ФЛУКТУАЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО ОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЫ С ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

Э.Р. ГАСАНОВ,[1] С.С. АХАДОВА,[2] В.М. ГАДЖИЕВА,[2] С.А. ГУСЕЙНОВА[2]
[1]*Бакинский Государственный Университет,*
AZ-1143, Баку, ул. З.Халилова, 23, Азербайджан
[2]*Институт Физики НАН Азербайджана AZ-1143, Баку, пр.Г. Джавида, 131*
Email: vefa86haciyeva@gmail.com
sabina_quseynova1977@hotmail.com

Проведен теоретический анализ флуктуационной неустойчивости в однородной системе. Доказано, что учет диффузии ослабляет неустойчивость в проводящих средах. Выявлено, что для получения неустойчивых волн в полупроводниках нужны отрицательные значения дифференциальной проводимости.

Ключевые слова: плотность тока, малые флуктуации, коэффициентов диффузии, напряженность поля.

Как правило, получить на опыте пространственно однородные состояния системы, в которых дифференциальная проводимость отрицательна, не удается – образец переходит в существенно, неоднородное состояние (возникают домены). Как показывает опыт [1], однородная система с ОДП существует лишь в течение очень малых отрезков времени (порядка 10^{-10} *сек* в условиях, отвечающих наблюдению эффекта Ганна). Это указывает не то, что однородное состояние с ОДП неустойчиво и распадается за времена порядка указанных.

Причину этого можно понять, замечая, что представление о пространственно однородной системе имеет смысл только в среднем по времени: мгновенные значения концентрации носителей заряда и других физических величин испытываю флуктуации. В условиях термодинамического равновесия последние быстро затухают, - в сущности, по определению самого понятия «равновесие», - благодаря чему и имеет смысл представление об однородности системы в среднем. Однако в неравновесных условиях, с которыми мы сейчас имеем дело, это a priori не очевидно. В условиях, близких к равновесным, электрические флуктуации затухают с максвелловским временем релаксации $\tau_M = \varepsilon/4\pi\sigma$, где ε - диэлектрическая проницаемость системы, σ - проводимость. Но в условиях, когда наблюдаются заметные отклонения от закона Ома, становится существенным то обстоятельство, что затухание малых флуктуаций определяется не полной, а дифференциальной проводимостью. При переходе на падающую ветвь характеристики дифференциальная проводимость σ, а с ней и постоянная затухания меняют знак и малые флуктуации из затухающих могут стать нарастающими. Рост флуктуаций физических величин может привести к распаду однородного состояния.

Рассмотрим подробнее поведение малых флуктуаций физических величин в бесконечной однородной изотропной среде с ОДП. Временная эволюция распределений напряженности поля, плотности заряда и плотности тока в системе описывается системой уравнений Максвелла, дополненных феноменологическими соотношениями, связывающими основные векторы поля, и соответствующими граничными условиями.

В дальнейшем мы ограничимся распределением квазистационарного приближения. Действительно, для интересующих нас процессов, связанных с развитием и движением доменов, изменение состояния системы можно считать происходящим достаточно медленно, так что за время распределения процесса в пределах системы ее состояние не успевает заметно измениться [2]. В квазистационарном приближении из уравнений Максвелла мы получаем следующих уравнения, определяющие плотность тока проводимости j, плотность подвижного заряда ρ и напряженность электрического поля E (в пренебрежении дисперсией диэлектрической проницаемости ε, не существенной при интересующих нас частотах):

$$divE = \frac{4\pi}{\varepsilon}(\rho - \rho_t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + divj = 0, \quad (2)$$

$$rotE = 0 \quad (3)$$

Здесь ρ_t - плотность связанных зарядов, которая в принципе также может зависеть от координат и от времени. Если ρ_t не зависит от времени, то уравнение непрерывности (2) можно переписать, используя уравнение Пуассона (1):

$$divJ = 0, \quad (4)$$

где

$$J = j + \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial E}{\partial t} \quad (5)$$

есть плотность полного тока. Еще одно уравнение определяет связь плотности тока проводимости j, плотности заряда и напряженности поля. В пространственно однородном случае мы имеем.

$$j_a = \rho\mu_{\alpha\beta}E_\beta - \frac{\partial}{\partial x_\beta}\left(D_{\alpha\beta}\rho\right), \qquad (6)$$

где $\rho\mu_{\alpha\beta}$- тензор полной проводимости системы, $D_{\alpha\beta}$ - тензор коэффициентов диффузии (в неравновесных системах $\mu_{\alpha\beta}$ и $D_{\alpha\beta}$, вообще говоря, нельзя считать постоянными).

В изотропном случае, когда тензоры $\mu_{\alpha\beta}$ и $D_{\alpha\beta}$ становятся скалярами, уравнение (6) принимает вид

$$j = \rho\mu E - grad\left(D\rho\right).$$

Уравнение (1)-(6) образуют полную систему для определения величин E, j, ρ. Вопрос о граничных условиях к этой системе мы обсудим несколько позже; сейчас же приведем лишь два простых примера, показывающих, каким образом может вести себя однородная система с ОДП в сильном электрическом поле. Эти примеры отличаются друг от друга характером зависимости кинетических коэффициентов μ и D от степени нарушения равновесия.

Рассмотрим сначала так называемую полевую модель с дрейфовой нелинейностью, пределы применимости которой будут установлены в главе II. Именно, будем считать, что и в неоднородной системе подвижность и коэффициент диффузии – заданные функции локального и мгновенного значения напряженности электрического поля $E(x,t)$. При достаточно быстром убывании подвижности с полем имеем

$$\mu + E\frac{d\mu(E)}{dE} < 0$$

и появляется участок с ОДП. Рассмотрим поведение малых флуктуаций в таких условиях.

В однородном стационарном состоянии напряженность поля E_0, плотность тока j_0 и плотность заряда ρ_0 определяются уравнениями

$$\left.\begin{aligned} \rho_0 = \rho_t, \\ div\, j_0 = 0,\ \ rot\, E_0 = 0,\ \ j_0 = \rho_0\mu(E_0)E_0. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Будем пока для простоты считать коэффициент диффузии постоянным. Тогда малые флуктуации δE, δj *и* $\delta\rho$ определяются из уравнений

$$\left.\begin{aligned} & div\,\delta E = \frac{4\pi}{\varepsilon}\delta\rho, \\ & \frac{\partial\delta\rho}{\partial t} + div\,\delta j = 0, \\ & \mathrm{rot}\,\delta E = 0, \\ & \delta j_\alpha = \sigma_{\alpha\beta}\delta E_\beta - D\frac{\partial\delta\rho}{\partial x_\alpha} + \mu(E_0)E_{0\alpha}\delta\rho \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

получаемых линеаризацией уравнений (1) – (6) около однородного решения (7).

В уравнениях (8) величина $\sigma_{\alpha\beta}$ есть не что иное, как тензор дифференциальной проводимости однородного образца, определяемый соотношением

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{\partial}{\partial E_\beta}[\rho_0\mu(E)E_\alpha]\bigg|_{E=E_0} = \rho_0\left[\mu(E_0)\delta_{\alpha\beta} + \frac{E_{0\alpha}E_{0\beta}}{E_0}\frac{d\mu(E_0)}{dE_0}\right]. \qquad (9)$$

Из выражения (9) видно, что при условии $\mu(E_0) + E_0\frac{d\mu(E_0)}{dE_0} < 0$ составляющая тензор $\sigma_{\alpha\beta}$ в направлении вдоль постоянного электрического поля отрицательна, а в направлениях, нормальных к полю, положительна и равна просто $\rho_0\mu(E_0)$. Структура тензора $\sigma_{\alpha\beta}$ определяет поведение малых флуктуаций в образце – поперечные флуктуации, вектор напряженности поля которых нормален вектору E_0, ведут себя так же, как и в среде с положительной дифференциальной проводимостью $\rho_0\mu(E_0)$.

Действительно, из системы (8) нетрудно получить уравнение, описывающее временную эволюцию флуктуации плотности:

$$\frac{\partial\delta\rho}{\partial t} + \mu(E_0)E_{0\alpha}\frac{\partial\delta\rho}{\partial x_\alpha} - D\frac{\partial^2\delta\rho}{\partial x_\alpha^2} = -\sigma_{\alpha\beta}(E_0)\frac{\partial\delta E_\beta}{\partial x_\alpha}. \qquad (10)$$

Пусть, например, флуктуация, возникающая в образце, сопровождается появлением электрического поля, направленного по оси Oy (за ось Ox мы выбираем направление приложенного постоянного поля $E_0 = E_{0x}$), $\delta E = \delta E_y$; в этом случае плотность заряда меняется только в направлении оси *Oy*:

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \delta E_y}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \delta E_x}{\partial y} = \frac{\partial \delta\rho}{\partial z} = 0.$$

Тогда

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial t} - D\frac{\partial^2 \delta\rho}{\partial y^2} = -\sigma_{yy}\frac{\partial \delta E}{\partial y},$$

т.е.

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial t} - D\frac{\partial^2 \delta\rho}{\partial y^2} = -\frac{4\pi}{\varepsilon}\rho_0\mu(E_0)\delta\rho. \qquad (11)$$

Уравнение (11) описывает обычный процесс эволюции малой флуктуации в среде с проводимостью $\rho_0\mu(E_0)$ при наличии диффузии (роль последней мала, если флуктуация достаточно плавная). Мы видим, что в направлении, перпендикулярном оси *Ox*, происходит рассасывание флуктуаций плотности заряда; характерное время этого процесса есть $\tau_M = \varepsilon/4\pi\rho_0\mu(E_0)$.

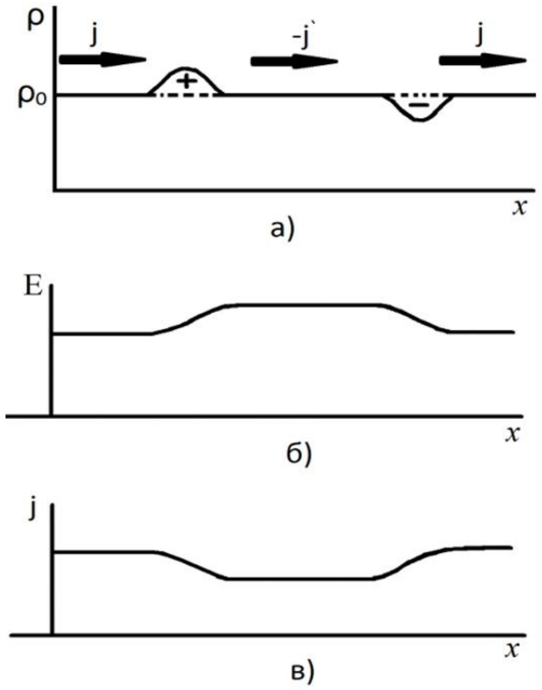

Рис.1. Развитие малых флуктуаций напряженности поля и плотности заряда в однородном образце с ОДП.

Иначе обстоит дело, если возникающая флуктуация сопровождается изменением поля вдоль оси *Ox* (в этом направлении дифференциальная проводимость отрицательна, $\sigma_{xx} < 0$).

Пусть в образце возникла флуктуация, плотность пространственного заряда в которой меняется вдоль оси *Ox* (рис. 1а).

В соответствии с уравнением Пуассона распределение электрического поля будет иметь вид, схематически показанный на рис. 1б-напряженность поля внутри флуктуации оказывается большей, чем в не её. Поскольку дифференциальная проводимость отрицательна, относительное возрастание поля внутри флуктуации приведет к уменьшению тока (рис.1в). Таким образом, ток, «вытекающий» из области повышенной концентрации, окажется меньше тока, «втекающего» в неё, и флуктуация будет нарастать. Уравнение, описывающее поведение малой флуктуации, направленной вдоль оси *Ox*, получается прямо из уравнения (10):

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial t} + \mu(E_0)E_0\frac{\partial \delta\rho}{\partial x} - D\frac{\partial^2 \delta\rho}{\partial x^2} = -\frac{4\pi}{\varepsilon}\sigma_{xx}\delta\rho. \qquad (12)$$

Плавная («длинноволновая») флуктуация, для которой члены с пространственными производными в (11) малы, нарастает с инкрементом $4\pi|\sigma_{xx}|/\varepsilon$.

Учет диффузии приводит к уменьшению инкремента нарастания. В самом деле, для возмущений типа плоских волн, когда $\delta\rho \sim e^{ikx}$, инкремент нарастания равен

$$4\pi|\sigma_{xx}|/\varepsilon - Dk^2 .$$

РЕЗУЛЬТАТ

Видно, что максимальным инкрементом обладают возмущения с малым k («длинноволновые»); минимальное значение k определяется, очевидно, длиной образца $k \sim 1/L$, где L –размер образца. По этой причине может оказаться, что в коротких образцах нарастание малых флуктуаций не имеет места даже при наличии ОДП, если абсолютная величина ее мала. Отметим также, что второй член в левой части уравнения (12) описывает снос флуктуации как целого со скоростью $\mu(E_0)E_0$.

[1] *E.R. Hasanov., S.A. Huseynova., V.M. Hajiyeva., E.O. Mansurova.* Transverse current oscillations in semiconductors with define deep traps and two types of charge carriers, 15th International Conference on “Technical and Physical Problems of Electrical Engineering” Istanbul Rumeli University, Turkey ICTPE-2019 Num.17, P.83-86., 14-15 October 2019.

[2] *E.R. Hasanov., Sh.G. Khalilova., Z.A. Tagiyeva, V.M. Hajiyeva, S.S. Ahadova.* Excitation of thermomagnetic and recombination waves in impurity with two types of current carriers, 16th International Conference on “Technical and Physical Problems of Electrical Engineering” *Istanbul Rumeli University., Istanbul*, Turkey ICTPE-2020., Num.0., pp.1-6., 12-13 October 2020.

E.R. Həsənov, S.S. Əhədova, V.M. Hacıyeva, S.A. Hüseynova

MƏNFİ DİFFERENSİYAL KEÇİRİCİLİYƏ MALİK BİRCİNSLİ SİSTEMLƏRDƏ FLUKTUASİYA

Fluktasiya bircinsli sistemdə fluktuasiya dalğalarına qeyri-sabitliyin sönməsinə kömək edir. Diffuziyanı nəzərə alınması sübuta yetirilmişdir. Yarımkeçiricilərdə qeyri-sabit dalğalar əldə etmək üçün diferensial keçiriciliyinə mənfi qiymətləri vacibdir.

E.R. Hasanov, S.S. Ahadova, V.M. Hajiyeva, S.A. Huseynova

FLUCTUATIONS IN A SPATIALLY HOMOGENEOUS SYSTEM WITH NEGATIVE DIFFERENTIAL CONDUCTIVITY

A theoretical analysis of fluctuation instability in a homogeneous system has been carried out. It is proved that taking into account diffusion causes instability in conducting media. It was found that to obtain unstable waves in semiconductors, negative values of differential conductivity are needed.