KVANT TƏBƏQƏSİNİN KOHERENT HALLAR TƏSVİRİNDƏ KEÇİRİCİLİYİ

R.Q. AĞAYEVA
Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası, H.M. Abdullayev adına Fizika İnstitutu, Bakı, Az 1143, H.Cavid, 131

Sabit elektrik və kvantlayıcı maqnit sahələrində yerləşdirilən parabolik kvant təbəqəsi üçün koherent hallar təsvirində qalvanomaqnit tenzorunun qeyri-diaqonal komponenti hesablanmışdır.

Açar sözlər: koherent hallar, kvant təbəqəsi, qalvanomaqnit tenzoru.
PACS: 03.65.-w, 73.63. Hs

Koherent hallar metodu fizikanın ən müxtəlif sahələrində geniş tətbiq tapmışdır. Malkin və Manko tərəfindən təklif edilən kvant sisteminin hərəkət inteqralları olan bozon udulma operatorlarının müəyyən tam dəstinin koherent hallarının qurulması üsulu, prinsip etibarilə, istənilən dinamik sistem üçün koherent halları qurmağa imkan verdi və kvant sistemlərinin təkamülünün tədqiqatı üçün koherent hallar metodunun imkanını əhəmiyyətli dərəcədə genişləndirdi [1].

Nəzəri fizikada koherent hallar metodunun uğurla tətbiqi əyani klassik dildən istifadə edərək kvant hadisələrinin aydın mənzərəsini vermək imkanı ilə bağlıdır.

Koherent hallar metodunun köməyi ilə yalnız verilmiş sistemlər üçün koherent hallar qurulmur, həm də müxtəlif effektlərin bilavasitə hesablanması aparılır.

Məlumdur ki, koherent hallar metodu ilə aparılan hesablamalar klassikaya maksimal yaxınlığı və sadəliyi ilə fərqlənir. O cümlədən, adətən enerji təsvirində hesablamalar zamanı meydana çıxan kvant ədədləri üzrə çox böyük sonsuz cəmlərin əvəzinə inteqrallar alınır ki, bu da məsələnin həllini əhəmiyyətli dərəcədə sadələşdirir.

Bu məqalədə koherent hallar metodu ilə sabit elektrik və kvantlayıcı maqnit sahələrində kvant təbəqəsi üçün qalvanomaqnit tenzorunun qeyri-diaqonal komponenti σ_{yx} hesablanmışdır.

Hesablamalar göstərir ki, koherent hallar metodu indiki halda da məsələnin həllinin ən sadə və rahat üsuludur.

Sabit elektrik və kvantlayıcı maqnit sahələrində kvant təbəqəsinə baxaq. Vektor-potensialı $\vec{A} = (0, Hx, 0)$ şəklində seçirik. Maqnit sahəsi z oxu boyunca, elektrik sahəsi E isə x oxu boyunca yönəlmişdir. Kvant təbəqəsi məhdudlaşdıran U potensialı ilə səciyyələnir.

Bu məsələyə uyğun olan hamiltonian aşağıdakı şəkildədir (məsələn, [2] d.(111,3) bax)

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - eEx, \tag{1}$$

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m}\left[\hat{p}_x^2 + (\hat{p}_y + m\omega_c x)^2 + \hat{p}_z^2\right] + U \tag{2}$$

burada – x adi kanonik koordinat, $\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z$ - impuls operatorunun komponentləri, $\omega_c = eH/mc$ - tsiklotron tezliyi, c - işığın vakuumda sürəti, m – elektronun effektiv kütləsi, e - onun yükünün mütləq qiymətidir, ω_0 - elektron üçün keçiricilik zonasında Kvant təbəqəsinin parabolik potensialını xarakterizə edir,

$$U = m\omega_0^2 x^2/2 \tag{3}$$

Qalvanomaqnit tenzorunun qeyri-diaqonal komponentinin hesablamasını $\hat{H}_0$ tarazlıq hamiltonianı ilə təsvir edilən kvant sisteminin qeyri-ermit Boze operatorlarının bütöv dəstinin məxsusi funksiyaları olan koherent hallar təsvirində aparacağıq.

Asanlıqla yoxlamaq olar ki, $\hat{H}_0$ hamiltonianını aşağıdakı şəkildə təqdim etmək olar

$$\hat{H}_0 = \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{H}_3, \tag{4}$$

burada

$$\hat{H}_1 = \frac{1}{2m}\left[\hat{p}_x^2 + m^2\omega^2(x - \hat{x}_0)^2\right] = \hbar\omega\left(\hat{A}^+\hat{A}^- + \frac{1}{2}\right), \tag{5}$$

$$\hat{H}_2 = \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \frac{\hat{p}_y^2}{2m}, \quad \hat{H}_3 = \frac{\hat{p}_z^2}{2m}, \tag{6}$$

$$\hat{x}_0 = -\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2 \frac{\hat{p}_y}{m\omega_c}, \quad \omega^2 = \omega_c^2 + \omega_0^2 \tag{7}$$

$$\hat{A}^{\pm} = e^{\mp i\omega t}\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x - \hat{x}_0 \mp \frac{i\hat{p}_x}{m\omega}\right) \tag{8}$$

α, k_y, k_z – kvant ədədləridir. $\hat{H}_0$ üçün dalğa tənliyi

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - \hat{H}_0\right)\psi = 0 \tag{9}$$

şəklindədir, onun həlli isə aşağıdakı kimidir:

$$\psi = |\alpha\rangle |k_y\rangle |k_z\rangle, \tag{10}$$

çünki $\hat{H}_1, \hat{H}_2, \hat{H}_3$ operatorları bir-biri ilə kommutasiya edirlər. (10)-da

$$|k_y\rangle = \exp(ik_y y), |k_z\rangle = \exp(ik_z z), p_y = \hbar k_y, \tag{11}$$

$|\alpha\rangle$ isə koherent hallara qoyulan bütün tələblərə cavab verməlidir [1]:

1) $|\alpha\rangle$ bozon udulma operatorunun və hərəkət inteqralının yəni $\hat{A}^-$ məxsusi funksiyasıdır:

$$\hat{A}^-|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle, \quad \langle\alpha|\hat{A}^+ = \alpha^*\langle\alpha| \tag{12}$$

burada α- ixtiyari kompleks ədəddir,

$$\left[i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - \hat{H}_0, \hat{A}^{\pm}\right]|\alpha\rangle = 0, \tag{13}$$

131 H.Javid ave, AZ-1143, Baku
ANAS, G.M.Abdullayev Institute of Physics
E-mail: jophphysics@gmail.com

$$[\hat{A}^{-}, \hat{A}^{+}] = 1 \qquad (14)$$

2) $|\alpha\rangle$ normalaşdırma şərtini təmin edir

$$\langle\alpha|\alpha\rangle = 1 \qquad (15)$$

$|\alpha\rangle$-nın dalğa funksiyaları tam sistem təşkil edir, amma onlar ortoqonal deyil.
3) $|\alpha\rangle$-ları əsas haldan $|0\rangle$ almaq olar, onun üçün

$$\hat{A}^{-}|0\rangle = 0 \qquad (16)$$

Məlumdur ki, (bax: d.(8.1) [3]), sistemin tarazlıqdan kiçik kənara çıxmaları zamanı yaranan cərəyanlar qüvvələrdən xətti asılıdır və

$$j_i = \sum_{l=1}^{3}\left[\sigma_{il}(H)E_l - \beta_{il}(H)\frac{\partial T}{\partial x_l}\right] \qquad (17)$$

tipli fenomenoloji tənliklərlə təsvir edilir. Burada $j_i -$ elektron keçiricilikli izotrop mühitdə cərəyan sıxlığının komponentləri, σ_{il} və $\beta_{il} -$ qalvano- və termomaqnit tenzorlarının komponentləridir. Temperatur T və kimyəvi potensial sabit olduqda, və $E = E_x$ qeyri-dissipativ cərəyan y oxu istiqamətində yaranır, yəni

$$j_y = \sigma_{yx}E_x \qquad (18)$$

Bu cərəyanı, yaxşı məlum olan ifadəyə, məsələn [3]

$$j_y = -enS_p\hat{\rho}\hat{v}_y\,, \qquad (19)$$

ifadəsinə əsaslanaraq hesablayaq, burada n- elektronların sıxlığı, $\hat{\rho}$ –sıxlıq matrisi, $\hat{v}_y$ –sürət operatorunun uyğun komponentidir.

Sürətin operatoru üçün məlum kvant-mexaniki ifadədən (s. 77 [2]) istifadə edərək (1), (4), (6) düsturlarını oraya qoyaq. $\widehat{\mathrm{H}}_1$, $\widehat{\mathrm{H}}_3$ -in $\hat{k}_y$-dan asılı olmamasını və (d.(16.5) [2]) düsturunu nəzərdə tutaraq sürət operatoru üçün aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$\hat{v}_y = \frac{i}{\hbar}[\widehat{H}, y] = \frac{i}{\hbar}[\widehat{H}_2, y] = (\frac{\omega_0}{\omega})^2\frac{\hat{p}_y}{m} \qquad (20)$$

Baxılan məsələnin sıxlıq matrisini aşağıdakı şəkildə təqdim edək:

$$\hat{\rho} = \hat{\rho}_0 + \hat{\rho}_1 \qquad (21)$$

Burada

$$\hat{\rho}_0 = Z_0^{-1}\exp(-\widehat{H}_0\gamma),\, Z_0 = S_p exp(-\widehat{H}_0\gamma) \qquad (22)$$

$\hat{\rho}_0$- taraz sıxlıq matrisi, Z_0 – uyğun statistik cəmdir, $\gamma = kT, k -$ Bolsman sabiti,

$$\widehat{\rho}_1 = \hat{\rho}_0\int_0^{\gamma} d\gamma' e^{\widehat{H}_0\gamma'}eExe^{-\widehat{H}_0\gamma'} \qquad (23)$$

(d. (2.172) [4]) sıxlıq matrisinə qeyri-taraz əlavədir.

(20)-dən $S_p\hat{\rho}_0\hat{v}_y = \frac{i}{\hbar}S_p\hat{\rho}_0(\widehat{H}y - y\widehat{H})$ ifadəsi şpur işarəsi altında dövri yerdəyişdirmə zamanı sıfra bərabər olur. Onda (19), (20), (11), (23)- ə əsasən alırıq:

$$j_y = -enS_p\hat{\rho}_1\hat{v}_y = -enS_p\hat{\rho}_0\int_0^{\gamma} d\gamma' e^{\widehat{H}_0\gamma'}eExe^{-\widehat{H}_0\gamma'}(\frac{\omega_0}{\omega})^2\frac{\hbar\hat{k}_y}{m} \qquad (24)$$

x-i (8)-in köməyi ilə $\widehat{\mathrm{A}}^{\pm}$ ilə ifadə edək:

$$x = \hat{x}_0 + \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}(e^{-i\omega t}\hat{A}^{-} + e^{i\omega t}\hat{A}^{+}) \qquad (25)$$

(24)-ü (25)-də yerinə qoyaq, d.(3.46) -dan [5] istifadə edək

$$e^{\gamma'\hat{A}^{+}\hat{A}^{-}}\hat{A}^{\pm}e^{-\gamma'\hat{A}^{+}\hat{A}^{-}} = \hat{A}^{\pm}e^{\pm\gamma'} \qquad (26)$$

və γ' üzrə inteqral götürək. Nəticədə alarıq:

$$j_y = -\frac{\hbar e^2 \mathrm{E}n}{m}(\frac{\omega_0}{\omega})^2 S_p\hat{\rho}_0\left\{\hat{x}_0\gamma + \frac{C}{\hbar\omega}\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}(e^{-i\omega t}\hat{A}^{-} + e^{i\omega t}e^{\hbar\omega\gamma}\hat{A}^{+})\right\}\hat{k}_y, \qquad (27)$$

Burada $C = 1 - e^{-\hbar\omega\gamma}$

Baxılan halda kvant ədədlərinin dəsti (α, k_y, k_y)-dir. Onda d.(9.4.4) [6] əsasən ixtiyari $\widehat{M}$ operatorun şpuru

$$S_p\widehat{M} = \frac{L_z}{2\pi}\int dk_z\frac{L_y}{2\pi}\int dk_y\frac{1}{\pi}\int d^2\alpha\langle\alpha, k_y, k_z|\widehat{M}|\alpha, k_y, k_z\rangle \qquad (28)$$

olacaq.

(28)-i (27)-də yerinə qoyaq, operatorlardan onların məxsusi qiymətlərinə keçək, (11), (12)-ni, bozon operatorları üçün eyniyyəti d.(3.83) [5]:

$$\langle\alpha|e^{\chi\hat{A}^{+}\hat{A}^{-}}|\alpha\rangle = e^{-(1-e^{\chi})|\alpha|^2}, \qquad (29)$$

[7]-dən d.(13.17)-ni:

$$\int d^2\alpha\; e^{-C|\alpha|^2}\alpha^{*m}\alpha^{n} = \frac{\pi n!}{C^{n+1}}\delta_{mn}\,,\; (ReC>0) \qquad (30)$$

həmçinin s.344 d.(12) [8]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^n e^{-px^2}dx = \begin{cases} \sqrt{\pi}\,p^{-1/2} & n=0 \\ 0 & n=1 \\ \sqrt{\pi}\,p^{-3/2} & n=2 \end{cases} \qquad (31)$$

nəzərə alaraq operatorlardan onların məxsusi qiymətlərinə keçək.

(27)-də ikinci və üçüncü toplananlar sıfıra bərabər olur, ya (30)-a əsasən α üzrə inteqralladıqda, ya da (31)-ə (n=1) əsasən k_y üzrə inteqralladıqda.

Nəticədə (27) aşağıdakı ifadəyə çevrilir:

$$j_y = -\frac{\hbar e^2 E\gamma n}{m}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 S_p \hat{\rho}_0 \hat{x}_0 \hat{k}_y \quad (32)$$

(32)-də $\hat{x}_0$ $\hat{k}_y$ vasitəsilə ifadə edək (bax. (7), $\hat{\rho}_0$-ın əvəzinə (22)-ni qoyaq və sürətdə və məxrəcdə eyni ifadələri ixtisar edək. (32)-nin yerinə alarıq:

$$j_y = \frac{\hbar^2 e^2 E\gamma n}{m^2 \omega_c}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2 \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dk_y \langle k_y \left| \hat{k}_y^2 exp\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \hat{k}_y^2 \gamma\right]\right| k_y\rangle}{\int_{-\infty}^{+\infty} dk_y \langle k_y \left| exp\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \hat{k}_y^2 \gamma\right]\right| k_y\rangle} \quad (33)$$

(33)-də $\hat{k}_y$ operatorundan onun məxsusi qiymətinə keçək, daha sonra (31)-in köməyi ilə (sürətdə n=3, məxrəcdə n=1 olduqda) k_y üzrə inteqral götürək.

(18)-i nəzərə almaqla, nəticədə aşağıdakı ifadəni alarıq:

$$\sigma_{yx} = \frac{ne^2\omega_c}{m\omega^2} \quad (34)$$

Gözlənildiyi kimi, (34) tamamilə [9] işinin nəticəsi ilə üst-üstə düşür, orada analoji məsələ texniki olaraq daha mürəkkəb enerji təsvirində həll edilmişdir.

---

[1] *И.А.Малкин, В.И.Манько*. Динамические симметрии и когерентные состояния квантовых систем. М., Наука, 1979, 320 с.

[2] *Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц*. Теоретическая физика т. III, Квантовая механика, 1974, 752 с.

[3] *Б.М. Аскеров*. Кинетические эффекты в полупроводниках. Л., Наука, 1970, 303 с.

[4] *Р. Фейнман*. Статистическая механика. М., Мир, 1975, 407 с.

[5] *У. Люиселл*. Излучение и шумы в квантовой электронике. М., Наука, 1972, 400 с.

[6] *М. Лэкс*. Флуктуации и когерентные явления. М., Мир, 1974, 299 с.

[7] *Я. Перина*. Когерентность света. М., Мир, 1974, 367 с.

[8] *А.П. Прудников и др*. Интегралы и ряды. М., Наука, 1981, 800 с.

[9] *F.M. Haşımzadə, X.A. Həsənov* AMEA-nın Xəbərləri (Fiz-riyaz. və tex. elmlər ser., fizika və astronomiya), 2007, c. XXVII, № 5, s 3-6.

R.G. Agayeva

CONDUCTIVITY OF THE QUANTUM FILM IN THE REPRESENTATION OF COHERENT STATES

In the representation of coherent states the non-diagonal component of the galvanomagnetic tensor is calculated for a parabolic quantum film placed in a constant electric and quantizing magnetic field.

Р.Г. Агаева

ПРОВОДИМОСТЬ КВАНТОВОЙ ПЛЁНКИ В ПРЕДСТАВЛЕНИИ КОГЕРЕНТНЫХ СОСТОЯНИЙ

В представлении когерентных состояний вычислена недиагональная компонента гальваномагнитного тензора для параболической квантовой плёнки, помещённой в постоянные электрическое и квантующее магнитное поля.

Qəbul olunma tarixi: 26.09.2017