PARABOLİK POTENSİALLI KVANT TƏBƏQƏSİNDƏ ENERJİ SƏVİYYƏLƏRİ

[1]T.H. İSMAYILOV, [1,2]S.İ. ZEYNALOVA
[1]*Bakı Dövlət Universiteti, AZ 1143 Bakı, Azərbaycan*[1,]
tariyel.i@gmail.com
[2]*AMEA-nın Fizika İnstitutu, AZ 1143 Bakı, Azərbaycan*
sebine-zeynalova@mail.ru

Maqnit sahəsində yarımkeçirici əsaslı parabolik potensiallı kvant təbəqəsində ölçü kvantlanmasına qoyulan şərtlər araşdırılmışdır. Göstərilmişdir ki, təbəqədəki yükdaşıyıcı üçün diskret halların sayı məhduddur, belə ki, müəyyən enerjili səviyyədən yuxarıda yerləşən səviyyələr üçün ölçüyə görə kvantlanma şərti ödənmir. Müəyyən edilmişdir ki, ölçü səviyyələrinin sayı 2-3-dən artıq ola bilməz. Alınan nəticə kvant məftillərinə və kvant nöqtələrinə də tətbiq oluna bilər.

Açar sözlər: de Broyl dalğasının uzunluğu, kvant təbəqəsi, parabolik potensial ölçüyə görə kvantlanmış səviyyələr.
PACS: 73.21.Fg
DOI:10.15407/mfint.40.02.147

1. GİRİŞ.

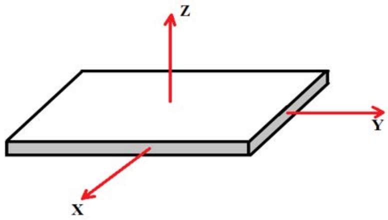
Son onillikdə nanotexnologiyalar sahəsindəki inkişaf cəmiyyətin həyat və fəaliyyətinın bütün sahələrində öz təsirini göstərməkdədir. Yeni, daha kiçik ölçülü, daha sürətli və daha etibarlı cihaz və qurğuların yaradılması məhz bu inkişafın nəticəsidir. Bunun əsasında isə aşağıölçülü sistemlər fizikasının ən fundamental effekti, ölçü kvantlanması adlanan effekt durur [1-5]. Bu effektin mahiyyəti bundan ibarətdir: əgər sistemin (nümunənin) ölçüsü müəyyən bir istiqamətdə de-Broyl dalğasının uzunluğu tərtibində olarsa, həmin istiqamətdə nümunədəki yükdaşıyıcının (məsələn, elektronun) enerji spektri kvantlanmış, yəni, diskret olacaq. Önəmli bir cəhət də odur ki, bu diskretlik nümunənin kvantlanma istiqamətindəki ölçüsündən kəskin asılıdır. Yəni, ölçü kiçildikcə, diskretlik kəskin artır. Topologiyanın belə dəyişməsi yarımkeçirici əsaslı optik detektorların, lazerlərin və müxtəlif tezliklər oblastında işləyən digər optoelektronika cihazlarının parametrlərinin yaxşılaşdırılmasına imkan yaradır. Ölçü kvantlanmasını səciyyələndirən ən vacib parametrlərdən biri ən aşağı (əsas) səviyyənin enerjisidir. Digər vacib parametr səviyyələrin sayıdır. Nəzəri olaraq bu saya məhdudiyyət qoyulmur. Amma real heterostrukturlarda, kvant təbəqələrində enerji səviyyələrinin sayı potensial quyunun dərinliyi, həndəsi ölçüləri ilə təyin olunur və adətən bir neçə vahiddən çox olmur.

Aşağıölçülü elektron sistemlərində məhdudlaşdırıcı potensialın seçilməsi önəmli şərtlərdən biridir. Bir çox məsələlərdə analitik həllər verən sonsuz dərin quyu modelindən istifadə olunur. Bu isə çox hallarda təcrübə ilə yaxşı uyğunluq vermir. Nisbətən daha dəqiq model elektronların müsbət yüklərlə qarşılıqlı təsirinin nəzərə alınması ilə alına bilər [6-8]. Kvant təbəqəsinin qalınlığı (z oxu istiqamətində ölçüsü) d olsun. Onda, ölçü kvantlanmasının yaranması üçün

$$d \le \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \qquad (1)$$

şərti ödənməlidir. Burada m^* yükdaşıyıcının kütləsi, E onun enerjisidir. İndi yükdaşıyıcının enerjisini, yəni enerji spektrini tapaq.

2. ENERJİ SPEKTRİ VƏ DALĞA FUNKSİYALARI.



Şəkil 1.

Fərz edək ki, müsbət yüklərin təbəqənin qalınlığı boyunca paylanması bircinsdir, onda hesab etmək olar ki, təbəqənin məhdudlaşdırıcı potensialı parabolikdir [9, 10]. Kvant təbəqəsindəki quyuda mövcud olan ikiölçülü elektron qazına baxaq (şəkil 1). z oxu istiqamətində yükdaşıyıcıların hərəkəti məhdud olduğundan, yəni, elektron və deşiklərin de-Broyl dalğasının uzunluğu təbəqənin qalınlığı tərtibində olduğu üçün, onların enerji spektri z istiqamətində diskret olmalıdır. (xy) müstəvisində isə yükdaşıyıcının hərəkəti sərbəstdir. Nəzərə alaq ki, z oxu istiqamətindəki hərəkət parabolik

$$V(z) = \begin{cases} \dfrac{m_c^* \omega_0^2 z^2}{2}, & 0 < z < a \\ \infty, & 0 > z < a \end{cases} \qquad (1^*)$$

potensialı ilə məhdudlanır. Burada, m_c^* elektronun, ω_0 tezlik ölçülü sabitdir və bu sabit məhdudlaşdırıcı potensialın "gücünü" ifadə edir.

Fərz edək ki, maqnit sahəsi $(\vec{B})$ y oxu istiqamətində yönəlib. İndi elektronun Hamilton operatorunu yazaq:

$$\hat{H} = \frac{(\hat{\vec{P}} - e\vec{A})^2}{2m_c^*} + \frac{m_c^* \omega_0^2 z^2}{2} + g^* \mu_B \vec{\sigma}_y B \qquad (2)$$

Burada, $\hat{\vec{P}}$ -elektronun impuls operatoru, g^* yarımkeçiricidəki keçiricilik elektronunun g^* - faktoru (Lande vuruğu), μ_B – Bor maqneturu, $\vec{\sigma}_y = \pm\frac{1}{2}$ spin ədədi, $\vec{A}$

– elektromaqnit dalğasının (kvant təbəqəsi üzərinə düşən işığın vektor potensialıdır,

$$\hat{\vec{P}} = -i\hbar\vec{\nabla} \qquad \vec{\nabla} = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

Vektor potensialı

$$\vec{A} = \vec{A}(B_z, 0, 0) \qquad (3)$$

kimi seçək. Onda (2) Hamilton operatorunu aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}_x^2}{2\mu_c^*} + \frac{\hat{P}_y^2}{2m_c^*} + \frac{\hat{P}_z^2}{2m_c^*} + \frac{m_c^*\omega_{eff}^2(z-\bar{z})^2}{2} + g^*\mu_B\vec{\sigma}_y B \qquad (4)$$

Burada $\mu_c^* = m_c^*(1+\frac{\omega_c^2}{\omega_0^2})$;

$$\omega_{eff} = \sqrt{\left(\omega_0^2 + \omega_c^2\right)} \quad \omega_c = \frac{eB}{m*} \;;$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m*} \qquad (5)$$

$\vec{\sigma}_y = \pm\frac{1}{2}$ spinin maqnit sahəsi istiqamətindəki proyeksiyalarıdır (spin-aşağı və spin- yuxarı) və

$$\bar{z} = \frac{\hbar k_x}{eB}\frac{\omega_c^2}{\omega_{eff}} \qquad (6)$$

(4) tənliyindən görünür ki, x və y istiqamətlərində elektron, uyğun olaraq, μ_c^* və m_c^* effektiv kütlələri ilə sərbəst hərəkət edir, z oxu istiqamətində isə mərkəzi sürüşmüş kvant ossilyatoru kimi hərəkət edir. Buna görə də, onun dalğa funksiyasını aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$\psi(\vec{r}) = e^{i(k_x x + k_y y)}\varphi_n(z-\vec{z}) \qquad (7)$$

$$\varphi_n(z-\vec{z}) = \frac{1}{2^n n!\sqrt{\pi}z_0} e^{-\frac{(z-\bar{z})}{2z_0^2}} H_n\left(\frac{(z-\vec{z})}{z_0}\right) \qquad (8)$$

$$z_0 = \left(\frac{\hbar}{m^*\omega_{eff}}\right)^{1/2}$$

burada $H_n(\zeta)$ Ermit polinomudur[11].

(7) dalğa funksiyasını $\hat{H}\Psi = E\Psi$ Şredinger tənliyində yerinə yazıb, tənliyi həll etsək, kvant təbəqəsindəki elektron üçün enerji spektrini taparıq:

$$E_{n,k_x,k_y,\sigma_y} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2\mu_c^*} + \frac{\hbar^2 ky}{2m^*} + \hbar\omega_{eff}(n+1/2) + g^*\mu_B\vec{\sigma}_y B \qquad (9)$$

Biz Şredinger tənliyini həll edərkən qəbul etdik ki, enerji həcmi yarımkeçiricinin keçiricilik zonasının dibindən hesablanır. (9) ifadəsindən görünür ki, maqnit sahəsi yönəldiyi istiqamətdə, yəni y oxu istiqamətində, elektrona heç bir təsir etmir. Başqa sözlə, y istiqamətində elektron sərbəst hərəkət edir. Müstəvidə isə x oxu istiqamətində maqnit sahəsinin təsiri nəticəsində elektron dəyişmiş μ_c^* kütləsi ilə sərbəst hərəkət edir. z oxu istiqamətindəki hərəkətə gəldikdə isə, görürük ki, elektron maqnit sahəsində özünü $\omega_{eff} = \sqrt{\left(\omega_0^2 + \omega_c^2\right)}$ hibrid tezlikli harmonik ossilyator kimi aparır və onun enerji səviyyələri n=0,1,2… kvant ədədi ilə təyin olunur. Keçiricilik zonası diskret altzonalara bölünmüş olur. Bu altzonalar isə, öz növbəsində, iki səviyyəyə, spin aşağı (↓) və spin yuxarı (↑) səviyyələrinə parçalanır. Yəni, hər bir altzonanın spinə görə cırlaşması aradan qalxmış olur. $g>0$ olsa, (↑) səviyyənin enerjisi ixtiyari n səviyyəsinin enerjisindən böyük, $g<0$ olanda isə kiçik olur. (↑) və (↓) enerji səviyyələri arasındakı fərq $|g|\mu_B B$ -yə bərabərdir.

(9) düsturunda enerjinin birinci iki həddi elektronun (xy) müstəvisi üzrə hərəkətini ifadə edir, üçüncü və dördüncü hədlər isə z istiqamətindəki hərəkətə uyğundur. Yəni,

$$E_{n,k_x,k_y,\sigma_y} = E_{k_\perp} + E_{k_z}$$

burada

$$E_{k_\perp} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2\mu_c^*} + \frac{\hbar^2 k_y}{2m^*} \,,$$

$$E_{k_z} = \hbar\omega_{eff}(n+1/2) + g^*\mu_B\vec{\sigma}_y B \qquad (10)$$

$$E = E_{k_z} = \hbar\omega_{eff}(n+1/2) + g^*\mu_B\vec{\sigma}_y B \qquad (11)$$

3. DİSKRET SƏVİYYƏLƏRİN MÜMKÜN SAYI .

İndi diskret səviyyələrin mümkün sayını tapaq. Bunun üçün (11)-i (1)-də yerinə yazaq:

$$d \le \frac{h}{\sqrt{2m^*\left[\hbar\omega_{eff}(n+\frac{1}{2}) + g\mu_B\sigma_y B\right]}} \qquad (12)$$

Buradan

$$d^2 \le \frac{h^2}{2m^*\left[\hbar\omega_{eff}(n+\frac{1}{2})+g\mu_B\sigma_y B\right]} \quad (13)$$

və sadəlik üçün spini nəzərə almasaq,

$$n \le \frac{h^2}{2m^* d^2 \hbar\omega_{eff}} - \frac{1}{2} \quad (14)$$

Zəif maqnit sahəsində $\omega_c << \omega_0$

$\omega_{eff} = \sqrt{\left(\omega_0^2 + \omega_c^2\right)} = \omega_0$

$$n \le \frac{h^2}{2m^* d^2 \hbar\omega_0\left(1+2\frac{\omega_c^2}{\omega_0^2}\right)} - \frac{1}{2} \quad (15)$$

$\hbar\omega_0$ -ı qeyri-müəyyənlik prinsipindən qiymətləndirmək olar:

$$\hbar\omega_0 = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m^* d^2} \quad (16)$$

Bunu (15) -də yerinə yazsaq,

$$n \le 4 - 1/2 = 3.5 \quad (17)$$

alarıq. Yəni, maqnit sahəsi olmayanda $(\hbar\omega_c \to 0)$ yalnız ölçüyə görə kvantlanma qalar və diskret səviyyələrin sayı 3-dən çox ola bilməz. Çünki, $n=3$-dən böyük olan səviyyələrin enerjiləri üçün (1) şərti ödənmir.

İndi çox güclü maqnit sahələri halına baxaq, yəni $\omega_c >> \omega_0$ olsun. Onda, (13)-dən aşağıdakı ifadələr,

$$d^2 \le \frac{h^2}{2m^*\left[\hbar\omega_{eff}(n+\frac{1}{2})+g\mu_B\sigma_y B\right]} \quad (18)$$

$$d^2 \le \frac{h^2}{2m^*\left[\hbar\omega_c(n+\frac{1}{2}\pm\frac{1}{4}g)\right]} \quad (19)$$

buradan isə $n \le \frac{h^2}{2m^* d^2 \hbar\omega_0} - \frac{1}{2} \pm \frac{1}{4}g$ alınır. Spinə görə cırlaşma maqnit sahəsində aradan qalxdığından, axırıncı $\pm\frac{1}{4}g$ həddini $\frac{1}{2}g^*$ kimi yazmaq lazımdır. Yəni,

$$n \le \frac{E_d}{\hbar\omega_c} - \frac{1}{2} \pm \frac{1}{4}g\ ;\quad E_d = \frac{h^2}{2m^* d^2} \quad (20)$$

(20)-dən görünür ki, güclü maqnit sahəsində diskret səviyyələrin sayı $\frac{E_d}{\hbar\omega_c}$ nisbətindən və yarəmkeçiricinin g^*-faktorundan asılıdır.

Geniş qadağan zolaqlı yarımkeçirici halında $g^* \approx 2$ və onda

$$n \le \frac{E_d}{\hbar\omega_c} + 1 = \frac{2\pi^2\hbar}{eBd^2} + 1 \quad (21)$$

olacaq. Buradan görünür ki, geniş qadağan zolaqlı yarımkeçirici əsaslı kvant təbəqəsində diskret səviyyələrin sayı güclü maqnit sahəsində yükdaşıyıcının kütləsindən asılı olmayıb, yalnız təbəqənin qalınlığından və maqnit sahəsinin qiymətindən asılıdır.

---

[1] *P. Harrison, Alex Valavanis*. Quantum wells, wires and dots : theoretical and computational physics of semiconductor nanostructures. Fourth edition, West Sussex, United Kingdom; Hoboken, NJ : John Wiley & Sons, Inc., 2016,624 p.

[2] *В.Б. Тимофеев*. Оптическая спектроскопия объемных полупроводников и наноструктур: СПб.: Издательство «Лань», 2014, 512с.

[3] *Manijeh Razeghi, Leo Esaki, Klaus von Klitzing*. The wonder of nanotechnology: quantum optoelectronic devices and applications. 2013, 893p.

[4] *M. Fox*. Optical Properties of Solids. Oxford University Press, 2010, 416 p.

[5] *A. Miller, D. Finlayson, M. Ebrahimzadeh*. Semiconductor Quantum Optoelectronics. From Quantum Physics to Smart Devices. 1999, 496 p.

[6] *T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern*. Rev. Mod. Phys., 1982, 54, 437-672.

[7] *Б.М. Аскеров*. Электронные явления переноса в полупроводниках. М., Наука,1985, 320 с.

[8] *В.П.Драгунов, И.Г.Неизвестный, В.А.Гридчин*.Основы наноэлектроники, Физматкнига, М, 2006, 496 с.

[9] *А.В. Ржанов*. Электронные эффекты на поверхности полупроводников. Наука, М., 1971, 480 с.

[10] *D. K. Ferry and S. M. Goodnick*. Transport in Nanostructures (Cambridge U. Press, 1997). 507 p.

[11] *M.Abramowitz, I. Stegun* (Editors), Handbook of mathematical functions, Nauka, Moscow, 1979, 832 p.

T.H. İsmayılov, S.İ. Zeynalova

ENERGY LEVELS İN QUANTUM FILM WITH PARABOLİC POTENTİAL

The fulfillment of the size quantization criterion in a quantum film in a magnetic field is considered. It shown that there is a limited number of the discrete levels of charge carriers in a quantum well above which the the size quantization criterion is not satisfied. It is shown that in a magnetic field in quantum wells of a parabolic profile the number of size quantization levels cannot exceed two or three levels.

Т.Г. Исмаилов, С.И. Зейналова

УРОВНИ ЭНЕРГИИ В КВАНТОВОЙ ПЛЕНКЕ С ПАРАБОЛИЧЕСКИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Рассмотрено выполнение критерия размерного квантования в квантовой пленке в магнитном поле. Показано, что существует ограниченное число дискретных уровней носителей заряда в яме, выше которого критерий квантования размера не выполняется. Показано, что в магнитном поле в квантовых ямах параболического профиля число уровней размерного квантования не может превышать двух или трех уровней.

Qəbul olunma tarixi: 03.09.2020