XAOTİK PROSESLƏRİN İDARƏ EDİLMƏSİNDƏ EHTİMALLI-STATİSTİK YANAŞMA

N.B. AĞAYEV, R.H. HƏŞİMOV
Azərbaycan Texniki Universiteti
AZ 1073, Baku, H.Cavid prospekti 25
e-mail:rasim68az@aztu.edu.az

Məqalədə mürəkkəb sistemlərin qeyri-müntəzəm fəaliyyəti nəticəsində meydana çıxan qeyri-xətti dinamika və dayanıqsız hərəkəti nəticəsində sistemdə öz-özünə təşkiletmə effektlərinin xaotik və bifurkasiyalı hərəkətlə müşahidə olunan mürəkkəb dinamik dəyişmələrin idarəedilməsində ehtimallı-statistik yanaşma təklif edilmişdir. Qeyd edilmişdir ki, nəticələrin tələb olunan dəqiqliklə alınması üçün təklif edilən metod sistemin sinxronluq və sabitlik şərtlərinin ödənildiyi intervallarda tətbiq edilməlidir.

Acar sözlər. mürəkkəb sistem, xaotik proseslər,dayanıqsız hərəkət, xaotik və bifurkasiyalı hərəkət, sistemin fəza koordinatı, riyazi gözləmə, ehtimallı-statistik yanaşma.
PACS: 05.45.−a, 05.45.Ac, 05.45.Mt, 05.45.Xt

Qeyri-xətti sistemlərdə, sistemli analiz nöqteyi nəzərindən xaos dedikdə, mürəkkəb sistemin nizamsız fəaliyyəti nəticəsində meydana çıxan qeyri-xətti dinamika və dayanıqsız hərəkəti başa düşülür. Sistemin qeyri-xətti dinamikası və dayanıqsız hərəkəti, əsasən sistemə kənar qeyri-müntəzəm və məlum olmayan faktorların təsiri ilə, sistemdə öz-özünə təşkiletmə effektlərinin xaotik və bifurkasiyalı hərəkətlə müşahidə olunan mürəkkəb dinamik dəyişməsidir. Bu vəziyyət bilavasitə kənar küylərin və ya sistemin elementlərinin sərbəstlik dərəcələrinin böyük olması ilə (bu adətən böyük sistemlər üçün xarakterikdir) deyil, sistemin daxili faza-struktur xüsusiyyətləri ilə müəyyən edilir [1-4]. Bu sistemlərdə hərəkət trayektoriyasının uzunmüddətli dövr üçün proqnozunu vermək mümkün deyil, belə ki, məhdud faza dəyişmələri fəzasında başlanğıc şərtlərə (sistemin başlanğıc vəziyyətinə) hissiyyatı çox yüksək olur [1]. Başlanğıc şərtlər isə həm fiziki eksperiment zamanı, həm də kompüter modelləşdirilməsi zamanı təqribi müəyyən edilən fəza funksiyası şəklində verilir. İlk baxışda bu cür sistemlərin hərəkət trayektoriyasının qeyri-müəyyənliyi onların idarə olunması imkanlarının olmadığını göstərir. Lakin, əslində xaotik sistemlərin dayanıqsız hərəkətləri onların idarəetməyə hissiyyatının həddən çox olmasına səbəb olur, başqa sözlə desək, fəza trayektoriyasının bir attraktordan digərinə keçməsinə səbəb olur. Bu halda idarəetmənin çox kiçik hiss edilməyən dəyişmələrinin serial ardıcıllığı ilə trayektoriyanın güclü korreksiyasına nail olmaq olar. Əgər təsiredici idarəetmə düzgün seçilərsə, onda sistemin vəziyyətlərini korreksiya etməklə, onun trayektoriyasının hərəkət tərzini dəyişmədən, (funksional modelini) əvvəlcədən seçilmiş fəza vəziyyətinə gətirmək mümkündür [5, 6].

Beləliklə, qeyd edilənləri ümumiləşdirməklə problemi aşağıdakı kimi formalaşdırmaq olar.

MƏSƏLƏNİN QOYULUŞU

Dinamik sistemin qeyri-xətti hərəkətində başlanğıc vəziyyətin və kənar qüvvələrin təsirinin elə idarəedilməsi tələb edilir ki, sistemin fəza trayektoriyasından kənara çıxmaları əvvəlcədən verilmiş həddlər daxilində olsun.

Riyazi cəhətdən məsələnin formal yazılışı aşağıdakı kimi olur:

$$S = F\{\varphi(x(t)), T\}, x(t_0) = x_0(t_0)$$

$$M_*(x(t)) - \sigma_*(x(t)) \leq \underbrace{max}_{\delta}\left[\underbrace{arg}_{x(t_0)=x_{0(t)+\delta}} F\{\varphi(x(t)), T\}\right] \leq M_*(x(t)) + \sigma_*(x(t)) \quad (1)$$

Burada - $x(t)$-sistemin fəza koordinatı, $\varphi(x(t))$-qeyri-xətti fəza koordinat operatoru, T-sistemə nəzarət imkanının maksimal müddəti, δ-başlanğıc vəziyyətdən kənaraçıxmanın fəza koordinatları üzrə orta qiyməti, $M_*(x(t))$-sistemin hərəkət trayektoriyasının nəzarət müddətindəki riyazi gözləməsi, $\sigma_*(x(t))$-sistemin nəzarət müddətində hərəkət trayektoriyasından kənaraçıxmaların əvvəlcədən məlum olan və faktiki realizasiya edilə bilən orta kvadratik meylidir.

MƏSƏLƏNİN HƏLL ÜSULU

131, H.Javid ave, AZ-1143, Baku
Institute of Physics
E-mail: jophphysics@gmail.com

Riyazi cəhətdən (1) sistemi qeyri-xətti olması ilə bərabər, naməlum parametrlərə görə də mürəkkəb sistemlərə aiddir. Bu cür sistemlərdə superpozisiya prinsipi tətbiq etmək olmur, başqa sözlə desək, xətti sistemlərdən fərqli olaraq sistemin fəaliyyətini elementar təsirlərin və hərəkətlərin sonlu və ya sonsuz cəmləri şəklində göstərmək olmaz. Vəziyyətdən çıxış yolu sistemin xəttiləşdirilməsi vasitəsi ilə onun həllərinin tələb olunan dəqiqliklə ilkin qeyri-xətti tənliyin həllərinə yaxın olması ilə kifayətlənməkdir. Bu istiqamətdə aparılan tədqiqat işlərindən fərqli olaraq, bizim halda S vəziyyətlər çoxluğu sistemin fəza koordinatlarının F funksional asılılığının mürəkkəb qarşılıqlı əlaqəsi kimi formalaşır. Ümumi halda bu asılılq $x(t)$ fəza koordinatlarının müxtəlif tərtibli törəmələrinin iştirak etdiyi

$$\varphi\left(x^n(t), x^{n-1}(t), \dots, x'(t), x(t)\right) = 0 \quad (2)$$

funksional asılılıq şəklində göstərilir. Bu ifadədə

$$\begin{cases} x^n(t) = x_n(t) \\ x^{n-1}(t) = x_{n-1}(t) \\ \dots \\ x'(t) = x_1(t) \\ x(t) = x_0(t) \end{cases} \quad (3)$$

və $x(t) = \{x_n(t), x_{n-1}(t), \dots, x_1(t), x_0(t)\}$ işarə etməklə (1) sisteminin birinci tənliyini almış oluruq. Beləliklə,

$$Y(t) = \varphi(x(t), T) \quad (4)$$

Fərz edək ki, x(t) kəmiyyətinin diferensial paylanma qanunu normal qanundur. Qeyd edək ki, bu fərziyyə mürəkkəb sistemlərin fəaliyyətlərinə təsir edən faktorların təsadüfi xarakterdə olması ilə yanaşı, həm də bu təsirlər nəticəsində hərəkətin dayanıqsız olması səbəbindən irəli gəlir [7, 8].

Beləliklə,

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\left(\frac{x-m_x}{\sqrt{2}\sigma_x}\right)^2} \quad (5)$$

Burada m_x və σ_x uyğun olaraq ədədi qiymətcə x(t) qeyri-xətti determinik xaotik prosesin təsadüfi təsirləri nəticəsində dəyişməsinin [0,T] zaman aralığında riyazi gözləməsi və orta kvadratik meylidir.

Qeyd edək ki, biz baxılan $[0,T]$ zaman aralığından kənarda $x(t)$ kəmiyyətinin həm özünün, həm də onun statistik göstəricilərinin necə dəyişməsinə baxmırıq və həmin göstəricilərin baxılan oblastda prosesə təsirinin olmadığını fərz edirik.

(1) məsələsini həll etmək üçün $Y(t) = \varphi(x(t), T)$ funksiyasının $x(t)$ vektoru üzrə elə q sayda $\delta_i\ i = \overline{1,q}$ uzunluqlu hissələrə ayıraq ki, hər bir hissədə həmin funksiyanı xətti qəbul etmək olsun.

Bizim halda $-\infty < \varphi(x(t), T) < +\infty\ \ t \in [0, T]$ olduğu üçün ayrılan $\delta_i\ i = \overline{1,q}$ uzunluqlu parçalar da həmin aralıqda dəyişəcək, parçaların uzunluqları məhdud olduğundan aprior müəyyən edilən statistik göstəricilər də məhdud olacaq və aşağıdakı kimi hesablanacaq:

$$m_y = \sum_{k=1}^{q} m_{y_k} \quad (6)$$

$$D_y = \sigma_y^2 = \sum_{k=1}^{q} D_{y_k} - m_y^2 \quad (7)$$

Qeyd edək ki, $x(t)$ funksiyası t=0 anında x(0) nöqtəsindən başlayaraq $t=T$ anında $x(T)$ qiymətini alır. Bu halda hər bir $(0, \delta_1], (\delta_1, \delta_2], \dots, (\delta_{q-1}, T]$ aralıqlarında bu funksiya qeyri-xətti dəyişir və məhduddur. $\varphi(x(t), T)$ funksiyası fərziyəyə görə $[x(0), x(\delta_1)], , \dots, [x(\delta_{q-1}), x(T)]$ parçalarında xətti olduğundan hər bir k-cı$[x(\delta_{k-1}), x(\delta_k)]$ parçada

$$\varphi(x(t), T) = \varphi(x(\delta_k), T) + \alpha_k\left(x(t) - x(\delta_k)\right) \quad x(t) \in [x(\delta_{k-1}), x(\delta_k)], k = \overline{1,q} \quad (8)$$

yaza bilərik. $\varphi(x(\delta_k), T) = y_k$ və $x_k = x(\delta_k)$ işarə edək.

Beləliklə kəsilməz, xətti $\varphi(x(t), T)$ funksiyası üçün riyazi gözləmə və dispersiya üçün məlum düsturlardan və (5)-dən istifadə edərək

$$m_{y_k} = \frac{1}{2}[y_k + \alpha_k(m_x - x_k)]\left[\phi\left(\frac{x_k - m_x}{\sigma_x}\right) - \phi\left(\frac{x_{k+1} - m_x}{\sigma_x}\right)\right] + \\ + \frac{\alpha_k\sigma_x}{\sqrt{2\pi}}\left[e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x_k - m_x}{\sigma_x}\right)^2} - e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x_{k+1} - m_x}{\sigma_x}\right)^2}\right] \quad (9)$$

$$D_{y_k} = \frac{1}{2}[y_k + \alpha_k(m_x - x_k)^2 + (\alpha_k\sigma_x)^2]\left[\phi\left(\frac{x_k - m_x}{\sigma_x}\right) - \phi\left(\frac{x_{k+1} - m_x}{\sigma_x}\right)\right] + \\ +2\frac{\alpha_k\sigma_x}{\sqrt{2\pi}}[y_k + \alpha_k(m_x - x_k)] \cdot \left[e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x_k - m_x}{\sigma_x}\right)^2} - e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x_{k+1} - m_x}{\sigma_x}\right)^2}\right] + \\ +(\alpha_k\sigma_x)^2\left[\left(\frac{x_k - m_x}{\sigma_x}\right)e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x_k - m_x}{\sigma_x}\right)^2} - \left(\frac{x_{k+1} - m_x}{\sigma_x}\right)e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x_{k+1} - m_x}{\sigma_x}\right)^2}\right] \quad (10)$$

yaza bilərik.

Burada $\phi\left(\frac{x_k-m_x}{\sigma_x}\right)$-standart normal paylanma funksiyası, və yaxud Laplas funksiyası adlanır.

Ümumi halda m_{y_k} və D_{y_k} qeyri-xətti dinamik proseslər üçün zamandan asılı qeyri-stasionar statistik kəmiyyətlərdir. $(0, \delta_1]$ parçasında (8) düsturunu

$$\varphi(x(t), T) = \varphi(x(\delta_1), T) + \alpha_1\big(x(t) - x(\delta_1)\big) = y_2 + \alpha_1(x(t) - x_2) \quad (11)$$

kimi yaza bilərik. Burada y_2 və α_1 naməlum parametrlərdir. Digər parçalardan fərqli olaraq ilk parçada qəbul edilən kəmiyyətlərin qiymətlərini parçanın sağ ucundakı qiymətlərə bərabər götürülür. Digər parçalarda isə bu qiymətlər (9) və (10) düsturlarından istifadə edərək hesablanır. İlk parçanın sol ucunda Laplas funksiyasının qiymətini nəzərə alaraq (9)-(10) düsturlarında alarıq:

$$m_{y_1} = \frac{1}{2}[y_2 + \alpha_1(m_x - x_2)]\left[1 + \phi\left(\frac{x_2-m_x}{\sigma_x}\right)\right] + \frac{\alpha_1\sigma_x}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x_2-m_x}{\sigma_x}\right)^2} \quad (12)$$

$$D_{y_1} = \frac{1}{2}[y_2 + \alpha_1(m_x - x_2)^2 + (\alpha_1\sigma_x)^2]\left[1 + \phi\left(\frac{x_2-m_x}{\sigma_x}\right)\right] -$$
$$-2\frac{\alpha_1\sigma_x}{\sqrt{2\pi}}[y_2 + \alpha_1(m_x - x_2)] \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x_2-m_x}{\sigma_x}\right)^2} + -(\alpha_1\sigma_x)^2\left(\frac{x_2-m_x}{\sigma_x}\right) e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x_2-m_x}{\sigma_x}\right)^2} \quad (13)$$

$$A_1 = 1 + \phi\left(\frac{x_2-m_x}{\sigma_x}\right) \quad (14)$$

$$A_2 = \frac{\sigma_x}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x_2-m_x}{\sigma_x}\right)^2} \quad (15)$$

işarə etsək, (12)-(13) düsturlarından istifdə edərək, naməlum parametrləri təyin edə bilərik:

$$\alpha_1 = 2m_{y_1}\frac{1 \pm \sqrt{A_2^2 + \frac{A_1}{D_{y_1}}\left[A_1 D_{y_1} - m_{y_1}^2\right]\left[A_1\sigma_x^2 - \left(\sqrt{3}A_2\right)^2 - 2(x_2 - m_x)A_1A_2\right]}}{A_1\sigma_x^2 - \left(\sqrt{3}A_2\right)^2 - 2(x_2 - m_x)A_1A_2} \quad (16)$$

$$y_2 = 2\frac{m_{y_1}}{A_1} + \alpha_1\left(\frac{A_2}{A_1} - m_x + x_2\right) \quad (17)$$

Beləliklə, biz ilk parçada naməlum parametrləri təyin etdikdən sonra, ardıcıl olaraq digər parçalarda da əvvəlcə m_{y_k} və D_{y_k} aprior olaraq təyin edib, sonra (10)-(11) düsturlarından y_k və α_k parametrlərinin qiymətlərini də hesablaya bilərik. Qeyd edək ki, praktiki hesablamalarda tələb edilən dəqiqliyin əldə edilməsinə seçilmiş parçaların δ_i uzunluqlarını dəyişməklə nail olmaq olar.

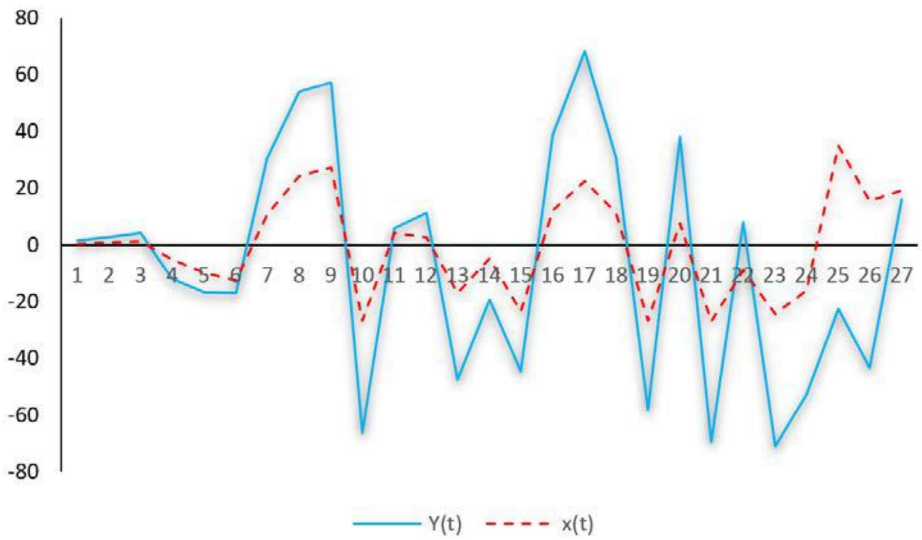
HESABLAMA TƏCRÜBƏSİ

İki əks əlaqəli İkeda xaotik modelinə baxaq [9, 10, 11, 12]

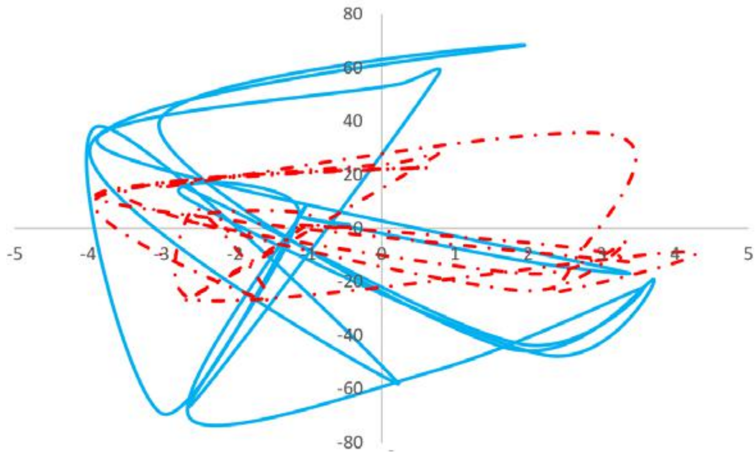
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\alpha \cdot x + m_1 \cdot \sin(x - \tau_1) + m_2 \cdot \sin(x - \tau_2) \\ \frac{dy}{dt} = -\alpha y + m_3 \sin(y - \tau_1) + m_4 \sin(y - \tau_2) + K sin(x - \tau_3) \end{cases} \quad (18)$$

Modeli sonlu fərqlərlə diskretləşdirib (şəkil 1), başlanğıc şərtlərinin kiçik dəyişmələrlə hesabatlarını aparaq (şəkil 2). Hesablamalarda $\alpha = 5, \tau_1 = 2\tau_2 = 3$, $\tau_3 = 1$, $m_1 = m_3 = -1$, $m_2 = -20$, $m_4 = -2$ və $K = 18$ qəbul edilmişdir.

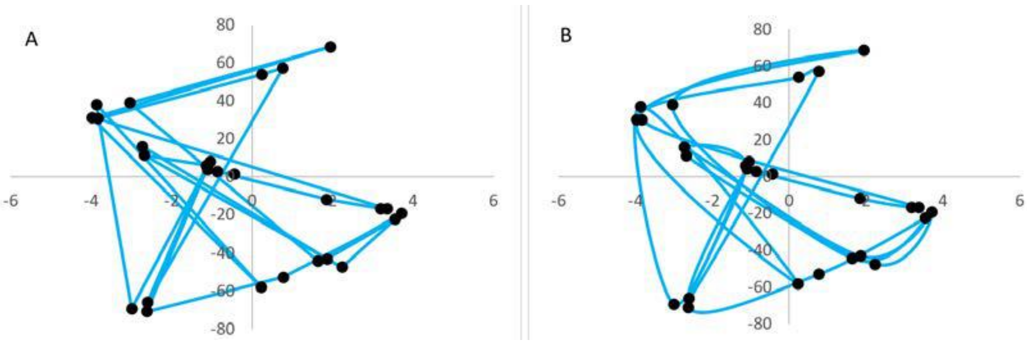
Başlanğıc şərtləri [0.1, 0.09] parçasında dəyişməklə (9)-(17) düsturları ilə hesablamalar aparılmış, statistik göstəricilər müəyyən edilmişdir. Zaman oxu üzrə kvantlama aparılmış, δ_i parçaları vahid kvanta bərabər götürülmüş, y_k və α_k parametrlərinin qiymətləri hesablanmışdır. Nəticələr şəkil 3-də göstərilmişdir.



Şəkil 1. (18) sisteminin $x(0)=0.1$ və $Y(0)=0.1$ başlanğıc şərtlərlə həlli.



Şəkil 2. (18) sisteminin başlanğıc şərtlərin cüzi dəyişməsi ilə *x(t)Y(t)* asılılıqda dəyişməsi.



Şəkil 3. (18) sisteminin klassik sonlu fərqlərlə həlli (B) və (9)-(11) formulları ilə xəttiləşdirməklə həlli (A).

Qeyd edək ki, (18) sisteminin həm klassik sonlu fərqlərlə həlli, həm də (9)-(11) formulları ilə həllinin bir-birinə yaxın qiymətlər alması (8) sisteminin parametrlərinin sinxronlaşdırılmış rejim üçün sabitlik şərtlərinin ödənilməsidir. Bu şərtlər Lyapunov-Razunxin yanaşması ilə (18) sisteminin həllinin olması şərti

$$\begin{cases} m_1 + K = m_3 \\ m_2 = m_4 \end{cases} \tag{19}$$

və sabitlik şərtləri

$$\alpha > \left|m_3 sup\left[sin^{`}(x - \tau_3)\right]\right| + \left|m_2 sup\left[sin^{`}(x - \tau_3 - \tau_2 + \tau_1)\right]\right|$$

və ya

$$\alpha > |m_3| + |m_2| \tag{20}$$

şərtlərinin ödənilməsidir. Parametrlərin digər qiymətlərində (sinxronlaşdırma və sabitlik şərtləri ödənilmədikdə) təklif edilən xəttiləşdirmə kifayət qədər böyük qiymətlər verə bilər. Bu o deməkdir ki, təklif edilən xəttiləşdirmə modelini tətbiq etməzdən əvvəl sistemin sinxronlaşdırılması və sabitləşməsi şərtləri müəyyən edilməli və həmin şərtlərin ödəndiyi hallarda tətbiq edilə bilər.

NƏTİCƏ

1. Xaotik proseslərin dinamik, qeyri-xətti xaotik və dayanıqsız hərəkətlərinin idarə edilməsində xüsusi statistik yanaşma təklif edilmişdir.
2. Metodun tətbiqinin tələb olunan dəqiqliklə nəticə verməsi üçün sistemin sinxronluq və sabitlik şərtlərinin ödənildiyi intervallarda tətbiq edilməsi təklif edilmişdir.

---

[1] *Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов*. Современные проблемы нелинейной динамики. М., Эдиториал УРСС, 2000.

[2] *Г. Шустер*. Детерминированный хаос. М., Мир, 1988.

[3] *А.С. Дмитриев, А.И. Панас*. Динамический хаос. Новые носители информации для систем связи. М., Физматгиз, 2002.

[4] *А.Ю. Лоскутов, А.А. Козлов, Ю.М. Хаханов*. Прикладная нелинейная динамика, 2009.

[5] *Б.Е. Тайлак*. Модель псевдослучайного генератора, построенного на базе хаотической системы: Труды международной научной конференции «Наука и образование – ведущий фактор стратегии «Казахстан – 2030». – Караганда:

[6] *Л.Б. Ряшко*. Стабилизация стохастически возмущенных нелинейных колебаний. Автоматика и телемеханика, 2007. – №10

[7] *S. Tung, A. Mishra, S. Dey*. Stabilizing the Dynamics of Laboratory Populations of Drosophila Melanogaster Through Upper and Lower Limiter Controls. Ecological complexity, 2016. – doi: 10.1016/j.ecocom.2015, 11, 003.

[8] *Р.В. Беляев, Г.М. Воронцов, В.В. Колесов*. Случайные последовательности, формируемые нелинейным алгоритмом с запаздыванием. Радиотехника и электроника, 2000, т. 45, № 12, с. 954–96.

[9] *E.M.Shahverdiev, R.A.Nuriev, L.H.Hashimov, E.M.Huseynova, R.H.Hashimov, K.A.Shore.* Completeinverse chaos synchronization, parameter mismatches and generalized synchronization in the multi-feedback Ikeda model. Chaos, Solitons & Fractals.Volume 36, Issue 2, April 2008, p. 211-216.

[10] *E.M.Shahverdiev, R.A.Nuriev, E.M.Huseynova, L.H.Hashimova, R.H.Hashimov*. Inverse chaose synchronization in the multi-feedback Ikeda model. Fizika,cild XI, №1-2, Bakı 2005.

[11] *E.M.Shahverdiev, R.A.Nuriev, R.H.Hashimov.* Parameter mismatches and Inverse Synchronization in the Ikeda Model. International Journal of Modern Physics B, vol. 18, No. 13, 2004, 1-8.

[12] *E.M.Shahverdiev, R.A.Nuriev, R.H.Hashimov, K.A.Shore.* Parameter mismatches, variable delay times and synchronization in time-delayed systems. Chaos, Solitons & Fractals 25, 2005, p. 325-331.

N.B. Agayev, R.H. Hashimov

PROBABILITY-STATISTICAL APPROACH TO CONTROL OF CHAOTIC PROCESSES

Inthearticle, a probabilistic-statistical approach was proposed in the management of complex dynamic changes observed by chaotic and bifurcated movement of self-organization effects in the system as a result of non-linear dynamics and unstable movement of complex systems. The proposed method of the system should be applied in the intervals when the conditions of synchronicity and stability of the system are satisfied.

Н.Б. Агаев, Р.Г. Гашимов

ВЕРОЯТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К УПРАВЛЕНИЮ ХАОТИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

В статье предложен вероятностно-статистический подход в управлении сложными динамическими изменениями, наблюдаемыми при хаотическом и раздвоенном движении явлений самоорганизации в системе в результате нелинейной динамики и неустойчивого движения сложных систем. Системы следует применять в интервалах, когда выполняются условия синхронности и устойчивости системы.

Qəbul olunma tarixi: 13.02.2023