lambda (l_1 + l_2)$ — электрическое сопротивление провода.

В соответствии с правилом Ленца направление индукционного тока в рамке таково, что сила Ампера $F_A(t) = B(t) I l_1$, действующая на элемент рамки KD , выталкивает рамку из магнитного поля, при этом нить A натягивается с силой $T(t)$, уравновешивающей действие силы Ампера. В момент времени τ , когда магнитная индукция поля достигнет значения $B(\tau) = \frac{\Delta B}{\Delta t} \tau$ нить натянута с силой

$$T(\tau) = F_A(\tau) = B(\tau) I l_1 = \left(\frac{l_1}{2} \frac{\Delta B}{\Delta t} \right)^2 l_2 \tau / \lambda (l_2 + l_1) = 12 \text{ мН}.$$

Силы Ампера F_A' и F_A'' , действующие на элементы KC и DE рамки, сжимают ее в направлении, перпендикулярном нити A .

68. Работа силы, разгоняющей стержень, идет на увеличение кинетической энергии стержня и на создание запаса энергии в заряжающемся до напряжения $U = B l v$ конденсаторе:

$$A = \frac{m v^2}{2} + \frac{C U^2}{2} = \frac{v^2}{2} (m + C B^2 l^2) = 0,74 \text{ Дж}.$$

69. Под действием силы тяжести $m \vec{g}$ перемычка будет разгоняться до тех пор, пока сила тяжести не будет скомпенсирована силой Ампера $F_A = I B l$ (I — ток в перемычке, l — ее длина), направленной вверх и возрастающей вместе с увеличением скорости перемычки. Сила тока:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{B l v}{R},$$

где R — сопротивление перемычки, определяемое ее длиной l и площадью сечения S_0 :

$$R = \rho l / S_0.$$

Выражая массу перемычки через ее плотность и размеры

$$m = \rho' l S_0$$

и записывая условие постоянства скорости в виде

$$F_A = m g,$$

получаем

$$\frac{B^2 l^2 v}{\rho l / S_0} = \rho' l S_0 g,$$

откуда

$$v = \rho \rho' g / B^2 = 1,5 \text{ мм/с}.$$

§ 5

70. В отсутствие электрического поля на шарик помимо силы натяжения нити действует постоянная по величине и направлению сила тяжести $m\vec{g}$, и маятник совершает колебания с периодом

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

При наличии электрического поля вместо силы тяжести на шарик будет действовать другая результирующая сила, также постоянная по величине и направлению и равная

$$\vec{F} = m\vec{g} + q\vec{E} = m\left(\vec{g} + \frac{q}{m}\vec{E}\right).$$

Легко сообразить, что поведение шарика будет таким же, как если бы ускорение свободного падения стало

$$\vec{g}_{\text{эф}} = \vec{g} + \frac{q}{m}\vec{E},$$

поэтому период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{\text{эф}}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\left|\vec{g} + \frac{q}{m}\vec{E}\right|}};$$

или

$$T = T_0 \sqrt{g / \left|\vec{g} + \frac{q}{m}\vec{E}\right|}.$$

В случае а) векторы $\vec{g}$ и $\frac{q}{m}\vec{E}$ параллельны:

$$\left|\vec{g} + \frac{q}{m}\vec{E}\right| = g + \frac{q}{m}E = 12 \text{ м/с}^2;$$

$$T = 0,91 T_0 = 0,55 \text{ с.}$$

В случае б) векторы $\vec{g}$ и $\vec{E}$ антипараллельны:

$$\left|\vec{g} + \frac{q}{m}\vec{E}\right| = g - \frac{q}{m}E = 8 \text{ м/с}^2;$$

$$T = 1,12 T_0 = 0,67 \text{ с.}$$

В случае в) векторы $\vec{g}$ и $\frac{q}{m}\vec{E}$ ортогональны:

$$\left| \vec{g} + \frac{q}{m} \vec{E} \right| = \sqrt{g^2 + \left(\frac{q}{m} E \right)^2} = 10,0 \text{ м/с}^2;$$

$$T = 0,99 T_0 = 0,6 \text{ с.}$$

71. Период колебаний в контуре: $T = 2\pi\sqrt{LC}$ (L — индуктивность; C — емкость) связан с длиной волны λ и скоростью света с соотношением $T = \frac{\lambda}{c}$. Следовательно,

$$\frac{\lambda_1}{c} = 2\pi\sqrt{LC_1}; \quad \frac{\lambda_2}{c} = 2\pi\sqrt{LC_2}.$$

Откуда

$$\frac{C_2}{C_1} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^2 = 1,54.$$

72. Емкость конденсатора пропорциональна диэлектрической проницаемости диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами,

$$C = \varepsilon C_0.$$

Поэтому резонансные частоты ν и ν_0 контура до и после откачки воздуха определяются формулами:

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\varepsilon LC_0}};$$

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}}.$$

Отсюда

$$\varepsilon = \left(\frac{\nu_0}{\nu} \right)^2.$$

Отношение частот очень близко к единице, и при его вычислении приходится учитывать много значащих цифр. Удобнее вычислять не саму величину ε , а разность между ε и единицей:

$$\varepsilon - 1 = \frac{\nu_0^2}{\nu^2} - 1 = \frac{\nu_0^2 - \nu^2}{\nu^2} = \frac{(\nu_0 - \nu)(\nu_0 + \nu)}{\nu^2}.$$

Частоты ν_0 и ν очень близки, поэтому можно заменить $\nu_0 + \nu \approx 2\nu$. В результате получаем

$$\varepsilon - 1 = \frac{2(\nu_0 - \nu)}{\nu} = 0,00063.$$

Следовательно, диэлектрическая проницаемость воздуха

$$\varepsilon = 1,00063.$$

73. При протекании тока по проводнику вокруг проводника создается магнитное поле, изменения которого приводят к возникновению э.д.с. электромагнитной индукции в контуре, образованном проводником и конденсатором. Следовательно, проводник обладает индуктивностью и вместе с конденсатором образует колебательный контур. Энергия возникших в контуре колебаний излучается в пространство посредством электромагнитных волн.

74. Амплитуда напряжения определяется максимальной скоростью v_0 стержня:

$$U_0 = B l v_0. \quad (1)$$

Соотношение между скоростью v_0 и амплитудой колебаний стержня найдем из закона сохранения энергии:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{\kappa A^2}{2}. \quad (2)$$

Из равенств (1) и (2) находим

$$A = \sqrt{\frac{m}{\kappa}} \frac{U_0}{B l} = 2 \text{ см.}$$

75. Пусть ось вращения проходит через середины сторон длиной l_1 . Тогда стороны рамки длиной l_2 движутся в магнитном поле с линейной скоростью

$$v = \omega \frac{l_1}{2} = 2\pi n \frac{l_1}{2} = \pi n l_1$$

и в каждом витке рамки возникает э.д.с. индукции

$$E_1 = 2 B l_2 v \sin \alpha = 2\pi B n l_1 l_2 \sin \alpha,$$

где α — угол между скоростью движения сторон l_2 и линиями магнитной индукции. Здесь мы учли, что э.д.с. индукции возникает только в двух сторонах рамки длиной l_2 .

Угол $\alpha = \omega t$ зависит от времени, поэтому возникающая в рамке э.д.с. индукции будет переменной. Умножая э.д.с. в одном витке на число витков, найдем э.д.с. генератора

$$E = 2\pi n B N l_1 l_2 \sin \omega t.$$

Произведение $l_1 l_2$ есть площадь рамки S , поэтому

$$E = 2\pi n B N S \sin \omega t.$$

Такая форма записи является более общей, поскольку э.д.с. не зависит от формы рамки, а зависит от ее площади.

Амплитудное значение э.д.с. индукции достигается в моменты t' , когда $\sin \omega t' = 1$, и

$$E_0 = 2\pi n B N S.$$

Действующее значение э.д.с. индукции

$$E_d = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \pi n B N S.$$

Для определения тока найдем сопротивление провода рамки

$$r = \frac{8 \varrho N (l_1 + l_2)}{\pi d^2}.$$

Действующее значение тока в цепи

$$I_d = \frac{E_d}{R + r} = E_d / \left(R + \frac{8 \varrho N (l_1 + l_2)}{\pi d^2} \right) = 5 \text{ А}.$$

Тепловая мощность, выделяющаяся на сопротивлении

$$P = I_d^2 R = 25 \text{ Вт}.$$

76. Поскольку потери в трансформаторе отсутствуют, мощность, поступающая в первичную обмотку равна мощности вы-

$$N = I_1 U_1 = I_2 U_2 = I_2^2 R. \quad (1)$$

Напряжение на первичной обмотке

$$U_1 = E - I_1 r. \quad (2)$$

Из соотношений (1) и (2) находим

$$N = I_1 (E - I_1 r) = I_1 E - I_1^2 r.$$

Для определения максимальной мощности выделим в последнем выражении полный квадрат

$$N = \frac{E^2}{4r} - r \left(I_1 - \frac{E}{2r} \right)^2.$$

Мощность максимальна, когда выражение в скобках равно нулю, следовательно,

$$N_{\max} = \frac{E^2}{4r} = 1210 \text{ Вт}$$

при токе в первичной обмотке $I_1 = \frac{E}{2r}$.

Из условия $N = I_2^2 R$ найдем ток во вторичной обмотке

$$I_2 = \sqrt{\frac{N_{\max}}{R}} = \frac{E}{2\sqrt{Rr}}$$

Следовательно, коэффициент трансформации

$$n = \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} = \sqrt{\frac{R}{r}} = 0,32.$$

77. На рис. 99, а приведен график зависимости тока в цепи от времени при замкнутом ключе K . Поскольку тепловая мощность, выделяющаяся в сопротивлении R , не зависит от направления тока, а зависит только от силы тока, в течение первой и второй половины периода приложенного напряжения в сопротивлении выделяются одинаковые количества тепла.

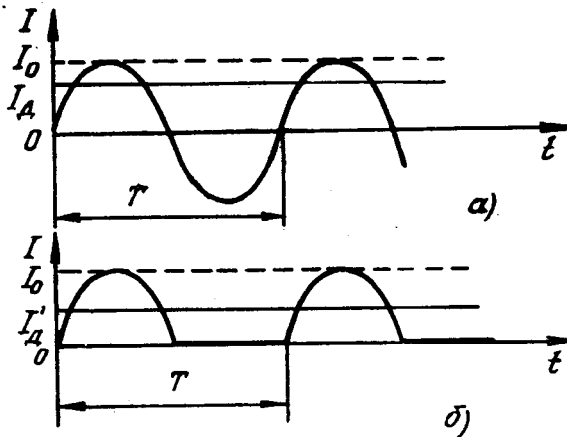


Рис. 99

На рис. 99, б приведен график зависимости тока в цепи от времени при замкнутом ключе K . Сопоставляя рис. 99, а и б, находим, что при замкнутом ключе выделяется тепла вдвое больше, чем при разомкнутом:

$$I_d^2 R T = 2(I'_d)^2 R T.$$

Отсюда находим

$$I'_d = \frac{I_d}{\sqrt{2}} = 0,71 \text{ А.}$$

На рис. 99, *а, б* сплошными прямыми линиями показаны действующие значения токов I_d и I_d' , пунктирными линиями — амплитудные значения I_0 , одинаковые для обоих случаев.

§ 6

78. Угол между лучом и перпендикуляром к границе раздела сред в среде 1 меньше, чем в среде 2 ($\alpha_1 < \alpha_2$). В соответствии с законом преломления

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

большому показателю преломления соответствует меньший угол. Следовательно, $n_1 > n_2$.

79. $\alpha' = \alpha = 23^\circ$.

80. Для построения изображения точки в оптической системе нужно рассмотреть два луча и построить их ход через систему. Точка пересечения этих лучей (или их продолжений) будет изображением.

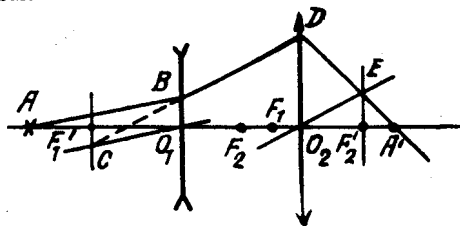


Рис. 100

Один луч AA' рассмотрим идущим вдоль оптической оси (рис. 100); он идет без преломления. Другой луч AB рассмотрим идущим под произвольным (но малым) углом к оси. Через оптический центр O_1 первой линзы проводим побочную ось CO_1 параллельную лучу AB . После преломления этот луч должен пересечь ось в фокальной плоскости линзы O_1 . Так как эта линза является рассеивающей, то фокальную плоскость надо провести через фокус F_1' , расположенный слева от линзы. Пересекает эту плоскость в точке C не сам луч, а его продолжение CB . После преломления луч имеет направление BD .

Ход луча через вторую линзу строим аналогичным образом. Вторая линза собирающая, поэтому фокальную плоскость проводим через фокус F_2' , расположенный правее линзы. Преломленный луч DE пересекает оптическую ось в точке A' . Она и является изображением точки A .

81. Построение проводится следующим образом (рис. 101):
1) пересечение линии SS' с оптической осью OO' определит положение линзы;

2) проводим линию SM параллельно оптической оси, затем линию MS' , пересечение которой с оптической осью определит положение одного из фокусов F' ;

3) для нахождения второго фокуса F проводим линию $S'N$, затем линию NS . Линза рассеивающая.

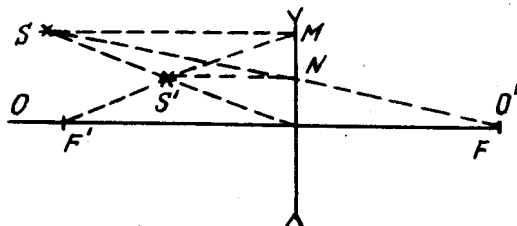


Рис. 101

82. Построение проводится следующим образом (рис. 102):

1) пересечение линий AA' и BB' определит положение центра линзы O . Линзу располагаем параллельно отрезкам AB и $A'B'$, оптическую ось $O'O''$ проводим перпендикулярно линзе;

2) через точку A проводим луч AM , параллельный оптической оси. После линзы он должен попасть в точку A' , а пересечение его с оптической осью определит положение фокуса F' ;

3) аналогично, с помощью луча $B'NB$ находим фокус F . Линза собирающая.

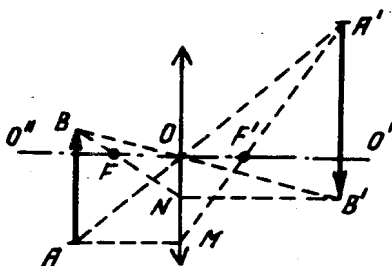


Рис. 102

83. Расстояние от предмета до линзы обозначим a , от линзы до экрана — b . Из соотношений

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad (1)$$

$$a + b = L, \quad (2)$$

исключая b , приходим к квадратному уравнению

$$a^2 - La + Lf = 0,$$

из которого определяем расстояние от предмета до линзы, при которых на экране получают резкие изображения:

$$a_{1,2} = \frac{L}{2} \pm \sqrt{\frac{L^2}{4} - Lf}. \quad (3)$$

По условию задачи

$$a_1 - a_2 = l$$

или

$$2\sqrt{\frac{L^2}{4} - Lf} = l.$$

Отсюда

$$f = \frac{L^2 - l^2}{4L} = 24 \text{ см.}$$

84. Запишем выражения для увеличения линзы при двух ее положениях (a и b — расстояния от предмета до линзы и от линзы до экрана):

$$\frac{h_1}{h} = \frac{b_1}{a_1}, \quad \frac{h_2}{h} = \frac{b_2}{a_2}.$$

Из соотношений (2) и (3) решения задачи 83 следует $b_1 = a_2$; $b_2 = a_1$, т.е. при двух положениях линзы расстояния a и b меняются местами. Учитывая эти соотношения, находим

$$h = \sqrt{h_1 h_2}.$$

85. В начальный момент лучи после линзы параллельны и радиус пятна на экране равен радиусу линзы R (рис. 103, а). Когда радиус пятна уменьшится в n раз и станет равным $h = R/n$ (рис. 103, б), расстояние b от линзы до изображения источника определится из очевидного соотношения

$$\frac{R}{b} = \frac{R/n}{b-f},$$

откуда

$$b = f \frac{n}{n-1}.$$

Из формулы линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

найдем расстояние от линзы до источника S :

$$a = n f,$$

а затем — пройденный источником путь

$$l = a - f = (n - 1) f.$$

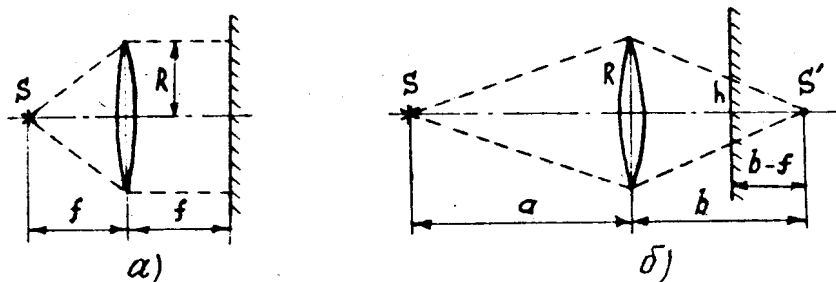


Рис. 103

Учитывая, что при равноускоренном движении

$$l = a_0 t^2 / 2,$$

находим

$$t = \sqrt{2(n-1)f/a_0} = 0,5 \text{ с.}$$

86. Изображение одной линзы в другой будет мнимым, если расстояние между линзами l меньше фокусного расстояния f :

$$l < f. \quad (1)$$

На систему двух линз с пружиной в горизонтальном направлении силы не действуют, поэтому импульс этой системы сохраняется. В момент наибольшего сжатия пружины движутся с одинаковыми скоростями u . Закон сохранения импульса и закон сохранения энергии системы можно записать в виде:

$$m v_0 = 2 m u;$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = 2 \frac{m u^2}{2} + \frac{k(l-l_0)^2}{2}.$$

Отсюда $v_0 = (l_0 - l) \sqrt{2k/m}$. Для выполнения условия (1) необходимо

$$v_0 > (l_0 - f) \sqrt{\frac{2k}{m}} = 1,1 \text{ м/с.}$$

87. На поверхности освещаемого электрода возникает фотоэффект. Теряя фотоэлектроны, освещенный электрод и соединенная с ним обкладка конденсатора заряжаются положительно, а тот электрод, на который попадают фотоэлектроны, и соединенная с ним другая обкладка конденсатора заряжаются отрицательно.

Напряжение U на конденсаторе растет до тех пор, пока разность потенциалов $\varphi^+ - \varphi^- = U$ на электродах не достигнет значения, при котором максимальной энергии фотоэлектронов $m v_{\text{макс}}^2 / 2$ станет недостаточно, чтобы преодолеть тормозящее действие электрического поля, возникающего в межэлектродном пространстве,

$$\frac{m v_{\text{макс}}^2}{2} = e U. \quad (1)$$

В уравнении Эйнштейна

$$h\nu = A + \frac{m v_{\text{макс}}^2}{2}$$

заменим максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов согласно равенству (1)

$$h\nu = A + e U. \quad (2)$$

Из уравнения (2) после подстановки в него $\nu = c/\lambda$ определяем напряжение на обкладках конденсатора

$$U = \frac{1}{e} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right). \quad (3)$$

Заряд на обкладках конденсатора $q = C U$ или согласно выражению (3)

$$q = \frac{C}{e} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right) \approx 4,3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.}$$

88. Для замкнутой системы, которую образуют сталкивающиеся протон и атом водорода, справедливы законы сохранения импульса

$$m_p v_0 = m_p v_1 + m_H v_2 \quad (1)$$

и энергии

$$\frac{m_p v_0^2}{2} = \frac{m_p v_1^2}{2} + \frac{m_H v_2^2}{2} + W. \quad (2)$$

В соотношениях (1) и (2) v_1 и v_2 — скорости протона и атома водорода после столкновения, W — энергия возбуждения атома водорода.

Если пренебречь имеющимся небольшим различием масс протона и атома водорода, положив $m_H \approx m_p$, соотношения (1) и (2) упростятся:

$$v_0 \approx v_1 + v_2; \quad (3)$$

$$v_0^2 \approx v_1^2 + v_2^2 + \frac{2W}{m_p}. \quad (4)$$

Из системы уравнений (3) и (4) определим энергию возбуждения атома водорода

$$W = m_p v_1 (v_0 - v_1). \quad (5)$$

Переходя в невозбужденное состояние, атом водорода излучает квант света той же энергии

$$W = h\nu = \frac{hc}{\lambda}. \quad (6)$$

Из уравнений (5) и (6) находим длину волны излучения

$$\lambda = \frac{hc}{m_p v_1 (v_0 - v_1)} = 1320 \text{ \AA}.$$

89. Энергия W электрона в атоме водорода складывается из его кинетической энергии $m v^2/2$ и потенциальной энергии $(-e^2/4\pi\epsilon_0 r)$ взаимодействия электрона с электрическим полем ядра, которым в атоме водорода является протон:

$$W = \frac{m v^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}. \quad (1)$$

Двигаясь по окружности с центром в ядре атома с центростремительным ускорением v^2/r , электрон испытывает действие кулоновской силы $(e^2/4\pi\epsilon_0 r^2)$ со стороны электрического поля ядра. На основании второго закона Ньютона:

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}. \quad (2)$$

Исключим в выражении (1) скорость электрона с помощью соотношения (2). Получим

$$W = -\frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}.$$

Энергия атома водорода —

$$W_1 = -\frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_1},$$

когда электрон движется по орбите радиусом r_1 и

$$W_2 = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_2},$$

когда электрон движется по орбите радиусом r_2 .

При переходе электрона с орбиты радиусом r_1 (начальное состояние атома водорода) на орбиту радиусом $r_2 = n r_1$ (конечное состояние атома) атом водорода поглощает энергию ΔW , равную разности его энергий W_2 и W_1 в указанных стационарных состояниях атома,

$$\begin{aligned} \Delta W &= W_2 - W_1 = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_2} - \left(-\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_1} \right) = \\ &= \left(-\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_1} \right) \frac{1}{n} + \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_1} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_1} \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ Дж.} \end{aligned}$$

§ 7

90. Обозначим через α угол между горизонтальной и наклонной нитью, T — сила натяжения горизонтальной нити, F — наклонной нити. Помимо указанных сил на шарики действуют кулоновские силы $F_k = q^2/(4\pi\epsilon_0 l^2)$ и силы тяжести. Уравнения второго закона Ньютона в проекции на вертикальное и горизонтальное направления дают

$$\begin{aligned} mg &= F \sin \alpha - mg, \\ 0 &= T + F \cos \alpha - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2}, \end{aligned}$$

где $\alpha = 60^\circ$. Отсюда, исключая F , находим

$$T = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2} - 2mg \operatorname{ctg} \alpha = 0,12 \text{ Н.}$$

91. При отклонении нити на максимальный угол α шарик поднимется на $h = l(1 - \cos \alpha)$ и силы электрического поля совершат отрицательную работу $A = -qEl(1 - \cos \alpha)$, которая определит приращение (отрицательное) кинетической энергии шарика:

$$\Delta W = 0 - \frac{mv_0^2}{2} = -qEl(1 - \cos \alpha).$$

В крайнем положении на шарик действует сила $\bar{T}$ натяжения нити и сила $q\bar{E}$ со стороны электрического поля. Скорость шарика

ка в этом положении равна нулю, соответственно равно нулю и центростремительное ускорение, и второй закон Ньютона в проекции на направление нити дает

$$0 = T - q E \cos \alpha.$$

Из двух последних уравнений, исключая $\cos \alpha$, находим

$$T = q E - \frac{m v_0^2}{2l} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Н.}$$

92. В момент перерезания нити скорость шариков равна нулю, и, следовательно, их центростремительное ускорение также равно нулю. Тангенциальное ускорение шариков обеспечивается составляющими кулоновской силы и силы тяжести:

$$m a = \frac{q^2}{4\pi \epsilon_0 l^2} \frac{\sqrt{3}}{2} - m g \frac{1}{2}.$$

Искомую скорость шариков можно найти с помощью закона сохранения энергии:

$$\frac{q^2}{4\pi \epsilon_0 l} - 2 m g l \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{q^2}{4\pi \epsilon_0 2l} + 2 \frac{m v^2}{2}.$$

Решение этих двух уравнений для скорости v дает

$$v = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{6} l (2a - 5g)} = 0,66 \text{ м/с.}$$

93. Запишем условие равновесия шарика в первоначальном положении: $q E \cos \alpha = m g \sin \alpha$. Приращение энергии шарика ΔW обусловлено работой сил электрического поля. Поэтому

$$\Delta W = m g (\cos \alpha - \cos \beta) l = A_{\text{сил поля}} = q E (\sin \alpha + \sin \beta) l,$$

где β — угол максимального отклонения шарика, l — длина нити. Учитывая записанное выше условие равновесия шарика, имеем

$$\cos \alpha - \cos \beta = \operatorname{tg} \alpha (\sin \alpha + \sin \beta)$$

или

$$2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2} = \operatorname{tg} \alpha \left(2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \right).$$

Последнее уравнение дает

$$\operatorname{tg} \frac{\beta - \alpha}{2} = \operatorname{tg} \alpha; \quad \frac{\beta - \alpha}{2} = \alpha; \quad \beta = 3\alpha.$$

В положении максимального отклонения скорость шарика равна нулю, и, следовательно, центростремительное ускорение также равно нулю:

$$0 = T - mg \cos \beta - qE \sin \beta.$$

Решая это уравнение, находим искомую силу натяжения:

$$\begin{aligned} T &= mg \cos \beta + qE \sin \beta = mg (\cos \beta + \operatorname{tg} \alpha \sin \beta) = \\ &= mg (\cos 3\alpha + \operatorname{tg} \alpha \sin 3\alpha) = mg \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha} = 8,7 \cdot 10^{-3} \text{ Н.} \end{aligned}$$

94. Запишем второй закон Ньютона для движущегося шарика до и после внесения заряда в центр окружности

$$m \omega_1^2 R = mg \operatorname{tg} \alpha;$$

$$m \omega_1^2 R = mg \operatorname{tg} \alpha - \frac{q^2}{4\pi \epsilon_0 R^2},$$

где α — угол между нитью подвеса и вертикалью. Решение записанной выше системы для угловой скорости ω_2 приводит к следующему результату:

$$\omega_2 = \sqrt{\omega_1^2 - \frac{q^2}{4\pi \epsilon_0 R^3 m}} = 1,7 \text{ с}^{-1}.$$

95. В горизонтальном направлении шарик движется с ускорением $a = \frac{q}{m} \frac{U}{d}$ и достигнет второй пластины за время t , определяемое из условия

$$\frac{a t^2}{2} = d; \quad \frac{t^2}{2} = \frac{d}{a}.$$

За это время шарик под действием силы тяжести сместится вниз на расстояние

$$h = \frac{g t^2}{2} = g \frac{d}{a},$$

и сила тяжести совершит работу

$$A = m g h = m g g \frac{d}{a} = \frac{(m g d)^2}{q U} = 8,6 \text{ мк Дж.}$$

96. В момент прохождения нити через вертикальное положение второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось запишется в виде:

$$F - mg = \frac{m v^2}{l},$$

где v — скорость шарика в этот момент, l — длина нити. Скорость шарика v можно найти с помощью закона сохранения энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = mgl(1 - \cos \alpha) + qEl \sin \alpha.$$

Решая полученную систему уравнения относительно силы натяжения F , находим

$$\begin{aligned} F &= mg + 2mg(1 - \cos \alpha) + 2qE \sin \alpha = \\ &= 2qE \sin \alpha + mg(3 - 2 \cos \alpha) = 18,4 \text{ Н.} \end{aligned}$$

97. Сразу после размыкания ключа в резисторе выделяется тепловая мощность

$$P = I^2 R. \quad (1)$$

Количество тепла, выделившееся в резисторе к моменту прекращения тока,

$$Q = \frac{P L}{2}. \quad (2)$$

Используя (1), находим $Q = \frac{P L}{2 R} = 1,6 \text{ Дж.}$

98. Непосредственно после замыкания ключа заряд и напряжение на конденсаторе равны нулю. Поэтому ток I_1 , протекающий через источник в этот момент времени, $I_1 = U_1 / R_1$. После того как конденсатор зарядится, ток через него не течет. Поэтому

$$I_2 = \frac{U_2}{R_1 + R_2},$$

где I_2 — ток, протекающий через источник после зарядки конденсатора. Падения напряжения на источнике тока U_1 и U_2 связаны с его э.д.с. E и внутренним сопротивлением r формулами: $U_1 = E - I_1 r$, $U_2 = E - I_2 r$. Исключив из этих уравнений величину r , получим

$$E = \frac{U_1 U_2 R_2}{U_1 (R_1 + R_2) - U_2 R_1} = 12 \text{ В.}$$

99. Мощность, потребляемую лампой сразу же после ее включения, запишем в виде

$$P = \frac{U^2}{R},$$

где U — напряжение на лампе; R — сопротивление спирали при

комнатной температуре t_k . После нагревания сопротивление спирали увеличивается до значения $R' = \frac{R(1 + \alpha t)}{1 + \alpha t_k}$, и лампа потребляет мощность

$$P' = \frac{U^2}{R'} = \frac{U^2(1 + \alpha t_k)}{R(1 + \alpha t)} = \frac{P(1 + \alpha t_k)}{1 + \alpha t} = 44 \text{ Вт.}$$

100. Напряжение на зажимах генератора $U = E - Ir$, полная потребляемая электродвигателем мощность

$$P_{\text{потр}} = UI = I(E - Ir).$$

Для нахождения полезной механической мощности $P_{\text{мех}}$ следует из полной мощности вычесть тепловую мощность, выделяемую в обмотке мотора,

$$P_{\text{мех}} = P_{\text{полн}} - P_{\text{тепл}} = I(E - Ir) - I^2 R.$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{P_{\text{мех}}}{P_{\text{потр}}} = 1 - \frac{IR}{E - Ir} = 0,9.$$

101. Сила, с которой пучок действует на пластинку, может быть вычислена по формуле:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t},$$

где Δp — импульс пучка протонов, переданный пластинке за время Δt .

Преобразуем эту формулу следующим образом:

$$F = \frac{\Delta(mvN)}{\Delta t} = m v \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{mv}{e} \frac{e \Delta N}{\Delta t} = \frac{mv}{e} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{mv}{e} I.$$

Здесь v — скорость протонов, N — число протонов, ΔN — число протонов, попадающих на пластинку за время Δt , Δq — заряд протонов, достигающих пластинку за время Δt . Скорость протонов v найдем с помощью закона сохранения энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = eu; \quad v = \sqrt{\frac{2eu}{m}}.$$

Используя последнюю формулу в выражении для силы F , окончательно получаем

$$F = I \sqrt{\frac{2mu}{e}} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ Н.}$$

102. При ускорении электрон получает скорость v , определяемую из уравнения для энергии:

$$\frac{m v^2}{2} = e U.$$

При движении в магнитном поле на электрон действует сила Лоренца, равная $e v B \sin \alpha$, и уравнение второго закона Ньютона дает

$$m a = e v B \sin \alpha.$$

Из приведенных уравнений находим

$$a = B \sin \alpha \sqrt{2 U (e/m)^3} = 1,5 \cdot 10^{18} \text{ м/с}^2.$$

103. При попадании ΔN протонов в заземленную мишень, в мишени в виде тепла выделяется их кинетическая энергия $\Delta N (m v^2/2)$. Отсюда выделяемая в мишени тепловая мощность

$$P = \frac{\Delta N}{\Delta t} \left(\frac{m v^2}{2} \right). \quad (1)$$

Число частиц, падающих на мишень в единицу времени $\Delta N/\Delta t$, можно связать с током в пучке, т.е. зарядом, попадающим на мишень в единицу времени:

$$I = e (\Delta N/\Delta t). \quad (2)$$

Уравнение движения протонов по дуге окружности имеет вид:

$$m v^2/r = e B v. \quad (3)$$

С учетом (3), (2) получаем из (1):

$$P = \frac{1}{2} \frac{e}{m} r^2 B^2 I = 2 \text{ Вт.}$$

104. Уравнение второго закона Ньютона для протона в векторном виде имеет вид:

$$m \vec{a} = e \vec{E} + \vec{F}_\mu. \quad (1)$$

где $e \vec{E}$ — сила, действующая со стороны электрического поля и направленная вертикально вверх; $\vec{F}_\mu = e v B$ — сила, действующая со стороны магнитного поля и направленная в точке A вертикально вниз. Проекция уравнения (1) на ось y в точке A имеет вид:

$$m a_y = e E - e v B. \quad (2)$$

Для определения скорости протона заметим, что кинетическая энергия протона в точке A равна работе силы электрического поля $e E h$ (сила магнитного поля работы не совершает), т.е.

$$m v^2 / 2 = e E h. \quad (3)$$

Отсюда $v = \sqrt{\frac{2 e E h}{m}}$. Подставляя в (2), получаем:

$$a_A = \frac{e}{m} \left(B \sqrt{\frac{2 e E h}{m}} - E \right) = 1 \cdot 10^{12} \text{ м/с}^2.$$

105. В контуре возникает э.д.с. индукции

$$E = \frac{1}{2} B r^2 \omega$$

(см. решение задачи 65), и за один оборот, т.е. за интервал времени $T = 2\pi/\omega$, в контуре выделится количество тепла

$$Q = \frac{E^2}{R} T = \frac{\pi}{2} \frac{B^2 r^4 \omega}{R} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

106. Скорость изменения магнитной индукции

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{A \Delta t}{\Delta t} = A.$$

Возникающая в контуре э.д.с.

$$E = S \frac{\Delta B}{\Delta t} = h l A$$

приведет к возникновению индукционного тока

$$I = \frac{E}{R} = h l A / R.$$

Перемычка тронется с места, когда действующая на нее сила Ампера $F_A = B l I$ сравняется с максимальным значением силы трения покоя:

$$B l I = A \tau l h l A / R = k m g.$$

Из последнего соотношения находим

$$\tau = \frac{k m g l}{A^2 l^2 h} = 50 \text{ мс.}$$

107. Разность потенциалов на концах проводника-перемычки $U = B l v$. В то же время для двух последовательно соединенных конденсаторов имеем: $U = U_1 + U_2$; $C_1 U_1 = C_2 U_2$ (равенство зарядов на обкладках конденсаторов). Отсюда имеем

$$B l v = U_2 \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) = U_2 (1 + n).$$

Индукция магнитного поля $B = \frac{U_2}{vl} (1 + n) = 0,25 \text{ Тл}$.

108. Запишем закон сохранения энергии для переключателя. Кинетическая энергия переключателя $mv^2/2$ в момент, когда провода вертикальны, равна работе силы тяжести $mgh(1 - \cos \alpha)$ и работе против силы Ампера (направленной горизонтально), по модулю равной $F_A h \sin \alpha = BIlh \sin \alpha$:

$$\frac{mv^2}{2} = mgh(1 - \cos \alpha) - BIlh \sin \alpha.$$

Отсюда находим скорость переключателя:

$$v = \sqrt{2gh(1 - \cos \alpha) - \frac{2BIlh \sin \alpha}{m}} = 0,35 \text{ м/с}.$$

109. Поскольку конденсатор после зарядки отключен от источника, то в процессе раздвигания обкладок заряд q на них не меняется, а совершенная работа A равна разности конечной и начальной энергий электрического поля конденсатора:

$$A = E_{\text{кон}} - E_{\text{нач}}. \quad (1)$$

При этом

$$E_{\text{кон}} = \frac{q^2}{2C_{\text{кон}}}, \quad (2)$$

$$E_{\text{нач}} = \frac{q^2}{2C_{\text{нач}}}. \quad (3)$$

Конечная емкость конденсатора

$$C_{\text{кон}} = \frac{\epsilon S}{nd} = \frac{C_{\text{нач}}}{n} = \frac{C_0}{n}. \quad (4)$$

Из (1), (2), (3), (4) следует, что

$$A = (n - 1) \frac{q^2}{2C_0}. \quad (5)$$

Так как

$$q = EC_0, \quad (6)$$

то окончательно ответ можно записать в виде:

$$A = (n - 1) \frac{E^2 C_0}{2} = 10^{-8} \text{ Дж.}$$

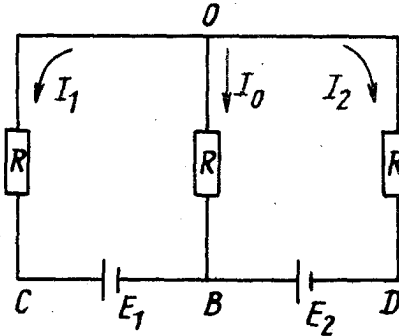
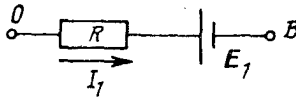


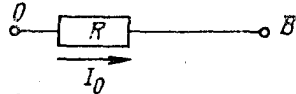
Рис. 104

110. Обозначим точку контакта высокоомных проводников O . Потенциалы точек O и A равны. Потенциал точки B равен нулю. Часть схемы, по которой текут токи, может быть представлена как показано на рис. 104.

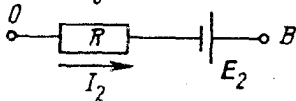
Выберем направления токов, как указано на рисунке. Тогда для участка OB можно написать три уравнения:



$$\varphi_O - \varphi_B = I_1 R + E_1, \quad (1)$$



$$\varphi_O - \varphi_B = I_0 R, \quad (2)$$



$$\varphi_O - \varphi_B = I_2 R - E_2. \quad (3)$$

Кроме того, сумма токов, вытекающих из точек O , равна нулю:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0. \quad (4)$$

Из (1), (2), (3), (4), учитывая, что $\varphi_B = 0$, следует



$$\varphi_O = \frac{E_1 - E_2}{3} = 1 \text{ В.}$$

Рис. 105

111. По перемычке ток не идет. В кольце ток течет по часовой стрелке (рис. 105).

112.

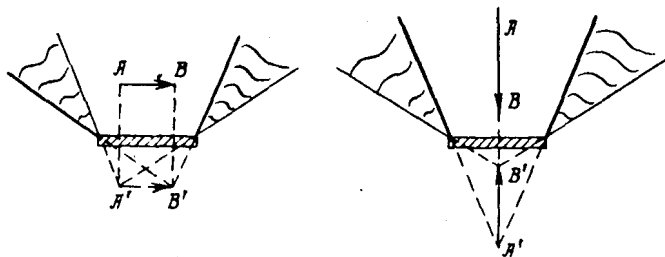


Рис. 106

113. Возможны различные варианты построения, например, как на рис. 107.

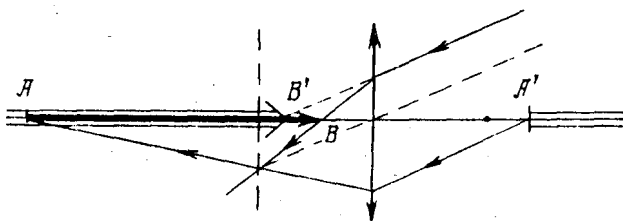


Рис. 107

114. Между бипризмой и линзой (см. рис. 67) образуются два параллельных световых пучка. Применяя закон преломления, получаем, что угол 2φ между лучами этих пучков

$$2\varphi \approx 2(n-1)\alpha,$$

если $\sin\alpha \approx \alpha$. Каждый из пучков имеет своим изображением соответствующую точку фокальной плоскости линзы. Имеем

$$x = 2f \tan \varphi \approx 2f\varphi \approx 2f(n-1)\alpha = 10^{-2} \text{ м.}$$

115. Действительное изображение шарика будет существовать, когда шарик находится выше фокальной плоскости линзы. Максимальная высота подъема шарика

$$H = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Время полета шарика над фокальной плоскостью τ можно найти из уравнения

$$H - f = \frac{g \left(\frac{\tau}{2} \right)^2}{2},$$

где $f = \frac{1}{\Phi}$ — фокусное расстояние линзы. Отсюда

$$\tau = 2 \frac{v_0}{g} \sqrt{1 - \frac{2g}{v_0^2 \Phi}} = 1,5 \text{ с.}$$

116. Из закона сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

найдем скорость линзы в нижнем положении

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Изображение находится на расстоянии b от линзы, определяемом из формулы линзы,

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Изображение движется по окружности с центром в точке подвеса и с радиусом

$$r = h + b = h + \frac{hf}{h-f} = \frac{h^2}{h-f}.$$

Скорость движения изображения

$$v' = v \frac{r}{h} = v \frac{h}{h-f}$$

и его ускорение

$$\alpha' = \frac{v'^2}{r} = 2g \frac{h}{h-f} = 100 \text{ м/с}^2.$$

117. Мнимое изображение шарика будет существовать в течение времени $\tau = \tau_1 + \tau_2$, когда шарик находится от линзы на расстоянии меньшем фокусного, где $\tau_1 = f/v_0$ — время, за которое шарик проходит путь от фокуса линзы до столкновения с линзой; $\tau_2 = F/(v_1 + v_2)$ — время обратного движения шарика (после отскока от линзы) до фокуса линзы; $v_1 + v_2$ — относительная скорость шарика и линзы (v_1 — скорость линзы; v_2 — скорость шарика). На систему шарик плюс линза в горизонтальном направлении силы не действуют, поэтому проекция импульса системы на горизонтальное направление сохраняется:

$$mv_0 = Mv_1 - mv_2. \quad (1)$$

Так как удар упругий, выполняется закон сохранения механической энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{Mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}. \quad (2)$$

Из (1), (2) получаем $v_1 + v_2 = v_0$, отсюда

$$\tau = 2f/v_0 = 0,04 \text{ с.}$$

118. Для системы "протон плюс атом" запишем закон сохранения импульса

$$mv_0 = -m \frac{v_0}{2} + Mv$$

и энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m(v_0/2)^2}{2} + \frac{Mv^2}{2} + W,$$

где m — масса протона; M — масса атома; W — внутренняя энергия атома в возбужденном состоянии. Из этих соотношений находим

$$W = \frac{3}{8} mv_0^2 \left(1 - \frac{3m}{M} \right).$$

Энергия возбуждения атома при излучении будет передана фотону. Из соотношений

$$W = h\nu = h \frac{c}{\lambda},$$

где h — постоянная Планка, находим

$$\lambda = \frac{8hc}{3mv_0^2(1 - 3m/M)} = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

К билету № 1

2. Возможны различные варианты построения. Например, как показано на рис. 108.

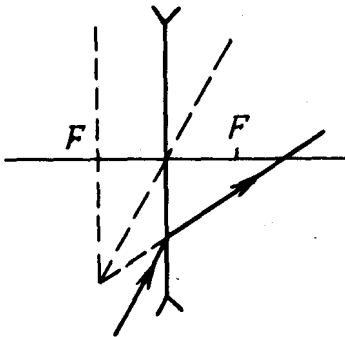


Рис. 108

3. Приращение внутренней энергии одноатомного газа

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T. \quad (1)$$

Записав уравнение состояния для изобарного нагревания

$$p \Delta V = \nu R \Delta T \quad (2)$$

и комбинируя уравнения (1) и (2), получаем искомое отношение

$$\eta = \frac{\Delta U}{A} = \frac{3}{2}.$$

4. Напишем уравнение закона сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось для системы "доска-лягушка":

$$0 = mu \cos \alpha - Mv, \quad (1)$$

где u и v — скорости лягушки и доски соответственно относительно воды; α — угол к горизонту, под которым прыгает лягушка. Время прыжка лягушки определяется кинематикой тела, брошенного под углом к горизонту

$$t = \frac{2u \sin \alpha}{g}. \quad (2)$$

За это время лягушка должна преодолеть относительно доски расстояние l , отделяющее точки A и B :

$$l = (\mu \cos \alpha + v)t. \quad (3)$$

Из уравнений (1)–(3) находим скорость лягушки:

$$u = \sqrt{\frac{glM}{(m+M)\sin 2\alpha}}. \quad (4)$$

Из формулы (4) видно, что u имеет минимальное значение при $\alpha = 45^\circ$. Таким образом,

$$u_{\min} = \sqrt{\frac{glM}{(m+M)}}.$$

К билету № 2

2. Изобарный процесс $p = \text{const}$, $V \sim T$.

3. Ускорение шарика может быть представлено как сумма нормальной и тангенциальной составляющих. В точке A отсутствует центростремительное ускорение, в точке C – тангенциальное. В точке B присутствуют обе составляющие (рис. 109).

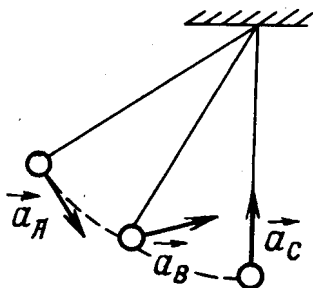


Рис. 109

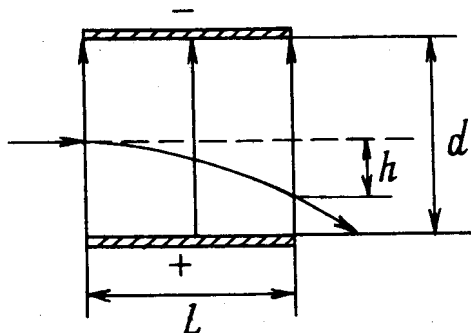


Рис. 110

4. На электроны между обкладками конденсатора действует сила со стороны электрического поля

$$F = \frac{eU}{d}.$$

Время, за которое электрон пролетает конденсатор (рис. 110)

$$t = \frac{L}{u},$$

где u — начальная скорость электрона. За это время смещение электрона вдоль конденсатора составит

$$h = \frac{(F/m)t^2}{2} = \frac{eUL^2}{2dmu^2} = \frac{eUL^2}{4dK}.$$

К билету № 3

2. Из принципа суперпозиции для электрического поля следует, что $E=0$.

3. Поскольку лучи света проходят через линзу дважды, оптическая сила линзы удваивается. Таким образом, мнимое изображение источника окажется за зеркалом на расстоянии f от него, определяемом из формулы тонкой линзы

$$f = \frac{Fd}{F - 2d} = 20 \text{ см.}$$

4. При изохорическом нагревании воздуха в трубке давление между поршнями повышается до величины

$$p_1 = p_0 \left(\frac{T_1}{T_0} \right),$$

где T_0 и T_1 — температура газа до и после нагревания соответственно, в абсолютных величинах. На поршень действуют силы давления со стороны воздуха в трубке ($p_1 S$), наружного воздуха ($p_0 S$) и сила натяжения нити (T). Учитывая неподвижность поршня, находим по второму закону Ньютона

$$T = (p_1 - p_0)S.$$

Зная условие разрыва нити, находим искомую температуру

$$t_1 = t_0 + \frac{F(t_0 + 273)}{p_0 S} = 117^\circ \text{C}.$$

ПРИЛОЖЕНИЯ

Обозначения единиц измерений некоторых физических величин

Ампер	А	Метр	м
Ватт	Вт	Минута	мин
Вебер	Вб	Ньютон	Н
Вольт	В	Ом	Ом
Генри	Гн	Паскаль	Па
Герц	Гц	Радян	рад
Джоуль	Дж	Секунда	с
Кельвин	К	Канделла	кд
Килограмм	кг	Стерadian	ср
Кулон	Кл	Тесла	Тл
Люмен	лм	Фарад	Ф
Люкс	лк	Час	ч

Некоторые физические постоянные

Гравитационная постоянная $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$

Число Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

Стандартный объем идеального газа $N_0 = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$

Температурный коэффициент объемного расширения идеального газа $\alpha = 3,66 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$

Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$

Элементарный заряд $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} = 4,80 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ}$

Число Фарадея $F = 9,65 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг}$

Масса электрона $m_e = 9,12 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$

Атомная единица массы $1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

Скорость света в вакууме $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

Постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$;

$$\hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 0,885 \cdot 10^{-11} \text{ Ф/м}$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,0 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$$

Магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

Некоторые внесистемные единицы

$1 \text{ \AA} (\text{ангстрем}) = 10^{-10} \text{ м}$

$1 \text{ атм} (\text{атмосферная физическая}) = 0,101 \text{ МПа} = 760 \text{ мм рт.ст.}$

$1^\circ\text{C} (\text{градус температурной шкалы Цельсия}) = 1 \text{ К}$

$1 \text{ кап} = 4,19 \text{ Дж}$

$1 \text{ эВ} (\text{электронвольт}) = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$

Десятичные приставки к названиям единиц

Гига (10^9) Г	например: 1 ГэВ = 10^9 эВ
Мега (10^6) М	1 МОм = 10^6 Ом
Кило (10^3) к	1 кВ = 10^3 В
Милли (10^{-3}) м	1 мА = 10^{-3} А
Микро (10^{-6}) мк	1 мкм = 10^{-6} м
Нано (10^{-9}) н	1 нс = 10^{-9} с
пико (10^{-12}) п	1 пФ = 10^{-12} Ф

Латинский алфавит

Печатные буквы	Название		Печатные буквы	Название
A a	а		N n	эн
B b	бе		O o	о
C c	це		P p	пэ
D d	де		Q q	ку
E e	е		R r	эр
F f	эф		S s	эс
G g	ге		T t	тэ
H h	аш		U u	у
I i	и		V v	ве
J j	йот		W w	дубль-ве
K k	ка		X x	икс
L l	эль		Y y	игрек
M m	эм		Z z	зет

Греческий алфавит

Печатные буквы	Название
Α α	альфа
Β β	бета
Γ γ	гамма
Δ δ	дельта
Ε ε	эпсилон
Ζ ζ	дзета
Η η	эта
Θ θ	тхэта
Ι ι	йота
Κ κ	каппа
Λ λ	ламбда
Μ μ	мю
Ν ν	ню
Ξ ξ	кси
Ο ο	омикрон
Π π	пи
Ρ ρ	ро
Σ σ	сигма
Τ τ	тау
Υ υ	ипсилон
Φ φ	фи
Χ χ	хи
Ψ ψ	пси
Ω ω	омега