РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В p-n ПЕРЕХОДАХ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ ЛЮТФИ ЗАДЕ

Э.А. ИСАЕВА, А.М. АЛИЕВА

Институт Физики Национальной Академии Наук Азербайджана,
Az-1143, Баку, проспект Г. Джавида 131,
elmira@physics.ab.az

Как-то профессор Лютфи Заде, увидев книгу «Нечеткая логика в химии» [1] был крайне удивлен, о чем он и написал в предисловии. Он не думал, что его идеи могут найти отклик в химии, образуя «нечеткую химию». Но не только в химии, и в физике тоже, как нам это представляется.

Физическая наука при изучении явлений реального мира часто, сталкиваясь с неопределенностями, строит модели явлений, что имеют не очень много общего с действительностью. Типы этих моделей напрямую связаны с эволюцией физики. В раннем своем развитии физики часто использовали только лишь детерминистические модели. Но затем они стали использовать в своих моделях неопределенности вероятностного типа, и статистическая физика стала продуктом того времени. Но потом, изучая микромир и придя к неопределенностям Гейзенберга, физики столкнулись с совсем новым типом неопределенности – с принципиальной стохастичностью. Квантовая статистика, являясь продуктом уже нашего времени в основе, которой уже байесовское приближение, подтверждает сказанное. Отметим, что здесь оценка проводится с использование подходов байесовской статистики, т.е. оценки того, насколько наши представления о ситуации меняются под влиянием полученных фактов – иными словами, как априорное (до начала опыта) распределение возможных значений меняется под влияние результатов эксперимента [3]. Но заканчивается ли на этом развитие типов моделей? Конечно, нет. Как нам кажется, включение новых – нечетких – мер неопределенностей в наше научное мировоззрение позволит нам изучать явления природы с более высокой ступени иерархии неопределенностей. Именно теория нечетких множеств Заде – тот адекватный математический и философский инструмент, который поможет нам для этой цели [3]. Вышесказанное базируется на следующем:

1. Физическая модель, содержащая в себе приближения, имеет неточность. Эта неточность есть результат конфликта между сложностью модели и требуемой аккуратности. Изучение такой неточности является предметом ТНМ Заде.
2. Многие физические законы являются результатом анализа эмпирических данных. Но сами эксперименты не всегда являются «чистыми». Попытки использовать статистический регрессионный анализ не дают должного результата. В этом случае целесообразно использовать ТНМ Заде.
3. Структурный анализ сплавов, использующий классические методы для распознавания линий спектров, оказывается малоэффективным, когда линии перекрываются. Здесь известный метод ТНМ Заде – метод распознавания образов может оказать большую помощь в материаловедении.
4. Понятие энтропии часто используется физиками, когда они имеют дело с хаосом. ТНМ Заде тоже имеет дело с хаосом и для этого выделяет подходящую нечеткую меру.

Вышесказанные идеи могут быть представлены в виде Таблицы, которая обобщает проблемы, можно сказать, «нечеткой физики».

	Проблемы «нечеткой физики»	Методы решения ТНМ Заде
1.	Неопределенности в физике	Теория возможностей Теория нечетких множеств Теория нечетких доказательств
2.	Совершенствование классических эмпирических законов физики	Нечеткий анализ данных
3.	Интерполяция теоретических закономерностей	Принцип расширения Заде
4.	Структурные исследования, проблема распознавания структур	Нечеткое разделение Нечеткое группирование Нечеткая теория графов
5.	Анализ флуктуаций и хаос	Нечеткий анализ данных Нечеткие дифференциальные уравнения Нечеткий регрессионный анализ Нечеткое программирование

131 H.Javid ave, AZ-1143, Baku
ANAS, G.M.Abdullayev Insttute of Physics
E-mail: jophphysics@gmail.com

Теория нечетких множеств Заде [3] включает в себя такие новые категории, как мера возможности события П и мера необходимости события N. Для них имеют место следующие неравенства:

$$\Pi(A) + \Pi(B) \geq 1; \quad N(A) + N(B) \leq 1 \tag{1}$$

где A и B – это два противоположных друг другу события.

ТНМ Заде не исключает из своего рассмотрения вероятностную меру P, для которой как известно строго P(A) + P(B) = 1. Сумма мер равно 1 – это здесь уже не главное требование, как в теории вероятностей. Таким образом, ТНМ Заде может более широко охватывать спектр явлений реального мира. Для этой цели она использует новое понятие – функцию принадлежности μ. Эта функция показывает нам степень принадлежности элемента X к рассматриваемому множеству и поэтому может принимать любое значение из интервала [0, 1]. Функция принадлежности μ является аналогом индикатора *I* в теории вероятностей, принимающего только два значения, 0 или 1. Строго 0 или 1 в значениях индикатора *I* говорит о двузначности логики теории вероятностей. Как известно, аристотелевская логика исключает третье, то есть это да или нет, 1 или 0, третьего не дано. ТНМ Заде, опираясь на нечеткую логику, выходит за рамки такого ограничения. Ведь в ней функция принадлежности μ может принимать любые значения из интервала [0, 1]. Не только одно, да или нет ответ, а все оттенки ответов между, да и нет.

В физике изучение флуктуаций электрического напряжения, проводимости, концентрации носителей тока в металлах и полупроводниках всегда представлял и представляет большой научный и практический интерес [2]. Но использование ТНМ Заде к этим исследованиям может дать нам новый подход к ней. Так, значение 0 из интервала [0,1] значений функции принадлежности μ могло бы соответствовать событию, что флуктуаций нет, а значение 1 – тому событию, что имеют место только одного сорта флуктуации, т.е. одного и того же значения и направления. Конечно же, в реальности флуктуации отличаются друг от друга, но как отличаются от выделенного значения и направления, сильно или слабо, может сказать нам функция принадлежности μ из области [0,1]. Таким образом, реальные флуктуации генерируют бесконечное множество нечетких событий, и каждый элемент этого множества может быть освещен некоторым значением функции принадлежности из ТНМ Заде.

Можно согласиться с тем, если предельные теоремы теории вероятностей и статистические теории дают хорошее согласие с экспериментом, было бы нецелесообразно привлекать ТНМ Заде. Но согласимся с тем, что это происходит не всегда. Как отмечает многие ученые [2], иногда разногласия между статистически ожидаемыми и полученными из эксперимента результатами, могут достигать даже 30%. В этом случае, как говорят сами ученые «ученые начинают бороться с разбросом результатов эксперимента каждый по-своему, физики берут в руки паяльники, химики очищают свои реактивы, хотя может быть в этих разбросах есть своя более тонкая закономерность». В нашей статье нам хотелось бы выявить эту закономерность с точки зрения ТНМ Заде. Предметом исследования будут флуктуации в полупроводниках.

Хорошо известно, что во всяком проводящем электричество теле, вследствие хаотического теплового движения носителей тока возникает флуктуационное напряжение, среднее по времени, которого равно 0, а средний квадрат на единицу полосы частот определяется формулой Найквиста. Этот эффект называют тепловым шумом. Известно, что тепловой шум – это белый шум. Известно, что белый шум хорошо изучен с помощью стохастических дифференциальных уравнений (СДУ). Для белого шума характерно то, что он имеет место при всех частотах и спектральная плотность мощности F(ω) = const. Для теплового шума при обычном термодинамическом выводе формулы Найквиста предполагается, что система находится в состоянии теплового равновесия. Как пишет Мирлин [2] в металлах, даже при отсутствии равновесия, никаких отклонений от формулы Найквиста обнаружить не удавалось. Но в полупроводниках величина флуктуационного напряжения между концами кристалла при прохождении тока через него может на несколько порядков превышать значение, даваемое формулой Найквиста. Даже в монокристаллах и даже когда приняты меры для исключения контактных эффектов, величина флуктуационного напряжения может намного превышать тепловой шум. Природа и происхождение таких флуктуационных шумов представляет, как практический, так и теоретический интерес. Они, как известно, представляют собой, во-первых, дробовой шум, который появляется из-за спонтанных изменений в концентрации носителей заряда, а во-вторых, хорошо известный фликкер-шум (низкочастотный шум со спектральной плотностью 1/f, где f - частота). Тепловой и дробовой шумы достаточно хорошо поддаются изучению и на сегодня уже существуют хорошие теории объясняющие их природу, а вот фликкер-шум, наблюдаемый практически во всех явления природы, но при этом, являясь аномальным, до сих пор вызывает много споров в научных кругах [2]. Фликкер-шум известен еще, как избыточный шум из-за того, что он превышает расчетные значения дробовых и тепловых флуктуаций. Как известно, фликкер-шум наблюдается практически в любых электронных устройствах и его источниками могут быть неоднородности в проводящей среде, генерация и рекомбинация носителей заряда в транзисторах и т.п. Одними из таких транзисторов являются полевые транзисторы, которые управляются p-n переходом. В появлении фликкер-шума в этих транзисторах роль p-n переходов, а именно в генерации и рекомбинации носителей заряда, очевидна. Поэтому мы в статье будем рассматривать распределение носителей заряда в области p-n перехода с точки зрения ТНМ Заде.

Хорошо известно, что p-n переходах распределение электронов и дырок в зависимости от уровня энергии описывается формулой [2]:

$$\mathrm{P}_n|_{x=0}=\mathrm{P}_n(e^{\frac{eU}{kT}}-1) \quad (2),$$

где x – область p-n перехода,
$\mathrm{P}_n|_{x=0}$ – избыточная концентрация дырок в области n при x=0;
u – внешнее напряжение,
e – заряд электрона,
к – постоянная Больцмана.

По мере углубления в область p-n перехода концентрация дырок увеличивается согласно закону:

$$\Delta P(x)=\mathrm{P}_n|_{x=0}\, e^{-\frac{x}{l_p}} \quad (3)$$

Как известно, дифференциальное уравнение для дырок имеет вид:

$$\frac{d^2p}{dx^2}=\frac{p-p_n}{l_p^2} \quad (4)$$

где p_n – концентрация дырок в области n,
l_p – длина диффузии дырок в n области.

Если концентрация дырок p выражается как нечеткая функция $\tilde{p}$, тогда обычное дифференциальное уравнение начинает принимать вид нечеткого дифференциального уравнения:

$$\frac{d^2\tilde{p}}{dx^2}=\frac{\tilde{p}-p_n}{l_p^2} \quad (5)$$

Тогда согласно существующему в ТНМ Заде методу α-срезов это нечеткое дифференциальное уравнение может быть представлен в виде:

$$\frac{d^2[p_1^\alpha,p_2^\alpha]}{dx^2}=\frac{[p_1^\alpha,p_2^\alpha]}{l_p^2} \quad (6)$$

Решение этого уравнение может быть представлен в виде:

$$[p_1^\alpha,p_2^\alpha]=p_n\{[A_1^\alpha,A_2^\alpha]e^{-\frac{x}{L_p}},[B_1^\alpha,B_2^\alpha]\,e^{-\frac{x}{L_p}}\}, \quad (7)$$

где $[A_1^\alpha,A_2^\alpha],[B_1^\alpha,B_2^\alpha]$ – это коэффициенты интервала, которые будут найдены ниже.

Принимая во внимание, что при x→∞ концентрация дырок p_n падает до нуля, тогда можно сказать, что величина $[B_1^\alpha,B_2^\alpha]$ равна нечеткому нулю. В нашей работе нечеткий нуль представляется согласно ТНМ Заде, как:

$$[B_1^\alpha,B_2^\alpha]=[-\beta_b\sqrt{-ln\alpha},\ \beta_b\sqrt{-ln\alpha}], \quad (8)$$

где β_b – это параметр функции принадлежности для нечеткого нуля.

Опираясь на распределение концентрации заряда $x=Z_n$ от толщины слоя n-области в p-n переходе мы можем написать:

$$[A_1^\alpha,A_2^\alpha]=[(\mathrm{P}_n(e^{\frac{eU}{kT}}-1)-\beta_b\sqrt{-ln\alpha}e^{\frac{Z_n}{l_p}})e^{\frac{Z_n}{l_p}},(\mathrm{P}_n(e^{\frac{eU}{kT}}-1)-\beta_b\sqrt{-ln\alpha}e^{\frac{Z_n}{l_p}})e^{\frac{Z_n}{l_p}}], \quad (9)$$

Тогда решение нечеткого дифференциального уравнения может быть представлено в виде:

$$[P_1^\alpha,P_2^\alpha]=[(\mathrm{P}_n(1+((e^{\frac{eU}{kT}}-1)e^{\frac{x-Z_n}{l_p}}-\beta_b\sqrt{-ln\alpha}e^{\frac{x-2Z_n}{l_p}}-\beta_b\sqrt{-ln\alpha}e^{\frac{x}{l_p}}),\left(\mathrm{P}_n\left(1+\left(e^{\frac{eU}{kT}}-1\right)e^{\frac{x-Z_n}{l_p}}+\beta_b\sqrt{-ln\alpha}e^{\frac{x-2Z_n}{l_p}}+\beta_b\sqrt{-ln\alpha}e^{\frac{x}{l_p}}\right)\right] \quad (10)$$

Избыточная концентрация носителей тока может быть представлена как:

$$\widetilde{\Delta P}=\widetilde{P}-P \quad (11)$$

Принимая во внимание оба выражения (10) и (11) распределение избыточных носителей заряда может быть представлено в виде:

$$[\,[\Delta P_n^{1\alpha},\Delta P_n^{2\alpha}]_{x=0}\,]=[\mathrm{P}_n(e^{\frac{eU}{kT}}-1)-2\beta_b\sqrt{-ln\alpha},\mathrm{P}_n(e^{\frac{eU}{kT}}-1)+2\beta_b\sqrt{-ln\alpha}e^{\frac{Z_n}{l_p}}] \quad (12)$$

В глубь n-области p-n перехода избыточная нечеткая концентрация дырок будет иметь следующий вид:

$$\widetilde{\Delta P}(x)=[\Delta P_n^{1\alpha},\Delta P_n^{2\alpha}]_{x=0}e^{-\frac{x}{l_p}}-(e^{-\frac{x}{l_p}}-e^{\frac{x}{l_p}})[-\beta_b\sqrt{-ln\alpha},\beta_b\sqrt{-ln\alpha}] \quad (13)$$

$$\widetilde{\Delta P}(x)=\cup_\alpha \Delta\widetilde{P^\alpha(x)} \quad (14)$$

Как известно, что в диодах из Ge концентрация дырок достигает значения $\mathrm{P}_n=5{,}7*10^9$см$^{-3}$. Используя вышеприведенные вычисления, мы можем найти нечеткую избыточную концентрацию дырок в зависимости от расстояния X и напряжения U.

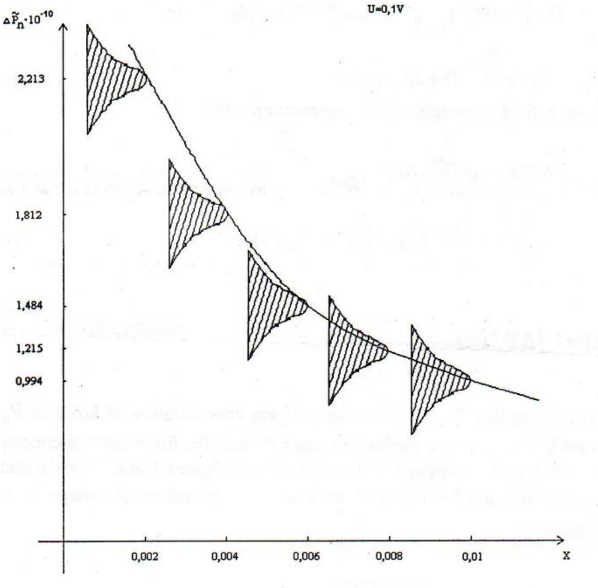

FIGURE 1

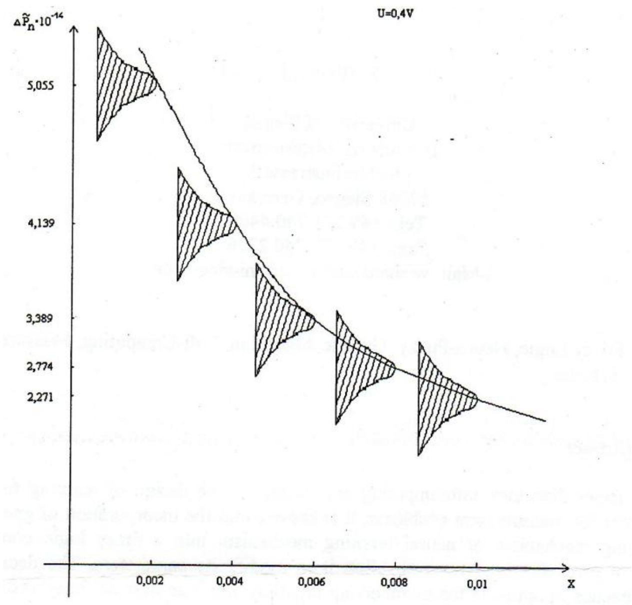

FIGURE 2

Например, выполняя эти вычисления с помощью соответствующих нечетким переменным программам на ЭВМ, были получены графики на рисунках 1 и 2, показывающие зависимости нечеткой избыточной концентрации дырок от X показаны в двух случаях, при напряжениях U=0,2V и U=0,4V, соответственно. Колокол образные кривые на них показывают нам функцию принадлежности, т.е. достоверность полученных кривых. Как видно, на обоих графиках, на малых расстояниях X, т.е. ближе к границе p-n перехода существует больший разброс в концентрации носителей заряда, что подтверждает верность той идеи, что в появлении фликкер-шума генерация и рекомбинация носителей заряда играет большую роль.

---

[1] Fuzzy logic in Chemistry. Edited by Denis H. Rouvray, Academic Press, 1997.

[2] *Д.Н. Мирлин* Электрические флуктуации в полупроводниках, в Сборнике под ред. Иоффе «Полупроводники в науке и технике», том 2, 1958, стр. 516 – 568

[3] *Л.А. Заде* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений, М.:Мир, 1976. 165 с.