KVANT NÖQTƏSİNİN TOQQUŞMASIZ QEYRİ-STASİONAR KEÇİRİCİLİYİ

R.Q. AĞAYEVA
Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Fizika İnstitutu
AZ1143, Bakı, H. Cavid pr., 131
rena.g.aghayeva@gmail.com

Koherent hallar təsvirində qeyri-stasionar elektrik və sabit kvantlayıcı maqnit sahələrində parabolik kvant nöqtəsi üçün qalvanomaqnit tenzorun qeyri-diaqonal komponenti hesablanıb.

Açar sözlər: kvant nöqtəsi, koherent hallar, qalvanomaqnit tenzor, qeyri-stasionar elektrik sahəsi.
PACS:

Bircins stasionar kvantlayıcı maqnit sahəsində və zəif qeyri-stasionar elektrik sahəsində cırlaşmamış elektron qazının qeyri-stasionar keçiriciliyi [1] işində hesablanmışdır. Eyni məsələyə, parabolik kvant məftili üçün [2] işində, parabolik kvant təbəqəsi üçün isə [3]-də baxılmışdır.

Bu işin məqsədi bircins stasionar kvantlayıcı maqnit sahəsində və zəif qeyri-stasionar elektrik sahəsində parabolik kvant nöqtəsi (KN) üçün qalvanomaqnit tenzorun qeyri-diaqonal komponentinin hesablanmasıdır. Cırlaşmamış ideal elektron qazına baxılmışdır. Bu işdə hesablamalar üçün bir çox üstünlükləri olan koherent hallar metodundan [4] istifadə olunmuşdur.

Zamandan asılı olan elektrik və sabit kvantlayıcı maqnit sahələrində KN nəzərdən keçirək. Vektor-potensialı bu formada seçirik $\vec{A}=(-Hy/2,Hx/2,0)$. Maqnit sahəsi (H) z oxu istiqamətində, elektrik sahəsi ($E(t)$) isə y oxu üzrə yönəlib.

Baxılan məsələyə uyğun olan Hamiltonian aşağıdakı kimi olacaq

$$\hat{H}=\hat{H}_0+eE(t)y\ , \tag{1}$$

$$\hat{H}_0=\frac{1}{2m}\left[\left(\hat{p}_x-\frac{m\omega_c\hat{y}}{2}\right)^2+\left(\hat{p}_y+\frac{m\omega_c\hat{x}}{2}\right)^2+\hat{p}_z^2+m^2\omega_0^2\left(\hat{x}^2+\hat{y}^2+\hat{z}^2\right)\right]\ . \tag{2}$$

Burada x- adi kanonik koordinat, $\hat{p}_x$ - ona uyğun olan impuls operatorun komponenti, $\omega_c=eH/mc$ – tsiklotron tezlik, c - vakuumda işıq sürəti, m - elektronun effektiv kütləsi, e - elektron yükünün mütləq qiyməti, ω_0 - keçirici zonada elektronun KN-nin parabolik potensialını ifadə edir,

$$E(t)=\varepsilon\exp(-iWt) \tag{3}$$

Fərz edirik ki, W tezlikli qeyri-stasionar elektrik sahəsi $E(t)$ zəifdir, $\varepsilon=const$.

Qalvanomaqnit tenzorun σ_{xy} qeyri-diaqonal komponentinin hesablanması tarazlıq hallar üçün Hamiltonian $\hat{H}_0$ ilə təsvir olunan kvant sisteminin qeyri-ermit Boze operatorlarının tam dəstinin məxsusi funksiyaları olan koherent hallarda aparılıb. [5] işində KN üçün belə boze operatorlar qurulmuşdur:

$$\hat{A}_\alpha^-=-i\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left[\frac{\hat{x}-i\hat{y}}{2}+\frac{\hat{p}_y+i\hat{p}_x}{m\omega}\right]\exp\left(i\omega_+t\right), \tag{4}$$

$$\hat{A}_\beta^-=\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left[\frac{\hat{x}+i\hat{y}}{2}-\frac{\hat{p}_y-i\hat{p}_x}{m\omega}\right]\exp\left(i\omega_-t\right)\ , \tag{5}$$

$$\hat{A}_\sigma^-=\sqrt{\frac{m\omega_0}{2\hbar}}\left[\hat{z}+\frac{i\hat{p}_z}{m\omega_0}\right]\exp\left(i\omega_0t\right), \tag{6}$$

$$\omega_\pm=\frac{\omega\pm\omega_c}{2},\ \omega^2=\omega_c^2+4\omega_0^2\,. \tag{7}$$

$$\left[\hat{A}_\alpha^\pm,\hat{A}_\beta^\pm\right]=\left[\hat{A}_\alpha^\pm,\hat{A}_\sigma^\pm\right]=\left[\hat{A}_\beta^\pm,\hat{A}_\sigma^\pm\right]=0\,,\ \left[\hat{A}_i^-,\hat{A}_i^+\right]=1\quad(i=\alpha,\beta,\sigma)\,. \tag{8}$$

131, H.Javid ave, AZ-1143, Baku
ANAS, Institute of Physics
E-mail: jophphysics@gmail.com

Asanlıqla yoxlamaq olar ki, (2) Hamiltonianı belə ifadə etmək olar:

$$\hat{H}_0 = \hat{H}_\alpha + \hat{H}_\beta + H_\sigma \ , \tag{9}$$

$$\hat{H}_\alpha = \hbar\omega_+\left(\hat{A}_\alpha^+\hat{A}_\alpha^- + \frac{1}{2}\right), \ \hat{H}_\beta = \hbar\omega_-\left(\hat{A}_\beta^+\hat{A}_\beta^- + \frac{1}{2}\right), \tag{10}$$

$$\hat{H}_\sigma = \frac{1}{2m}\left(\hat{p}_z^2 + m^2\omega_0^2 z^2\right) = \hbar\omega_0\left(\hat{A}_\sigma^+\hat{A}_\sigma^- + \frac{1}{2}\right) \ . \tag{11}$$

(4)-(6) ifadələrindən *x* və *y*-i $\hat{A}_\alpha^\pm, \hat{A}_\beta^\pm$ operatorları ilə almaq olar :

$$x = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}\left(e^{i\omega_- t}\hat{A}_\beta^+ + e^{-i\omega_- t}\hat{A}_\beta^- + ie^{-i\omega_+ t}\hat{A}_\alpha^- - ie^{i\omega_+ t}\hat{A}_\alpha^+\right) \tag{12}$$

$$y = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}\left(ie^{i\omega_- t}\hat{A}_\beta^+ - ie^{-i\omega_- t}\hat{A}_\beta^- - e^{-i\omega_+ t}\hat{A}_\alpha^- - e^{i\omega_+ t}\hat{A}_\alpha^+\right) \tag{13}$$

Qalvanomaqnit tenzorun$\sigma_{xy}(W)$ qeyri-diaqonal komponentini hesablamaq üçün Fudzita tərəfindən birhissəcikli operatorlar üçün yazılmış [6] Kubo formulundan istifadə edirik, bu isə Maksvell-Boltsman statistikası halında aşağıdakı kimidir:

$$\sigma_{\mu\nu}(W) = e^2\exp(\gamma\xi)\int_0^\infty dt\, e^{-iWt}\lim V^{-1}\int_0^\gamma d\gamma' Tr e^{-\gamma\hat{H}_0} \cdot$$
$$\cdot e^{\gamma'\hat{H}_0}\hat{\vartheta}_\nu e^{-\gamma'\hat{H}_0} e^{i\hat{H}_0 t/\hbar}\hat{\vartheta}_\mu e^{-i\hat{H}_0 t/\hbar} \tag{14}$$

burada *lim* termodinamik hədd kimi başa düşülməlidir, ξ -kimyəvi potensialdır, μ və ν burada *x* və ya *y*-in qiymətlərini alır, *V*-sistemin həcmi, $\gamma = (kT)^{-1}$ -Boltsman sabiti, *T*- mütləq temperatur, $\hat{\vartheta}_\mu = \frac{i}{\hbar}\left[\hat{H}_0, \mu\right]$ - sürət operatorudur.

Sürət üçün ifadədə (9), (10), (12), (13) və həmçinin (8) formullarını nəzərə alaraq alırıq:

$$\hat{\vartheta}_x = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}\left(\omega_+ e^{-i\omega_+ t}\hat{A}_\alpha^- - i\omega_- e^{-i\omega_- t}\hat{A}_\beta^-\right) + c.c. \ , \tag{15}$$

$$\hat{\vartheta}_y = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}\left(i\omega_+ e^{-i\omega_+ t}\hat{A}_\alpha^- - \omega_- e^{-i\omega_- t}\hat{A}_\beta^-\right) + c.c. \ , \tag{16}$$

c.c. - bu $i \leftrightarrow -i, \ \hat{A}^\pm \leftrightarrow \hat{A}^\mp$ deməkdir.

(14) ifadəsində [7] (3.46)-nı məhz $\exp(\nu\hat{A}^+\hat{A}^-) f(\hat{A}^-, \hat{A}^+)\exp(-\nu\hat{A}^+\hat{A}^-) = f(\hat{A}^- e^{-\nu}, \hat{A}^+ e^{\nu})$ nəzərə alsaq

$$\sigma_{xy}(W) = e^2\exp(\gamma\xi)\int_0^\infty dte^{-iWt}\lim V^{-1}\int_0^\gamma d\gamma' Tre^{-\gamma\hat{H}_0} \cdot \frac{\hbar}{2m\omega}\begin{bmatrix} i\omega_+\left(e^{-i\omega_+ t}e^{-\hbar\omega_+\gamma'}\hat{A}_\alpha^- - e^{i\omega_+ t}e^{\hbar\omega_+\gamma'}A_\alpha^+\right) - \\ -\omega_-\left(e^{-i\omega_- t}e^{-\hbar\omega_-\gamma'}\hat{A}_\beta^- + e^{i\omega_- t}e^{\hbar\omega_-\gamma'}A_\beta^+\right)\end{bmatrix} \cdot$$
$$\cdot\left[\omega_+\left(e^{2i\omega_+ t}\hat{A}_\alpha^+ + e^{-2i\omega_+ t}\hat{A}_\alpha^-\right) + i\omega_-\left(e^{2i\omega_- t}\hat{A}_\beta^+ - e^{-2i\omega_- t}A_\beta^-\right)\right] \tag{17}$$

alırıq.

Məlumdur ki, operatorun izi , məsələn bizim halda operator *M*-nın, bərabərdir:

$$Tr\hat{M} = \frac{1}{\pi^3}\int d^2\sigma\int d^2\beta\int d^2\alpha < \alpha, \beta, \sigma\left|\hat{M}\right|\alpha, \beta, \sigma > \tag{18}$$

Burada $|\alpha, \beta, \sigma >$ -$\hat{H}_0$ üçün dalğa tənliyini ödəyən dalğa funksiyasıdır.

[7] -dən (3.83) eyniliyini

$$<\alpha,\beta,t\,|\exp(\chi\hat{A}^{+}\hat{A}^{-})\,|\,\alpha,\beta,t>=\exp\left[-(1-e^{\chi})|\alpha|^{2}\right] \tag{19}$$

və [8]-dən (13,17) tənliyi

$$\int d^{2}\alpha e^{-C|\alpha|^{2}}\alpha^{*m}\alpha^{l}=\frac{nl!}{C^{l+1}}\delta_{ml},\ \left(\mathrm{Re}\,C>0\right),\ \ C=1-e^{x} \tag{20}$$

nəzərə alaraq, (17)-də hasili hesablayaq.

Bu zaman (17)-dəki hasildə $\hat{A}_{\alpha}^{+}\hat{A}_{\alpha}^{-},\ \hat{A}_{\alpha}^{-}\hat{A}_{\alpha}^{+},\ \hat{A}_{\beta}^{+}\hat{A}_{\beta}^{-},\ \hat{A}_{\beta}^{-}\hat{A}_{\beta}^{+},$ həddlər qalır, çünki α və β üzrə inteqrallamada qalan həddlər sıfır verəcək.

$[\hat{A}^{-}\hat{A}^{+}]=1$ nəzərə alaraq operatorları sadələşdirək. Nəticədə (18), (9)-(11) nəzərə alınmaqla (17) düstur aşağıdakı formada olur:

$$\sigma_{xy}(W)=K\int_{0}^{\gamma}d\gamma'\int d^{2}\sigma\int d^{2}\beta\int d^{2}\alpha <\alpha|<\beta|<\sigma|e^{-\hbar\omega_{+}\gamma\hat{A}_{\alpha}^{+}\hat{A}_{\alpha}^{-}}\cdot e^{-\hbar\omega_{-}\gamma\hat{A}_{\beta}^{+}\hat{A}_{\beta}^{-}}\cdot e^{-\hbar\omega_{0}\gamma\hat{A}_{\sigma}^{+}\hat{A}_{\sigma}^{-}}\cdot$$

$$\cdot\left[L(\omega_{+})\hat{A}_{\alpha}^{-}\hat{A}_{\alpha}^{+}+R(\omega_{+})-L(\omega_{-})\hat{A}_{\beta}^{-}\hat{A}_{\beta}^{+}-R(\omega_{-})\right]\cdot|\alpha>|\beta>|\sigma> \tag{21}$$

Burada:

$$K=\frac{e^{2}}{\pi^{3}}\frac{\hbar}{2m\omega}e^{\xi\gamma}e^{-\hbar(\omega_{+}+\omega_{-}+\omega_{0})\gamma/2}\int_{0}^{\infty}dt\,e^{-iWt}\cdot\lim V^{-1} \tag{22}$$

$$L\left(\omega_{\pm}\right)=i\omega_{\pm}^{2}(e^{-\hbar\omega_{\pm}\gamma'}e^{i\omega_{\pm}t}-e^{\hbar\omega_{\pm}\gamma'}e^{-i\omega_{\pm}t}) \tag{23}$$

$$R\left(\omega_{\pm}\right)=i\omega_{\pm}^{2}e^{\hbar\omega_{\pm}\gamma'}e^{-i\omega_{\pm}\gamma'} \tag{24}$$

(21)-də operatorların məxsusi qiymətlərinə keçək və (19),(20) düsturlarının köməyi ilə $\int d^2\alpha\int d^2\beta\int d^2\sigma$ inteqralları hesablayaq:

$$\sigma_{xy}(W)=K\int_{0}^{\gamma}d\gamma'\left\{\left[\frac{\pi}{C_{\alpha}^{2}}L(\omega_{+})+\frac{\pi}{C_{\alpha}}R(\omega_{+})\right]\frac{\pi}{C_{\beta}}\frac{\pi}{C_{\sigma}}-\left[\frac{\pi}{C_{\beta}}L(\omega_{-})+\frac{\pi}{C_{\beta}}R(\omega_{-})\right]\frac{\pi}{C_{\alpha}}\frac{\pi}{C_{\sigma}}\right\}, \tag{25}$$

(20) ifadəsinə uyğun olaraq (25)-də :

$$C_{\alpha}=1-e^{-\hbar\omega_{+}\gamma},\ C_{\beta}=1-e^{-\hbar\omega_{-}\gamma},\ C_{\sigma}=1-e^{-\hbar\omega_{0}\gamma}. \tag{26}$$

(25)-də γ' üzrə inteqralları götürək

$$\int_{0}^{\gamma}d\gamma' e^{-\hbar\omega_{+}\gamma'}=\frac{C_{\alpha}}{\hbar\omega_{+}},\qquad \int_{0}^{\gamma}d\gamma' e^{\hbar\omega_{+}\gamma'}=\frac{C_{\alpha}e^{\hbar\omega_{+}\gamma}}{\hbar\omega_{+}}, \tag{27}$$

ω_{-} üçün (27)-dəki kimi nəticələr alınır, yalnız $\omega_{+}\to\omega_{-},\ \alpha\to\beta$

(35) [1] funksuiyasını istifadə edək

$$\exp(\xi\gamma)=NZ_{0}^{-1}, \tag{28}$$

burada N-baxılan sistemdə elektronların sayıdır. Biz (18), (9)-(11), (19) və (26) ifadələrini nəzərə alaraq $Z_{0}=Tr\ (-\gamma\hat{H}_{0})$ statistik cəmi hesablaya bilərik:

$$Z_{0}=\left(C_{\alpha}C_{\beta}C_{\sigma}\right)^{-1}\exp\left[-\hbar\left(\omega_{+}+\omega_{-}+\omega_{0}\right)\gamma/2\right]. \tag{29}$$

(22)-(24) ifadələrini (25) -də yerinə qoyaraq, həmçinin (27)-(29) ifadələrini və $N\cdot lim\,V^{-1}=n$,(burada n elektronun sıxlığıdır) nəzərə alaraq, aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$\sigma_{xy}(W) = -\frac{e^2 n}{m\omega}\left\{\omega_+ \int_0^\infty dte^{-iWt}\sin\omega_+ t - \omega_- \int_0^\infty dte^{-iWt}\sin\omega_- t\right\}. \quad (30)$$

Zamana görə inteqral Laplas çevrilməsinin köməyi ilə asanlıqla hesablana bilər (bax [9], s. 235, № 15) :

$$\int_0^\infty dte^{-st}\sin at = \frac{a}{s^2 + a^2} \ . \quad (31)$$

Son nəticədə alırıq:

$$\sigma_{xy}(W) = -\frac{e^2 n}{m\omega}\left(\frac{\omega_+^2}{\omega_+^2 - W^2} - \frac{\omega_-^2}{\omega_-^2 - W^2}\right). \quad (32)$$

(32) ifadəsinin xüsusi hallarına baxaq :

1. *KN* ($\omega_0 \neq 0$)stasionar elektrik sahəsində ($W = 0$) . Bu halda $\sigma_{xy} = 0$, KN üçün fiziki olaraq gözlənilən də bu idi.

2. $\omega_0 = 0$ olan halda (7)-dən göründüyü kimi

$$\omega = \omega_+ = \omega_c, \omega_- = 0.$$

Qeyri-stasionar elektrik sahəsində ($W \neq 0$)

$$\sigma_{xy}(W) = -\frac{e^2 n}{m}\cdot\frac{\omega_c}{\omega_c^2 - W^2} \quad (33)$$

Bu da [1] işindəki nəticələrlə üst-üstə düşür.

3. Həcmi nümunə ($\omega_0 = 0$) stasionar elektrik sahəsində ($W = 0$) .

(33) ifadəsində *W*=0 yerinə qoysaq, Obraztsovun yaxşı məlum olan düsturunu $\sigma_{xy} = -\frac{enc}{H}$ əldə edirik.

[1] *R.G. Aghayeva*. Proceeding of Third International Seminar" Group Theoretical Methods in Physics". New York, Gordon and Breach , 1984, v.2, p.213.

[2] *R.G Aghayeva.* AMEA-nın Xəbərləri (Fiz.-riyaz. və tex. elmləri ser., fizika və astronomiya), 2014, c.XXXIV, № 2, s.12.

[3] *Р.Г. Агаева*. AMEA-nın Xəbərləri (Fiz.-riyaz. və tex. elmləri ser., fizika və astronomiya), 2018, c.XXXVIII, № 5, s.40.

[4] *И.А. Малкин, В.И. Манько*. Динамические симметрии и когерентные состояния квантовых систем. М., Наука,1979.

[5] *Р.Г. Агаева*. AMEA-nın Xəbərləri (Fiz.-riyaz. və tex. elmləri ser., fizika və astronomiya), 2014, c.XXXIV, № 5, s.45.

[6] *С. Фудзита*. Введение в неравновесную квантовую статистическую механику. М., VBHr, 1969.

[7] *У. Люиселл*. Излучение и шумы в квантовой электронике. М., Наука, 1972.

[8] *Я. Перина*. Когерентность света. М., Мир, 1974.

[9] *Г. Корн и Т. Корн* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., Наука, 1973.

R.G. Aghayeva

NON-STATIONARY COLLISIONLESS CONDUCTIVITY OF THE QUANTUM DOT

The non-diagonal component of the galvanomagnetic tensor for the parabolic quantum dot in non-stationary electric and quantizing magnetic fields has been calculated in coherent states representation.

Р.Г. Агаева

НЕСТАЦИОНАРНАЯ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ КВАНТОВОЙ ТОЧКИ

В представлении когерентных состояний вычислена недиагональная компонента гальваномагнитного тензора для параболической квантовой точки в нестационарном электрическом и постоянном квантующем магнитном полях.

Qəbul olunma tarixi: 16.06.2022