В.А.Алешкевич, Г.А.Миронова, В.К.Петерсон, ВА.Погожев, М.В.Семенов

ЗАДАЧИ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНОВ ПО ФИЗИКЕ, Выпуск 6 Москва, физический факультет МГУ, 1997 г., 48 с.

Сборник содержит программу вступительного экзамена по физике и задачи, предлагавшиеся на устных пробных и вступительных экзаменах по физике на физическом факультете МГУ в 1996 году. Все задачи даны с подробными решениями.

Для учащихся старших классов, абитуриентов, а также для учителей и преподавателей, ведущих занятия со школьниками.

СОДЕРЖАНИЕ

Varantana

Условия задач	
І. Механика	7
II. Молекулярная физика и теплота	11
III. Электричество и магнетизм	13
IV. Оптика	15
Решения задач	
І. Механика	17
II. Молекулярная физика и теплота	29
III. Электричество и магнетизм	37
IV. Оптика	45

программа вступительного экзамена по физике

общие указания

Настоящая программа составлена на основе программы средней общеобразовательной школы. По сравнению с программами вступительных экзаменов в вузы прошлых лет данная программа более конкретизирована, отдельные вопросы сформулированы в более развернутом виде. Это облегчит абитуриенту подготовку, поскольку формулировки большинства пунктов программы по существу являются развернутым планом ответа. В программу включено несколько вопросов (выделены курсивом), которые рассмотрены в школьных учебниках, изданных в 1978-1989 гг. и в дополнительной литературе, указанной в конце программы. Теоретические вопросы билетов вступительных экзаменов формируются из вопросов данной программы.

При подготовке основное внимание следует уделить выявлению сущности физических законов и явлений, умению истолковать физический смысл величин и понятий, а также умению применять теоретический материал к решению задач. Необходимо уметь пользоваться при вычислениях системой

СИ и знать внесистемные единицы, указанные в программе.

Глубина ответов на пункты программы определяется содержанием опубликованных учебников для средней школы, указанных в конце настоящей программы.

I. МЕХАНИКА

I.1. Кинематика

Механическое движение. Относительность механического движения. Материальная точка. Системы отсчета. Траектория. Вектор перемещения и его проекции. Путь.

Скорость. Сложение скоростей.

Ускорение.

Прямолинейное равномерное и равнопеременное движения. Зависимости скорости, координат и пути от времени.

Криволинейное движение.

Равномерное движение по окружности. Угловая скорость. Период и частота обращения. Ускорение тела при движении по окружности.

Свободное падение тел. Ускорение свободно падающего тела. Движение тела, брошенного под углом к горизонту. Дальность и высота полета.

Поступательное и вращательное движение твердого тела.

І.2. Динамика

Взаимодействие тел. Первый закон Ньютона. Понятие об инерциальных и неинерциальных системах отсчета. Принципы относительности Галилея и Эйнштейна.

Сила. Силы в механике. Сложение сил, действующих на материальную точку.

Инертность тел. Масса. Плотность.

Второй закон Ньютона. Единицы измерения силы и массы.

Третий закон Ньютона.

Закон всемирного тяготения. Гравитационная постоянная и способы ее измерения. Сила тяжести. Зависимость силы тяжести от высоты. Силы упругости. Понятие о деформациях. Закон Гука. Модуль Юнга.

Силы трения. Сухое трение: трение покоя и трение скольжения. Ко-

эффициент трения. Вязкое трение.

Применение законов Ньютона к поступательному движению тел.

Центр масс. Вес тела. Невесомость. Перегрузки.

Применение законов Ньютона к движению материальной точки по окружности. Движение искусственных спутников. Первая космическая скорость.

І.З. Законы сохранения в механике

Импульс (количество движения) материальной точки. Импульс силы. Связь между приращением импульса материальной точки и импульсом силы. Импульс тела. Закон сохранения импульса. Реактивное движение.

Механическая работа. Мощность. Энергия. Единицы измерения ра-

боты и мощности.

Кинетическая энергия. Связь между приращением кинетической энергии тела и работой приложенных к телу сил.

Потенциальная энергия. Потенциальная энергия тел вблизи поверхности Земли. Потенциальная энергия упруго деформированного тела.

Закон сохранения механической энергии.

І.4. Статика твердого тела

Сложение сил. Момент силы относительно оси вращения. Правило моментов.

Условия равновесия тела. Центр тяжести тела. Устойчивое, неустойчивое и безразличное равновесия тел.

І.5. Механика жидкостей и газов

Давление. Единицы измерения давления: паскаль, мм рт.ст.

Закон Паскаля. Гидравлический пресс. Давление жидкости на дно и стенки сосуда. Сообщающиеся сосуды.

Атмосферное давление. Опыт Торричелли. Изменение атмосферного

давления с высотой.

Закон Архимеда для тел, погруженных в жидкость или газ. Плавание тел.

І.б. Механические колебания и волны. Звук

Понятие о колебательном движении. Период и частота колебаний. Гармонические колебания. Смещение, амплитуда и фаза при гармонических колебаниях.

Свободные колебания. Колебания груза на пружине. Математический маятник. Периоды их колебаний. Превращения энергии при гармонических колебаниях. Затухающие колебания.

Вынужденные колебания. Резонанс.

Понятие о волновых процессах. Поперечные и продольные волны. Длина волны. Скорость распространения волн. Фронт волны. Интерференция волн. Принцип Гюйгенса. Дифракция волн.

интерференция волн. принцип гюигенса. дифракция волн. Звуковые волны. Скорость звука. Громкость и высота звука.

II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

II.1. Основы молекулярно-кинетической теории

Основные положения молекулярно-кинетической теории и их опытное обоснование. Броуновское движение. Масса и размер молекул. Моль вещества. Постоянная Авогадро. Характер движения молекул в газах, жилкостях и твердых телах.

Тепловое равновесие. Температура и ее физический смысл. Шкала

температур Цельсия.

Идеальный газ. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа. Средняя кинетическая энергия молекул и температура. Постоянная Больцмана. Абсолютная температурная шкала.

Уравнение Клапейрона-Менделеева (уравнение состояния идеального газа). Универсальная газовая постоянная. Изотермический, изохор-

ный и изобарный процессы.

II.2. Элементы термодинамики

Термодинамическая система. Внутренняя энергия системы. Количество теплоты и работа как меры изменения внутренней энергии. Теплоемкость тела. Понятие об адиабатическом процессе. Первый закон термодинамики. Применение первого закона термодинамики к изопроцессам. Расчет работы газа с помощью РV-диаграмм. Теплоемкость одноатомного идеального газа при изохорном и изобарном процессах.

Необратимость процессов в природе. Второй закон термодинамики. Физические основы работы тепловых двигателей. КПД теплового двига-

теля и его максимальное значение.

II.3. Изменения агрегатного состояния вещества

Парообразование. Испарение, кипение. Удельная теплота парообразования. Насыщенный пар. Зависимость давления и плотности насыщенного пара от температуры. Зависимость температуры кипения от давления. Критическая температура.

Влажность. Относительная влажность.

Кристаллическое и аморфное состояния вещества. Удельная теплота плавления.

Уравнение теплового баланса.

ІІІ. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

III.1. Электростатика

Электрические заряды. Элементарный электрический заряд Проводники и диэлектрики. Закон сохранения электрического заряда. Вза-

имодействие электрически заряженных тел. Электроскоп. Точечный за-

ряд. Закон Кулона.

Электрическое поле. Напряженность электрического поля. Линии напряженности электрического поля (силовые линии). Однородное электрическое поле. Напряженность электростатического поля точечного заряда. Принцип суперпозиции полей. Поле проводящей сферы.

Работа сил электростатического поля. Потенциал и разность потенциалов. Потенциал поля точечного заряда. Связь разности потенциалов с напряженностью электростатического поля. Эквипотенциальные

поверхности.

Проводники и диэлектрики в электростатическом поле. Диэлектрическая проницаемость вещества. Электроемкость. Конденсаторы. Поле плоского конденсатора. Электроемкость плоского конденсатора. Последовательное и параллельное соединение конденсаторов. Энергия заряженного конденсатора.

Энергия электрического поля.

III.2. Постоянный ток

Электрический ток. Сила тока. Условия существования тока в цепи.

Электродвижущая сила (ЭДС). Напряжение.

Закон Ома для участка цепи. Омическое сопротивление проводника. Удельное сопротивление. Зависимость удельного сопротивления от температуры. Сверхпроводимость. Последовательное и параллельное соединение проводников.

Закон Ома для полной цепи. Источники тока, их соединение. Изме-

рение тока и разности потенциалов в цепи.

Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца.

Электрический ток в металлах.

Электрический ток в электролитах. Закон электролиза (закон Фарадея).

Электрический ток в вакууме. Термоэлектронная эмиссия. Элект-

ронная лампа - диод. Электронно-лучевая трубка.

Полупроводники. Собственная и примесная проводимость полупроводников. Зависимость проводимости полупроводников от температуры. Р-п-переход и его свойства. Полупроводниковый диод. Транзистор. Термистор и фоторезистор.

Электрический ток в газах. Самостоятельный и несамостоятельный

разряды. Понятие о плазме.

III.3. Магнетизм

Магнитное поле. Действие магнитного поля на рамку с током. Индукция магнитного поля (магнитная индукция). Линии магнитной индукции. Картины магнитного поля прямого тока и соленоида.

Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле. Закон

Ампера.

Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца. Магнитные свойства вещества. Гипотеза Ампера. Ферромагнетики.

III.4. Электромагнитная индукция

Магнитный поток. Опыты Фарадея. Явление электромагнитной индукции. Вихревое электрическое поле. Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца.

Самоиндукция. Индуктивность. ЭДС самоиндукции.

Энергия магнитного поля.

III.5. Электромагнитные колебания и волны

Переменный электрический ток. Амплитудное и действующее (эффективное) значение периодически изменяющегося напряжения и тока.

Получение переменного тока с помощью индукционных генераторов.

Трансформатор. Передача электрической энергии.

Колебательный контур. Свободные электромагнитные колебания в контуре. Превращения энергии в колебательном контуре. Уравнение, описывающее процессы в колебательном контуре, и его решение. Формула Томсона для периода колебаний. Затухающие электромагнитные колебания.

Вынужденные колебания в электрических цепях. Активное, емкостное и индуктивное сопротивления в цепи гармонического тока. Резонанс

в электрических цепях.

Открытый колебательный контур. Опыты Герца. Электромагнитные волны. Их свойства. Шкала электромагнитных волн. Излучение и прием электромагнитных волн. Изобретение радио Поповым. Простейций радиоприемник.

IV. OHTUKA

IV.1. Геометрическая оптика

Развитие взглядов на природу света. Закон прямолинейного распространения света. Понятие луча.

Законы отражения света. Плоское зеркало.

Законы преломления света. Абсолютный и относительный показатели преломления. Ход лучей в призме. Явление полного (внутреннего) отражения.

Тонкие линзы. Фокусное расстояние и оптическая сила линзы. Построение изображения в собирающих и рассеивающих линзах. Формула

линзы. Увеличение, даваемое линзами.

Оптические приборы: лупа, фотоаппарат, проекционный аппарат, микроскоп. Ход лучей в этих приборах. Глаз.

IV.2. Элементы физической оптики

Волновые свойства света. Поляризация света. Электромагнитная природа света.

Скорость света в однородной среде. Дисперсия света. Спектроскоп.

Инфракрасное и ультрафиолетовое излучения.

Интерференция света. Когерентные источники. Условия образования максимумов и минимумов в интерференционной картине.

Дифракция света. Опыт Юнга. Принцип Гюйгенса-Френеля. Диф-

ракционная решетка.

Корпускулярные свойства света. Постоянная Планка. Фотоэффект. Законы фотоэффекта. Фотон. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Давление света. Опыты Лебедева по измерению давления света.

Постулаты Эйнштейна. Связь между массой и энергией.

V. АТОМ И АТОМНОЕ ЯДРО

Опыты Резерфорда по рассеянию α -частиц. Планетарная модель атома. Квантовые постулаты Бора. Испускание и поглощение света атомом. Непрерывный и линейчатый спектры. Спектральный анализ.

Экспериментальные методы регистрации заряженных частиц: камера Вильсона, счетчик Гейгера, пузырьковая камера, фотоэмульсион-

ный метод.

Состав ядра атома. Изотопы. Энергия связи атомных ядер. Понятие о ядерных реакциях. Радиоактивность. Виды радиоактивных излучений и их свойства. Цепные ядерные реакции. Термоядерная реакция.

Биологическое действие радиоактивных излучений. Защита от ра-

диации.

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

 Перышкин А.В., Родина Н.А. Физика; Учеб. для 7 кл. сред. шк. М.; Просвещение, 1991 (или Физика 6 тех же авторов предыдущих лет издания).

 Перышкин А.В., Родина Н.А. Физика; Учеб. для 8 кл. сред. шк. М.; Просвещение, 1991 (или Физика 7 тех же авторов предыдущих лет издания).

Кикоин И.К., Кикоин А.К. Физика; Учеб. для 9 кл. сред. шк. М.; Просвещение, 1990 (или Физика 8 тех же авторов предыдущих лет издания).

 Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б. Физика; Учеб. для 10 кл. сред. шк. М.; Просвещение, 1990 (или Буховцев Б.Б., Климонтович Ю.Л., Мякишев Г.Я. Физика 9. М.; Просвещение, 1980 и последующие издания).

 Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б. Физика; Учеб. для 11 кл. сред. шк. М.; Просвещение, 1991 (или Буховцев Б.Б., Мякишев Г.Я. Физика 10. М.; Просве-

щение, 1974 и последующие издания).

 Бендриков Г.А., Буховцев Б.Б., Керженцев В.В., Мякишев Г.Я. Задачи по физике для поступающих в вузы. М.; Наука, 1978 и последующие издания.

дополнительная литература

 Ландсберг Г.С. Элементарный учебник физики. Т. 1-3. М.; Высшая школа, 1975 и последующие издания.

 Яворский Б.М., Селезнев Ю.Д. Справочное руководство по физике. М.; Наука, 1975 и последующие издания.

3. Буховцев Б.Б., Кривченков В.Д., Мякишев Г.Я., Сараева И.М. Сборник задач по элементарной физике. М.; Наука, 1974 и последующие издания.

 Баканина Л.П., Белонучкин В.Е., Козел С.М., Калачевский Н.Н., Косоуров Г.Н., Мазанько И.П. Сфорник задач по физике. М.; Наука, 1971 и последующие издания.

 Гольдфарб Н.И. Сборник вопросов и задач по физике. М.; Высшая школа, 1973 и последующие издания.

І. МЕХАНИКА

I.1. Маленький шарик падает без начальной скорости с некоторой высоты H на наклонную плоскость. После удара он попадает на вторую плоскость. Точка первого удара находится на расстоянии L от линии соприкоснове-

ния плоскостей. С какой высоты Н упал шарик, если после двух упругих ударов он снова поднялся на ту же высоту? Угол наклона плоскостей к горизонту равен α , причем $\alpha < \pi/4$.

- I.2. По наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, втягивают за веревку ящик массы М. Коэффициент трения ящика о плоскость равен μ. Под каким углом к плоскости следует тянуть веревку, чтобы двигать ящик равномерно с минимальным усилием?
- І.З. По горизонтальной поверхности, плавно переходящей в поднимающуюся наклонную плоскость, катится со скоростью v без проскальзывания тонкостенный обруч. На какую максимальную высоту может подняться этот обруч?
- 1.4. При скоростном спуске по склону с углом наклона α к горизонту лыжник массы M развивает такую скорость, что сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату его скорости $F = kv^2$. Найти скорость установившегося движения лыжника, если коэффициент трения лыж о снег равен μ .
- 1.5. Рабочий, спускавший ящик массы М по доске, образующей с горизонтом угол α, остановил его за время т. Какую среднюю силу прикладывал рабочий, действуя на ящик параллельно доске, если скорость ящика перед торможением была равна v, а коэффициент трения ящика о доску равен μ?
- I.6. На наклонную плоскость, образующую угол α с горизонтом, положили небольшую шайбу, сообщив ей скорость v₀ вверх вдоль наклонной плоскости. Коэффициент трения шайбы о плоскость равен μ, причем μ < tg α. Найти скорость шайбы при</p>

обратном движении в момент прохождения ею первоначального положения.

- I.7. Мощность, развиваемая двигателями ракеты, неподвижно зависшей над Землей, равна N. Найти скорость истечения газов из сопла двигателя, если масса ракеты равна m, а ускорение свободного падения равно g.
- 1.8. На горизонтальной плоскости лежит кубик, коэффициент трения которого о плоскость равен μ. Середины боковой грани кубика касается шарик, имеющий ту же массу, подвешенный на длинной легкой нерастяжимой вертикальной нити. На какое расстояние переместится кубик, если шарик отклонить от исходного положения в вертикальной плоскости, проходящей через точку подвеса нити и центр кубика, так, чтобы нить была натянута и образовывала с вертикалью угол α, а затем отпустить его без начальной скорости? Удар шарика о кубик считать абсолютно упругим. Длина нити равна L.
- 1.9. Лежащий на горизонтальной плоскости гладкий брусок массы М прикреплен к вертикальной стене легкой пружиной жесткости к. При недеформированной пружине брусок торцом касается грани кубика, масса которого много меньше М. Осы пружины горизонтальна и лежит в вертикальной плоскости, проходящей через центры кубика и бруска. Сдвигая брусок, пружину сжимают вдолы ее оси на величину ∆х, после чего брусок отпускают без начальной скорости. На какое расстояние передвинется кубик после идеально упругого удара, если коэффициент трения кубика о плоскость достаточно мал и равен µ?
- 1.10. Два одинаковых кубика лежат на гладкой горизонтальной плоскости, касаясь гранями. К серединам противоположных граней каждого кубика прикреплены две одинаковые невесомые пружины. Другие концы пружин закреплены так, что их оси горизонтальны и совпадают. В начальном состоянии пру-

жины не деформированы. Один кубик смещают от другого вдоль оси пружин на расстояние Δx и отпускают без начальной скорости. Найти максимальное смещение второго кубика после удара. Удар считать абсолютно неупругим.

- I.11. На плоскости, образующей с горизонтом угол α, удерживают куб массы т. Коэффициент трения куба о плоскость равен µ, причем µ < tgα. К середине грани куба прикреплена пружина жесткости k, верхний конец которой закреплен так, что пружина не деформирована, ее ось образует с горизонтом угол α и продолжение оси проходит через центр куба. Какую максимальную скорость приобретет куб, если его перестать удерживать в этом положении?</p>
- І.12. Два шара одинакового радиуса с массами т и М, скрепленные легкой пружиной жесткости k, лежат на гладкой горизонтальной плоскости. Ось пружины совпадает с прямой, проходящей через центры шаров. Пружина сжата прикрепленной к шарам нитью на величину Δх. Найти максимальную скорость шара массы т при колебаниях, возникающих после пережигания нити.
- I.13. К середине боковой стороны бруска массы М, лежащего на горизонтальной плоскости стола, прикреплена лег-кая пружина жесткости k, другой конец которой прикреплен к вертикальной стенке так, что ось

пружины горизонтальна. К середине противоположной стороны бруска прикреплена легкая нерастяжимая нить, перекинутая через неподвижный блок. На нити висит другой блок, к оси которого подвешен кубик массы т. Верхний конец нити прикреплен к потолку. Первоначально кубик удерживали в положении, при котором пружина не деформирована, а нить слегка натянута. Отрезки нити, не лежащие на блоках, либо горизонтальны, либо вертикальны. Пренебрегая трением и массой блоков, найти максимальную скорость бруска после отпускания кубика без начальной скорости.

- І.14. Найти отношение радиусов круговых орбит двух одинаковых спутников, у которых отношение изменений импульсов за четверть оборота равно n.
- I.15. К нижнему концу легкой пружины жесткости k, верхний конец которой шарнирно закреплен, прикреплен шарик массы m. Длина пружины в недеформированном состоянии равна L. Шарик движется по окружности в горизонтальной плоскости так, что ось пружины образует с вертикалью постоянный угол α. Найти время одного оборота шарика.
- I.16. Тонкая гладкая трубка, расположенная под углом α к горизонту, вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через верхний конец трубки. Внутри трубки находится шарик массы m, радиус которого г немного меньше радиуса трубки. Шарик медленно подтягивают к оси вращения нитью, параллельной оси трубки. Найти зависимость натяжения нити от ее длины L при L >> r.
- І.17. Во сколько раз сила давления воды на нижнюю половину вертикальной стенки полностью заполненного колодца отличается от силы давления воды на всю стенку, если давление на дно колодца превыщает атмосферное в n = 3 раза?
- I.18. В дне цистерны, заполненной нефтью, установлены два одинаковых крана K_1 и K_2 небольшого сечения, расположенных на равных расстояниях L от оси ее горловины. Считая, что скорость вытекания нефти пропорциональна перепаду давлений на кране,

найти отношение масс вытекающей через краны нефти при движении цистерны по прямолинейному горизонтальному участку пути с ускорением а, если уровень нефти в центре горловины относительно дна равен h, и при движении цистерны нефть не выливается из горловины.

II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕПЛОТА

- II.1. Внутри стеклянного шара радиуса r=10 см содержится газ при давлении $p_1=0.1$ мм рт.ст. и температуре $t_1=17^{\circ}$ С. При такой температуре стенки шара полностью покрыты мономолекулярным слоем адсорбированного газа. На сколько изменится давление в шаре, если его нагреть до температуры $t_2=300^{\circ}$ С? Считать, что при таком нагреве все адсорбированные молекулы газа переходят со стенок в шар, а каждая адсорбированная молекула занимала поверхность $s=10^{-19}$ м².
- II.2. Идеальный газ в исходном состоянии имел температуру Т₀. Затем давление газа уменьшили в n = 2 раза, увеличив его объем во столько же раз так, что объем изменялся в зависимости от давления по линейному закону. Найти максимальную температуру газа при этом процессе.
- II.3. В вертикальном цилиндре под массивным поршнем находится одноатомный идеальный газ. Сколько теплоты необходимо сообщить газу, чтобы он при расширении совершил работу ΔΑ? Теплообменом газа с окружающей средой пренебречь.
- II.4. Давление моля идеального одноатомного газа уменьшают с увеличением объема по линейному закону так, что в конечном состоянии его давление уменьшилось в п раз, а объем увеличился в k раз. Найти отношение суммарного количества переданного газу тепла к приращению его температуры при переводе газа из исходного состояния в конечное.
- II.5. Давление моля одноатомного идеального газа в объеме V₁ равно р₁. Из этого состояния газ изобарически переводят в состояние 2, увеличив объем в n = 2 раза. Затем объем газа увеличивают еще в k = 1,5 раза так, что его давление уменьшается по линейному закону с ростом объема и становится в kn раз меньше р₁. Найти изменение внутренней энергии газа при переходе из состояния 2 в состояние 3.

© Физический факультет МГУ

ЗАЛАЧИ

- II.6. Идеальный одноатомный газ, имевший температуру T_1 , изобарически переводят в состояние 2 с температурой $T_2 > T_1$, затем изохорически в состояние 3 с температурой $T_3 < T_2$, а после изобарического сжатия в такое состояние 4, из которого его переводят в исходное состояние изохорически. Найти КПД этого цикла.
- II.7. Холодильник, работающий по циклу Карно, поддерживает в камере температуру $T_{\rm k}=260~{\rm K}$, отводя из нее за цикл работы энергию $Q_{\rm k}=400~{\rm Дж}$. Температура радиатора холодильника равна $T_{\rm p}=300~{\rm K}$. Какую среднюю мощность потребляет холодильник, если длительность его цикла равна $\tau=1,5~{\rm c}$?
- II.8. В цилиндре под поршнем содержится воздух с относительной влажностью r=80% при температуре 100° С и нормальном атмосферном давлении. Каким будет давление в цилиндре, если объем воздуха изотермически уменьшить в n=2 раза?
- II.9. Найти относительную влажность воздуха, если при давлении р и температуре Т отношение его плотности к плотности сухого воздуха при том же давлении и температуре равно п, давление насыщенных паров воды при данной температуре равно р_н, молярная масса сухого воздуха равна µ, а воды µ_в.
- II.10. Два баллона, содержащие влажный воздух при температуре $T_{\rm H}$, соединены тонкой трубкой с закрытым краном. Объемы баллонов равны V_1 и V_2 , а относительные влажности воздуха в них r_1 и r_2 , соответственно. Какая относительная влажность воздуха установится в баллонах после открытия крана и нагрева баллонов до температуры $T_{\rm K}$, если давления насыщенных паров при температурах $T_{\rm H}$ и $T_{\rm K}$ равны $p_{\rm HH}$ и $p_{\rm HK}$?
- И.11. Два баллона соединены тонкой трубкой с закрытым краном. Объемы баллонов одинаковы и равны V = 1 л. В первом баллоне находится сухой воздух под давлением р = 750 мм рт.ст., а в другой после откачки помещена капелька воды массой m = 0,1 г. Какое давление установится в баллонах после откры-

тия крана, если температура баллонов постоянна и равна t=22°C, а давление насыщенных паров воды при этой температуре равно $p_{\rm H}=20$ мм рт.ст.?

II.12. Утром температура воздуха в комнате была равна Т₀ при относительной влажности г₀. Днем воздух нагрелся до температуры Т₁, а его относительная влажность стала равна г₁. На сколько изменилась плотность влажного воздуха в комнате, если его давление оставалось неизменным и равным р_а, давление насыщенных паров при утренней и дневной температурах равно р₀ и р₁, молярная масса воздуха равна µ, а воды - µ_в?

III. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

- Ш.1. Конденсаторы емкостью C_1 и C_2 соединили последовательно и подключили к источнику с ЭДС, равной \mathcal{E} . Затем конденсаторы отключили от источника и соединили их одноименно заряженные обкладки. Найти разность потенциалов, установившуюся на конденсаторах.
- III.2. Два конденсатора емкостью C_1 и C_2 подключают параллельно к источнику с ЭДС, равной ϵ . Затем их отключают от источника и соединяют между собой разноименно заряженными обкладками. Найти установившуюся разность потенциалов между обкладками конденсаторов.
- III.3. Между двумя параллельными проводящими пластинами, находящимися на расстоянии d друг от друга, параллельно им на расстоянии a от первой пластины помещена заземленная металлическая плоскость. Площади пластин одинаковы и равны ѕ, причем линейные размеры пластин много больше расстояния между ними. Найти заряд плоскости, если потенциалы первой и второй пластин относительно земли равны -ф и +ф.
- Ш.4. Конденсатор емкостью С, заряженный до разности потенциа-

© Физический факультет МГУ

ЗАЛАЧИ

лов U, подключают к источнику с ЭДС $\mathcal{E} > U$ через резистор с сопротивлением R. Сколько тепла выделится на резисторе при дозарядке конденсатора?

- III.5. Плоский конденсатор подключают к источнику, а затем, отключив от источника, его разряжают через резистор. Во сколько раз изменится выделяющаяся на резисторе энергия, если перед подключением к нему расстояние между обкладками заряженного конденсатора увеличить в n = 2 раза?
- III.6. Нагревательный элемент имеет две нихромовые спирали, отношение сопротивлений которых равно n. Минимальная разность температур между элементом и окружающей средой, устанавливающаяся при длительном включении в сеть и определенном соединении спиралей, равна ΔT_1 . На сколько может превышать установившаяся температура этого элемента температуру окружающей среды при другом соединении спиралей и включении в ту же сеть, если теплоотдача элемента пропорциональна разности температур элемента и среды?
- Ш.7. При подключении к батарее резистора на нем выделяется мощность $W_1=12~\mathrm{Br}$. При этом КПД системы, состоящей из резистора и батареи, оказался равным $\eta=0.5$. Найти КПД системы при подключении к батарее другого резистора, на котором выделяется мощность $W_2=9~\mathrm{Br}$.
- III.8. При замкнутом ключе К через первый амперметр A_1 идет ток $I_1=3$ A, а через второй $I_2=1$ A. Включенные в схему источники одинаковые. Внутреннее сопротивление источников и амперметров много меньше сопротивления резисторов. Какой ток I будет протекать через амперметр A_1 , если разомкнуть ключ К?

Ш.9. Найти напряжение зажигания неоновой лампочки, электроды которой представляют собой две параллельные пластинки, находящиеся на небольшом расстоянии d друг от друга. Энергия

- ионизации неона равна W, а давление таково, что длина свободного пробега электронов равна λ (<< d).
- III. 10. ЭДС генератора, индуктор которого изготовлен из постоянного магнита, пропорциональна угловой скорости ω вращения ротора $\mathcal{E} = \alpha \omega$, где α известная постоянная. Какой момент сил нужно приложить к ротору генератора при подключении к нему резистора с сопротивлением R, чтобы ротор вращался с постоянной угловой скоростью Ω , если сопротивлением якоря и трением можно пренебречь?
- Ш.11. Какую максимальную механическую мощность может развить электромотор при подключении его к сети постоянного тока с напряжением U, если омическое сопротивление между клеммами мотора равно R, а статор мотора изготовлен из постоянного магнита?
- Ш.12. К источнику с ЭДС & подключили последовательно соединенные конденсатор, катушку индуктивности и полупроводниковый диод, имеющий в проводящем направлении бесконечно малое, а в обратном направлении бесконечно большое сопротивление. Пренебрегая сопротивлением источника и проводов, найти установившееся напряжение на конденсаторе.

IV. ОПТИКА

- IV.1. Параллельный пучок света от лазера падает нормально на плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной D, а затем на экран, параллельный пластинке. Найти показатель преломления стекла, если при повороте пластинки на угол α вокруг оси, перпендикулярной оси пучка, светлое пятно на экране смещается на расстояние L.
- IV.2. Один торец стеклянной однородной палочки представляет собой плоскость, перпендикулярную ее оси, а другой часть сфе-

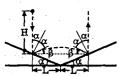
ЗАЛАЧИ

ры, центр которой лежит на этой оси. Тонкий параллельный пучок света, идущий вдоль оси палочки со стороны плоского торца, фокусируется на расстоянии a_1 от сферического торца, а со стороны сферического торца – на расстоянии a_2 от него внутри палочки. Определить показатель преломления стекла.

- IV.3. На боковую грань стеклянного куба, стоящего на столе, села муха. При каком показателе преломления стекла муха не видна через верхнюю грань куба?
- IV.4. На мыльную пленку нормально падает пучок белого света. Найти наименьшую толщину пленки, если от нее наиболее интенсивно отражается зеленый свет ($\lambda=0,55$ мкм), а показатель преломления пленки равен n=1,33.
- IV.5. На столе стоит стеклянный куб. Над верхней гранью куба, параллельно ей, на подставке лежит стеклянная пластинка. На пластинку нормально падает параллельный пучок света, который, пройдя через нее, попадает на грань куба. При изменении длины волны этого света от $\lambda_{\rm H}=0.3$ мкм до $\lambda_{\rm K}=1$ мкм дважды наблюдается интерференционное усиление света, отраженного от нижней поверхности пластинки и верхней грани куба. Первый раз это происходит при $\lambda_1=0.4$ мкм. Найти толщину зазора между пластинкой и кубом.
- IV.6. Щель шириной b =1 мм в плоском экране освещают двумя лазерами, дающими пучки света с длиной волны λ = 0,5 мкм. Плоскость экрана перпендикулярна оси первого пучка. За щелью находится собирающая линза, главная оптическая ось которой совпадает с направлением первого из освещающих пучков. Найти наименьший угол α между осями освещающих пучков, при котором центральный дифракционный максимум одного пучка совпадает с минимумом другого.

І. МЕХАНИКА

I.1. Для того, чтобы шарик мог подняться на ту же высоту, он



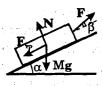
должен, очевидно, после второго удара двигаться строго вертикально. Поскольку к моменту первого удара скорость шарика равна $v=\sqrt{2gH}$, и после идеально упругого удара о закрепленную плоскость, согласно законам

сохранения импульса и энергии, шарик отскакивает с той же по величине скоростью под углом, равным углу падения, то вектор скорости шарика после первого удара будет направлен под углом $\beta = \pi/2 - 2\alpha$ к горизонту. Между первым и вторым ударом шарик пролетит по горизонтали расстояние 2L, причем, как следует из рисунка,

 $2L = (v^2 \sin 2\beta)/g = [v^2 \sin(\pi - 4\alpha)]/g = 2H \sin 4\alpha$.

Следовательно, $H = L/\sin 4\alpha$. Это решение верно при $\alpha < \pi/4$.

1.2. Обозначим действующую на ящик со стороны веревки силу F.



Поскольку ящик должен двигаться равномерно, то сумма всех действующих на ящик сил: силы **F**, силы тяжести **Mg** и силы реакции опоры, которую, как обычно, разложим на две составляющие (силу нормальной реакции **N** и

силу трения \mathbf{F}_{Tp}), должна быть равна нулю. Отсюда следует, что $N=\mathrm{Mg}\cos\alpha-\mathrm{F}\sin\beta$, и учитывая, что сила сухого трения скольжения равна максимальной силе сухого трения покоя $\mathbf{F}_{\mathrm{Tp}}=\mu N$, получим:

$$Mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = F(\mu \sin \beta + \cos \beta), \tag{1}$$

где β - угол между наклонной плоскостью и направлением силы **F**. Если ввести вспомогательный угол γ , определяемый соотношением: ctg $\gamma = \mu$, то из уравнения (1) следует:

$$F = Mg \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\mu \sin \beta + \cos \beta} = Mg \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\sqrt{1 + \mu^2 \sin(\beta + \gamma)}}.$$
 (2)

© Физический факультет МГУ

РЕШЕНИЯ

Поскольку минимальной величина F, согласно уравнению (2), будет при $\sin(\beta + \gamma) = 1$, то искомый угол $\beta = \operatorname{arctg} \mu$.

1.3. Качение обруча без проскальзывания можно представить, как поступательное движение со скоростью v и вращение вокруг собственной оси с угловой скоростью ω. Поэтому скорость i-ой точки обруча, обусловленная его вращением, равна v_{івр} = ωr, где r - радиус обруча, и направлена по касательной к обручу в рассматриваемой точке. Для точки касания обруча с плоскостью скорости поступательного движения и вращения направлены в противоположные стороны, а полная скорость равна нулю, поскольку обруч катится без проскальзывания. Отсюда следует, что ω = v/r. Кинетическая энергия обруча равна сумме кинетических энергий всех его точек, т. е.

$$W_{\kappa} = \sum_{i} m_{i} (\mathbf{v} + \mathbf{v_{isp}})^{2} / 2 = \sum_{i} m_{i} (\mathbf{v}^{2} + 2\mathbf{v}\mathbf{v_{isp}} + \mathbf{v_{isp}^{2}}) / 2.$$

Поскольку в силу однородности обруча массы его диаметрально противоположных точек равны, а их скорости, обусловленные вращением обруча, направлены в противоположные стороны и равны по модулю, то $\sum_{i} m_i \mathbf{v} \mathbf{v}_{isp} = 0$. Поскольку $\mathbf{v}_{isp}^2 = \mathbf{v}^2$,

то $W_{\kappa} = \sum_{i} m_{i} v^{2} = M v^{2}$, где M - масса всего обруча. Из закона

сохранения механической энергии следует, что приращение потенциальной энергии обруча при подъеме на высоту h равно убыли его кинетической энергии, т.е. $Mgh = W_{\kappa}$. Отсюда находим, что искомая высота $h = v^2/g$.

I.4. Поскольку лыжник скатывается по склону равномерно, то сумма всех действующих на него сил: силы тяжести Mg, силы сопротивления со стороны воздуха F и силы реакции R со стороны снега - должна быть равна нулю. Отсюда следует, что нормальная составляющая силы реакции N = Mg sin α. Полагая, как обычно, что составляющая силы реакции, направлен-

ная параллельно склону, - сила сухого трения скольжения - равна максимальному значению силы сухого трения покоя μN , получим: $Mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = kv_{max}^2$, где v_{max} - искомая скорость движения лыжника. Из последнего соотношения находим $v_{max} = \sqrt{Mg}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)/k$.

- 1.5. На ящик, скользящий вниз по наклонной плоскости, действуют сила тяжести Mg, постоянная сила со стороны рабочего F, направленная вверх параллельно наклонной плоскости, и сила реакции R со стороны наклонной плоскости. Разлагая силу реакции на две составляющие: нормальную R_n (направленную по нормали к поверхности наклонной плоскости) и тангенциальную R_t , которая параллельна наклонной плоскости и направлена в сторону, противоположную направлению движения ящика, на основании второго закона Ньютона из условия, что ящик не имеет ускорения в направлении нормали к плоскости, получим $R_n = Mg \sin \alpha$. Полагая, что R_t сила сухого трения скольжения равна максимальному значению силы сухого трения покоя, т.е. $R_t = \mu R_n$, на основании закона изменения импульса находим: $Mv = \{F Mg(\sin \alpha \mu \cos \alpha)\}t$. Отсюда искомая сила $F = M[v/t + g(\sin \alpha \mu \cos \alpha)]$.
- 1.6. На движущуюся вдоль наклонной плоскости шайбу действуют сила тяжести mg (m масса шайбы, g ускорение свободного падения) и сила реакции со стороны наклонной плоскости. Влиянием воздуха, поскольку противное не оговорено в условии, как обычно, будем пренебрегать. Нормальная составляющая силы реакции направлена перпендикулярно траектории движения шайбы, а потому ее работа равна нулю. Работа же тангенциальной составляющей этой силы (силы сухого трения) µmg соз α при подъеме шайбы на высоту h равна µmgh ctg α. Считая лабораторную систему отсчета инерциальной изменением кинетической энергии Земли при движении шайбы

пренебрегаем, - согласно закону изменения механической энергии можно утверждать, что

$$mv_0^2/2 = mgH + \mu mgH ctg \alpha.$$
 (1)

Здесь H - максимальная высота, на которую поднялась шайба. Поскольку по условию задачи $\mu < tg\,\alpha$, шайба после остановки начнет скользить вниз. В момент прохождения шайбой первоначального положения в соответствии с законом изменения механической энергии и с учетом ранее сделанных замечаний должно выполняться соотношение:

$$mv^2/2 = mgH - \mu mgH ctg \alpha.$$
 (2)

При составлении этого выражения учтено, что направление силы сухого трения при скольжении шайбы вниз изменилось на противоположное. Складывая уравнения (1) и (2), а затем вычитая их друг из друга и почленно деля полученные результаты, получим: $(v_0^2-v^2)/(v_0^2+v^2)=\mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha$. Отсюда модуль искомой скорости $v=v_0\sqrt{(\mathrm{tg}\,\alpha-\mu)/(\mathrm{tg}\,\alpha+\mu)}$.

- 1.7. Двигатели ракеты совершают работу над выбрасываемыми газами, увеличивая их кинетическую энергию. Поэтому, считая, что в расчете на единицу времени из двигателей выбрасывается масса газа, равная μ , и все частицы газа имеют одинаковые скорости \mathbf{v} , мощность двигателей ракеты $\mathbf{N} = \mu \mathbf{v}^2/2$. Учитывая, что сила тяги двигателей (реактивная сила) $\mathbf{F} = -\mu \mathbf{v}$, и условие зависания ракеты имеет вид $\mathbf{mg} + \mathbf{F} = \mathbf{0}$, получим $\mathbf{N} = \mathbf{mgv}/2$. Отсюда искомая скорость $\mathbf{v} = 2\mathbf{Ng}/\mathbf{g}^2$.
- І.8. При решении задачи не будем учитывать действия воздуха на движение тел и рассмотрим три характерных промежутка времени.

Первый из этих промежутков начинается в момент отпускания шарика и заканчивается в момент касания шариком кубика. Пренебрегая массой нити и считая лабораторную систему отсчета инерциальной, на основании закона сохранения меха-

© Физический факультет МГУ

нической энергии можно утверждать, что к моменту окончания рассматриваемого промежутка времени скорость шарика будет направлена горизонтально и равна $v = \sqrt{2gL(1-\cos\alpha)}$.

в Во время второго промежутка времени происходит упругое соударение шарика с кубиком. Поскольку противное не оговорено в условии задачи, будем, как обычно, считать, что длительность этого промежутка и деформации соударяющихся тел 🚋 столь малы, что можно пренебречь смещениями шарика и кубика во время соударения. При этих условиях работу сил тяжести, действующих на кубик и шарик, за рассматриваемый промежуток времени следует считать равной нулю и, кроме пого, следует пренебречь импульсом силы трения, действую-- щей на кубик со стороны плоскости. Учитывая сказанное, равенство масс кубика и шарика и то, что по условию задачи удар является абсолютно упругим, а кубик после соударения может двигаться лишь поступательно, на основании законов сохранения импульса и механической энергии можно утверждать, что после соударения шарик будет висеть неподвижно 🚟 на натянутой вертикально нити, а кубик будет двигаться со скоростью, которую имел шарик непосредственно перед соударением.

В течение заключительного промежутка времени кубик движется замедляясь с ускорением а= μ g, обусловленным действием силы сухого трения со стороны плоскости. Поэтому искомое перемещение кубика равно $\Delta x = v^2/2a = L(1 - \cos \alpha)/\mu$.

 І.9. Для решения задачи рассмотрим три характерных временных промежутка.

Первый промежуток начинается с момента отпускания бруска и заканчивается в момент касания бруском кубика. Поскольку брусок отпускают без начальной скорости и он движется по горизонтальной плоскости без трения, то на основании закона сохранения механической энергии непосредственно перед ударом скорость бруска должна быть равна $V = \sqrt{k/M}\Delta x$.

В течение второго промежутка происходит соударение бруска и кубика. При этом сила трения, действующая на кубик, изменяется от нуля до µmg, где m - масса кубика. Полагая, как обычно, что время соударения бруска и кубика достаточно мало, можно во время удара пренебречь импульсом силы трения, действующей на кубик со стороны плоскости, по сравнению с импульсом силы, действующей на кубик со стороны бруска. Поскольку по условию задачи пружина в момент удара не деформирована, можно считать, что пружина не действует на брусок во время соударения. Отсюда следует, что систему, состоящую из бруска и кубика, во время соударения можно считать замкнутой. Тогда, согласно закону сохранения импульса, должно выполняться соотношение:

$$MV = MU + mu, (1)$$

где U и и - скорости бруска и кубика непосредственно после соударения. Поскольку работа сил тяжести и нормальной составляющей сил реакции плоскости, действующих на кубик и брусок, равна нулю (эти силы перпендикулярны возможным перемещениям указанных тел), удар бруска о кубик является идеально упругим и в силу малой длительности соударения смещением кубика и бруска (а следовательно, и работой сил трения и деформации пружины) можно пренебречь, механическая энергия рассматриваемой системы должна оставаться неизменной, т.е. должно иметь место равенство:

$$MV^2/2 = MU^2/2 + mu^2/2.$$
 (2)

Определив из (1) скорость бруска U и подставив ее в (2), получим $2MVu=(m+M)u^2$, или, учитывая, что по условию задачи m << M, $2Vu=u^2$. Отсюда с учетом возможного направления движения следует, что кубик после соударения приобретает скорость $u=2V=2\sqrt{k/M}\Delta x$, а скорость бруска остается неизменной и равной V.

В течение последнего промежутка времени на кубик в горизонтальном направлении вплоть до его остановки действует сила трения скольжения μ mg, и следовательно, кубик движется равнозамедленно с ускорением μ g. На брусок же после соударения в горизонтальном направлении действует только сила упругости пружины, т.к. по условию брусок является гладким. Следовательно, скорость бруска изменяется по гармоническому закону, и пока кубик движется, он опережает брусок. Из сказанного следует, что брусок от положения равновесия может сместиться на расстояние Δx . Если коэффициент трения μ достаточно мал, то повторного соударения бруска с кубиком не произойдет, а потому искомое смещение кубика равно $L = u^2/2\mu g = 2k(\Delta x)^2/\mu Mg$. Сопоставляя это расстояние с Δx , получим, что приведенный ответ верен при $\mu \le 2k\Delta x/Mg$.

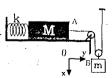
I.10. После отпускания смещенный кубик вплоть до момента касания второго кубика движется ускоренно под действием силы упругости пружины. Из условия задачи следует, что движение кубика является поступательным. Учитывая, что масса Земли на много порядков превышает массу кубика, и принимая лабораторную систему отсчета за инерциальную, на основании закона сохранения механической энергии можно утверждать, что к моменту касания этим кубиком другого его скорость должна стать равной $v = \sqrt{k/m} \Delta x$, где k - жесткость пружины, а m масса кубика. Полагая, как обычно, что время соударения кубиков и их деформации столь малы, что можно пренебречь деформациями пружин, соударяющиеся кубики следует рассматривать как замкнутую систему (сумма всех внешних сил, действующих на эти тела, равна нулю). Поэтому на основании закона сохранения импульса можно утверждать, что скорость кубиков непосредственно после абсолютно неупругого удара должна стать равной v/2. В последующие моменты времени кубики движутся как единое целое, совершая незатухающие

колебания. Амплитуда этих колебаний, равная, очевидно, искомому смещению Δx_m второго кубика, в соответствии с законом сохранения механической энергии должна удовлетворять соотношению $m(v/2)^2 = k(\Delta x_m)^2$. С учетом ранее полученного результата отсюда следует, что искомое смещение $\Delta x_m = \Delta x/2$.

- I.11. Поскольку μ < tg α, после отпускания куб начнет двигаться вниз по наклонной плоскости с некоторым ускорением. При смещении куба от исходного положения вдоль наклонной плоскости, равном x, на куб будут действовать сила тяжести F_{τ} = = mg, сила упругой деформации пружины $\mathbf{F}_{n}(\mathbf{x}) = -\mathbf{k}\mathbf{x}$ и сила реакции наклонной плоскости **R**. Нормальная составляющая последней $R_n = mg \cos \alpha$, а тангенциальная - сила трения скольжения $R_r = \mu mg \cos \alpha$ - направлена вверх по наклонной плоскости, пока куб движется вниз. Скорость куба будет максимальной при смещении куба вдоль наклонной плоскости на расстояние х_m, когда его ускорение обратится в нуль, т.е. при условии $\mathbf{F}_{r} + \mathbf{F}_{r}(\mathbf{x}_{m}) + \mathbf{R} = 0$. Отсюда следует, что к интересующему нас моменту времени куб сместится вниз по наклонной плоскости на расстояние $x_m = mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)/k$. К этому моменту сила тяжести совершит над кубом работу Ат = $= mgx_m \sin \alpha$, а куб, в свою очередь, совершит работу против силы трения $A_{TD} = \mu mgx_m \cos \alpha$ и против силы упругой деформации пружины $A_{II} = kx_{II}^2/2$. Поэтому кинетическая энергия куба в этот момент времени станет равной $W_{\kappa m} = m v_m^2/2 =$ = A_т - A_{тр} - A_п. Отсюда искомая скорость равна $v_m = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \sqrt{m/k}$.
- 1.12. Поскольку после пережигания нити шары не могут двигаться в вертикальном направлении, сумма сил тяжести и нормальных составляющих сил реакции со стороны горизонтальной плоскости должна быть равна нулю. Учитывая, что нет сил трения (по условию задачи плоскость является гладкой) и пре-

небрегая, как обычно, действием воздуха, можно считать, что система, состоящая из шаров и пружины, является замкнутой. Поэтому к этой системе применим закон сохранения импульса, и следовательно, учитывая, что пружина является легкой, должно выполняться соотношение: mv + MV = 0, где v и V скорости движения центров шаров. Отсюда V = -mv/M. По условию запачи после перажигания нити шары могут двигаться лишь поступательно, работа внешних сил равна нулю (силы тяжести и нормальные составляющие сил реакции плоскости перпендикулярны возможным перемещениям шаров, а силы сопротивления движению шаров отсутствуют). Следовательно, механическая энергия системы - сумма кинетических энергий шаров и пружины и потенциальной энергии упруго деформированной пружины - должна оставаться постоянной. Учитывая, что в момент пережигания нити механическая энергия системы равна потенциальной энергии пружины $k(\Delta x)^2/2$, кинетической энергией пружины из-за малости ее массы, как обычно, можно пренебречь, и модули скоростей шаров достигают максимума одновременно в тот момент, когда пружина оказывается недеформированной, получим, что $k(\Delta x)^2/2 = mv_m^2/2 + MV_m^2/2$, где v_m и V_m - максимальные скорости шаров. Поскольку в любой момент времени, как было показано ранее, V = -mv/M, то искомая скорость шара массы m равна $v_m = \sqrt{kM/m(M+m)}\Delta x$.

І.13. Выберем систему координат ХОУ так, как показано на рисунке, где изображено расположение тел в момент отпускания



кубика. Поскольку нить нерастяжима, отрезки нитей, не лежащие на блоках, либо вертикальны, либо горизонтальны, а блоки представляют из себя цилиндры, которые могут вращаться вокруг своих осей, то можно считать,

что после начала движения y = 2x, где y - координата точки А бруска, а x - координата точки Б кубика. Отсюда следует,

что скорости указанных точек связаны соотношением $v_y=2v_x$. Учитывая, что при прохождении положения статического равновесия скорости тел максимальны и согласно закону сохранения энергии должны удовлетворять уравнению $ky_p^2/2+Mv_{ym}^2/2+mv_{xm}^2/2=mgx_p$, где координата y_p точки A равна mg/2k, а g - ускорение свободного падения, найдем искомую скорость: $v_{ym}=mg/\sqrt{k(4M+m)}$.

- I.14. Изменение импульсов спутников при движении по круговым орбитам вызвано изменением направления их векторов скорости при неизменной величине последних. Поскольку задано изменение импульсов спутников за одинаковые доли периодов обращения и массы спутников равны, то отношение изменений импульсов равно отношению модулей их скоростей, т.е. $v_1/v_2 = n$. Считая, что центростремительное ускорение спутников обусловлено действием только гравитационной силы притяжения со стороны планеты, вокруг которой они движутся, на основании второго закона Ньютона и закона всемирного тяготения получим: $mv^2/R = GmM/R^2$, где m и R масса и радиус орбиты спутника, G гравитационная постоянная, а M масса планеты. Из этого выражения следует, что $v_1^2R_1 = GM = v_2^2R_2$. С учетом ранее найденного отношения скоростей отсюда получим, что искомое отношение $R_1/R_2 = v_2^2/v_1^2 = n^{-2}$.
- I.15. Полагая, как обычно, поскольку иное не оговорено в условии задачи, что точка закрепления пружины неподвижна относительно инерциальной системы отсчета, и на шарик действуют только Земля и пружина, на основании второго закона Ньютона можно утверждать, что $F_{\rm H} \sin \alpha = {\rm mv}^2/{\rm r}$, где $F_{\rm H}$ сила натяжения пружины, ${\rm v}$ скорость движения шарика, а ${\rm r}$ радиус окружности, по которой движется шарик. Поскольку движение шарика в вертикальном направлении отсутствует и лабораторная система считается инерциальной, то должно быть

справедливым соотношение: $F_{\rm H}\cos\alpha=mg$, где g - ускорение свободного падения. Согласно закону Гука удлинение пружины ΔL и сила натяжения должны подчиняться уравнению: $\Delta L = F_{\rm H}/k$, причем $(L + \Delta L)\sin\alpha = r$. Из полученных соотношений следует, что искомое время одного оборота шарика $T = 2\pi r/v = 2\pi \sqrt{m/k} + (L\cos\alpha)/g$.

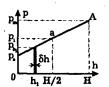
1.16. Поскольку шарик подтягивают к оси медленно, а трубка вра-

щается с постоянной угловой скоростью, можно считать, что относительно инерциальной системы отсчета шарик имеет только центростремительное ускорение, которое создает результирующая всех действующих на шарик сил: силы тяжести mg, силы натяжения нити T и силы

реакции трубки. Последняя имеет только нормальную составляющую N, лежащую в вертикальной плоскости, проходящей через ось вращения, т. к. трубка является гладкой и шарик движется с малой скоростью вдоль оси трубки. Поскольку в данном случае шарик имеет только центростремительное ускорение и движется по окружности радиуса L cos α с угловой скоростью ф, уравнение движения шарика (в проекциях на вертикальную и горизонтальную оси) должно иметь вид:

 $0=T\sin\alpha-N\cos\alpha-mg$, $m\omega^2L\cos\alpha=T\cos\alpha+N\sin\alpha$. Исключая из этих уравнений N, получим, что искомая сила натяжения нити $T=m(g\sin\alpha+\omega^2L\cos^2\alpha)$.

І.17. Давление в покоящейся относительно инерциальной системы



отсчета жидкости на глубине h от ее поверхности определяется давлением на открытую поверхность, которое равно атмосферному давлению p_a , и гидростатическим давлением столба жидкости ρgh , где g – ускорение свободного

падения. Поэтому распределение давления в заполненном колодце глубиной Н будет иметь вид, показанный на рисунке.

Учитывая, что сила давления на полоску боковой стенки шириной b, расположенную на глубине h_1 и столь малой высоты δh , что можно пренебречь изменением давления в ее пределах, равна $F_{h1}=(p_a+\rho g h_1)b\delta h$, т.е. пропорциональна площади выделенного на рисунке прямоугольника, можно утверждать, что сила давления на всю боковую стенку пропорциональна площади трапеции $0HAp_a$, а на нижнюю половину этой стенки — (H/2)HAa. Поскольку $p_m=np_a,\ p_1=(n+1)p_a/2$, используя формулу для расчета площади трапеции, получим:

$$F_{\pi} = \frac{n+1}{2} \text{ Hbp}_a$$
, $F_1 = \frac{n+(n+1)/2}{2} \frac{H}{2} \text{ bp}_a$,

где F_n и F_1 - силы давления на всю и нижнюю половину стенки. Отсюда искомое отношение $F_1/F_n=(3n+1)/[4(n+1)]=5/8$.

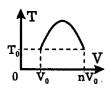
I.18. Давление на дно цистерны под серединой ее горловины равно сумме атмосферного давления р, на открытую поверхность нефти и гидростатического давления столба нефти высотой h. Считая нефть несжимаемой и обозначив р плотность нефти, последнее будет равно pgh, где g - ускорение свободного падения. При смещении в направлении ускорения цистерны давление должно изменяться. Действительно, если выделить прямой цилиндрический объем нефти длиной Δx , ось которого перпендикулярна ускорению свободного падения g и совпадает с направлением ускорения цистерны а достаточно малого радиуса г, то в соответствии со вторым законом Ньютона должно выполняться соотношение: $\Delta \mathbf{F} = \pi r^2 \rho \mathbf{a} \Delta \mathbf{x}$, где $\Delta \mathbf{F}$ - перепад сил давления, действующих на торцы этого объема. Поскольку по условию нефть из горловины не выливается, то давления над первым и вторым кранами должны быть равны, соответственно, $p_1 = p_a + \rho(gh - aL)$ и $p_2 = p_a + \rho(gh + aL)$, если, как обычно, считать, что р. - ра превышает давление насыщенных паров нефти. Отсюда следует, что искомое отношение масс вытекающей через краны нефти $m_1/m_2 = (gh - aL)/(gh + aL)$.

© Физический факультет МГУ

<u>II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕПЛОТА</u>

- II.1. Поскольку при начальной температуре адсорбированные молекулы газа полностью покрывают внутреннюю поверхность шара $S = 4\pi r^2$ мономолекулярным слоем, причем одна молекула занимает площадь s, число адсорбированных молекул равно $N_1 = S/s$. Кроме этих молекул внутри шара, если, как обычно, газ считать идеальным, согласно уравнению Клапейрона-Менделеева должно находиться еще $N_2 = 4\pi r^3 p_1 N_2 / 3RT_1$ молекул, где $N_a \approx 6.02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹- число Авогадро, $R \approx 8.31$ Дж/моль · К - газовая постоянная, а $T_1 \approx 273 + t_1$ - температура газа по шкале Кельвина. При нагревании шара до абсолютной температуры $T_2 \approx 273 + t_2$ по условию задачи на внутренних стенках не остается молекул газа и, следовательно, давление внутри шара должно стать равным $p_2 = 3(N_1 + N_2)RT_2/4\pi r^3N_a$. Отсюда следует, что при нагревании до заданной температуры давление внутри шара должно увеличиться на = $p_1(T_2/T_1 - 1) + 3RT_2/rsN_a \approx 15.4 \Pi a$.
- II.2. Давление р идеального газа, занимаемый им объем V и его абсолютная температура Т согласно уравнению Клапейрона-Менделеева должны удовлетворять соотношению: pV = BT, где величина В равна произведению газовой постоянной на число молей газа. Поскольку при рассматриваемом процессе число молей газа следует считать неизменным, то и величина В должна оставаться постоянной. Если давление газа и занимаемый им объем в исходном состоянии обозначить p₀ и V₀, соответственно, то по условию задачи зависимость давления газа от занимаемого им объема можно представить в виде: p = p₀ a(V V₀), где а положительная постоянная величина, опре-

деляющая скорость изменения давления газа при изменении занимаемого газом объема. Отсюда следует, что температура газа T является квадратичной функцией занимаемого им объема: $BT = (p_0 + aV_0)V - aV^2$. График этой зависимости показан на рисунке. При построении графика было учтено, что температура газа в исходном и конечном состояниях одинакова, т.к. произведения давления газа на занимаемый им объем по условию в этих состояниях равны. Из полученной выше зависимости температуры газа от занимаемого им объема и приведенного графика следует, что при температурах, меньших максимальной $T_{\rm m}$, газ может занимать два разных объема:



 $V_{1,2} = [p_0 + aV_0 \pm \sqrt{(p_0 + aV_0)^2 - 4aBT}]/2a$, величины которых стремятся друг к другу по мере приближения температуры газа к максимальной. Следовательно, искомая температура равна $T_m = (p_0 + aV_0)^2/4aB$. Учитывая, что в

конечном состоянии давление газа в n раз меньше, а его объем во столько же раз больше, чем в исходном состоянии, получим $a=p_0/nV_0$. Подставляя это значение в предыдущее выражение и учитывая, что $B=p_0V_0/T_0$, найдем $T_m=(n+1)^2T_0/4n=9T_0/8$.

II.3. Считая, что нагревание газа в цилиндре происходит достаточно медленно, можно утверждать, что давление р газа в цилиндре остается неизменным. Поэтому работу газа можно найти из соотношения: $\Delta A = p\Delta V$, где ΔV – изменение объема газа. При изобарическом изменении объема v молей газа согласно уравнению Клапейрона-Менделеева его температура должна измениться на величину $\Delta T = p\Delta V/vR$, где R – газовая постоянная. Учитывая, что при изобарическом процессе молярная теплоемкость идеального одноатомного газа равна 2.5R, получим, что искомое количество теплоты равно $\Delta Q = 2.5vR\Delta T = 2.5\Delta A$.

II.4. Абсолютная температура T моля идеального газа, заполняющего объем V под давлением p, согласно уравнению Клапейрона-Менделеева равна T = pV/R, где R - газовая постоянная. Поэтому разность температур газа в конечном и начальном состояниях должна быть равна $\Delta T = p_H V_H (k/n-1)/R$, где p_H и V_H - давление и объем газа в исходном состоянии. Поскольку внутренняя энергия моля идеального одноатомного газа равна W = 1,5RT, то ее изменение при рассматриваемом процессе равно $\Delta W = 1,5R\Delta T$. Количество теплоты ΔQ , переданное газу при изменении его состояния, согласно первому закону термодинамики превышает изменение его внутренней энергии на величину совершенной газом работы, которую можно найти с по-



мощью pV-диаграммы данного процесса, показанной на рисунке. Действительно, силы, действующие на стенки сосуда со стороны газа при квазиравновесном изменении его состояния, направлены перпендикулярно стенкам. Поэтому работа газа

при изменении его объема на величину ΔV при постоянном давлении р равна $\Delta A = p\Delta V$. На основании этого можно утверждать, что работа газа при квазиравновесном изменении давления определяется площадью pV-диаграммы, ограниченной графиком p(V), перпендикулярами, восставленными к оси V в точках, соответствующих начальному и конечному объему газа, и осью V. Используя формулу для вычисления площади трапеции, получим $A = p_H V_H (k-1)(n+1)/2n$. Таким образом, искомое отношение $\Delta Q/\Delta T = [(k-1)(n+1)/2(k-n)+1,5]R$. Отметим, что искомое отношение можно рассматривать как среднюю молярную теплоемкость газа. Если температуры газа в начальном и конечном состояниях одинаковы (что будет иметь место при n=k), то, как следует из полученного выражения, средняя теплоемкость получается равной бесконечности, как и

теплоемкость любого тела при изотермическом нагревании.

II.5. Поскольку произведение занимаемого газом объема на его давление в состоянии 1 по условию задачи равно соответствующему произведению в состоянии 3 и количество газа - 1 моль - остается неизменным, то температуры газа в этих состояниях согласно уравнению Клапейрона-Менделеева должны быть равны: $T_1 = T_3 = p_1 V_1/R$. Учитывая, что в состояние 2 газ переводят из состояния 1 изобарически и объем газа в состоянии 2 в п раз больше, чем в состоянии 1, температура газа во втором состоянии $T_2 = nT_1$. Внутренняя энергия моля одноатомного идеального газа, как известно, равна W = 1,5RT, где R - газовая постоянная. Поэтому искомое изменение внутренней энергии газа при переводе его из состояния 2 в состояние 3 равно

$$\Delta W = 1.5R(T_3 - T_2) = 1.5R(1 - n)p_1V_1/R = -1.5p_1V_1.$$

И.6. КПД тепловой машины по определению равен: $\eta = A/Q_{\pi}$, где A - работа, совершенная за один цикл, а Q_{π} - количество теплоты, полученное при этом рабочим веществом от нагревателя.



С учетом обозначений на рисунке, где приведена pV-диаграмма заданного цикла, работа газа за один цикл $A = (p_1 - p_3)(V_2 - V_1)$. Учитывая, что согласно уравнению Клапейрона-Менделеева произведение давления p газа на занимаемый им объем

V равно газовой постоянной R, умноженной на число молей газа ν и его абсолютную температуру T, искомая работа может быть найдена по формуле: $A = \nu R(T_2 - T_1 - T_3 + T_4)$. При переходе из точки 1 в точку 2 газ совершает положительную работу. Одновременно с этим возрастает и внутренняя энергия газа, т.к. увеличивается его температура ($T_2 > T_1$). Следователь

но, на участке 1-2 газ должен получать тепло от нагревателя. Учитывая, что молярная теплоемкость идеального одноатомного газа при изобарическом нагревании равна 2,5R, полученное количество теплоты равно $Q_{12} = 2.5 vR(T_2 - T_1)$. На участке 2-3 температура газа по условию задачи уменьшается, а его объем остается постоянным. Поэтому на этом участке газ отдает тепло холодильнику. На следующем участке газ также должен отдавать тепло. Наконец, на участке 4-1 при неизменном объеме давление газа увеличивается и, следовательно, увеличивается его температура. Поскольку молярная теплоемкость одноатомного газа при изохорическом процессе равна 1,5R, на этом участке газ получает от нагревателя количество теплоты $Q_{41} = 1,5 vR(T_1 - T_4)$. Таким образом, полученное газом за один цикл количество теплоты $Q_{_{\rm H}} = Q_{12} + Q_{41}$. Объемы газа в точках 1 и 4 и, соответственно, 2 и 3 по условию задачи равны, а следующие соотношения: должны выполняться $p_1/p_3 = T_1/T_4 = T_2/T_3$. Из этих соотношений следует, что неизвестная температура газа $T_4 = T_1 T_3 / T_2$. Подставляя это значение в ранее полученные выражения, находим, что искомый КПД равен $\eta = \frac{T_2(T_2 - T_1 - T_3) + T_1T_3}{T_2(25T_2 - T_1) - 1.5T_1T_2}$

II.7. Если работу, совершенную тепловой машиной за один цикл, обозначить A, Q_H - количество теплоты, полученное от нагревателя, и Q_X - переданное машиной холодильнику так же за цикл, то на основании закона сохранения энергии можно утверждать, что $A = Q_H - Q_X$, а КПД машины можно определить из соотношения: $\eta = A/(A + Q_X)$. С другой стороны, согласно второму закону термодинамики (в формулировке Карно) КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно, определяется только абсолютными температурами нагревателя T_H и холо-

дильника T_x и равно $\eta = (T_H - T_x)/T_H$. Поскольку цикл Карно является обратимым, то те же соотношения должны быть справедливы и для колодильника, работающего по указанному циклу. Обозначив искомую мощность N и учитывая, что $A = N\tau$, $T_B = T_p$, $T_x = T_k$ и $Q_x = Q_k$, после алгебраических преобразований получим: $N = (T_p/T_k - 1)Q_k/\tau \approx 41$ Вт.

II.8. Давление в цилиндре ра складывается из парциального давления паров р_п и парциального давления сухого воздуха р_в. Как это обычно и подразумевается, будем считать, что речь идет о влажности по парам воды. Вспоминая, что давление насышенных паров воды при температуре 100°C равно нормальному атмосферному давлению ра, в соответствии с определением относительной влажности, используемым в метеорологии, получим р, = гр. Отсюда, в соответствии со сказанным выше, найдем $p_{\rm B} = (1 - r)p_{\rm a}$. Поскольку объем влажного воздуха уменьшают в n раз изотермически, а сухой воздух можно считать подчиняющимся уравнению состояния идеального газа, его парциальное давление увеличится в n раз. При заданном уменьшении объема давление паров воды, если бы и к ним был применим закон Войля-Мариотта, должно было бы стать равным nrp_a = 1,6p_a, т.е. превысить давление насыщенных паров. Поэтому следует считать, что часть паров сконденсируется, а влажность воздуха в цилиндре будет равна 100 %. Учитывая, что плотность воды при 100°C примерно в 1700 раз больше плотности насыщенного пара, объемом образовавшейся воды следует пренебречь, а потому искомое давление будет равно $p = n(1 - r)p_* + p_* =$ = 1,4p_a ≈ 0,14 M Π a.

II.9. Плотность сухого воздуха, имеющего температуру Т и находящегося под давлением р, согласно уравнению КлапейронаМенделеева, должна быть равна $\rho = p\mu/RT$, где R - газовая постоянная. Поскольку давление влажного воздуха p равно сумме парциальных давлений входящего в него сухого воздуха p_c и паров воды p_B , а давление последних (в соответствии с определением относительной влажности, используемом в метеорологии) равно rp_H , плотность сухого воздуха в данном влажном может быть найдена из соотношения: $\rho_c = (p-rp_H)\mu/RT$. Плотность же входящих в состав влажного воздуха ненасыщенных паров воды, считая, что и к ним применимо уравнение состояния идеального газа, должна быть равна $\rho_B = rp_H\mu_B/RT$. Учитывая, что плотность смеси равна сумме плотностей входящих в ее состав компонент, согласно условию задачи $np = \rho_C + \rho_B$. Подставляя сюда написанные ранее соотношения, получим, что искомая относительная влажность $r = (1-n)p\mu/[(\mu-\mu_B)p_B]$.

II.10. Поскольку находящиеся в баллонах пары не являются насыщенными, число молей паров, содержащихся в баллонах, найдем, воспользовавшись уравнением Клапейрона-Менделеева и определением относительной влажности, применяемым в метеорологии: $v = v_1 + v_2 = (r_1V_1 + r_2V_2)p_{\rm HH}/RT_{\rm H}$, где R - газовая постоянная. Считая, что после открытия крана объем, занятый влажным воздухом, не изменяется, и учитывая, что при нагревании давление насыщенных паров увеличивается, и, следовательно, пары не могут конденсироваться, получим, что искомая относительная влажность равна:

$$r = \frac{p_{\text{HH}} T_{\kappa} (r_1 V_1 + r_2 V_2)}{p_{\text{HH}} T_{\pi} (V_1 + V_2)}.$$

II.11. После открытия крана воздух из первого баллона начнет перетекать во второй. При этом находящаяся во втором баллоне капля будет испаряться до тех пор, пока либо пары в баллонах

не станут насыщенными, либо она полностью не испарится. Для того, чтобы определить, какая из этих двух возможностей реализуется, с помощью уравнения Клапейрона-Менделеева найдем массу паров воды в баллонах при условии, что пары являются насыщенными: $m_{\rm H}=2{\rm Vp_H}\mu/{\rm RT}$. Поскольку газовая постоянная $R=8,31~{\rm Дж/(моль\cdot K)}$, молярная масса воды $\mu=18~{\rm r/moль}$ и $T\approx t+273$, то $m_{\rm H}\approx 0,02~{\rm r}$. Таким образом, находившаяся во втором баллоне вода может испарится при заданных условиях лишь частично. Учитывая это и пренебрегая объемом оставшейся сконденсированной воды, получим, что установившееся давление в баллонах должно быть равно $p_{\rm K}=p/2+p_{\rm H}=395~{\rm km}$ рт.ст. $\approx 53~{\rm k}\Pi$ a.

II.12. Будем считать, как обычно, что к ненасыщенным парам и воздуху применимо уравнение Клапейрона-Менделеева. Тогда масса паров воды, находившихся в комнате утром, должна быть равна $m_{\rm B0} = r_0 p_0 \mu_{\rm B} V/RT_0$, где R - газовая постоянная, а V - объем комнаты. Поскольку давление влажного воздуха $p_{\rm a}$ равно сумме давлений паров воды и сухого воздуха, его масса утром должна быть равна $m_{\rm c0} = (p_{\rm a} - r_0 p_0) \mu V/RT_0$. Написанные соотношения позволяют найти плотность ρ_0 влажного воздуха утром в комнате, т. к. $\rho_0 = (m_{\rm B0} + m_{\rm c0})/V$. Записав аналогичные выражения для плотности влажного воздуха в комнате днем, найдем, что интересующее нас изменение плотности влажного воздуха в комнате определяется выражением:

$$\Delta \rho = \rho_1 - \rho_0 = \mu_\text{B}(\frac{r_1 p_1}{R T_1} - \frac{r_0 p_0}{R T_0}) + \mu(\frac{p_\text{a} - r_1 p_1}{R T_1} - \frac{p_\text{a} - r_0 p_0}{R T_0}).$$

ІІІ. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

- III.1. При последовательном соединении разряженных конденсаторов и последующем подключении их к источнику модули зарядов на пластинах конденсаторов будут одинаковы и равны $q = \mathcal{E}C_1C_2/(C_1 + C_2)$. После отключения от источника и соединения одноименно заряженных пластин общий заряд этих пластин не может измениться и, следовательно, по модулю будет равным 2q. Вспоминая, что емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме их емкостей, получим, что искомая разность потенциалов $\Delta \phi = 2q/(C_1 + C_2) = 2\mathcal{E}C_1C_2/(C_1 + C_2)^2$.
- III.2. Считая, что конденсаторы были подключены к источнику столь долго, что полностью зарядились, можно утверждать, что напряжение между обкладками конденсаторов перед отключением равно ЭДС источника, а модули зарядов на обкладках каждого из конденсаторов равны заряду этого конденсатора, т.е. $q_1 = C_1 \beta$ и $q_2 = C_2 \beta$. При соединении проводников, изолированных от других тел, согласно закону сохранения заряда общий заряд проводников должен быть равен сумме зарядов, которые имели эти проводники до соединения. Поэтому модуль заряда соединенных между собой обкладок должен быть равен $\mathbf{q} = |\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2| = \mathcal{E}[\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2]$. Учитывая, что при отсутствии тока в соединяющих обкладки проводниках разности потенциалов между обкладками обоих конденсаторов должны быть равны $\Delta \phi = q_1/C_1 = q_2/C_2$, где q_1 и q_2 - заряды первого и второго конденсаторов, причем $q = q_1 + q_2$, найдем искомую разность потенциалов $\Delta \varphi = \mathcal{E}|C_1 - C_2|/(C_1 + C_2)$. Следует отметить, что после соединения конденсаторов и прекращения изменения зарядов на их обкладках общая электростатическая энергия конденсаторов будет меньше их энергии до соединения обкладок на величину $\Delta W = 2C_1C_2 \epsilon^2/(C_1 + C_2)$, равную количеству те-

плоты и энергии электромагнитного излучения, выделившихся при установлении равновесного состояния.

- III.3. Между проводящей пластиной и обращенной к ней поверхностью металлической плоскости при наличии разности потенциалов между ними должно существовать электрическое поле и, следовательно, на пластинах и указанных поверхностях плоскости должны находиться электрические заряды. Учитывая, что линии напряженности электростатического поля, создаваемого зарядами одной из пластин, не могут пройти через металлическую плоскость на другую пластину, для расчета величин этих зарядов пластины и плоскость можно рассматривать как два конденсатора, у которых одна обкладка является общей. Поскольку линейные размеры пластин много больше расстояния между ними, эти конденсаторы можно считать плоскими. Будем полагать, поскольку противное не оговорено в условии, что пластины и плоскость находятся в вакууме. Тогда емкость первого конденсатора должна быть равна $C_1 = \epsilon_0 s/a$, а второго - учитывая, что толщина плоскости равна нулю, - $C_2 = \varepsilon_0 s/(d-a)$, где ε_0 - электрическая постоянная. Учитывая, что линии напряженности электростатического поля, заканчивающиеся на первой пластине, могут начинаться только на обращенной к ней поверхности плоскости, а начинающиеся на второй пластине - заканчиваться на обращенной к ней поверхности плоскости, можно утверждать, что заряд плоскости Q = $= q_1 - q_2$, где q_1 и q_2 - заряды первого и второго конденсаторов. Отсюда, используя связь заряда и емкости конденсатора с разностью потенциалов между его обкладками, найдем искомый заряд плоскости $Q = \varphi(C_1 - C_2) = \varphi \epsilon_0 s[1/a - 1/(d-a)].$
- III.4. Заряд конденсатора после его подключения к источнику должен увеличиться на величину $\Delta q = C(\mathcal{E} U)$ за счет протека-

ния тока через источник и включенный последовательно с ними резистор. При этом сторонние силы совершат работу $A = \delta \Delta q$. Если, как обычно, считать, что процесс дозарядки конденсатора протекает достаточно медленно и, следовательно, можно пренебречь излучением электромагнитной энергии, то в соответствии с законом сохранения энергии можно утверждать, что количество выделившегося тепла ΔQ меньше работы сторонних сил на величину приращения электростатической энергии конденсатора, равной $\Delta W = (\delta^2 - U^2) C/2$. Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов и внутренним сопротивлением источника, найдем на основании сказанного искомое количество тепла $\Delta Q = \delta C (\delta - U) - \Delta W = (\delta - U)^2 C/2$.

- III.5. Если ЭДС источника обозначить \mathcal{E} , а емкость конденсатора до увеличения расстояния между его пластинами C, то при полном разряде этого конденсатора через резистор должен протечь заряд $\mathbf{q} = \mathbf{C}\mathcal{E}$, и выделится энергия $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{q}^2/2\mathbf{C}$. Если же после заряда конденсатора расстояние между его обкладками увеличить в \mathbf{n} раз \mathbf{u} , как обычно, конденсатор по прежнему считать плоским, то его емкость должна уменьшиться \mathbf{n} праз, т.к. емкость плоского конденсатора обратно пропорциональна расстоянию между его обкладками. Поскольку при этом заряд изолированных обкладок измениться не мог, то при разряде на резисторе должна выделиться энергия $\mathbf{Q}_2 = \mathbf{q}^2\mathbf{n}/2\mathbf{C}$. Поэтому искомое отношение равно $\mathbf{Q}_2/\mathbf{Q}_1 = \mathbf{n} = 2$.
- III.6. Согласно закону Джоуля-Ленца на сопротивлении г, включенном в сеть постоянного тока с напряжением U, выделяется мощность N = U²/г. Отсюда, учитывая, что по условию задачи, установившаяся температура нагревателя пропорциональна потребляемой мощности, следует, что минимальной температура нагревателя будет при наибольшем сопротивлении, т.е. при

последовательном соединении его спиралей, а максимальная при их параллельном соединении. Если сопротивление одной спирали нагревателя обозначить R, а другой nR, то в соответствии со сказанным можно утверждать, что $\Delta T_1 = T_1 - T_0 = \alpha U^2/[R(n+1)]$ и $\Delta T_2 = T_2 - T_0 = \alpha U^2[1/R + 1/nR]$, где T_1 и T_2 - минимальная и максимальная установившиеся температуры нагревателя, T_0 - температура окружающей среды, а α - постоянный коэффициент пропорциональности. Из этих соотношений следует, что искомая разность температур $\Delta T_2 = (1+n)^2 \Delta T_1/n$. Отметим, что полученное решение справедливо и при включении нагревателя в сеть промышленного переменного тока, поскольку и в этом случае все рассуждения остаются справедливыми, если под U понимать эффективное значение напряжения сети.

III.7. Коэффициент полезного действия системы определяется как отношение полезной мощности (мощности, выделяющейся на резисторе) к затрачиваемой (мощности, развиваемой сторонними силами источника): $\eta = I^2 R/[I^2(r+R)] = R/(r+R)$, где I ток, текущий в системе, г - внутреннее сопротивление источника, а R - сопротивление резистора. Поскольку согласно закону Ома для полной цепи $I = \mathcal{E}/(r + R)$, то выделяющаяся на резисторе мощность $W = e^2 R/(r+R)^2 = e^2 \eta (1-\eta)/r$. Из этого выражения следует, что при подключении к данному источнику другого резистора отношения выделяющихся на резисторах мощностей и КПД систем должны удовлетворять соотношению $W_2/W_1 = \eta_2(1-\eta_2)/[\eta_1(1-\eta_1)]$. Отсюда находим, что искомый КПД равен $\eta_2 = [1 \pm \sqrt{1 - 4W_2\eta_1(1 - \eta_1)/W_1}]/2$. Подставляя в это выражение данные из условия, получим, что задача имеет два решения: искомый КПД равен либо 0,75, либо 0,25. Отметим, что в первом случае сопротивление подключаемого резистора больше, а во втором случае - меньше внутреннего сопротивления источника.

© Физический факультет МГУ

III.8. При замкнутом ключе К падение напряжения на каждом из резисторов должно быть равно ЭДС источника δ , т. к. по усло-



вию задачи внутренним сопротивлением источников и амперметров следует пренебречь. При этом, как и обычно, мы пренебрегаем сопротивлением соединительных проводов и замкнутого ключа. Пусть сопротивление верхнего резистора равно R₁, а нижнего –

 R_2 . Если $R_1 < R_2$, то через амперметр A_2 должен протекать ток I_2 от точки соединения резисторов к точке соединения источников, как показано на рисунке. Поэтому силы токов I_1 и I_3 , протекающих через резисторы R_1 и R_2 , должны удовлетворять соотношению $I_3 = I_1 - I_2$. Если же $R_1 > R_2$, то ток I_2 течет в противоположном указанному направлении, и $I_3 = I_1 + I_2$. В обоих случаях, согласно закону Ома, $R_1 = \mathcal{E}/I_1$, а $R_2 = \mathcal{E}/I_3$. При размыкании ключа К через резисторы будет протекать одинаковый ток $I = 2\mathcal{E}/(R_1 + R_2)$. Подставляя в это соотношение полученные ранее, найдем величину тока, текущего через амперметр A_1 при разомкнутом ключе K: $I = 2I_1(I_1 \pm I_2)/(2I_1 \pm I_2)$. Отсюда следует, что при R1 < R2 сила искомого тока равна I = 2.4 A, а при R1 > R2 сила тока равна I = 2.47 $A \approx 3.4$ A.

III.9. Поскольку расстояние между электродами много меньше их линейных размеров, электрическое поле между электродами можно считать однородным, а его напряженность E = U/d, где U - напряжение между электродами. Между двумя соударениями с атомами неона электроны в среднем, согласно условию задачи, проходят расстояние \(\lambda\), двигаясь равноускоренно под действием силы F = Ee, где e - модуль заряда электрона. При этом энергия электрона возрастает на величину работы, совершаемой полем над электроном, A = Ee\(\lambda\). Если энергия электрона достаточно велика, то при соударении с атомом неона возможна ионизация последнего. При этом часть механической

энергии соударяющихся частиц идет на совершение работы. необходимой для отрыва от атома неона электрона. Следовательно, такой процесс соударения можно рассматривать как неупругий удар. Считая время соударения достаточно малым. следует пренебречь действием внешнего поля за время соударения и поэтому систему: атом неона, соударяющийся с ним электрон и образующиеся после соударения ион неона и два электрона - можно считать изолированной. Поэтому скорость у электрона непосредственно перед соударением, скорости образовавшихся электронов - u₁ и u₂ и скорость иона - V согласно закону сохранения импульса должны удовлетворять соотношению: $m\mathbf{v} = m(\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2) + M\mathbf{V}$, а согласно закону сохранения энергии - $mv^2/2 = W + m(u_1^2 + u_2^2)/2 + MV^2/2$, где m - масса электрона, а М - масса иона. Поскольку М>>m, то из написанных соотношений следует, что при минимальной энергии ионизирующего электрона скорости образовавшихся электронов будут равны нулю, $W = mv^2(1 - m/M)/2 \approx mv^2/2 = e\lambda U/d$, а искомое напряжение зажигания равно $U = Wd/e\lambda$.

III.10. При вращении ротора генератора с угловой скоростью Ω ЭДС генератора равна по условию $\alpha\Omega$. Поэтому, если генератор нагружен на резистор с сопротивлением R, то, пренебрегая сопротивлением соединительных проводов и обмотки якоря, на основании закона Ома для полной цепи можно утверждать, что через резистор протекает ток $I = \alpha\Omega/R$. При этом согласно закону Джоуля-Ленца должна выделятся тепловая мощность $q = I^2R$. Учитывая, что при неизменной угловой скорости вращения ротора его кинетическая энергия не изменяется, потерями энергии на трение по условию можно пренебречь, а систему, состоящую из генератора, резистора и источника вращающего момента, следует рассматривать как изолированную, на основании закона сохранения энергии можно утверждать, что

мощность тепловых потерь должна быть равна мощности, передаваемой генератору от источника вращающего момента. Поскольку последняя равна ΩM , где M – вращающий момент, получаем $\Omega M = I^2 R = \alpha^2 \Omega^2 / R$. Таким образом, искомый момент равен $M = \alpha^2 \Omega / R$.

III.11. В установившемся режиме, т.е. при неизменной скорости вращения ротора, протекание электрического тока по обмотке ротора сопровождается только выделением тепла в этой обмотке и совершением мотором определенной работы. Если обозначить развиваемую мотором мощность N и учесть, что мощность тепловых потерь по закону Джоуля-Ленца равна I²R, а мощность, отдаваемая сетью - UI, где I - сила тока, потребляемого от сети, то согласно закону сохранения энергии должно иметь



место равенство: $UI = N + I^2R$. Из этого равенства и графика зависимости мощности мотора от потребляемого тока (построенного в соответствии с этим равенством) следует, что при од-

ной и той же мощности N_1 , если она меньше максимальной, величина тока, текущего по обмоткам, может принимать два значения: $I_{1,2} = (U \pm \sqrt{U^2 - 4RN_1})/2R$, различие между которыми стремится к нулю по мере приближения развиваемой мотором мощности к максимальной. Следовательно, искомая мощность равна $N_{\rm max} = U^2/4R$. Отметим, что при $N < N_{\rm max}$ минимальному току соответствует режим вращения ротора с наибольшей из двух возможных скоростей, при котором действующая в роторе ЭДС индукции является наибольшей.

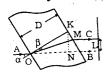
III.12. Ясно, что решение задачи может зависеть от того, какой заряд имел конденсатор перед подключением источника. Поскольку противное не оговорено в условии, будем считать, что конденсатор первоначально не был заряжен. Тогда, если к по-

ложительному полюсу источника подключается катод диода, ток в цепи будет отсутствовать, т.к. диод будет находиться в непроводящем состоянии. Следовательно, заряд конденсатора будет оставаться равным нулю, и искомая разность потенциалов между обкладками конденсатора будет равна нулю. При противоположной полярности включения источника диод будет некоторое время находиться в проводящем состоянии. Поскольку прямое сопротивление диода по условию можно считать равным нулю, законы изменения тока в заданной цепи и такой же цепи, но не содержащей диода, не могут быть разными до тех пор, пока направление тока в цепи без диода не начнет изменяться. Учитывая, что вплоть до этого момента заряд конденсатора монотонно увеличивается, а сила тока в цепи должна изменяться непрерывно, и в момент изменения направления ток в цепи должен обратиться в нуль, можно утверждать, что в этот момент энергия магнитного поля должна стать равной нулю, а источник к этому моменту совершит работу, равную энергии, накопленной конденсатором, поскольку цепь не обладает омическим сопротивлением. При этом, как обычно, мы пренебрегаем и потерями на излучение электромагнитной энергии. Если обозначить величину протекшего к указанному моменту заряда q, а напряжение между обкладками конденсатора U, то в соответствии с определением ЭДС источника и формулой для расчета энергии заряженного конденсатора получим: $\xi q = Uq/2$. Таким образом, в указанный момент времени напряжение между обкладками конденсатора должно стать равным 26. В последующие моменты времени в цепи без диода направление тока изменится, и конденсатор начнет перезаряжаться. В рассматриваемой же цепи напряжение на диоде должно изменить знак и, следовательно, диод должен перейти в запертое состояние, в котором его проводимость равна нулю. Итак, искомое напряжение между обкладками конденсатора либо равно нулю, либо равно 26.

РЕШЕНИЯ

IV. ОПТИКА

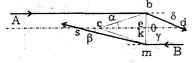
IV.1. Луч А падающего нормально на пластинку пучка света до ее



поворота проходит пластинку без преломления и далее распространяется, как показано на рисунке пунктирной прямой ОВ. После поворота пластинки на угол α вокруг оси, проходящей

через точку О перпендикулярно плоскости рисунка, луч А после преломления на первой грани в точке О идет под углом β к перпендикуляру ОК, и после преломления на второй грани в точке М идет вдоль прямой МС. Поскольку иное не оговорено в условии, будем считать, что с обеих сторон пластинки находится однородная среда. Тогда можно утверждать, что линии ОВ и МС параллельны, т.к. пластинка является плоскопараллельной. Отсюда следует, что расстояние между прямыми МС и ОВ равно L. Согласно закону преломления $\sin \alpha = n \sin \beta$, где потносительный показатель преломления стекла. С другой стороны, $KM = OM \sin \beta = (KN - L)/\cos \alpha = (D \sin \alpha - L)/\cos \alpha$, $OM = \sqrt{D^2 + (KM)^2} = \sqrt{D^2 + L^2 - 2DL \sin \alpha/\cos \alpha}$. Из полученных соотношений следует, что искомый показатель преломления равен $n = \sqrt{D^2 + L^2 - 2DL \sin \alpha/(D - L/\sin \alpha)}$.

IV.2. Ход приосевого луча A, падающего на плоский торец стек-



лянной палочки, показан на верхней части рисунка, а на сферический - луч В - на нижней его части. Луч А пересекает сфери-

ческий торец в точке b, луч B - в точке m. После преломления луч A пересекает ось палочки в точке d, а луч B - в точке s. Точка c - центр кривизны сферического торца палочки. Если радиус кривизны сферического торца обозначить R, то из треугольника cbe следует, что длина катета be равна R $\sin \alpha$, а из треугольника dbe - ed tg δ . Анализируя треугольники $\sin k$ и

ств, получим $R\sin\gamma=\operatorname{sk}\operatorname{tg}\beta$. Поскольку падающие на палочку световые пучки являются узкими, то все названные углы следует считать столь малыми, что синусы и тангенсы этих углов равны самим углам (в радианной мере), можно пренебречь длинами отрезков 0е и 0k, где 0 - точка пересечения сферической поверхности с осью палочки, $R\alpha=a_1\delta$ и $R\gamma=a_2\beta$. С учетом малости углов из закона преломления следует, что $\alpha+\delta=n\alpha$, $\gamma-\beta=\gamma/n$, где n - показатель преломления стекла. Подставляя эти соотношения в предыдущие два уравнения, получим, что искомый показатель преломления $n=a_2/a_1$.

IV.3. Муха не будет видна через верхнюю грань куба, если ни один луч, идущий от мухи, не будет выходить через эту грань.



Это возможно, если все лучи, идущие от мухи, будут испытывать на верхней грани полное внутреннее отражение. Рассмотрим один из таких лучей,

идущих в вертикальной плоскости под углом α к боковой грани куба, как показано на рисунке. В кубе этот луч согласно закону преломления идет под углом $\beta = \arcsin{(n^{-1}\sin{\alpha})}$ к нормали, восставленной к боковой грани в точке падения луча, и, следовательно, падает на верхнюю грань под углом $\gamma = \pi/2 - \beta$. Для того, чтобы имело место полное внутреннее отражение, должно выполняться условие: $\sin{\gamma} > n^{-1}$. Из написанных соотношений следует, что это неравенство эквивалентно требованию $n^{-1} < \cos{\beta} = \sqrt{1-n^{-2}\sin^2{\alpha}}$, или $n^2-1 > \sin^2{\alpha}$. Учитывая, что максимальное значение синуса произвольного угла не превышает единицы, из последнего неравенства получим, что искомый показатель преломления $n > \sqrt{2} \approx 1,41$.

IV.4. Интенсивное отражение от пленки света с определенной длиной волны обусловлено интерференционным усилением световых волн, отраженных от поверхностей пленки. Для того, что-

бы это имело место, разность фаз $\Delta \varphi$ колебаний в лучах, отраженных от разных поверхностей пленки, на одном и том же расстоянии от ее верхней поверхности, на которую падает пучок белого света, должна быть равна $2\pi m$, где m - некоторое целое число. При нормальном падении свет, отраженный от нижней поверхности, дополнительно проходит путь, равный удвоенной толщине h пленки, двигаясь c фазовой скоростью g праз меньшей, чем вне пленки. Кроме того, при отражении от оптически более плотной среды, т.е. при отражении от верхней поверхности пленки, фаза волны скачкообразно изменяется на g, а при отражении от оптически менее плотной среды, т.е. отражении от нижней поверхности пленки, фазы падающей и отраженной волн g точке падения совпадают. Поэтому интересующая нас разность фаз

$$\Delta \phi = \frac{2\pi}{T} \frac{2h}{c/n} + \pi = 2\pi m,$$

где T - период колебаний, а c - фазовая скорость света вне пленки. Учитывая, что длина волны наиболее интенсивно отражающегося света $\lambda = cT$, получим $h = (2m-1)\lambda/4n$. Отсюда видно, что при минимальной толщине пленки m=1, а искомая толщина пленки равна $h=\lambda/4n\approx 0,10$ мкм.

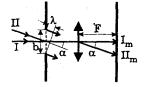
IV.5. Фаза колебаний световой волны при отражении от верхней грани стеклянного куба изменяется на противоположную, а при отражении от нижней поверхности стеклянной пластинки остается неизменной, т.к. показатель преломления стекла больше показателя преломления воздуха. Если толщину воздушного зазора между пластинкой и кубом обозначить h, то усиление отраженного света будет наблюдаться каждый раз, когда разность фаз интерферирующих лучей будет кратна 2π , т.е. при выполнении условия $\Delta \phi = 4\pi h/\lambda - \pi = 2\pi m$, где λ – длина волны интерферирующих лучей, а m – целое число. Отсюда сле-

дует, что интенсивность отраженного света максимальна, если длина волны падающего света $\lambda=4h/(2m+1)$. Поскольку по условию при увеличении длины волны света в пределах $\lambda_{\rm H} \div \lambda_{\rm K}$ дважды наблюдается увеличение интенсивности, то $\lambda_{\rm W} < \lambda_1 = 4h/(2m+1) < \lambda_2 = 4h/(2m-1) < \lambda_{\rm K} < \lambda_3 = 4h/(2m-3)$,

 $\lambda_{_{\rm H}} < \lambda_{_{1}} = 4 h/(2 m + 1) < \lambda_{_{2}} = 4 h/(2 m - 1) < \lambda_{_{\rm K}} < \lambda_{_{3}} = 4 h/(2 m - 3),$ где $\lambda_{_{2}}$ – длина волны, при которой наблюдается второе усиление отраженного света, а $\lambda_{_{3}}$ – длина волны, при которой должен наблюдаться третий максимум. Из этих неравенств следует, что $\frac{\lambda_{_{\rm K}} + \lambda_{_{1}}}{2(\lambda_{_{\rm K}} - \lambda_{_{1}})} = \frac{7}{6} < m < \frac{3\lambda_{_{\rm K}} + \lambda_{_{1}}}{2(\lambda_{_{\rm K}} - \lambda_{_{1}})} = \frac{17}{6}$. Отсюда m = 2 и ис-

комая толщина пленки $h=1,25\lambda_1=0,5$ мкм.

IV.6. Как известно, падающий на линзу параллельный пучок после преломления собирается в точке пересечения фокальной плоскости линзы и побочной оптической оси, параллельной оси пучка. С точки зрения волновой теории это означает, что все приходящие сюда световые лучи имеют одинаковую фазу, и поэтому здесь наблюдается интерференционный максимум. Из



сказанного следует, что центральный максимум II_m второго светового пучка будет находиться на расстоянии $F tg \alpha$ от главной оптической оси линзы в ее фокальной плоскости (как показано на рисунке). Для

того, чтобы в этой точке находился ближайший к центральному максимуму I_m первого пучка минимум, должно выполняться условие b $\sin \alpha = \lambda$, т.к. в этом случае одна половина щели будет "гасить" другую, поскольку разность хода для лучей, проходящих через точки щели, находящиеся на расстоянии b/2 друг от друга, будет равна $\lambda/2$. Если считать, что искомый угол α столь мал, что синус и тангенс этого угла равны самому углу (в радианной мере), то $\alpha = \lambda/b = 5 \cdot 10^{-4}$ рад. Полученное значение величины искомого угла, очевидно, оправдывает сделанное выше предположение.