ELLİRSOMETRİK PARAMETRLƏR ARASINDA (ψ, Δ İLƏ ε_1, ε_2) KEÇİD DÜSTURLARI

[1]M.H. HÜSEYNƏLİYEV, [2]H.S. SEYİDLİ
[1]Azərbaycan Elm və Təhsil Nazirliyi Təbii Ehtiyatlar İnstitutu,
Az-7000, Naxçıvan şəhəri, H.Əliyev pr., 76.
[2]Azərbaycan Elm və Təhsil Nazirliyi Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti,
Az-1000, Bakı, Ü. Hacıbəyli, 68.
mamedhuss@mail.ru

Bu işdə ellipsometrik parametrlər olan polyarizasiya bucaqlarının (ψ,Δ) enerjidən asılılıq əyrilərindən kompleks dielektrik funksiyasının həqiqi və xəyalı hissələrinin (ε_1, ε_2) enerjidən asılılıq əyrilərinə keçid düsturları işlənilmişdir.

Aldığımız bu keçid düsturları praktiki olçmələtə tətbiq olunmuş və nəticələr müqayisə olunmuşdur. Müəyyən olunmuşdur ki, ψ *(E)*, Δ *(E)* asılılıqlarından keçid düsturları ilə hesablanmış ε_1 *(E)* və ε_2 *(E)* asılılıqları eksperimental ε_1 *(E)* və ε_2 *(E)* asılılıqları ilə müəyyən sabit vuruq dəqiqliyi ilə tamamilə üst-üstə düşür.

Açar sözlər: ellipsometriya, polyarizasiya bucaqları, kompleks dielektrik funksiyası, həqiqi hissə, xəyalı hissə, keçid düsturları, eksperimental asılılıq.
DOI:10.70784/azip.2.2024235

1. Giriş

Ədəbiyyatlarda bir çox hallarda ellipsometrik asılılıqlar olaraq ya (ψ , Δ)-nın *E*-dən asılılığı ya da ε_1, ε_2-nin *E*-dən asılılıqları verilir. Eləcə də ellipsometrik ölçmələrin nəticələri kimi bir çox hallarda bizə ya ε_1,ε_2 asılılıqları, ya da ψ, Δ asılılıqları əlimizə çatır. Beləliklə, ikili hal yaranmış olur. Bəzən əlimizdə olan ellipsometrik ölçmələri ədəbiyyatla müqayisə edə bilmirik. Çünki, məsələn ölçmələr bizə ψ,Δ şəklində verilibsə onu ədəbiyyatlardakı ε_1,ε_2-lərlə müqayisə edə bilmirik, və ya əksinə. Yaxud belə bir hal da ola bilər, bilirik ki, yarımkeçiricinin kritik nöqtələrini tapmaq üçün ε_1 *(E)* və ε_2 *(E)* asılılıqlarından istifadə olunur və əgər ölçmələrin nəticələri ψ *(E)* и Δ *(E)* olaraq verilibsə, mütləq bu kəmiyyətlərdən ε_1 *(E)* и ε_2 *(E)* asılılıqlarna keçmək lazım gəlir. İşdə bu keçid məsələləri araşdırılır.

2. Əsas analitik ifadələr

Ellipsometriya düsturlarına görə kompleks əksolma əmsalı-ρəksolma sisteminin polyarizasiya bucaqları adlanan ψ və Δ ilə aşağıdakl şəkildə əlaqəlidir:

$$\rho = tg\psi e^{i\Delta}$$

Digər tərəfdən kompleks dielektrik funksiyası ε ilə ρ arasında aşağıdakı münasibət vardır: Mühitin sındırma əmsalı $N^{11} \neq 1$ olarsa onda

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left[\frac{(1-\rho)^2}{(1+\rho)^2} tg^2\varphi_0 \, sin^2\varphi_0 + sin^2\varphi_0\right] \quad (1)$$

burada $\varepsilon_0$vakuumun dielektrik sabiti, φ_0- düşmə bucağıdır [1].

2. Keçid düsturları

Bu münasibətlərdən ψ,Δ ilə ε_1, ε_2 arasında keçid düsturlarını almaq olar.

Bu ifadədəki $\frac{(1-\rho)^2}{(1+\rho)^2}$ - nun açılışına baxaq.

$$\frac{(1-\rho)^2}{(1+\rho)^2} = \frac{\left(1 - tg\psi e^{i\Delta}\right)^2}{(1 + tg\psi e^{i\Delta})^2} = \frac{1 - 2tg\psi e^{i\Delta} + tg\psi^2 e^{2i\Delta}}{1 + 2tg\psi e^{i\Delta} + tg\psi^2 e^{2i\Delta}}$$

$tg\psi e^{i\Delta} = tg\psi(cos\,\Delta + i\,sin\,\Delta)$ və $tg^2\psi e^{2i\Delta} = tg^2\psi(cos\,2\,\Delta + i\,sin\,2\,\Delta)$ düsturlarından istifadə edərək qüvvətüstü formadan triqonometrik yazılışa keçmək olar. Onda

$$\frac{(1-\rho)^2}{(1+\rho)^2} = \frac{1-2tg\psi(cos\,\Delta+i\,sin\,\Delta)+tg^2\psi(cos\,2\Delta+i\,sin\,2\Delta)}{1+2tg\psi(cos\,\Delta+i\,sin\,\Delta)+tg^2\psi(cos\,2\Delta+i\,sin\,2\Delta)} =$$

$$= \frac{1-2tg\psi\,cos\,\Delta-2itg\psi\,sin\,\Delta+tg^2\psi\,cos\,2\Delta+itg^2\psi\,sin\,2\Delta}{1+2tg\psi\,cos\,\Delta+2itg\psi\,sin\,\Delta+tg^2\psi\,cos\,2\Delta+itg^2\psi\,sin\,2\Delta} =$$

$$= \frac{1-2tg\psi\,cos\,\Delta+tg^2\psi\,cos\,2\Delta-2itg\psi\,sin\,\Delta+itg^2\psi\,sin\,2\Delta}{1+(2tg\psi\,cos\,\Delta+tg^2\psi\,cos\,2\Delta)+i(2tg\psi\,sin\,\Delta+tg^2\psi\,sin\,2\Delta)} \quad (2)$$

131, H.Javid ave, AZ-1143, Baku
Institute of Physics
E-mail: jophphysics@gmail.com

Bu ifadədə $1 - 2tg\psi\, cos\,\Delta + tg^2\psi\, cos\, 2\,\Delta - 2itg\psi\, sin\,\Delta + itg^2\psi\, sin\, 2\,\Delta = Z$, $2tg\psi\, cos\,\Delta + tg^2\psi\, cos\, 2\,\Delta = a$, $2tg\psi\, sin\,\Delta + tg^2\psi\, sin\, 2\,\Delta = b$yazsaq, onda (2) ifadəsini aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$\frac{1 - 2tg\psi\, cos\,\Delta + tg^2\psi\, cos\, 2\,\Delta - 2itg\psi\, sin\,\Delta + itg^2\psi\, sin\, 2\,\Delta}{1 + (2tg\psi\, cos\,\Delta + tg^2\psi\, cos\, 2\,\Delta) + i(2tg\psi\, sin\,\Delta + tg^2\psi\, sin\, 2\,\Delta)} = \frac{Z}{(1+a)+ib}$$

Məxrəcdəki kompleks ədəddən azad olmaq üçün sürət və məxrəci onun qoşmasına vuraq. Bu halda $\frac{Z}{(1+a)+ib} = \frac{Z[(1+a)-ib]}{(1+a)^2+b^2}$ almış olarıq və nəticəni $\frac{Z[(1+a)-ib]}{(1+a)^2+b^2} = \frac{\xi+i\theta}{M}$ şəklində yazmış olsaq ξ, θ və ümumilikdə məxrəc-M üçün aşağıdakı ifadələri almış olacağıq:

$$\xi = 1 + 2tg^2\psi\, cos\, 2\,\Delta - 4tg^2\psi + tg^4\psi$$
$$\theta = -4(tg\psi\, sin\,\Delta - tg^3\psi\, cos\,\Delta\, sin\, 2\,\Delta + tg^3\psi\, cos\, 2\,\Delta\, sin\,\Delta)$$
$$M = 1 + 4tg\psi\, cos\,\Delta + 2tg^2\psi\, cos\, 2\,\Delta + 4tg^2\psi + 4tg^3\psi\, cos\,\Delta\, cos\, 2\,\Delta + tg^4\psi + \\ +4tg^3\psi\, sin\,\Delta\, sin\, 2\,\Delta$$

Bu ifadələrdən

$$\frac{(1-\rho)^2}{(1+\rho)^2} = \frac{\left(1+2tg^2\psi\cos 2\Delta - 4tg^2\psi + tg^4\psi\right) - 4i\left(tg\psi\sin\Delta - tg^3\psi\cos\Delta\sin 2\Delta + tg^3\psi\cos 2\Delta\sin\Delta\right)}{1+4tg\psi\cos\Delta + 2tg^2\psi\cos 2\Delta + 4tg^2\psi + 4tg^3\psi\cos\Delta\cos 2\Delta + tg^4\psi + 4tg^3\psi\sin\Delta\sin 2\Delta}$$

(1) tənliyində yerinə yazsaq

$$\varepsilon_1 = \\ = \varepsilon_0\left[\frac{(1 + 2tg^2\psi\, cos\, 2\,\Delta - 4tg^2\psi + tg^4\psi)tg^2\varphi_0\, sin^2\,\varphi_0}{1 + 4tg\psi\, cos\,\Delta + 2tg^2\psi\, cos\, 2\,\Delta + 4tg^2\psi + 4tg^3\psi\, cos\,\Delta\, cos\, 2\,\Delta + tg^4\psi + 4tg^3\psi\, sin\,\Delta\, sin\, 2\,\Delta} \\ + sin^2\,\psi_0\right]$$

$$\varepsilon_2 = \\ = \varepsilon_0\left[\frac{-4(tg\psi\, sin\,\Delta - tg^3\psi\, cos\,\Delta\, sin\, 2\,\Delta + tg^3\psi\, cos\, 2\,\Delta\, sin\,\Delta)(tg^2\varphi_0\, sin^2\,\varphi_0)}{1 + 4tg\psi\, cos\,\Delta + 2tg^2\psi\, cos\, 2\,\Delta + 4tg^2\psi + 4tg^3\psi\, cos\,\Delta\, cos\, 2\,\Delta + tg^4\psi + 4tg^3\psi\, sin\,\Delta\, sin\, 2\,\Delta}\right]$$

alarıq.

Bu məsələnin ikinci variantda həlli prosesində məsələyə $\left(\frac{1-\rho}{1+\rho}\right)^2$şəklində yanaşacayıq, yəni əvvəlcə $\frac{1-\rho}{1+\rho}$ ifadəsini tapıb surət və məxrəci məxrəcin qoşmasına vurub sonra kvadrata yüksəldəcəyik:

$$\frac{1-\rho}{1+\rho} = \frac{1 - tg\psi e^{i\Delta}}{1 + tg\psi e^{i\Delta}} = \\ = \frac{(1 - tg\psi\, cos\,\Delta - itg\psi\, sin\,\Delta)(1 + tg\psi\, cos\,\Delta - itg\psi\, sin\,\Delta)}{(1 + tg\psi\, cos\,\Delta)^2 + tg\psi^2\, sin^2\,\Delta} \\ = \frac{1 - tg^2\psi - 2itg\psi\, sin\,\Delta}{1 + 2tg\psi\, cos\,\Delta + tg^2\psi}$$

Bu ifadəni kvadrata yüksəltsək alarıq:

$$\left(\frac{1-\rho}{1+\rho}\right)^2 = \frac{\xi + i\theta}{M}$$

Burada

$$\xi = 1 - 2tg^2\psi + tg^4\psi - 4tg^2\psi\, sin^2\,\Delta$$
$$\theta = 4\, sin\,\Delta\,(tg^3\psi - tg\psi)$$

$$M = 1 + 2tg^2\psi + tg^4\psi + 4tg\psi\cos\Delta + 4tg^3\psi\cos\Delta + 4tg^2\psi\cos^2\Delta$$

Göründüyü kimi, ikinci variantdakı həlldə biz 2Δbucaqlarından azad olmuş oluruq. Birinci variantda alınan ifadədəki ikiqat bucaqların keçid düsturlarını yerinə yazsaq hər iki variantda ξ, θ və M -in ifadələrinin eyni olduğunu görə bilərik. Beləliklə,

$$\left(\frac{1-\rho}{1+\rho}\right)^2 = \frac{\left(1-2tg^2\psi + tg^4\psi - 4tg^2\psi\sin^2\Delta\right) + i\left[4\sin\Delta\left(tg^3\psi - tg\psi\right)\right]}{1+2tg^2\psi + tg^4\psi + 4tg\psi\cos\Delta + 4tg^3\psi\cos\Delta + 4tg^2\psi\cos^2\Delta}$$

alınır.

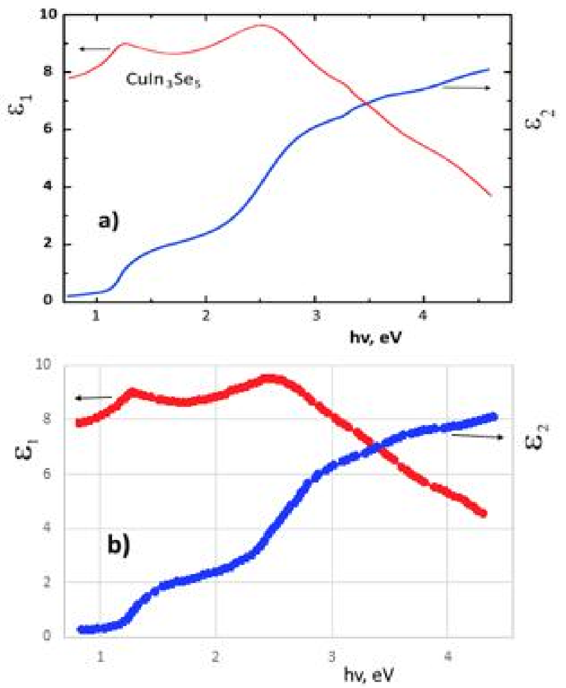
Bu ifadəni kompleks dielektrik funksiyasının (1) tənliyində yerinə qoysaq və bu tənliyi onun həqiqi ε_1 və xəyali ε_2 hissələri üçün ayrıca yazmış olsaq, onda aşağıdakı ifadələri almış olarıq:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0\left[\frac{(1-2tg^2\psi + tg^4\psi - 4tg^2\psi\sin^2\Delta)(tg^2\varphi_0\sin^2\varphi_0)}{1+2tg^2\psi + tg^4\psi + 4tg\psi\cos\Delta + 4tg^3\psi\cos\Delta + 4tg^2\psi\cos^2\Delta} + \sin^2\varphi_0\right]$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_0\left[\frac{4\sin\Delta\,(tg^3\psi - tg\psi)(tg^2\varphi_0\sin^2\varphi_0)}{1+2tg^2\psi + tg^4\psi + 4tg\psi\cos\Delta + 4tg^3\psi\cos\Delta + 4tg^2\psi\cos^2\Delta}\right]$$

3. Keçid düsturlarının praktiki ölçmələrə tətbiqi

Aldığımız bu keçid düsturları praktiki olçmələtə tətbiq olunmuş, istifadə etdiyimiz ədəbiyyarlardakı ψ *(E), Δ (E)* qrafikal asılılıqları rəqəmsallaşdırılaraq (digitallaşdırılaraq) koordinat asılılıqları halına gətirilmiş, bu koordinatlar əsasında keçid düsturlarından istifadə etməklə ε_1 *(E)*,ε_2 *(E)* asılılıqları hesablanmış və qrafikləri qurularaq həmin ədəbiyyatlarda verilmiş eksperimental yolla alınmış ε_1 *(E)*,ε_2 *(E)* asılılıqları ilə müqayisə olunmuşdur.



Şəkil 1. CuIn$_3$Se$_5$ birləşməsinin eksperimental ε_1 *(E)* vəε_2 *(E)* asılılıqları (a) və ψ *(E), Δ (E)* asılılıqlarından keçid düsturları ilə hesablanmış ε_1 *(E)* və ε_2 *(E)* asılılıqları (b).

Müəyyən edilmişdir ki, bu asılılıqlar sabit vuruq dəqiqliyi ilə tamamilə üst-üstə düşür. Əslində yuxarıda da qeyd olunduğu kimi, $\varepsilon_0$vakuumun dielektrik sabitidir və ε_0=1 olduğu məlumdur, lakin keçid düsturlarında ε_0 həm də sabit vuruq olaraq dəyərləndirilmişdir.

Aşağıdakı şəkildə [1] işində verilmiş CuİIn$_3$Se$_5$ birləşməsinin ε_1 *(E)* və ε_2 *(E)* asılılıqları ilə həmin işdə verilmiş ψ *(E), Δ (E)* asılılıqlarına əsaslanaraq keçid düsturları ilə hesabladığımız ε_1 *(E)* və ε_2 *(E)* asılılıqları göstərilmişdir. Şəkildən də göründüyü kimi nəzəri hesablanmış əyrilərlə eksperimental əyrilər tamamilə üst-üstə düşmüşdür. Burada sabit vuruq ε_0=0,62 olmuşdur.

Daha bir neçə birləşmələr üçün də bu hesablamalar aparılmış və nəticələr aşağıdakı cədvəldə göstərilmişdir.

Birləşmə	Ədəbiyyat	$\varepsilon_0$sabiti	φ bucağı
CuİIn$_3$Se$_5$	[2,7]	0,62	65°
CuGa$_3$Se$_5$	[2,7]	0,62	«----»
CuIn5Se8	[3,4,5,7]	0,62	«----»
Cu$_2$ZnGeS$_4$	[6,7]	1	«----»
Cu$_2$ZnSnS$_4$	[6,7]	1	«----»
Bi1$_2$TiO$_{20}$	[8]	1,54	«----»

Göstərilən hər bir birləşmə üçün verilmiş və ψ *(E), Δ (E)* asılılıqlarına əsaslanaraq keçid düsturları ilə hesabladığımız ε_1 *(E)* və ε_2 *(E)* asılılıqlarının sabit vuruq nəzərə alınmaqla eksperimental yolla alınan ε_1 *(E)* və ε_2 *(E)* asılılıqları ilə tamamilə üst-üstə düşdüyü müəyyən edilmişdir.

[1] *H. Fujiwara.* Spectroscopic Ellipsometry Principles and Applications John Wiley & Sons 2007, 370 p.

[2] *M. León, R. Serna, S. Levcenko, G. Gurieva, J.M.Merino, E.J. Friedrich and E. Arushanov.* Analysis of the optical properties of $Cu(In_{1-x}Ga_x)_3Se_5$ crystals, În: J. Appl. Phys, 2008, vol. 104, p. 093507.

[3] *M.León, R.Serna, S.Levcenko, G.Gurieva, J.M.Merino, E.J.Friedrich, S.Lehmann, Th.Schedel-Niedrig, S.Schorr, M.Ch.Lux-Steiner and E.Arushanov.* Characterisation of $Cu(In_{1-x}Ga_x)_5Se_8$ by spectroscopic ellipsometry. În: Phys. Stat. Sol. C, 2009, vol. 6, № 5, p. 1078.

[4] *S. Levcenko, L. Durán, G. Gurieva, M. I. Alonso, E. Arushanov, M. Durante.* Optical constants of $Cu(In_{1-x}Ga_x)_5Se_8$ crystals, În: J.Appl. Phys, 2010, vol. 107, p. 033502.

[5] *M.León, R.Serna, S.Levcenko, G.Gurieva, J.M.Merino, E.J.Friedrich, S.Lehmann, Th.Schedel-Niedrig, S.Schorr, M.Ch.Lux-Steiner and E.Arushanov.* Characterisation of $Cu(In_{1-x}Ga_x)_5Se_8$ by spectroscopic ellipsometry. International Conference on Ternary and Multinary Compounds, Berlin,Germany, 15-19 сентября 2008, p. ID73.

[6] *S. Levcenko, G. Gurieva, M. León, R. Serna, J. M. Merino, E.J. Friedrich, T. Shedel-Niedrig, S. Schorr, M. Lux-Steiner, A. Nateprov, E. Arushanov.* Characterisation of $Cu_2Zn(Ge,Sn)S_4$ by spectroscopic ellipsometry. 4th International Conference on Materials Science and condenced Matter Physics, Chişinău, Moldova, 23-26 сентября 2008, p.91.

[7] *Г. А Гурьева.* Оптические свойства $Cu(In_{1-x}Ga_x)_{1+2n}Se_{2+3n}$ и $Cu_2Zn(Sn,Ge)S_4$, Диссертация на соискание учёной степени доктора физико-математических наук, 01.04.10 физика и инженерия полупроводников, Кишинёв, 2011, 136 стр.

[8] *M. Isik, N. M. Gasanly, N. H. Darvishov and V.E.Bagiev.* Spectroscopic ellipsometry study of $Bi_{12}TiO_{20}$ single Crystals, J Mater Sci: Mater Electron (2021) 32:7019–7025

M.H. Huseynaliyev, H.S. Seyidli

FORMULAS FOR TRANSITION BETWEEN ELLIRSOMETRIC PARAMETERS (BETWEEN ψ, Δ AND $\varepsilon_1, \varepsilon_2$)

In this work formulas for the transition from polarization angle curves *ψ (E)* and *Δ (E)* to curves of the real and imaginary parts ε_1 *(E)* and ε_2 *(E)* of the complex dielectric function, which are ellipsometric parameters, have been developed. The transition formulas we obtained were applied to experimental measurements and compared the results. It has been established that the dependences ε_1 *(E)* and ε_2 *(E)* calculated from experimental dependences *ψ (E)* and *Δ (E)* using the transition formulas, completely coincide with the experimental dependences ε_1 *(E)* and ε_2 *(E)* with the accuracy of a constant factor.

М,Г. Гусейналиев, Г.С. Сеидли

ФОРМУЛЫ ПЕРЕХОДА МЕЖДУ ЭЛЛИРСОМЕТРИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ (МЕЖДУ ψ, Δ И $\varepsilon_1, \varepsilon_2$)

В данной работе разработаны формулы перехода из кривых углов поляризации *ψ (E)* и *Δ (E)* к кривым действительной и мнимой частей ε_1 *(E)* и ε_2 *(E)* комплексной диэлектрической функции, которые являются эллипсометрическими параметрами.

Полученные нами формулы перехода были применены к экспериментальным измерениям и проведено сравнение результатов. Установлено, что зависимости ε_1 *(E)* и ε_2 *(E)* рассчитанные из экспериментальных зависимостей *ψ (E)* и *Δ (E)* по формулам перехода полностью совпадают с экспериментальными зависимостями ε_1 *(E)* и ε_2 *(E)* с точностью постоянного множителя.

Qəbul olunma tarixi: 24.04.2024