

## EHTİMAL VƏ L. ZADƏNİN QEYRİ-SƏLİS ÇOXLUQLAR NƏZƏRİYYƏLƏRİNİN MÜQAYİSƏSİ

E.A. İSAYEVA

*Elm və Təhsil Nazirliyi, Fizika İnstitutu*

*Bakı, Azərbaycan AZ1073, H. Cavid pr.131,*

e-mail: eaisaeva@mail , [e.isayeva@physics.science.az](mailto:e.isayeva@physics.science.az)

Ehtimal nəzəriyyəsi qeyri-müəyyənliklərlə məşğul olur. Bəs onda Zadə nəzəriyyəsinə ehtiyac nədən yarandı? Süni intellektin həyata keçirdiyi məntiqi əməliyyatlar çoxqıymətli, qeyri-səlis məntiqə əsaslanır. Burada L.Zadənin qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi (FMS) istifadə etmək məqsəduyğun olardı. Süni intellektə baş verən fiziki prosesləri qeyri səlis hadisələr hesab etmək olar.

**Açar sözlər:** qeyri-dəqiqlik, təsadüfilik, qeyri-müəyyənlik, Kolmoqorov aksiomatikası, ehtimal ölçüsü, elementar hadisənin indikatoru, məhsubiyyət funksiyası

### Giriş

Hələ 1996-cı ildə mənim yaddaşında qözəl xatirələrlə yaşayan müəllimim akademik Maqsud Əliyev Lütfi Zadənin qeyri-səlis çoxluqlar (QSC) nəzəriyyəsi haqqında danışarkən, qarşımıza belə bir sual geydu: “Bəs bizim həyat fəlsəfəsində QSC nə deməkdir və elmlərdə onun rolu nə ola bilər?”

Müasir dünyada bir çox şey görüştümüzü dəyişdi və biz başa düşdük ki, bir çox şeylər bizim sadələşdir-mələrimizdən daha dərin məzmun daşıyır. Bu xüsusilə süni intellekt problemlərinə aiddir.

Zadənin QSC nəzəriyyəsi bu problemlə birbaşa bağlıdır [1]. Süni intellektdən danışarkən başa düşürük ki, söhbət yeni nəsil kompüterlərdən gedir [2]. Bəs bu yeni maşınlar sələflərindən nə ilə fərqlənəcək? Məyər mövcud kompüterlər bir çox problemi həll etməmiş və niyə onları süni intellekt kimi təsnif etmirik? Fakt budur ki, bu gün maşınların həyata keçirdiyi məntiqi əməliyyatlar iki dəyərli məntiqə əsaslanır.

Burada yalnız iki nəticə mümkündür, “bəli və ya xeyr” və bu, əlbəttə ki, zəkaya xas olan tələblərə cavab vermir. Bu günün köhnə nəsil kompüterləri dünyamızı dərk edə bilsəydilər, onu ağ və qara rəngdə qavrayardılar.

Bu baxımdan ehtimal nəzəriyyəsi də ağ-qaradır. Axı o, eyni Aristotel məntiqinə əsaslanır. Buna görə də, kompüterlərdə baş verən proseslərdən danışarkən, bunların ehtimal prosesləri olduğunu nəzərdə tuturlar. Bu proseslər fiziklərin tədqiqat mövzudur. Ehtimal nəzəriyyəsi və onun tətbiqləri fiziklərin tədqiqatlarında böyük rol oynayır.

Statistik fizikada və termodinamikada təsadüfilik, xaos, dalğalanmalar, sabitlik xüsusi yer tutur. Bu məqalədə biz bu məsələləri qeyri-müəyyənliklər iyerarxiyasının daha yüksək səviyyəsindən nəzərdən keçirmək istərdik.

### Ehtimal nəzəriyyəsi baxımından fiziki hadisə

Ehtimal nəzəriyyəsinə Kolmoqorovun aksiomatikasından [3] istifadə edərək hadisəni nəzərdən keçirərək ona elementar hadisələrin alt çoxluğu  $\{\omega\}$  təyin edilir. Sonra, hər hansı digər hadisələrin müxtəlif alt

çoxluqlarını birləşdirərək,  $\Omega$  hadisələr çoxluğu və ya fəzasını təşkil edirlər. Bu şəkildə formalaşan  $\Omega$  çoxluğu sıfır ölçü dəsti olmadan ölçülə bilən çoxluq hesab olunur, yəni Borel çoxluğu. Məlum olduğu kimi, Borel çoxluqları üçün üç şərti ödəyən Lebesq ölçüsü adlanan  $L(S)$  funksiyası müəyyən edilir:

- mənfi olmayan,
- additivli,
- uzunluğuna bərabər olan hər bir interval üçün [3].

Lakin ehtimal nəzəriyyəsinə yalnız a) və b) şərtlərini ödəyən başqa bir funksiya  $P(S)$  nəzərdən keçirilir və belə müəyyən edilir:

$$P(S) = \int f(x) dx,$$

əgər  $f(x)$  funksiyası  $S$  çoxluğunda müəyyən olunub, və  $P(S) = +\infty$ , digər hallarda burada  $f(x)$  ehtimalın paylanması sıxlığıdır. Əgər  $S$  çoxluğu intervaldırsa, o zaman  $f(x)$  Riman mənasında inteqraldır. Əgər intervallardan daha ümumi çoxluqlar sinfini nəzərə alsaq, onda  $f(x)$  Lebesq mənasında inteqraldır.  $L(S)$  yerinə başqa ölçü  $P(S)$  istifadə edildikdə,  $f(x)$  Lebesq-Stieltjes mənasındadır.

Gördüyümüz kimi, ehtimal nəzəriyyəsinə belə ölçülər  $P(S)$  qəsdən 1-ə bərabər seçilir. Bu ölçülər ehtimal ölçüləridir.  $R_1$  birölçülü fəzasında müvafiq ehtimal paylanma funksiyası  $F(x)$  aşağıdakı kimi müəyyən edilir:

$$F(x) = P(\zeta < x),$$

burada  $\zeta$  təsadüfi dəyişəndir,

$$0 \leq F(x) \leq 1, F(-\infty) = 0, F(+\infty) = 1.$$

Yuxarıdakıların hamısı məşhur nəzəriyyələrdən (Kolmoqorovun aksiomatikası, çoxluqlar nəzəriyyəsi və ölçülər nəzəriyyəsi) irəli gəlir [3, 4].

### 2. Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi nöqtəyi-nəzərdən fiziki hadisə

Lakin,  $P(S)$  1-dən böyük və ya kiçik olan digər ölçülər də mövcuddur və onlar ehtimal nəzəriyyəsinin

seçimindən kənar qalırlar və L. Zadə tərəfindən qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi (QSQ) ilə tədqiq edilir.

Onlar  $\Pi(S) > 1$  - imkan ölçüsü və  $N(S) < 1$  - zərurət ölçüsü adlanır.

Aydındır ki, bütün bu üç ölçü  $\Pi$ ,  $P$ ,  $N$ -ni eyni vaxtda nəzərə almaqla biz ehtimal nəzəriyyəsinin məhdudiyətlərindən kənara çıxırıq.

Ehtimal nəzəriyyəsində olduğu kimi, imkan ölçü-

$$F_N(x) = N(\eta < x), 0 \leq F_N(x) \leq 0,5, F_N(-\infty) = 0 \text{ və } F_N(+\infty) = 0,5,$$

(biz ixtiyari olaraq 0,5 ədədini götürmüşük).

Bu funksiyalar, məsələn, [5]-də edildiyi kimi başqa bir şəkildə təqdim edilə bilər. Bu işdə elementar hadisələrə ( $\Omega$  dəstinin nöqtələri) əlavə olaraq, "fokus elementləri" kimi təqdim olunur.

Onlar müşahidələrin qeyri-dəqiqliyini əks etdirən  $\Omega$  çoxluğunun  $E_1, E_2, \dots, E_n$  -in cüt-cüt fərqlənə bilən

$$P_*(A) = \sum_{E_j \subseteq A} m(E_j) = \sum_j m(E_j) = N_{E_j}(A) - \text{bu kəmiyyət zərurətdir,}$$

$$P^*(A) = \sum_{E_j \cap A = \emptyset} m(E_j) = \sum_j m(E_j) = \Pi_{E_j}(A) - \text{bu kəmiyyət mümkündür.}$$

Qeyd edək ki, Zadənin QSQ nəzəriyyəsində  $P(A)+P(B)=1$  həmçinin  $\Pi(A)+N(B)=1$  bərabərliyinə baxılır, burada  $A$  və  $B$  iki əks hadisələrdir.

Məlumdur ki, ehtimal nəzəriyyəsi və statistiknin tətbiqi üçün zəruridir ki, hadisənin tezliyi  $\nu = \frac{n}{N}$  sabit qiymət almağa meyilli olsun və bu sabitlik qorunsun. Burada  $N$  – təcrübələrin ümumi sayı,  $n$  - təcrübə nəticəsində bizi maraqlandıran hadisənin baş vermə sayıdır və dəyişən kəmiyyətdir.

Bu sabitlik qorunursa,  $n$  - təsadüfi dəyişən kəmiyyətdir. Əgər bu sabitlik yoxdursa, onda  $n$  qeyri-səlis kəmiyyətdir və burada ehtimal nəzəriyyəsi və statistikadan istifadə etmək olmaz. L. Zadə və R. Bellman [6] dəfələrlə qeyd etmişlər ki, qeyri-dəqiqliyin mənbəyi təkcə təsadüfilik deyil, həm də qeyri-səlislikdir. Qeyri-səlisliklə bağlı qeyri-dəqiqliyi nəzərə almaq üçün, Zadənin QSQ nəzəriyyəsindən istifadə olunur.

### 3. Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi və statistika

Məlum olduğu kimi, bütün təcrübələr üç qrupa bölünür [7]:

1) Təcrübənin nəticəsinin tam sabitliyi olan yaxşı təcrübələr. Bu, determinizmin nadir halıdır. Ehtimal nəzəriyyəsi olmasa belə burada hər şey aydındır.

2) Çox yaxşı olmayan təcrübələr. Onların nəticələri statistik sabitliyinə malikdirlər. Burada ehtimal nəzəriyyəsi və statistikadan istifadə olunur.

3) Nəticənin statistik sabitliyinin olmadığı pis təcrübələr. Lütfi Zadənin GŞQ nəzəriyyəsi burada istifadə edilə bilər.

Statistik sabitliyin mövcudluğu nadir hallarda tam təmin edilə bilər. Bununla belə, kvant mexaniki səviyyəsində bir çox təcrübələr ikinci qrupa düşür.

Burada L.Zadənin dediyi söz yada düşür: "Əgər məqsədə çatmaq üçün əlində çəkilərsə, ətrafdakı hər şey mismarlar kimi görünür".

sü  $\Pi(S)$  üçün onun imkanların bölüşdürülməsi funksiyası  $F_{\Pi}(x)$  təqdim olunur:

$$F_{\Pi}(x) = \Pi(\eta < x),$$

burada  $\eta$  – qeyri səlis kəmiyyətdir,  $0 \leq F_{\Pi}(x) \leq 2$ ,  $F_{\Pi}(-\infty) = 0$  və  $F_{\Pi}(+\infty) = 2$  (2 ədədi ixtiyari alınır), və ehtiyacların bölüşdürülməsi funksiyası  $F_N(x)$ :

alt çoxluqlarıdır. Bu halda  $m(E_i)$  ehtimalı  $E_i$ -ni təşkil edən elementar hadisələr çoxluğunun ehtimalının qiyməti kimi başa düşülür. Bu vəziyyətdə  $A$  hadisəsinin baş vermə ehtimalı qeyri-dəqiq səciyyəyəndirilə bilər və  $\{P_*(A), P^*(A)\}$  intervalında olan baxıla bilər:

Kvant mexaniki səviyyəsindəki təcrübələr artıq 3-cü qrupa aiddir, yəni kvant dünyasına xas olan Heyzenberg qeyri-müəyyənliklərə görə pis təcrübələrdir. Buna görə də kvant mexanikasının aparatı xüsusi incəliklərə malik ehtimal nəzəriyyəsi anlayışları ilə yaradılmışdır. Amma Zadənin QSQ nəzəriyyəsinin istifadəsi daha məqsədə uyğun ola bilər.

Belə görünür ki, gündəlik təcrübələr, makroskopik səviyyədə təcrübələr 1 və ya 2-ci qruplara aiddir, yəni yaxşı təcrübələrdir. Ancaq buna tam zəmanət verilmir. Məsələn, Uspekhi-Physics jurnalında çap olunan məqalədə [8] göstərilir ki, mövcud olan statistik üsulları eksperimental nəticələrin paylaşılmasının "incə" strukturunu təhlil etmək üçün uyğun deyil.

Bu məqalə makroskopik proseslərdəki fluktuasiyaları öyrənmə və müəlliflər bizi belə qənaətə gətirirlər ki, "ehtimal" və "təsadüfilik" anlayışları fluktuasiyaların necə paylaşılacağı sualının cavabını müəyyənləşdirmir. Ehtimal nəzəriyyəsinin orta kəmiyyət anlayışı burada keçərli deyil.

Burada Bellman və Zadənin necə xəbərdarlıq etdiklərini xatırlaya bilərik: "Biz hesab edirik ki, təsadüfilik və qeyri-səlislikləri ayırmaq lazımdır, ikincisi bir çox qərarların qəbulu proseslərində qeyri-dəqiqliyin əsas mənbəyidir". Beləliklə, L.Zadənin QSQ nəzəriyyəsinin fizikada tətbiqi çox vacib bir məsələdir.

Məlumdur ki, Kolmoqorovun aksiomatikasına görə  $\Omega$  ehtimal fəzasının elementləri və ya nöqtələri gələcəkdə baş verəcək və ya olmayacaq  $A, B, \dots$  hadisələri deyil,  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$  elementar hadisələrdir, yəni  $\Omega = \{ \omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots \}$  [3]. Bu halda, ehtimal nəzəriyyəsində  $\Omega$ -nin müxtəlif alt alt çoxluqları  $I(\omega)$  adlanan hadisə indikatoru ilə əlaqəli olan  $A, B, C, \dots$  hadisələrdir:

$$I(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{əgər } \omega \in A \\ 0, & \text{əgər } \omega \notin A \end{cases}$$

Burada  $A$  – biz tərəfdən baxılan hadisədir. O, elementar hadisələrdən ibarət olunan səlissə çoxluğudur.

Lakin L.Zadə öz QSC nəzəriyyəsində  $M$  səlissə yox, qeyri səlissə olan çoxluqlara baxır. Buraya o yeni bir anlayış gətirir – bu  $x$  elementinin  $M$  çoxluğuna  $\mu(x)$  məhsubiyyət funksiyasıdır.

$$\mu(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{əgər } \omega \in A \\ 0, & \text{əgər } \omega \notin A \\ [0, 1], & \text{digər hallarda.} \end{cases}$$

Gordüyümüz kimi, Zadənin QSC-da olan məhsubiyyət funksiyası  $\mu(\omega)$  ehtimal nəzəriyyəsində olan  $I(\omega)$  indikatorun analoqudur, lakin daha geniş əhatəli.

Məlumdur ki, ehtimal nəzəriyyəsində  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$  elementar hadisələrdən başqa onların üzərində olan operasiyalarda baxılır. Onlar  $F$  klas hadisələr – hadisələrin cəbri - adlanır. Ona görə də ehtimal fəzası  $\Theta$ ,  $\Theta = \{\omega, F, P\}$  kimi yazılır, burad  $P$  – ehtimalın özüdür. Əgər  $\Omega$   $n$  sayda  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$  elementar hadisələrdən ibarətdirsə, onda  $F$  klası  $2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$  hadisələrdən ibarətdir. Burada ehtimal nəzəriyyəsində geniş istifadə olunam kombinatorika elminin  $2^n$  aranjemanları və  $C_n^k$  kəmbinonlarıdır. Burada  $2$  rəgəmin mənası isə odur ki, Aristotelin iki cavablı, yəni baxılan hadisədə elementar hadisə baş verir ya yox məntiqidir. Buna əlavə olaraq ehtimal nəzəriyyəsində elementar hadisələr cüt-cüt bir yerdə baş verməyən bərabər ehtimallı hadisələrdir. Beləliklə ehtimal nəzəriyyəsində  $F$  klasdan seçim edilir və cüt-cüt bir yerdə baş verməyən bərabər ehtimallı hadisələrdir tam bütöv qrup yaradır.

Beləliklə, tam  $A_1, A_2, \dots, A_n$  hadisələr yeni  $\Omega$  ehtimal fəzanın nöqtələri sayıla bilər  $\Omega = \{\omega_1\} + \{\omega_2\} + \dots + \{\omega_n\}$ , burada  $\{\omega_n\}$  - bir  $A_n$  nöqtədə cəmləşmiş elementar hadisələrin çoxluğudur.

Lakin, bu  $\Omega$  fəzanın ətrafında  $F$  klasdan  $A_1^*, A_2^* \dots A_n^*$  cüt-cüt bir yerdə baş verən bərabər ehtimallı olmayan hadisələr gəlir. Onlar L.Zadənin QSC nəzəriyyəsində aiddilər. Bu  $A_1^*, A_2^* \dots A_n^*$  nöqtələr tam yeni qeyri-səlissə  $\Omega^*$  fəzanın nöqtələridir,  $\Omega^* = \{\omega_1^*\} + \{\omega_2^*\} + \dots + \{\omega_n^*\}$ . Biz burada əmin deyilik  $\omega^*$  nöqtə bu  $\Omega^*$  fəzaya məhsubdur ya yox, diz yalnız onun məhsubiyyət dərəcəsinə danışa bilərik. Bu iki  $\Omega$  və  $\Omega^*$  fəzaları birləşdirərək, biz tam yeni  $\Omega^{**}$  fərsətlər ya da mümkünliklər fəzasını yaradırıq,  $\Omega^{**} = \Omega \cup \Omega^*$ . Bu

$(\Omega^{**}, F, \Pi)$  fəzada,  $\Pi$  – mümkünlik ölçüsüdür,  $F$  – hadisələrin cəbri. Aydın ki, bu yeni məkanda ehtimal nəzəriyyəsində nəzərdən keçirilə bilməyən nəticələri indinəzərdən keçirilə bilər. Yuxarıda qeyd edilmiş kimi, statistik sabitliyin mövcud olduğu təcrübədə təcrübənin nəticəsi sabit qiymət alır, ona görə ki, bu hadisə eyni dərəcədə ehtimal olunan, qoşa uyğun gəlməyən hadisələrin birliyi və ya  $A = A_1 + A_2 + \dots + A_k$  cəmi kimi təmsil oluna bilər. Bu halda  $P(A_i) = \frac{1}{n}$ , və  $P(A) = \frac{k}{n}$ . Statistik sabitliyin olmadığı təcrübədə nəticə  $A_1 + A_2 + \dots + A_k$  cəmi kimi təqdim edilə bilməz. Buna görə də, burada ehtimal nəzəriyyəsindən istifadə etmək olmaz, lakin Zadə qeyri-səlissə çoxluqlar nəzəriyyəsi istifadə oluna bilər.

Sadə birmisal verək. Zər-kub üçün ehtimal fəza tərəfləri nomrələnmiş 6 elementar hadisədən ibarətdir ( $\omega_1 - 1$ -ci üz düşəcək,  $\dots, \omega_6 - 6$ -cı üz düşəcək).  $F$  adlanan ehtimal fəzamızın cəbri  $2^6 = 64$  element - hadisə ilə işləyir. Bu 64 hadisə arasında 6 bərabər ehtimallı,  $\{1\}, \{2\}, \dots, \{6\}$  hadisə seçilir ki, bunlar ikili bir-biri ilə baş verməyən, eyni dərəcədə ehtimal olunan hadisələrin tam qrupunu təşkil edir. İstənilən nəticə, məsələn  $\{1, 5\}$  – hər iki tərəfdən ya  $\{1\}$ , ya  $\{5\}$  tərəf – statistik sabitliyə malikdir,  $v = \frac{2}{6}$ . Bu Kolmogorov aksiomatikasındadır.

İndi isə təsəvvür edək ki, biz burada yalnız 3 bərabər ehtimallı, cüt-cüt baş verməyən  $A_1 = \{1, 2\}$ ,  $A_2 = \{3, 4\}$ ,  $A_3 = \{5, 6\}$  elementar hadisələri görürük. Onlar tam qrupu təşkil edirlər və bu hadisələrin cəbri  $F = 2^3 = 8$  elementdən ibarətdir. Məsələn,  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  nəticə üçün  $A = A_1 + A_2$ . Bu halda  $I(\omega_1) = 1$ ,  $I(\omega_2) = 1$ ,  $I(\omega_3) = 0$  və ehtimal  $P(A) = \frac{2}{3}$ .

Lakin, məsələn  $A = \{1, 5\}$  nəticə haqqında baz hecnə deyə bilərik? Burada biz  $I(\omega)$  indikator anlayışından L.Zadənin QSC nəzəriyyəsində olan  $\mu(\omega)$  məhsubiyyət funksiyası anlayışına keçməliyik. Bundan sonra biz ehtimal fəzada olan  $\omega_1 = \{1, 2\}$ ,  $\omega_2 = \{3, 4\}$ ,  $\omega_3 = \{5, 6\}$  elementar hadisələrin yanına  $\omega_1^* = \{1, 5\}$ ,  $\omega_2^* = \{4, 6\}$  ... və s. fokal adlanan elementləri, yəni qoşa baş verən hadisələri də goymalıyıq. Zadənin qeyri-səlissə çoxluqlar nəzəriyyəsində bu fokus elementləri  $\Pi(A)$  imkan ölçüsü ilə bağlıdır [1]. Ehtimal nəzəriyyəsində indikator  $I(\omega)$  göstəricisinin orta qiyməti hadisəsinin ehtimalıdır  $P(A)$ :

$$E(I(\omega)) = \frac{1 + 1 + \dots + k \text{ dəfə} + 0 + 0 + \dots + (N - k) \text{ dəfə}}{N} = P(A),$$

Burada  $A = A_1 + A_2 + \dots + A_k$ .

Eynilə, L.Zadənin QSC nəzəriyyəsində olan  $\mu(\omega)$  məhsubiyyət funksiyasının orta qiyməti hadisəsinin mümkünlüyüdür  $\Pi(A)$ :

$$E(\mu(\omega)) = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_k = \Pi(A).$$

Ehtimal nəzəriyyəsində təsadüfi dəyişən kəmiyyət  $X$  anlayışı mərkəzi yer tutur. Təsadüfi dəyişən  $X$  – funksiyadır. O,  $\Omega$  fəzadan hansısa bir sistemin müxtəlif hallar fəzasına keçid edən funksiyadır. Hallar fəzası  $R$

həqiqi ədədlər dəsti də ola bilər, yəni  $X : \Omega \rightarrow R$ . Təsadüfi dəyişən kəmiyyət aşağıdakı xüsusiyyətə malik olmalıdır:

$$A = \{\omega / X(\omega) \leq x\} \in A, \quad \forall x \in R,$$

Burada  $\omega$  – elementar hadisə,  $A$  – hadisələrdir və yaxud  $\sigma$ - sahə  $A$ .

Əgər elementar hadisələrin məkanı  $\Omega$  birbaşa müşahidə üçün ölçətan deyilsə, yuxarıdakı  $X$  funksiyasından istifadə etməklə məlumat əldə edilə bilər, yəni  $X : \Omega \rightarrow R$ .

Təsadüfi dəyişən  $X$  bir növ “ölçmə cihazı”dır. Bununla belə,  $\Omega$  fəzasındakı hər hadisə “ölçmə cihazı  $X$ ” tərəfindən aşkar edilə bilməz. Başqa sözlə, hər bir hadisə  $A \in \mathcal{A}$  belə  $A = X^{-1}(B)$  şəklində təmsil oluna bilməz. Buna görə də,  $\sigma$ - sahə  $A(x)$   $A$  hadisə sahəsinin alt sahəsidir, yəni  $A(x) \subset A$ .

Belə hadisələrə Zadənin QSC nöqtəyi-nəzərindən baxmaq və qeyri-səlis kəmiyyət  $X^*$  anlayışını təqdim etmək çox maraqlıdır.  $X$  təsadüfi dəyişən kimi, qeyri-səlis dəyişən  $X^*$ -in tərifində əsas rolu qeyri-səlis fəza  $\Omega^* = \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$  oynayacaq və bütün hadisələr  $A$   $\sigma$ -sahədir.

Təsadüfi dəyişən  $X$  kimi, qeyri-səlis dəyişən  $X^*$  da  $\Omega^*$  fəzasından elementəri  $R$  həqiqi ədədlər çoxluğuna aparən funksiyadır, yəni  $X^*: \Omega^* \rightarrow R$ .  $O$ , aşağıdakı xüsusiyyətlərə malikdir:

$$A = \{\omega / X^*(\omega) \leq x\} \in \mathcal{A}, \quad \forall x \in R.$$

$X$ -ə bənzər qeyri-səlis kəmiyyət  $X^*$  həm də bir növ “ölçü cihazıdır”. Aydın ki, iki ölçmə vasitəsi həmişə bir vasitədən daha yaxşıdır.

İfadə olunan fikirləri S.Şnolun məqaləsi ilə əlaqələndirmək olar. Məqələdə deyilir ki, müxtəlif xarakterli hər hansı proseslər üçün eksperimental nəticələrin qəribə səpələnməsi var, yəni hamısı eyni “incə” paylanma strukturuna malik idilər. Məqələnin son sözü belə bir sualdır: “Nə üçün nəzəriyyə bunu izah

edə bilmir?” və müəllif belə qənaətə gəlir ki, “ehtimal”, “təsadüfilik” və “xaos” anlayışları aydınlaşdırma tələb edir.

“Nəticələrin səpələnməsi”ndə incə qanunauyğunluqlar axtarmaq lazımdır və təəssüf ki, mərkəzi ehtimal teoremlərə əsaslanan nəticələrin statistik emalı üsulları nəticələrin paylanmasının “incə” strukturunu təhlil etmək üçün kifayət deyil. Beləliklə, müəllifin bəhs etdiyi nəticələrin qəribə səpələnməsi təkcə təsadüfiliklə deyil, həm də prosesin qeyri-səlisliyi ilə bağlıdır və məhs “incə” quruluş qeyri-səlisliklə bağlıdır.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, qeyri-səlis kəmiyyət “ölçmə cihazıdır” və burada onun köməyi ilə istəsək də, istəməsək də, eksperimental nəticələrin paylanmasının incə strukturu aşkarlanır.

Bir çox fiziki proseslərdə, o cümlədən stoxastik proseslərdə sabitliy məsələsinə çox diqqət yetirilir. Riyaziyyatçılar bu məsələlərdə Lyapunov funksiyasını öyrənirlər. Aydın ki, sistemin sabitliyi üçün əlavə məhdudiyətlər lazımdır ki, L.Zadənin QSC nəzəriyyə-sində bu kəmiyyət - zərurətdir  $N$ , və yuxarıda müzakirə edilmişdir ki  $N(A) + N(B) < 1$ .

Sonda, ehtimal və L.Zadənin QSC nəzəriyyələrin içində olan qeyri-müəyyənliklər və fizika- riyaziyyat elmində olan təriflərlərin əlaqəsinə cədvəl şəkilində vermək yaxşı olardı.

Cədvəl

Fizika və riyaziyyat	Ehtimal və L. Zadənin QSM nəzəriyyələri
Entropiya (S)	Qeyri-müəyyənlik ölçüsü (g)
Təsadüfi dəyişən və ya hadisə $X(\omega)$	Ehtimal ölçüsü P
Təsadüfi funksiya və ya stoxastik proses $X_t(\omega)$	Mümkünlükdür ölçüsü $\Pi$
Sabitliy (Lyapunov funksiyası L)	Zərurət ölçüsü N
Elementar hadisə $\omega$	İndikator I və məhsubiyyət funksiyası $\mu$

- [1] Л.А. Заде. Роль мягких вычислений и нечеткой логики в понимании, конструировании и развитии информационных интеллектуальных систем. Новости искусственного интеллекта, № 2-3, 2001, (44-45), с.7-152.
- [2] М.И. Алиев, И.М. Алиев, Э.А. Исаева. Флуктуации сточки зрения теории нечетких множеств Л.Заде. Ис-кусственный Интеллект и принятие решений, 2009, № 2, с.70-753.
- [3] А.Н. Колмогоров. Основные понятия теории вероятностей, М.: Наука, 1974.
- [4] Г. Крамер. Математические методы статистики, М.: Мир, 197
- [5] А. Дюбуа, А. Прад. Теория возможностей: Приложе-ния к представлению знаний в информатике, М.: Радио и связь, 1990, 290с.
- [6] R.E. Bellman, L.A. Zadeh. Making in Fuzzy Environment, Management Science, 17, No.4, 1970, p.141-1647. В.Н. Тутубалин. Теория вероятностей, М.: Изд. МГУ, 1972, 209с.
- [7] С.Е. Шноль и др. Флуктуации в макросистемах. УФН, 1998, т. 168, № 10, с.1129-1140
- [8] M.I. Aliyev, E.A. Isayeva, I.M. Aliyev. Random and fuzzymagnitudes as some kind of measuring devices. Pro-ceeding of ICAFS-2010 (Ninth International conferenceon Application of Fuzzy System and Soft Computing), Prague, Czech Republic, August 26-27, 2010, p.275-277

**E.A. Isayeva**

**COMPARISON OF THEORIES OF PROBABILITY AND L. Zadeh's FUZZY SETS**

Probability theory deals with the uncertainties. So what was the need for the Zadeh's fuzzy sets theory? Logical operations performed by artificial intelligence are based on multi-valued fuzzy logic. Here it would be appropriate to use L. Zadeh's fuzzy set theory (FST). Physical processes occurring in the artificial intelligence can be considered as fuzzy phenomena.

**Э.А. Исаева**

**СРАВНЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ Л. ЗАДЕ**

Теория вероятностей имеет дело с неопределенностями. Так в чем же была необходимость в теории нечетких множеств Заде? Логические операции, выполняемые искусственным интеллектом, основаны на многозначной нечеткой логике. Здесь уместно было бы воспользоваться теорией нечетких множеств (ТНТ) Л. Заде. Физические процессы, происходящие в искусственном интеллекте, можно рассматривать как нечеткие явления.